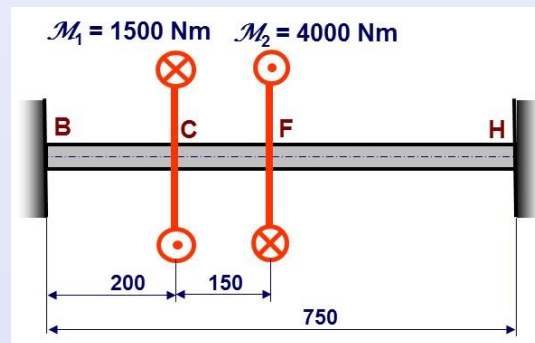


TUGEVUSÕPETUS

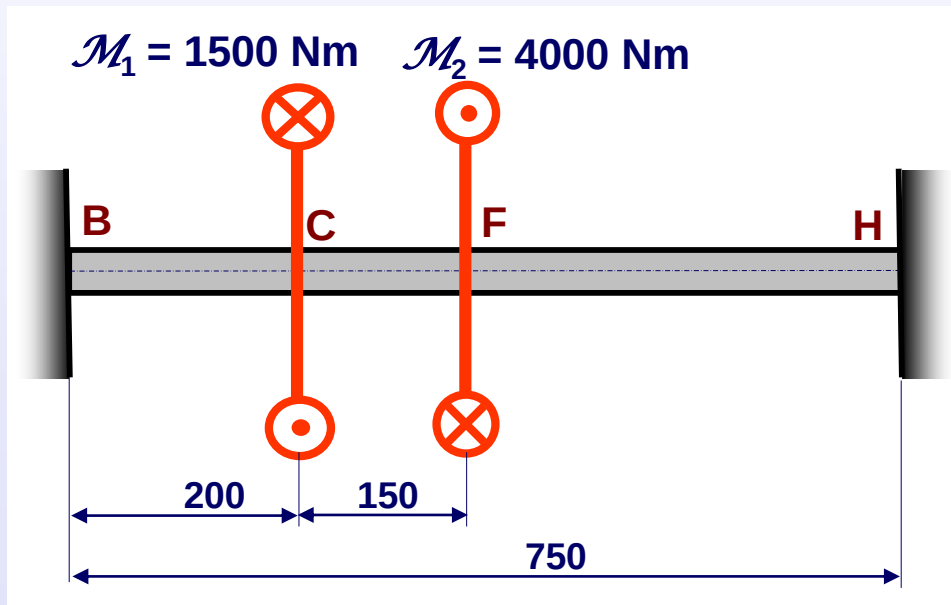
VÄÄNE-STAATIKAGA MÄÄRAMATU: Võlli läbimõõt



1. Algandmed ja ülesande püstitus

1.1. Ühtlane ümarvõll

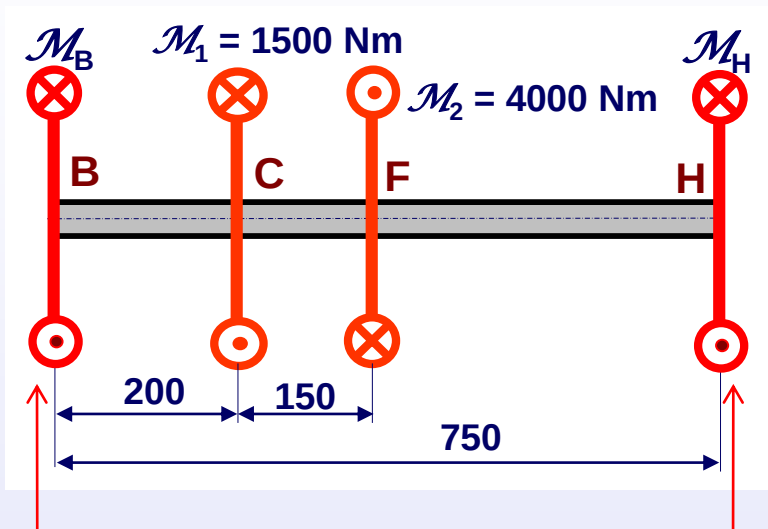
Arvutada ühtlase võlli läbimõõt!



Materjal: ehitusteras S355
Nihkemoodul: $G = 84 \text{ GPa}$
Nõutav varutegur: $[S] = 2,5$

1.2. Arvutusskeem ja tasakaaluvõrrand

Arvutusskeem



Toereaktsioonide suunad ei ole enne arvutust teada, seetõttu määratakse nende suunad esialgu hinnanguliselt

Järgnevate arvutuste abil tuvastatakse toereaktsioonide $\mathcal{M}_B$ ja $\mathcal{M}_H$ ÕIGED suunad

Tasakaalutingimus

$$\sum \mathcal{M} = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_H = 0$$

Kõikide pöördemomentide summa

Tasakaaluvõrrand

Lähtudes asjaoludest, et:

1. Rohkem tasakaaluvõrrandeid sellele tarindile koostada ei saa (tasakaaluvõrrandite arv = 1)
2. Tasakaaluvõrrand sisaldab kahte tundmatut $\mathcal{M}_B$ ja $\mathcal{M}_H$ (tundmatute arv = 2)

