



Harjutused. 3

Расчёты обоганительного оборудования

3.1. Расчёт скоростей осаждения

Главным параметром, характеризующим суспензию является отношение жидкой фазы к твердой (Ж:Т). Данное соотношение может быть выражено следующим образом:

$$n = (\text{Ж:Т}) = (1-x)/x$$

где x – содержание (массовое) твёрдой фазы в суспензии.

Выражение объемной доли твердых частиц в суспензии:

$$\varepsilon = (x/\rho_{\text{ТВ}}) / (1/\rho_{\text{с}}) = (x \cdot \rho_{\text{с}}) / \rho_{\text{ТВ}}$$

Где $\rho_{\text{с}}$ и $\rho_{\text{ТВ}}$ плотность суспензии и содержащейся в ней твердой фазы. Показатель $\rho_{\text{с}}$ определяют, учитывая, что удельный объем суспензии равен сумме объемов твердой и жидкой фаз.

$$1/\rho_{\text{с}} = 1/\rho_{\text{ТВ}} + (1-x)/\rho_{\text{ж}}$$

Откуда вытекает следующее уравнение:

$$\rho_{\text{с}} = 1 / (1/\rho_{\text{ТВ}} + (1-x)/\rho_{\text{ж}})$$

где $\rho_{\text{ж}}$ плотность жидкой фазы.

Существует ряд способов обогащения, основанных на различии плотностей. На пример, угля (сланца) $\rho = 1300-1400 \text{ кг/м}^3$ и породы $\rho = 2200-2500 \text{ кг/м}^3$.

При движении в плотной среде под действием силы тяжести частицы испытывает сопротивление, которое обусловлено силами инерции и трения (вязкости). При ламинарном режиме обтекания основное сопротивление представляют силы трения. С увеличением скорости развивается турбулентность и обтекание происходит с образованием вихрей и в этом случае преобладают силы инерционного сопротивления.

При свободном осаждении в начальный момент тело движется с ускорением, однако сразу же при движении нарастают силы сопротивления и в результате скорость достигает определённого значения и далее не изменяется.

Время, за которое достигается постоянная скорость свободного осаждения, определяется по следующему уравнению

$$t_0 = \frac{2.5 \cdot w_0 \cdot \rho_{\text{Т}}}{(\rho_{\text{Т}} - \rho_{\text{ж}}) \cdot g}, \text{ где } \rho_{\text{Т}} \text{ и } \rho_{\text{ж}} \text{ — плотность твёрдой фазы и среды, } w_0 \text{ — скорость осаждения;}$$

g — ускорение свободного падения.

Расстояние, которое проходит частица за время t_0 , определяется по формуле:

$$S = \frac{1.8 \cdot w_0^2 \cdot \rho_{\text{Т}}}{(\rho_{\text{Т}} - \rho_{\text{ж}}) \cdot g}.$$

Для определения скорости свободного осаждения применяют следующие формулы.
При диаметре частицы $d > 0,85$ мм надёжные результаты даёт формула Риттингера:

$$w_0 = \sqrt{2,67 \cdot g \cdot d \cdot \frac{\rho_T - \rho_{ж}}{\rho_{ж}}}.$$

При диаметре $d = 0,001-0,12$ мм используют формулу Стокса:

$$w_0 = \frac{g \cdot d^2 (\rho_T - \rho_{ж})}{18 \cdot \mu}, \text{ где } \mu - \text{динамическая вязкость среды.}$$

Для диапазона размера частиц $d = 0,12-0,85$ используют эмпирическую формулу Аллена:

$$\text{для воды } w_0 = 1,146 \cdot d \cdot \sqrt[3]{(\rho_T - 1000)^2},$$

$$\text{для воздуха } w_0 = 40,6 \cdot d \cdot \sqrt[3]{(\rho_T - 1,23)^2}.$$

С достаточной точностью для любых размеров частиц скорость осаждения (витания) может быть определена по формуле Тодеса:

$$Re_o = \frac{w_o \cdot d}{\nu}, \quad Re_o = \frac{Ar}{18 + 0,61 \cdot \sqrt{Ar}}, \text{ где } \nu \text{ кинематическая вязкость среды,}$$

$$\text{Критерий Архимеда } Ar = \frac{g \cdot d^3 (\rho_T - \rho_{ж})}{\nu^3 \cdot \rho_{ж}}.$$

Все вышеприведенные формулы описывают осаждение одиночной частицы.

