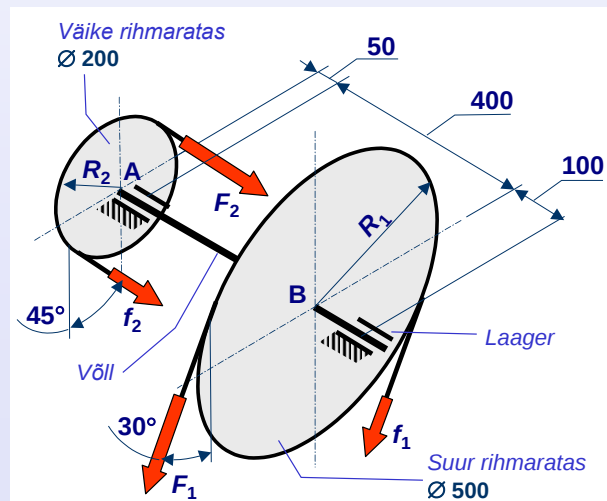


TUGEVUSÕPETUS

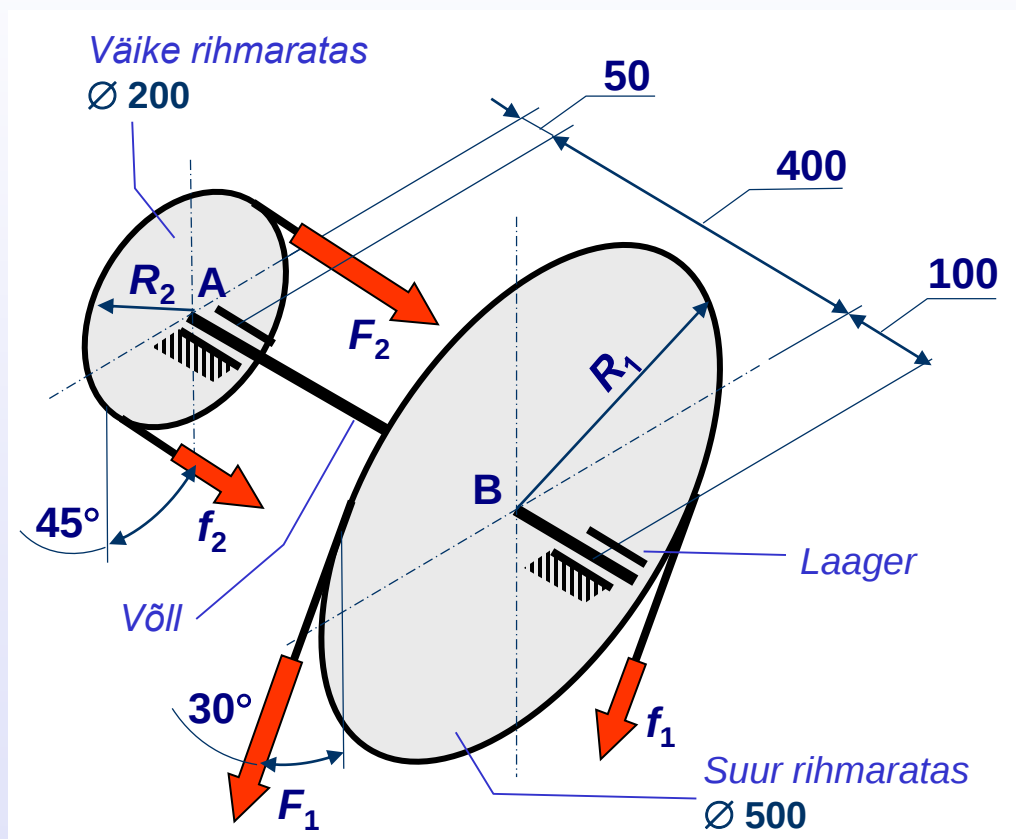
VÄÄNE + PAINE: Rihmülekande völli



1. Ülesande püstitus ja algandmed

Rihmülekande ühtlane völli

Arvutada ühtlase völli läbimõõt!