See ülesanne on ÜHEKORDSELT staatikaga määramatu



Selle tarindi STAATIKAGA MÄÄRAMATUSE ASTE on 1

Ülesande lahendamiseks tuleb koostada ÜKS lisavõrrand

1.3. Sobivusvõrrandite koostamise meetodid

SOBIVUSVÕRRAND = matemaatiline seos koormuste vahel, mis põhineb tarindis ja/või selle üksikutes osades tekkivate deformatsioonide seostel

Sobivusvõrrandite koostamiseks on kaks meetodit:

Deformatsioonide võrdlemise meetod



1. Koostatakse võrrandid tarindi osade deformatsioonide jaoks
2. Kirjeldatakse sosed nende deformatsioonide vahel

Meetodi valik on kogemuslik

Toesidemete eemaldamise meetod



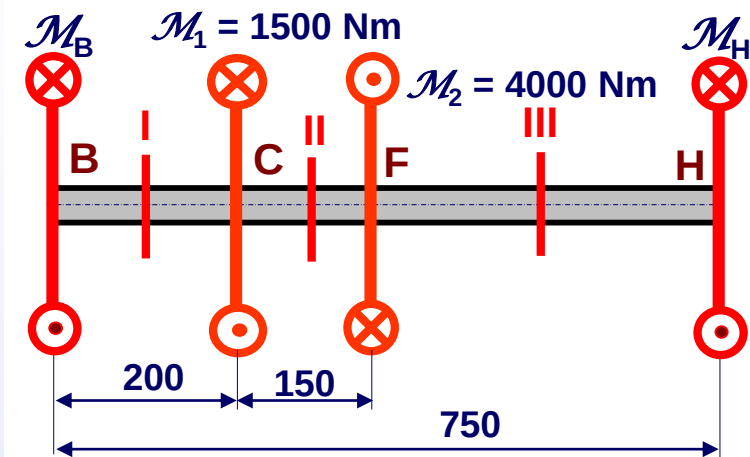
1. Staatikaga MÄÄRAMATUST tarindist tekitatakse staatikaga MÄÄRATUD tarind valitud toesideme(te) eemaldamise teel -- s.o. PÕHISKEEM
2. Arvutatakse EEMALDATUD toesideme(te)le vastavad siirded
3. Arvutatakse eemaldatud toesidemete siirded toereaktsioonidele vastavate koormuste toimel

4. Arvutatakse need toerekatsioonid tingimusest, et toel vastavat siiret olla ei saa

2. Võlli sisejõudude analüüs

2.1. Väändemomendi avaldised (1)

Arvutuskeem

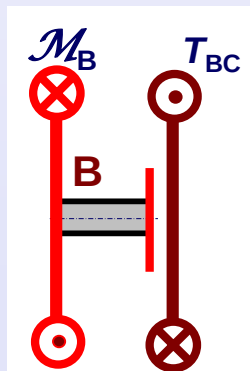


LÕIKEMEETODI IDEE:
Tasakaalus süsteemist
mõtteliselt eraldatud osa
on samuti tasakaalus

Lõikepinna
sisejõudusid saab
käsitleda
välisjõududena

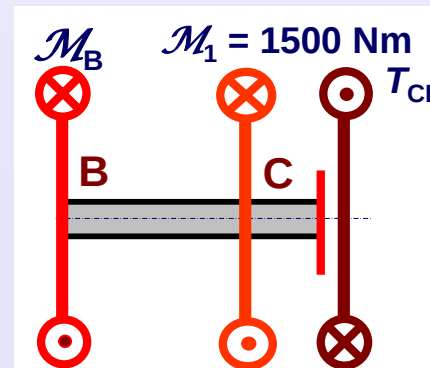
Kuigi toereaktsioonide suunad ega väärtused ei ole teada, saab LÕIKEMEETODI abil igasse väändemomendi pidevusvahemikku määrata väändemomendi avaldise

REEGEL: Siin tuleb kõikides lõigetes analüüsida ühte ja sama poolt ning väändemoment eeldada ühe ja sama märgiga