Для определения гидравлического диаметра (размер частицы, вычисляемый косвенным образом по известной конечной скорости свободного падения) широко используется второй параметр Лященко:

$$\frac{\psi}{Re} = \frac{G_0}{v_0 \cdot d^2 \cdot \Delta v_0 \cdot d \cdot \Delta} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot (\rho - \Delta) \cdot g \cdot \mu}{v_0 \cdot d^3 \cdot \Delta^2 \cdot 6} = \frac{\pi g}{6} \cdot \frac{(\rho - \Delta)}{v_0^3 \cdot \Delta} \cdot v$$

Первый и второй параметры Лященко используются для отнесения частиц к тому или иному диапазону по крупности, что позволяет использовать ту или иную частную формулу для расчета конечной скорости свободного падения (или размера частицы по известной конечной скорости падения).

Порядок расчета скорости следующий:

- вычисляем $Re^2 \cdot \psi$ по формуле (21);
- выбираем частную формулу и рассчитываем скорость.

- Аналогично для расчета гидравлического диаметра вычисляем ψ/Re выбираем формулу и вычисляем диаметр. Коэффициент вязкости зависит от температуры и определяется, например, по справочнику

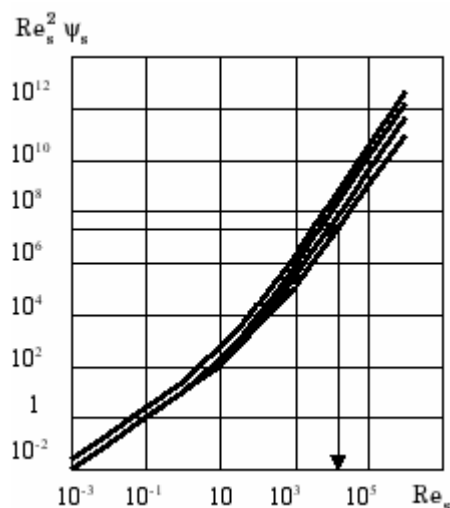


Рис.. Диаграмма Лященко

Также для расчета скорости может быть применен графический метод Лященко – Шиллера – Наумана:

- ✓ по формуле рассчитывают первый параметр Лященко $Re^2 \cdot \psi$.
- ✓ Пользуясь графиком – диаграммой Лященко $Re^2 \cdot \psi = f(Re)$ (рис.4, для шаров нижняя линия), по найденному значению $Re^2 \cdot \psi$ определяют Re и по нему
- ✓ используя формулу вычисляют скорость: $v_0 = Re \cdot \nu / d$.

При стеснённом осаждении каждая частица испытывает влияние других частиц и в результате реальная скорость осаждения уменьшается.

Ввиду сложности стесненное падение изучалось в основном экспериментально. При этом вместо падения частиц исследовалось обычно их взвешивание (от слова *взвесъ*) потоком жидкости. Возможность такой обратимости доказана опытами.

При стесненном падении на отдельную частицу будут действовать те же силы, что и при свободном: гравитационная, подъемная, гидродинамические силы сопротивления (равнодействующая сил трения и давления), силы механического сопротивления, возникающие за счет взаимного столкновения частиц друг с другом, трения частиц друг о друга и стенки аппарата.

Скорость частиц при стесненном падении будет меньше скорости их свободного падения. Чем меньше расстояние между частицами, то есть чем больше их объемная концентрация, тем меньше будет скорость стесненного падения.