Võlliga ülekantav võimsus: $P = 2000 \text{ W}$
Völli pöörlemissagedus $n = 500 \text{ p/min}$
Terase lubatav pinge: $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$

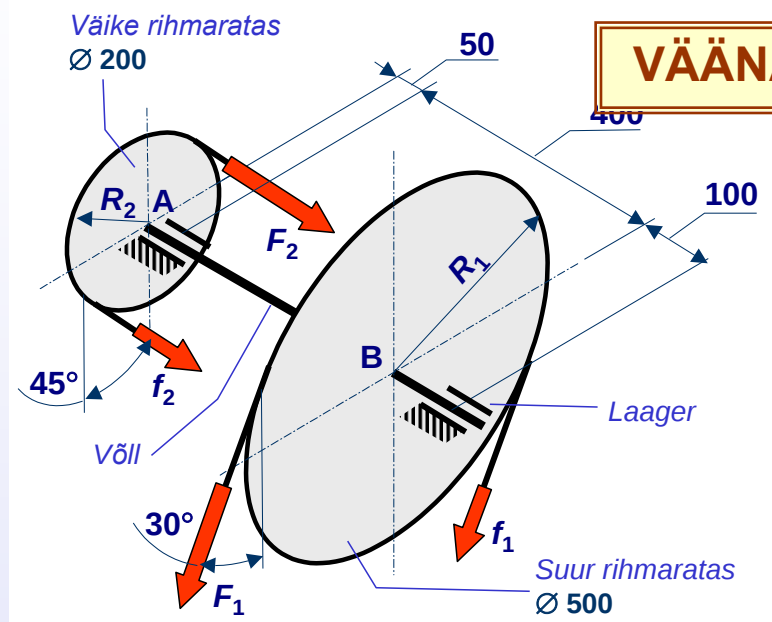
Rihmad on pingutatud

F_1 ja f_1 on suure rihmaratta rihmade tõmbejõud ($F_1 \neq f_1$)
 F_2 ja f_2 on väikese rihmaratta rihmade tõmbejõud ($F_2 \neq f_2$)

Lihtsustus -- iga rihmaratta rihmade harud on paralleelsed

2. Võlli aktiivsed koormused

2.1. Väänav koormus



VÄÄNAV koormus = ülekantav (kasulik) pöördemoment

Võlliga ülekantav pöördemoment

$$\mathcal{M} = \frac{P}{\omega}$$

Võlliga ülekantav
võimsus

Võlli pöörlemise
nurkkiirus

$$\mathcal{M} = \frac{P}{\omega} = \frac{2000}{52,4} = 38,16 \approx \underline{\underline{38,2 \text{ Nm}}}$$

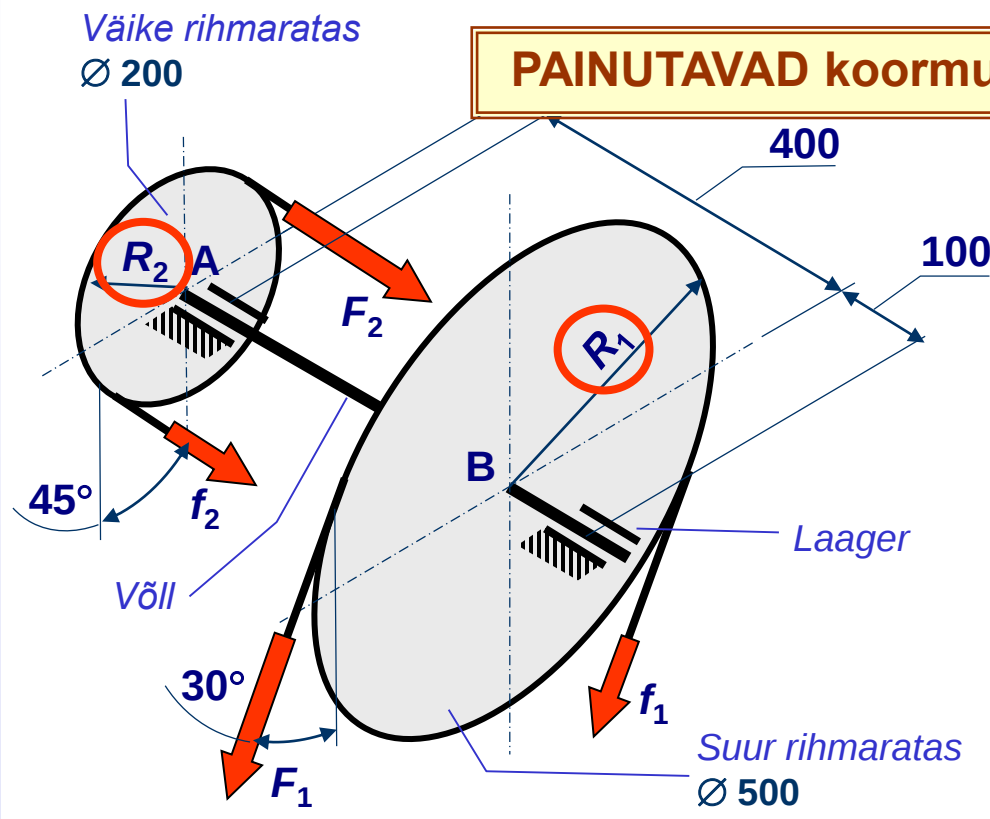
**Pöördemoment kantakse võllile
rihmarataste kaudu**