Lõigus BC
lõikest I vasakul

$$T_{BC} = \mathcal{M}_B$$

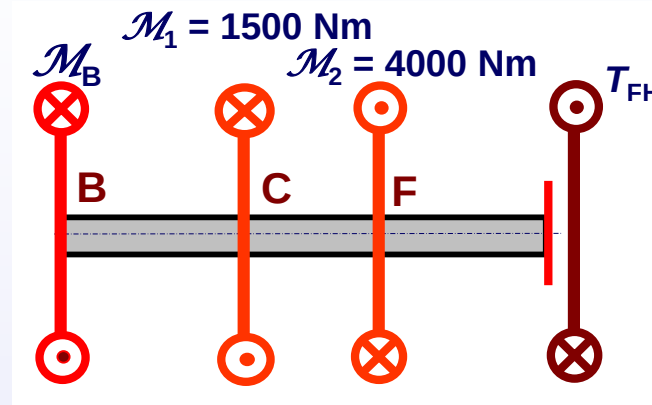
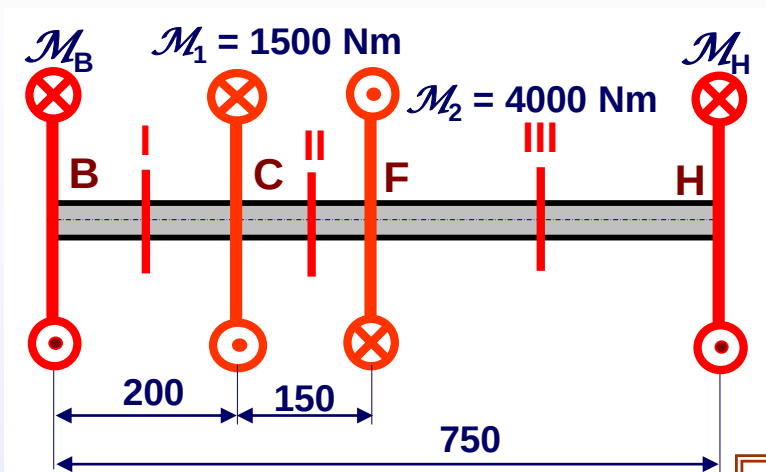


Lõigus CF lõikest II vasakul

$$T_{CF} = \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1$$

2.1. Väändemomendi avaldised (2)

Arvutuskeem



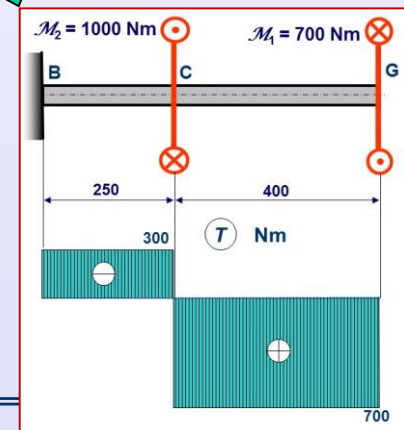
Lõigus FH lõikest
III vasakul

$$T_{FH} = \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2$$

PUNKT-PÖÖRDEMOMENT = ASTE EPÜÜRIL

See on ASTMELISELT väänatud ühtlane varras

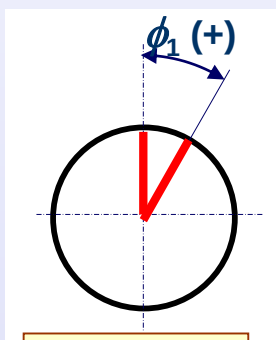
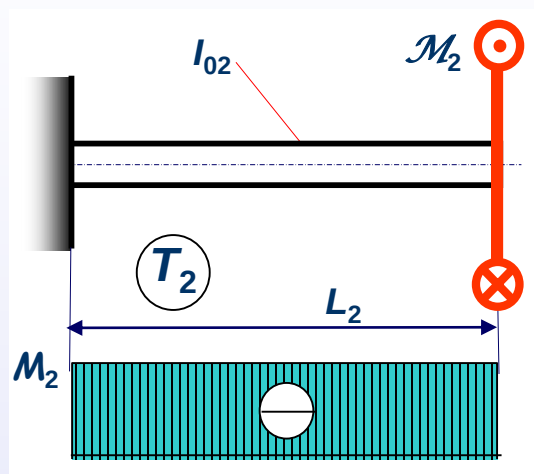
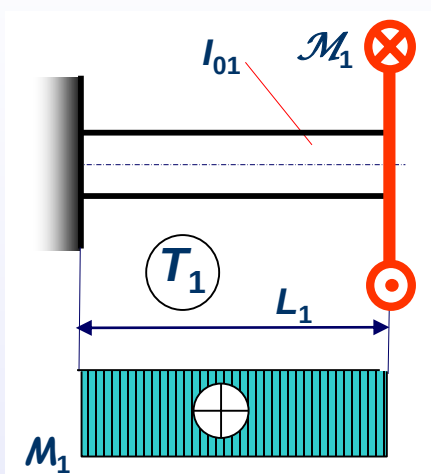
ASTMELISELT koormatud ÜHTLASE varda deformatsioon =
= ÜHTLASELT koormatud ÜHTLASE lõikude
deformatsioonide summa