Параметром, характеризующим состояние взвешенного слоя (падающего слоя), является коэффициент разрыхления (пористость слоя) – объемное содержание жидкой фазы в слое:

$$m = \frac{V_{ж}}{V_{ж} + V_T}$$

где $V_{ж}$ и V_T – объем соответственно жидкой и твердой части слоя.

Объемная концентрация твердого вещества λ , вычисляется по формуле ,

$$\lambda = \frac{V_T}{V_{ж} + V_T}$$

Объемная концентрация твердого λ связана с пористостью m следующим соотношением:
 $\lambda + m = 1$.

1. Падение одиночного тела в однородной среде, ограниченной стенками.

Экспериментальное измерение скорости в этом случае производится путем определения скорости восходящего потока v_a взвешивающего частицу, тогда скорость стесненного падения $v_{ст} = v_a$,

Скорость можно определить как путь H , проходимый частицей за определенное время t : $v_{ст} = H/t$.

Начало и конец отсчета времени движения тела можно фиксировать визуально. Для повышения точности измерений применяют электромагнитную, радиоактивную фиксацию, особенно в непрозрачных средах.

Для расчета скорости падения единичного шара в трубке предложен ряд формул, в которых скорость стесненного падения вычисляется как скорость свободного, умноженная на некий коэффициент, зависящий от d/D . Например, формула Монро

$$, \quad v_{ст} = \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^{1.5} \right] \cdot v_0 \quad , \text{ где } d - \text{ диаметр зерна, } D - \text{ диаметр трубы.}$$

Формула пригодна при $d/D \leq 0.5$. Предложены и другие формулы, отличающиеся главным образом коэффициентом.

2. Падение массы однородных тел.

Экспериментально скорость падения массы однородных тел определяют как скорость потока, в котором взвешен определенный объем частиц при $v_{ст} = v_a$. Скорость потока определяют как отношение объема взвешивающей среды (или взвеси) Q , проходящей в единицу времени через сечение S , ограничивающее пространство движения: $v_a = Q/S$.

Для определения скоростей стесненного падения однородных частиц предложены две основные группы формул:

- 1) формулы, основанные на рассмотрении массы падающих зерен как фильтрационной среды, через которую жидкость протекает в вертикальном направлении снизу вверх;
- 2) формулы, основанные на рассмотрении падения в жидкости отдельной частицы, находящейся в массе других.

Хотя первая концепция имеет более четко выраженный физический смысл, недостатком формул этой группы является ограничение применения небольшими коэффициентами разрыхления ($m < 0,8$), для которых взвешенный слой может рассматриваться как пористая среда.

Для первой группы характерна формула

$$v_{CT} = M \frac{v(1-m)}{d_s \cdot \chi} L^f$$

где $L = Ar \cdot \chi^3 \cdot m^3 / [216(1-m)]$;

$Ar = (6/\pi) Re^2 \cdot \psi$ – критерий Архимеда;

M и f – параметры, зависящие от L .

Из формул второй группы наиболее распространенной является формула Лященко

$$v_{CT} = v_{CB} m^n,$$

где v_{CT} и v_{CB} – скорость соответственно стесненного и свободного падения частиц;

- ✓ n – показатель степени, зависящий от размера, плотности и формы частиц,
- ✓ n можно принимать равным 4,65 при $Re < 0,5$;
- ✓ 2,39 при $Re > 500$ и
- ✓ приблизительно 3 при $0,5 < Re < 500$;
- ✓ также предложен ряд формул, по которым можно более точно рассчитать показатель степени n .

Подставляя в формулу значение скорости свободного падения из обобщающей формулы конечной скорости свободного падения и учитывая, что $\lambda + m = 1$, получаем обобщающую формулу конечной скорости стесненного падения

$$v_{CT} = P \cdot K \cdot d^x \left(\frac{\rho - \Delta}{\Delta} \right)^y \left(\frac{\Delta}{\mu} \right)^z (1 - \lambda)^n$$

Все параметры определяются аналогично формулам

, в которых приведены значения отношений скоростей стесненного и свободного падения.