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 500}{60} = 52,35 \approx \underline{\underline{52,4 \text{ rad/s}}}$$

Võlli pöörlemissagedus
[p/min]

**NB! Mida aeglasemalt pöörleb võll, seda suurem on
pöördemoment ehk väänav koormus (kui võimsus $P = \text{const}$)**

2.2. Painutavad koormused



Suure rihmaratta tinglik raadius

$$R_1 = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm} = \underline{0,25 \text{ m}}$$

Rihmade poolt rihmarattale
ülekanstav moment

$$\mathcal{M} = FR - fR = (F - f)R$$

Vedava rihmaharu tõmbejõud

Veetava rihmaharu tõmbejõud

Rihmaratta “tinglik” raadius
(kiilrihma puhul rihma keskmine raadius)

$$\mathcal{M} = (F_1 - f_1)R_1 = (F_2 - f_2)R_2$$

Väikese rihmaratta tinglik raadius

$$R_2 = \frac{200}{2} = 100 \text{ mm} = \underline{0,1 \text{ m}}$$

2.2.1. Seos rihmaharude jõudude vahel

Euler'i valem lamerihmale

$$\frac{F}{f} = e^{\mu \alpha}$$

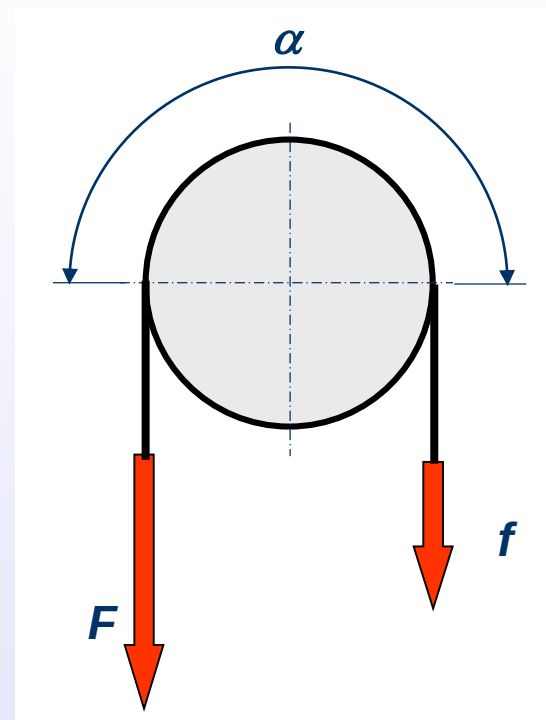
Rihm aja rihmaratta kontaktnurk

Rihma ja rihmaratta hõõrdetegur

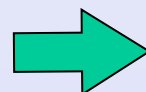
Euler'i valem kiilrihmale

$$\frac{F}{f} = e^{\frac{\mu \alpha}{\sin \beta}}$$

2β on kiilrihma kiilu nurk



NB! Selles ülesandes ei analüüsita rihmülekande konstruktsiooni



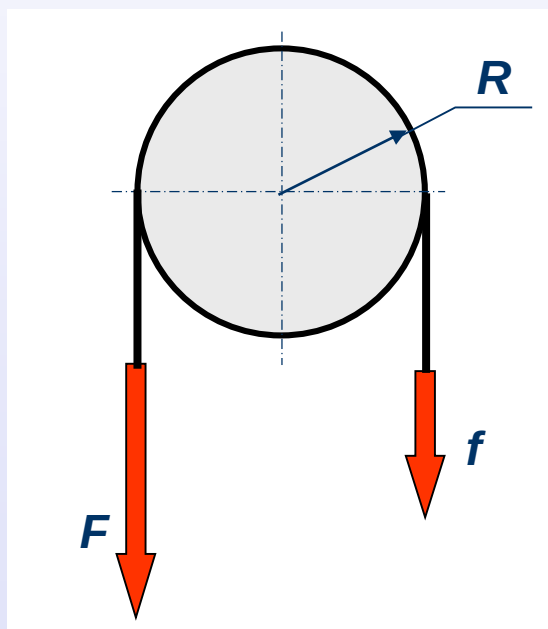
Lihtsustus selles ülesandes:

$$\frac{F}{f} \approx 2$$

2.2.2. Rihmaharude tõmbejõud

Kui $\frac{F}{f} = 2$, siis $F = 2f$ $\Rightarrow$ Rihmarataste poolt völli ülekantav moment $\mathcal{M} = (F - f)R = (2f - f)R = fR$ $\Rightarrow$ Rihmaharude jõud