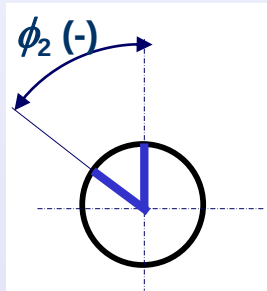
3. Sobivusvõrrand ja toereaktsioonid

3.1. Võlli väändedeformatsioonid

Ühtlaselt väänatud ühtlase varda deformatsioon



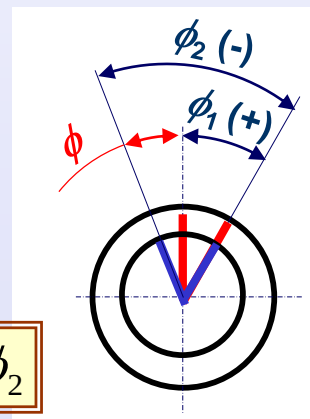
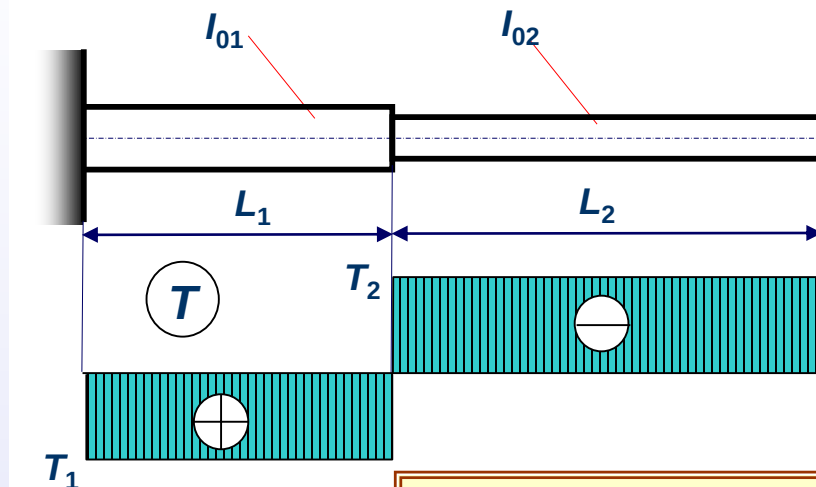
$$\phi_1 = \frac{T_1 L_1}{G I_{01}}$$



$$\phi_2 = \frac{T_2 L_2}{G I_{02}}$$

$$\phi = \phi_1 \pm \phi_2$$

Astmelise varda deformatsioon



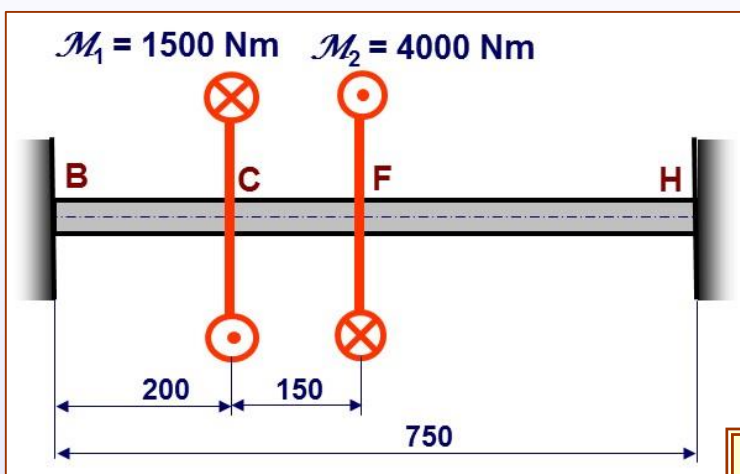
ASTMELISELT
koormatud
ASTMELISE varda
deformatsioon = =
ÜHTLASELT
koormatud
ÜHTLASE lõikude
deformatsioonide
summa

3.2. Deformatsioonide võrdlemise meetod

Sobivustingimus

Kuna völli otsad on jäigalt kinni, siis:

$$\varphi_{BH} = \varphi_{BC} + \varphi_{CF} + \varphi_{FH} = 0$$



Völli otstevaheline
pöördenurk

Ühtlaselt väänatud ühtlase
lõigu BC väändenurk

Ühtlaselt väänatud ühtlase
lõigu CF väändenurk

Ühtlaselt väänatud ühtlase lõigu FH väändenurk

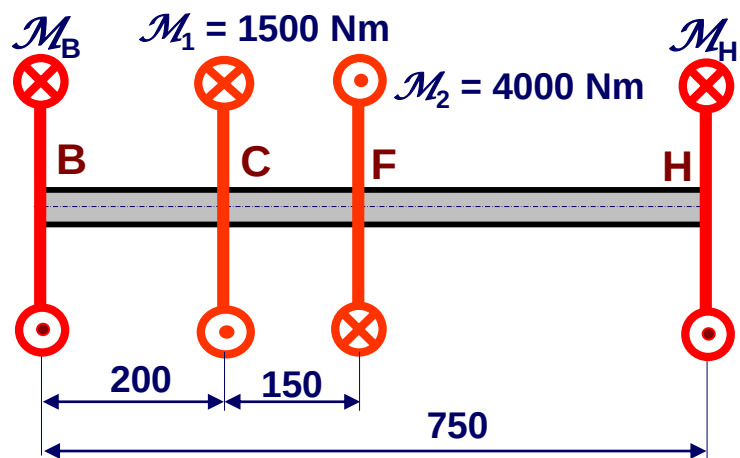
Völli otsad on kinni ja algasenditest pöörduda ei saa