Также имеются графические методы определения скоростей стесненного падения.

3. Падение отдельных крупных зерен в массе окружающих мелких.

Падение отдельных крупных (на несколько порядков крупнее, чем мелкие) зерен в массе окружающих мелких зерен имеет место при обогащении в тяжелых суспензиях. Надо отметить, что в одной и той же суспензии тела одинаковой плотности, но разного размера могут перемещаться по-разному: крупные тела будут тонуть, а мелкие – находиться в

равновесии или даже всплывать. Это ограничивает нижний предел крупности частиц, обогащаемых в суспензии.

Экспериментальное определение скоростей падения тел в суспензии может проводиться, например, в вертикальных трубках. Используются неподвижные или движущиеся суспензии. Скорость падения определяется путем фиксации времени прохождения тела через две отметки, для чего можно использовать электромагнитные катушки (тело снабжается магнитным сердечником), радиоактивные счетчики (тело покрывается радиоактивным веществом).

При падении крупных частиц в бесструктурных суспензиях последние по отношению к падающим телам можно рассматривать как жидкость с определенной плотностью и вязкостью, т.е. при $Re > 20000$ (или $Re^2 \cdot \psi > 10^7$) скорость падения можно рассчитывать по формуле Ньютона – Риттенгера с учетом плотности суспензии Δ_c :

$$v_{cm} = K_R \cdot d^{0.5} \left(\frac{\rho - \Delta_c}{\Delta_c} \right)$$

4. Массовое падение разнородных зерен. Подразумевается падение разнородных, но соизмеримых по размерам частиц, в отличие от предыдущего случая, где падают частицы, размеры которых отличаются на несколько порядков.

Такой вид падения встречается в классификаторах, отсадочных машинах, на концентрационных столах и в ряде других гравитационных аппаратов.

Несмотря на широкое распространение совместное падение разнородных частиц изучено в незначительной степени.

В ряде работ для экспериментального определения скоростей частиц в полидисперсной пульпе применен косвенный метод, основанный на использовании разницы в содержании частиц узких классов в пульпе, находящейся внутри аппарата и выходящей из него.

Качественная картина при движении частиц, соизмеримых по размерам, следующая: при постоянном объемном содержании твердого скорость крупных частиц в присутствии мелких уменьшается по сравнению со скоростью их стесненного падения (при наличии в пульпе частиц только одного крупного класса); наоборот, скорости мелких частиц в присутствии крупных увеличиваются.

Для расчёта скорости стеснённого осаждения рекомендуется следующая формула:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu}, \text{ где } Re = \frac{Ar \cdot \varepsilon^{4,75}}{18 + 0.61 \cdot \sqrt{Ar \cdot \varepsilon^{4,75}}} \text{ и } \varepsilon - \text{объёмная доля твёрдой фазы в общем}$$

объёме среды.

Пример 1.

1. Расчёт критерия Архимеда для наименьших осаждающихся частиц.

Вязкость жидкой фазы $\mu_L = \mu_{aq} \cdot \exp\left[\omega \cdot (b_1 + b_2 \cdot 10^{-4} \cdot t - b_3 \cdot 10^{-6} \cdot t^2)\right] =$
 $= 1,0026 \text{ мПа} \cdot \text{с} \cdot \exp\left[0,265 \cdot (2,0544 + 0,4135 \cdot 10^{-2} \cdot 20 - 1,047 \cdot 10^{-7} \cdot 20^2)\right] = 1,887 \text{ мПа} \cdot \text{с}.$

Критерий Архимеда: $Ar = \frac{d^3 \cdot g \cdot \rho_L^2}{\mu_L^2} \frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} =$
 $= \frac{(0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м})^3 \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 \cdot (1224,2 \text{ кг/м}^3)^2}{(1,887 \text{ мПа} \cdot \text{с})^2} \frac{2161 \text{ кг/м}^3 - 1224,2 \text{ кг/м}^3}{1224,2 \text{ кг/м}^3} = 394,8.$

2. Расчёт скорости свободного осаждения частиц.