$$\begin{cases} f = \frac{\mathcal{M}}{R} \\ F = 2f \end{cases}$$



Suure rihmaratta rihmade jõud

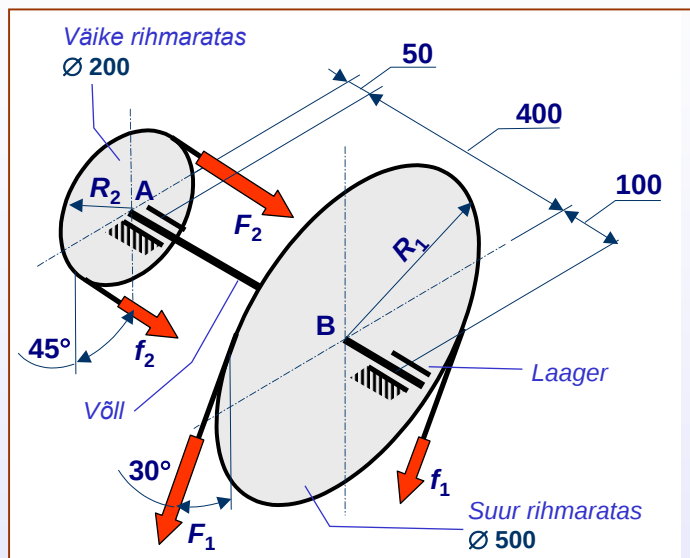
$$\begin{cases} f_1 = \frac{\mathcal{M}}{R_1} = \frac{38,2}{0,25} = 152,8 \approx \underline{153 \text{ N}} \\ F_1 = 2f_1 = 2 \cdot 153 = \underline{306 \text{ N}} \end{cases}$$

Väikese rihmaratta rihmade jõud

$$\begin{cases} f_2 = \frac{\mathcal{M}}{R_1} = \frac{38,2}{0,1} = \underline{382 \text{ N}} \\ F_2 = 2f_2 = 2 \cdot 382 = \underline{764 \text{ N}} \end{cases}$$

NB! Väiksemal rihmarattal on suuremad jõud (kui moment $\mathcal{M} = \text{const}$)