Sobivusvõrrand

$$\varphi_{BH} = \varphi_{BC} + \varphi_{CF} + \varphi_{FH} = \frac{1}{GI_0} (T_{BC} L_{BC} + T_{CF} L_{CF} + T_{FH} L_{FH}) = 0$$

$$T_{BC} L_{BC} + T_{CF} L_{CF} + T_{FH} L_{FH} = 0$$

3.3. Toereaktsioonid



Sobivusvõrrand

$$T_{BC}L_{BC} + T_{CF}L_{CF} + T_{FH}L_{FH} = 0$$



$$\mathcal{M}_B L_{BC} + (\mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1)L_{CF} + (\mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)L_{FH} = 0$$



$$\mathcal{M}_B = \frac{-\mathcal{M}_1(L_{CF} + L_{FH}) + \mathcal{M}_2 L_{FH}}{L_{BC} + L_{CF} + L_{FH}} = \frac{\mathcal{M}_2 L_{FH} - \mathcal{M}_1 L_{CH}}{L_{BH}}$$



$$\mathcal{M}_B = \frac{\mathcal{M}_2 L_{FH} - \mathcal{M}_1 L_{CH}}{L_{BH}} = \frac{4000(0,75 - 0,2 - 0,15) - 1500(0,75 - 0,2)}{0,75} = 1033 \approx \underline{1030 \text{ Nm}}$$

Märk "+" näitab, et suund joonisel on õige

Tasakaaluvõrrand

$$\mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_H = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{M}_H = -\mathcal{M}_B - \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = -1030 - 1500 + 4000 = \underline{1470 \text{ Nm}}$$

Nende väändemomentide märgid ei ole teada, kuid nende sõltuvus toereaktsioonist $\mathcal{M}_B$ on korrektne

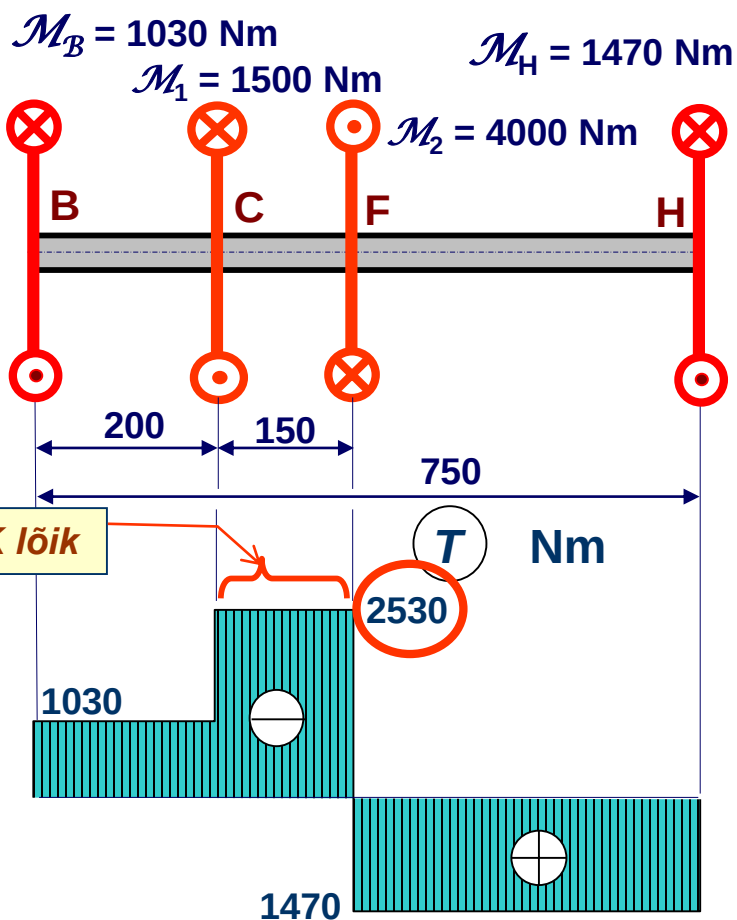
$$T_{BC} = \mathcal{M}_B$$

$$T_{CF} = \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1$$

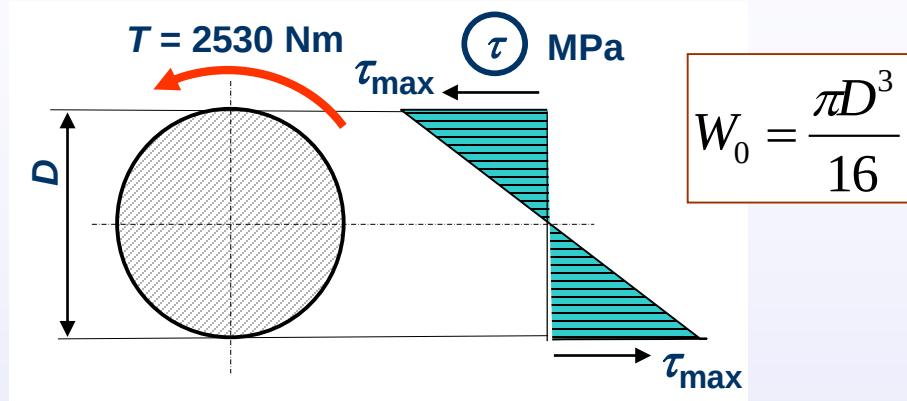
$$T_{FH} = \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2$$