Критерий Рейнольдса для свободного осаждения сферических частиц:

$$Re = \frac{Ar}{18 + 0,6\sqrt{Ar}} = \frac{394,8}{18 + 0,6\sqrt{394,8}} = 13,20.$$

Скорость свободного осаждения сферических частиц:

$$w_{св.сф.} = Re \frac{\mu_L}{d \cdot \rho_L} = 13,20 \frac{1,887 \text{ мПа} \cdot \text{с}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 1224,2 \text{ кг/м}^3} = 0,04068 \text{ м/с}.$$

Скорость свободного осаждения угловатых частиц:

$$w_{св.} = w_{св.сф.} \cdot \varphi = 0,04068 \text{ м/с} \cdot 0,7 = 0,02848 \text{ м/с}.$$

3. Расчёт скорости стеснённого осаждения.

$$\text{Порозность суспензии: } \varepsilon = \frac{\frac{1 - \omega_{сусп}}{\rho_L}}{\frac{1 - \omega_{сусп}}{\rho_L} + \frac{\omega_{сусп}}{\rho_s}} = \frac{\frac{1 - 0,03000}{1224,2 \text{ кг/м}^3}}{\frac{1 - 0,03000}{1224,2 \text{ кг/м}^3} + \frac{0,03000}{2161 \text{ кг/м}^3}} = 0,9822.$$

Критерий Рейнольдса для стеснённого осаждения сферических частиц:

$$Re = \frac{Ar \cdot \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6\sqrt{Ar \cdot \varepsilon^{4,75}}} = \frac{394,8 \cdot 0,9822^{4,75}}{18 + 0,6\sqrt{394,8 \cdot 0,9822^{4,75}}} = 12,32.$$

Скорость стеснённого осаждения сферических частиц:

$$w_{ст.сф.} = Re \frac{\mu_L}{d \cdot \rho_L} = 12,32 \frac{1,887 \text{ мПа} \cdot \text{с}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 1224,2 \text{ кг/м}^3} = 0,03799 \text{ м/с}.$$

Скорость стеснённого осаждения угловатых частиц:

$$w = w_{ст.сф.} \cdot \varphi = 0,03799 \text{ м/с} \cdot 0,7 = 0,02659 \text{ м/с}.$$

4. Расчёт площади поверхности осаждения и диаметра отстойника.

$$\text{Площадь поверхности осаждения: } F = \frac{\dot{V}_{np}}{w} = \frac{63,86 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}}{0,02659 \text{ м/с}} = 2,401 \text{ м}^2$$

$$\text{Диаметр отстойника: } D = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,401 \text{ м}^2}{3,142}} = 1,749 \text{ м}.$$

3.3. Расчет коэффициента вязкости жидких неоднородных смесей (суспензий)

коэффициент динамической вязкости — coefficient of dynamical viscosity

Расчетные методы:

Метод Эйнштейна:

Эйнштейн (Einstein A.) первым сформулировал зависимость вязкости системы, состоящей из идеально твердых шарообразных частичек, взвешенных в жидкости, от объемной концентрации ε твердой фазы. Предложенные им формулы определены для $\varepsilon \leq 0,2$ имеют вид:

$$\mu_{susp} = \mu \frac{(1 + 0.5 \cdot \varepsilon)}{(1 - \varepsilon)^2}$$

при $0,04 < \varepsilon \leq 0,2$:

$$\mu_{susp} = \mu_l (1 + 2.5\varepsilon)$$

Метод Кунитца:

Формула Кунитца (Kunitz M.) определена для расчета коэффициента вязкости суспензий при $\varepsilon < 0,1$:

$$\mu_{susp} = \mu_l (1 + 0.5\varepsilon) \cdot (1 - \varepsilon)^4$$

Метод Гатчека:

$$\mu_{susp} = \mu_l (1 + 4.5\varepsilon)$$

при $0,5 < \varepsilon < 0,9$:

$$\mu_{susp} = \mu_l \frac{1}{(1 - \varepsilon^{0.333})}$$

Метод Ванда:

Формула Ванда (Vand V.J.) определена для расчета коэффициента вязкости суспензий при $\varepsilon < 0,35$:

$$\mu_{susp} = \mu_l (1 + 2.5\varepsilon + 7.17\varepsilon^2 + 16.2\varepsilon^3)$$

Также в литературе приводится вторая формула Ванда, но область применения для этой формулы не указывается:

$$\mu_{susp} = \mu_l \cdot \exp\left(12.5 \frac{\varepsilon}{(1 - 0.61 \cdot \varepsilon)}\right)$$

Метод Манлея-Масона:

Формула Манлея и Масона (Manley R.H.J. and Mason S.B.) определена для расчета коэффициента вязкости суспензий при $\varepsilon < 0,3$:

$$\mu_{susp} = \mu_l (1 + 2.5\varepsilon + 10,05\varepsilon^2)$$

Метод Эйлера:

Формула Эйлера (Eilers H.) определена для расчета коэффициента вязкости суспензий при $\varepsilon < 0,5$:

$$\mu_{susp} = \mu_l \cdot \left(1 + \frac{2,5\varepsilon}{2 \cdot (1 - 1.35 \cdot \varepsilon)}\right)^2$$

Метод Стейнура:

Формула Стейнура (Steinour H.H.) определена для расчета коэффициента вязкости суспензий при $\varepsilon < 0,5$:

$$\mu_{susp} = 10^{1.82} \mu_l \cdot \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon)}$$

Метод Кураева:

Кураев Е.Ф. предложил следующее уравнение для расчета вязкости суспензий:

$$\mu_{susp} = \mu_l \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot c}{(1 - 1.2 \cdot c^{2/3})^2}\right]$$

где c - концентрация твердой фазы равна:

$$c = n^3 \frac{\pi \cdot d^3}{6}, \text{ где } n - \text{число частиц на единице длины пространства, заполненного жидкостью; } d - \text{диаметр частиц.}$$

μ_l - коэффициент чистой жидкости, спз

μ_{susp} - коэффициент вязкости суспензии, спз

ε - объемная доля твердого вещества

Из формул для расчета коэффициента вязкости суспензий рекомендуют уравнение Кунитца, как дающее наиболее точные результаты. Формула Стейнура дает лишь приближенные результаты. Эти уравнения неприменимы к коллоидным растворам лиофильным коллоидам. Уравнение Кургаева - формула (11) дает хорошие результаты для концентраций $x < 0,25$. Для этих значений концентраций погрешность составляет менее 2% [1]

Литература

1. Бретшнайдер Ст. Свойства газов и жидкостей.-М.-Л.:Химия,1966
2. [Кусков В.Б. Гравитационные методы обогащения скачать](#) (2869.5 kb.)

Задание 1. Определить скорость свободного осаждения шарообразных частиц

в воде $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ по уравнению Стокса, если дано:

Таблица 1

Величина для расчета	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\rho_{\text{ч}}, \text{кг/м}^3$	1100	1120	1130	1140	1150	1160	1170	1180	1190	1200
$d_{\text{ч}}, \text{мкм}$	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65

$$1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$$

$$\mu_{\text{ср}} = 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Задание 2. Определить производительность отстойника по осветлённому соку ($G_{\text{ж}}$) поверхность осаждения F , м^2 и диаметр отстойника D , если дано: количество суспензии G_1 , кг/ч (см. табл.), массовая доля твердой фазы в суспензии $X_1 = 4\%$ в осадке $X_2 = 20\%$. Скорость осаждения $W_{\text{ос}} = 0,58 \text{ м/ч}$, плотность жидкости $\rho_{\text{ж}} = 1080 \text{ кг/м}^3$.

Таблица 2

Величина для расчета	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G_{\text{с}}, \text{кг/ч}$	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0