2.2.3. Võlli painutavad koormused

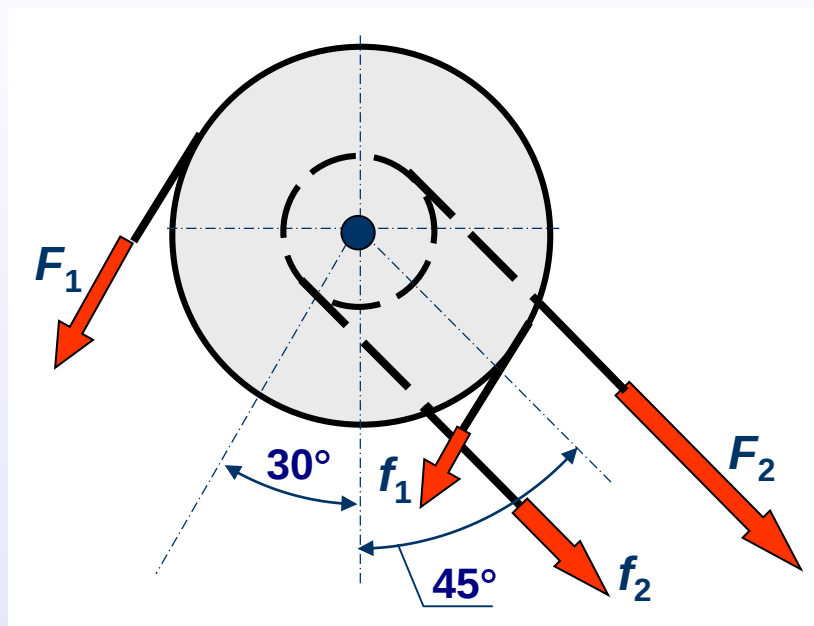


Samasuunaliste jõudude mõju liitub

Suurema rihmaratta
painutav koormus

$$F_B = F_1 + f_1 = 306 + 153 = \underline{459 \text{ N}}$$

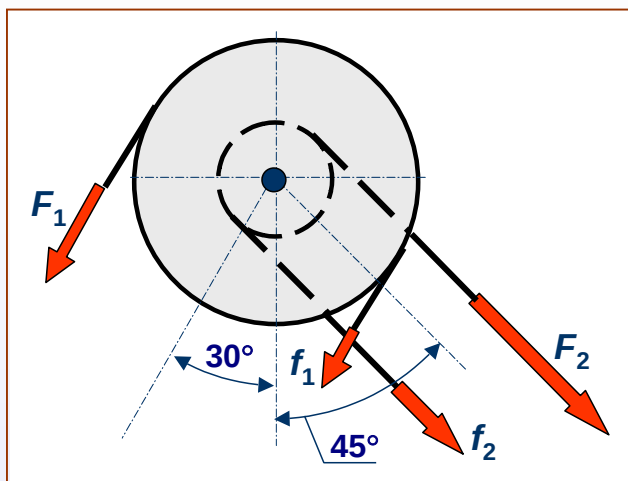
Võlli otsvaade



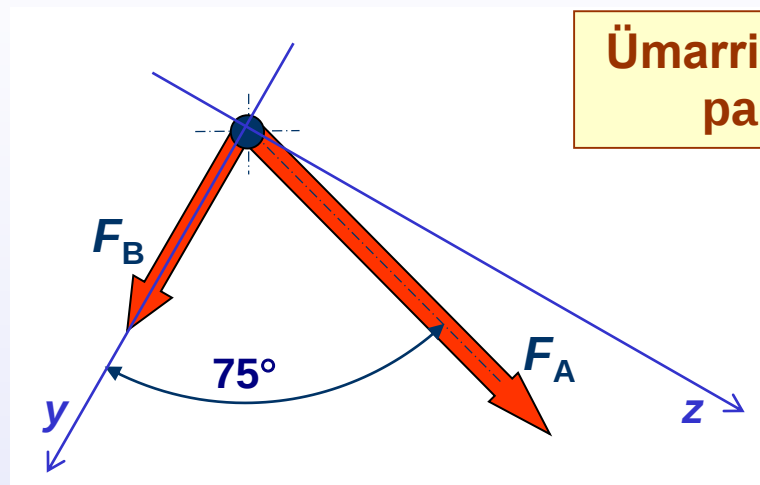
Väiksema rihmaratta
painutav koormus

$$F_A = F_2 + f_2 = 764 + 382 = \underline{1146 \text{ N}}$$

2.2.4. Võlli keskpeatasandite valik

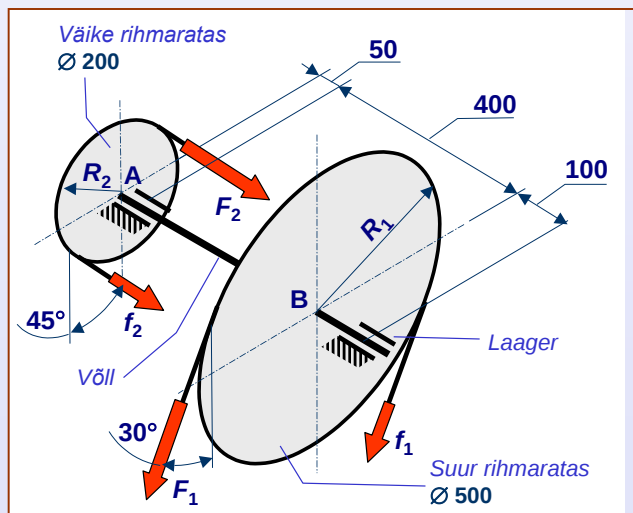


Võlli ristlõigete kesk-peateljed



Ümarristlõikel on lõpmatult palju kesk-peatelgi

Valitakse selline kesk-peateljestik, mille korral arvutused tulevad lihtsamad



Koormuste komponendid telgedel y ja z

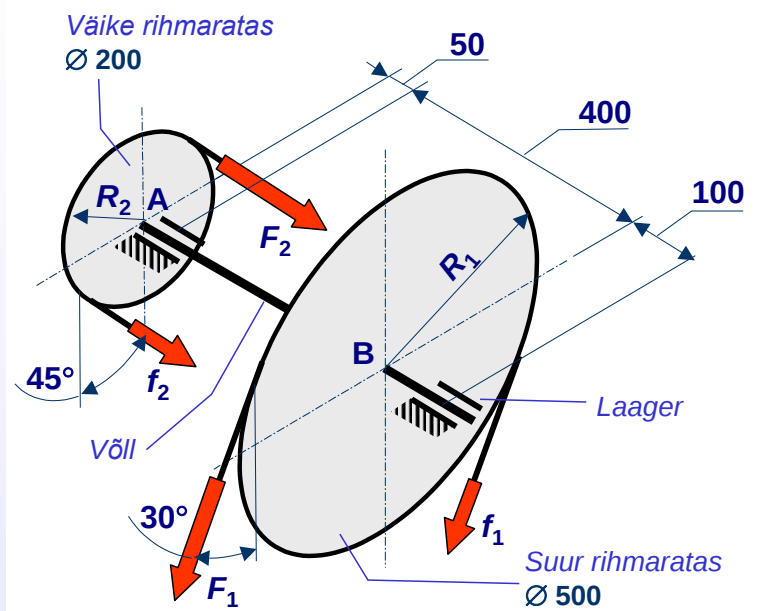
$$\begin{cases} F_{Ay} = F_A \cos 75^\circ = 1146 \cdot \cos 75^\circ = 296,6 \approx \underline{297 \text{ N}} \\ F_{Az} = F_A \sin 75^\circ = 1146 \cdot \sin 75^\circ = 1106,9 \approx \underline{1107 \text{ N}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{By} = F_B = \underline{459 \text{ N}} \\ F_{Bz} = \underline{0} \end{cases}$$