4. Võlli tugevusarvutus

4.1. Võlli ohtlik ristlõige ja selle pinged



Ümarristlõige



Suurim väändepinge

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_0} = \frac{16T}{\pi D^3}$$

Ristlõike väändemoment

Mõjub ristlõike perimeetri kõikides punktides

Ristlõike läbimõõt

PUNKT-PÖÖRDEMOMENT = ASTE

4.2. Võlli läbimõõt ja tugevuskontroll

Tugevustingimus

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_0} \leq [\tau] = \frac{\tau_y}{[S]}$$

Tegelik suurim
väändepinge

Lubatav nihkepinge

Materjali voolepiir
nihkel

Nõutav varutegur

Võlli läbimõõt

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_y} [S]} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2530}{\pi \cdot 199 \cdot 10^6} \cdot 2,5} = 0,0544 \text{ m} \approx \underline{55 \text{ mm}}$$

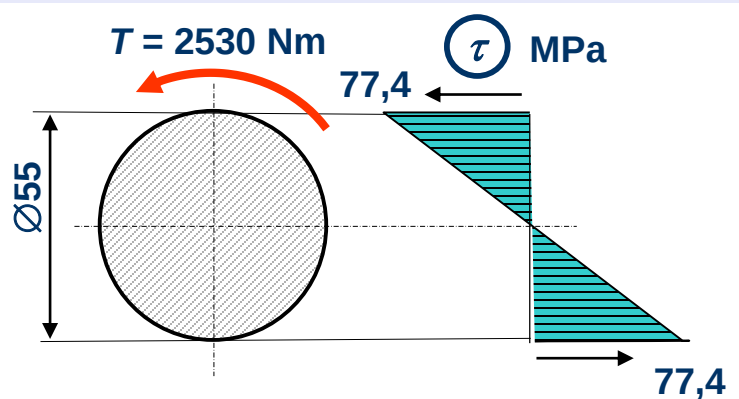
Suurim nihkepinge

$$\tau_{\max} = \frac{16T}{\pi D^3} = \frac{16 \cdot 2530}{\pi \cdot 0,055^3} = 77,44 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{77,4 \text{ MPa}}$$

Tugevuskontroll

$$S = \frac{\tau_y}{\tau_{\max}} = \frac{199}{77,4} = 2,571 \approx 2,57 > [S] = \underline{2,5}$$