Lihtsustatud olukord tagatakse telgede asendi valikuga

3. Võlli sisejõudude analüüs

3.1. Väändemoment

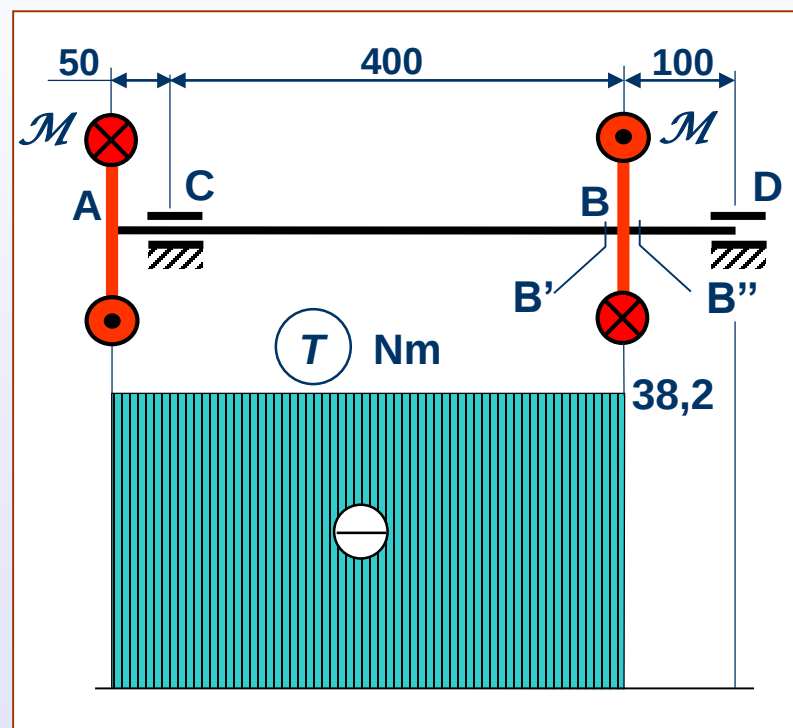


Väändemomendi epüür koostatakse lõikemeetodiga

$$T_{AB'} = T_{AB} = \mathcal{M} = 38,2 \text{ Nm } (-)$$

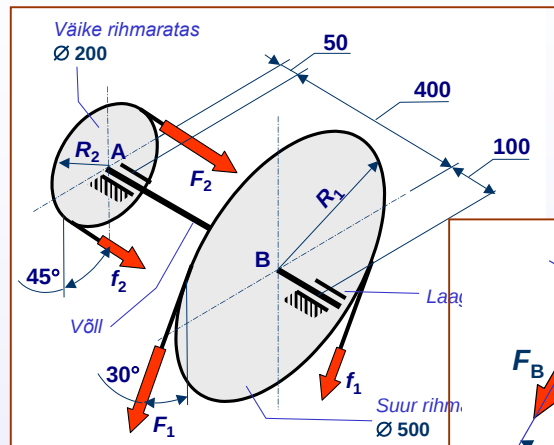
$$T_{B''D} = T_{BD} = 0$$

Väände arvutuskeem ja väändemomendi epüür

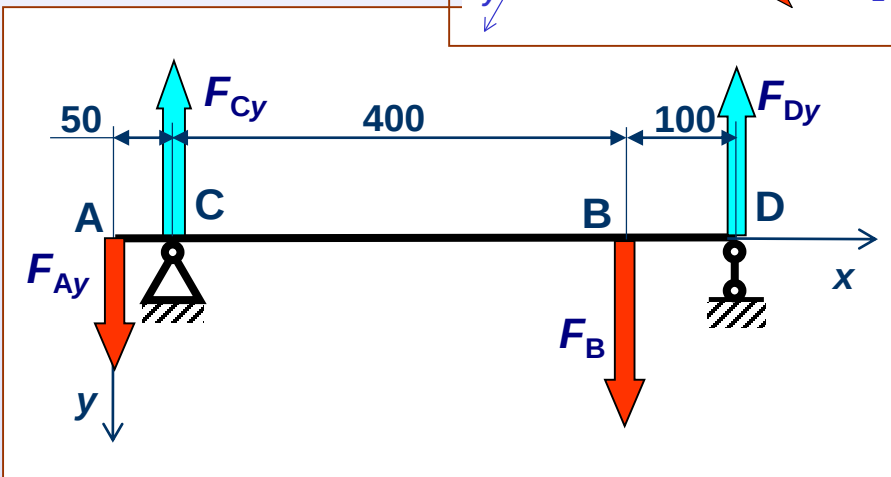
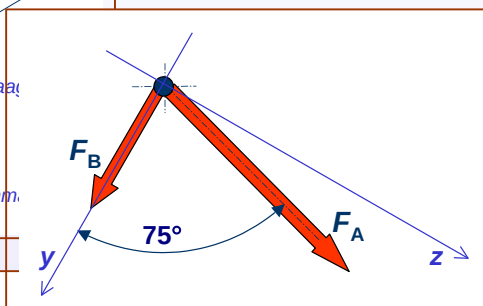


NB! Arvestatud ei ole laagrite hõõrdemomente

3.2. Paindemoment kesk-peatasandis xy (1)



Pöordemomentide