Varda tugevus on tagatud, kui $D = 55 \text{ mm}$

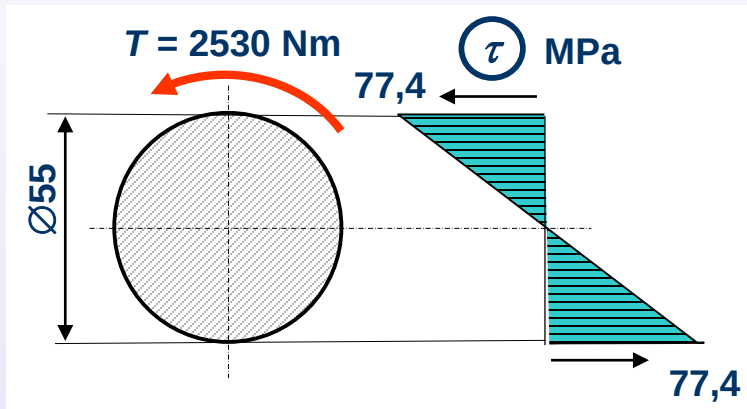


5. Tulemus

5.1. Ühtlase võlli läbimõõt

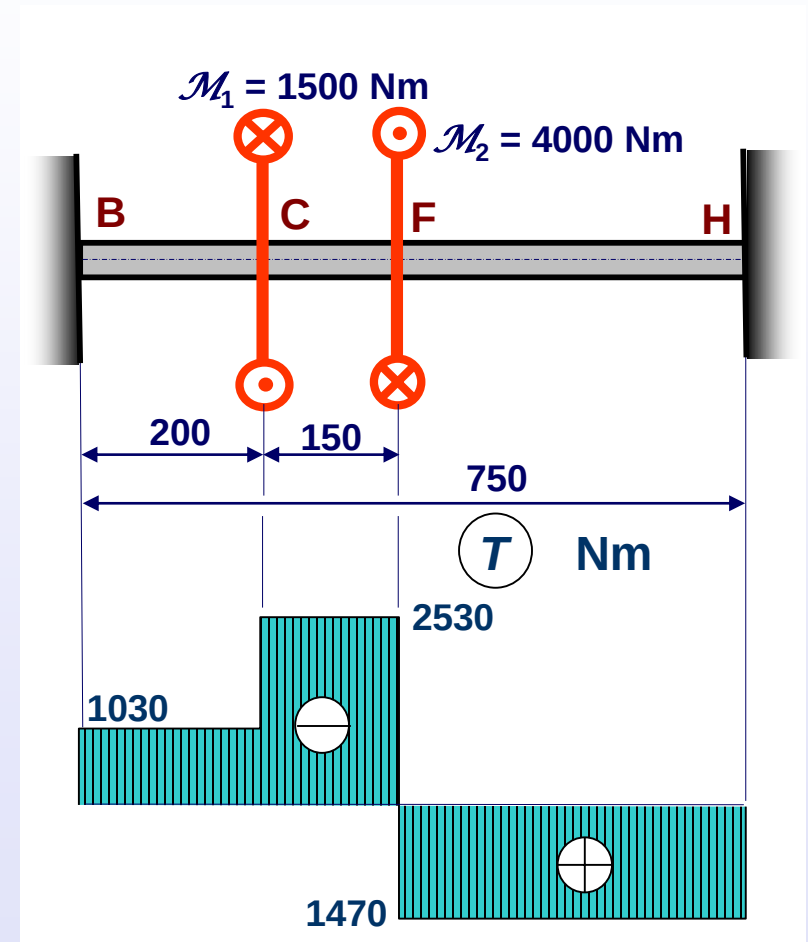
Võlli ohutu läbimõõt

$$D = 55 \text{ mm}$$



Võlli tugevusvarutegur

$$S = 2,57 > [S] = 2,5$$



5.2. Võlli jäikuskontroll (1)

Jäikustingimus

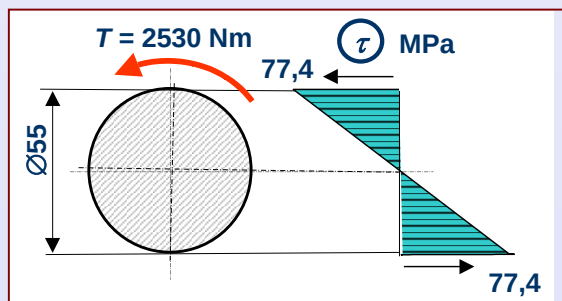
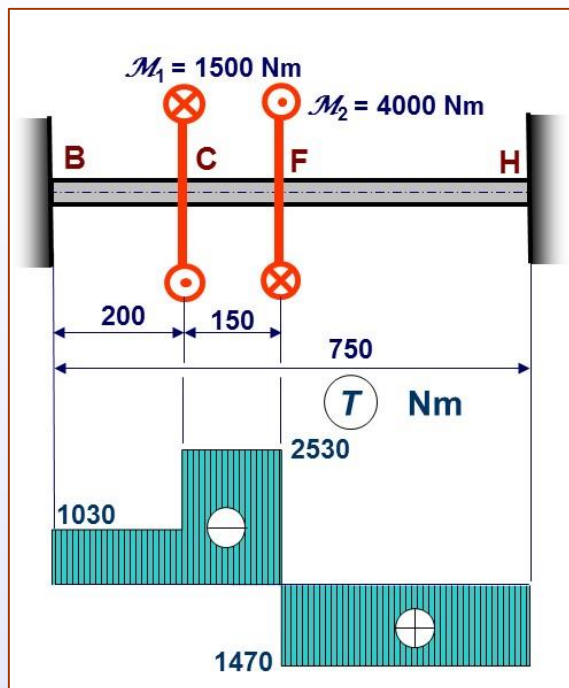
$$\varphi_{BH} = \varphi_{BC} + \varphi_{CF} + \varphi_{FH} = 0$$

Lõigu BC väändedeformatsioon

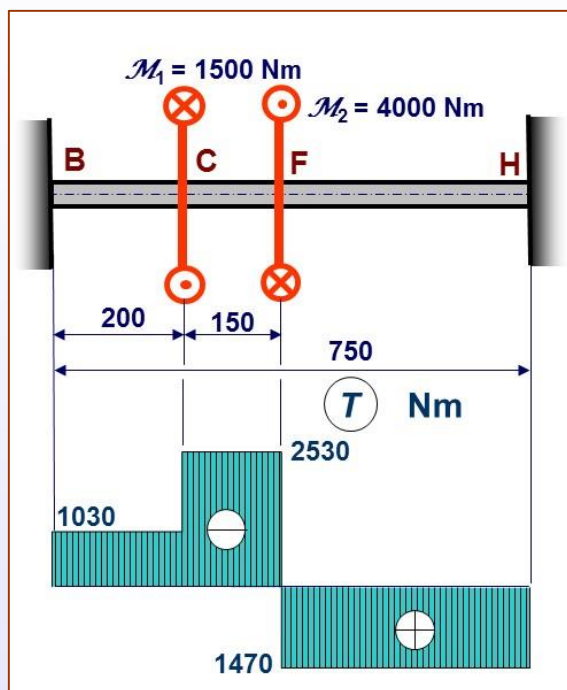
$$\begin{aligned}\varphi_{BC} &= \frac{T_{BC} L_{BC}}{GI_0} = \frac{32 T_{BC} L_{BC}}{G \pi D^4} = \frac{32 \cdot 1030 \cdot 0,2}{84 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0,055^4} = \\ &= 2,729 \cdot 10^{-3} \approx \underline{2,73 \cdot 10^{-3} \text{ rad (-)}}\end{aligned}$$

Lõigu CF väändedeformatsioon

$$\begin{aligned}\varphi_{CF} &= \frac{T_{CF} L_{CF}}{GI_0} = \frac{32 T_{CF} L_{CF}}{G \pi D^4} = \frac{32 \cdot 2530 \cdot 0,15}{84 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0,055^4} = \\ &= 5,029 \cdot 10^{-3} \approx \underline{5,03 \cdot 10^{-3} \text{ rad (-)}}\end{aligned}$$