summa C suhtes



Pöordemomentide summa D suhtes

Varda toereaktsioonid telje y sihis

$$\sum \mathcal{M}^{(C)} = 0 \Rightarrow F_{Ay} CA - F_B CB + F_{Dy} CD = 0$$



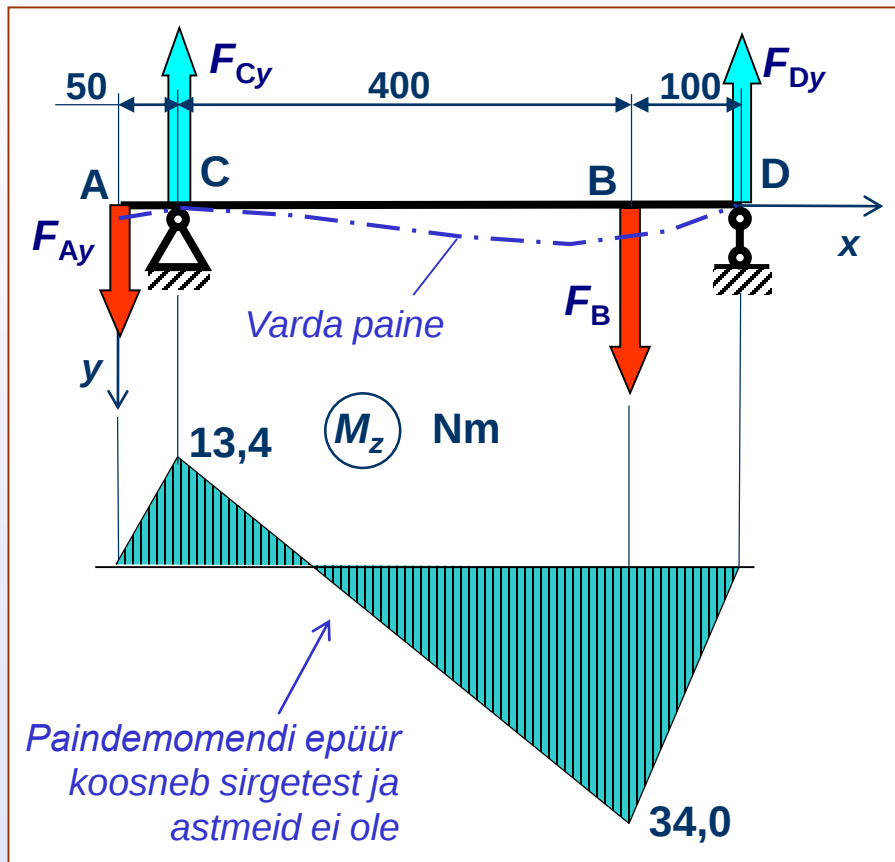
$$F_{Dy} = \frac{-F_{Ay} CA + F_B CB}{CD} = \frac{-267 \cdot 0,05 + 459 \cdot 0,4}{0,5} = 340,5 \approx \underline{340 \text{ N}}$$

$$\sum \mathcal{M}^{(D)} = 0 \Rightarrow F_{Ay} DA - F_{Cy} DC + F_B DB = 0$$



$$F_{Cy} = \frac{F_{Ay} DA + F_B DB}{DC} = \frac{267 \cdot 0,55 + 459 \cdot 0,1}{0,5} = 385,5 \approx \underline{385 \text{ N}}$$