5.2. Võlli jäikuskontroll (2)



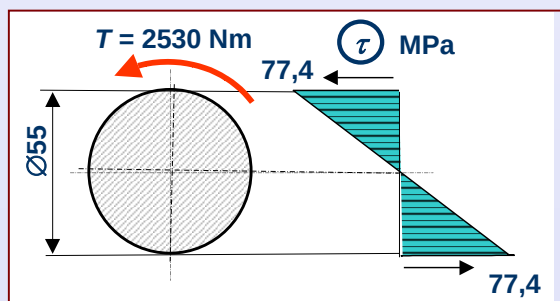
Lõigu FH väändedeformatsioon

$$\varphi_{FH} = \frac{T_{FH} L_{FH}}{GI_0} = \frac{32 T_{FH} L_{FH}}{G \pi D^4} = \frac{32 \cdot 1470 \cdot (0,75 - 0,2 - 0,15)}{84 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0,055^4} = 7,791 \cdot 10^{-3} \approx \underline{7,79 \cdot 10^{-3} \text{ rad (+)}}$$

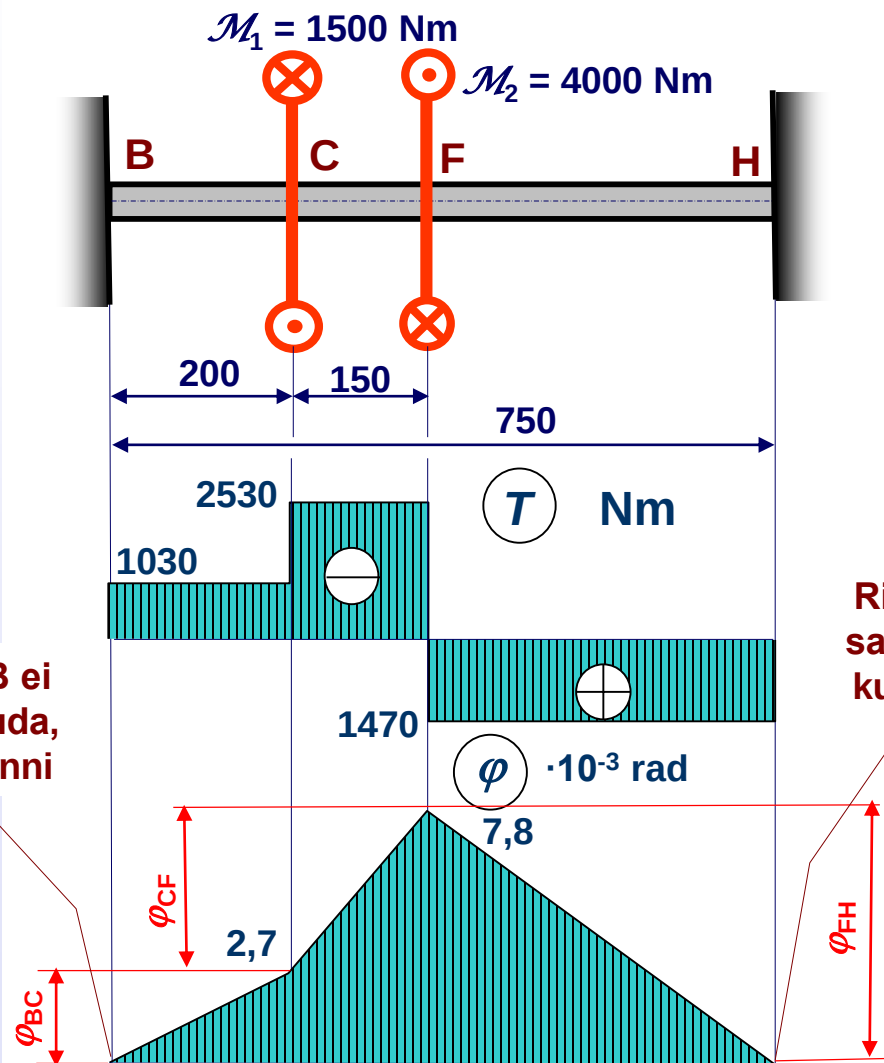
Võlli väändedeformatsioon ehk otstevaheline väändenurk

$$\varphi_{BH} = -\varphi_{BC} - \varphi_{CF} + \varphi_{FH} = (-2,73 - 5,03 + 7,79) \cdot 10^{-3} = \underline{0,03 \cdot 10^{-3} \approx 0}$$

Võlli arvutus on tehtud õigesti



5.3. Võlli väändesiirde epüür



Ristlõige B ei saa pöörduda, kuna on kinni

Ristlõige H ei saa pöörduda, kuna on kinni

Võlli osa-deformatsioonid

$$\varphi_{BC} = 2,73 \cdot 10^{-3} \text{ rad } (-)$$

$$\varphi_{CF} = 5,03 \cdot 10^{-3} \text{ rad } (-)$$

$$\varphi_{FH} = 7,79 \cdot 10^{-3} \text{ rad } (+)$$

Võlli kogu-deformatsioonid

$$\varphi_{BH} = -\varphi_{BC} - \varphi_{CF} + \varphi_{FH} \cong 0$$