3.2. Paindemoment kesk-peatasandis xy (2)



Paindemomendi epüür
koostatakse lõikemeetodiga

Varda paindemomendid telje z suhtes

$$M_{Az} = 0$$

Varda otstes
pöördemomente
ei mõju

→ Paindemomente
 M ei teki

$$M_{Dz} = 0$$

$$M_{Cz} = F_{Ay} CA = 267 \cdot 0,05 = 13,35 \approx \underline{13,4 \text{ Nm} (-)}$$

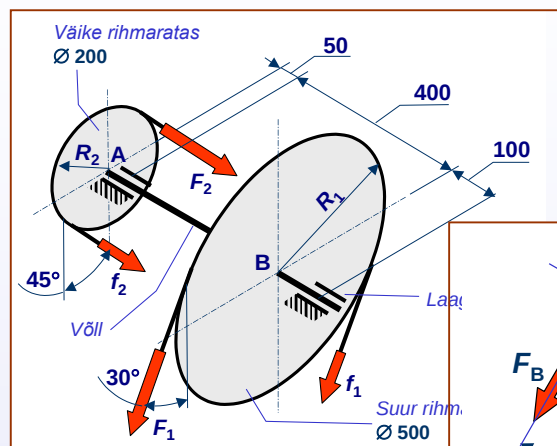
Ülemised (negatiivsed)
kiud on tõmmatud

$$M_{Bz} = F_{Dy} BD = 340 \cdot 0,1 = \underline{34,0 \text{ Nm} (+)}$$

Alumised (positiivsed)
kiud on tõmmatud

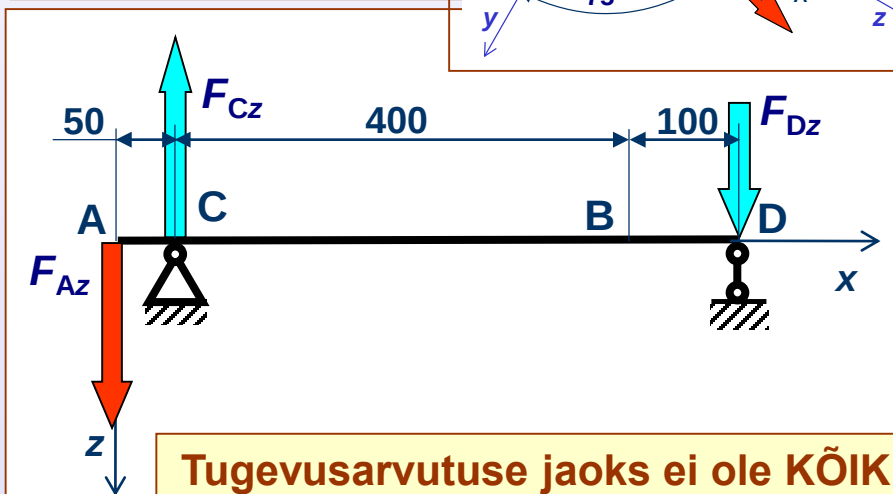
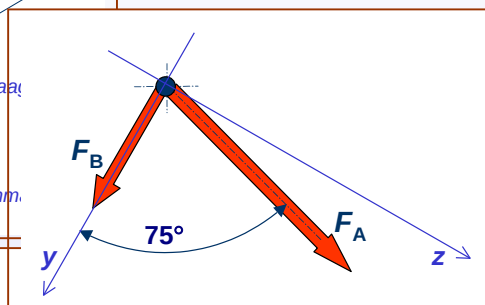
Põikjõu Q epüürist võib loobuda, kuna Q mõju painde tugevusanalüüsis tavaliselt väike

3.3. Paindemoment kesk-peatasandis zx (1)



Pöördemomentide
summa C suhtes

Pöördemomentide
summa D suhtes



**Tugevusarvutuse jaoks ei ole KÕIKIDE
toereaktsioonide arvutamine vajalik**

Varda toereaktsioonid telje z sihis

$$\sum \mathcal{M}^{(C)} = 0 \Rightarrow F_{Az} CA - F_{Dz} CD = 0$$



$$F_{Dz} = \frac{F_{Az} CA}{CD} = \frac{1107 \cdot 0,05}{0,5} = 110,7 \approx \underline{111 \text{ N}}$$

$$\sum \mathcal{M}^{(D)} = 0 \Rightarrow F_{Az} DA - F_{Cz} DC = 0$$

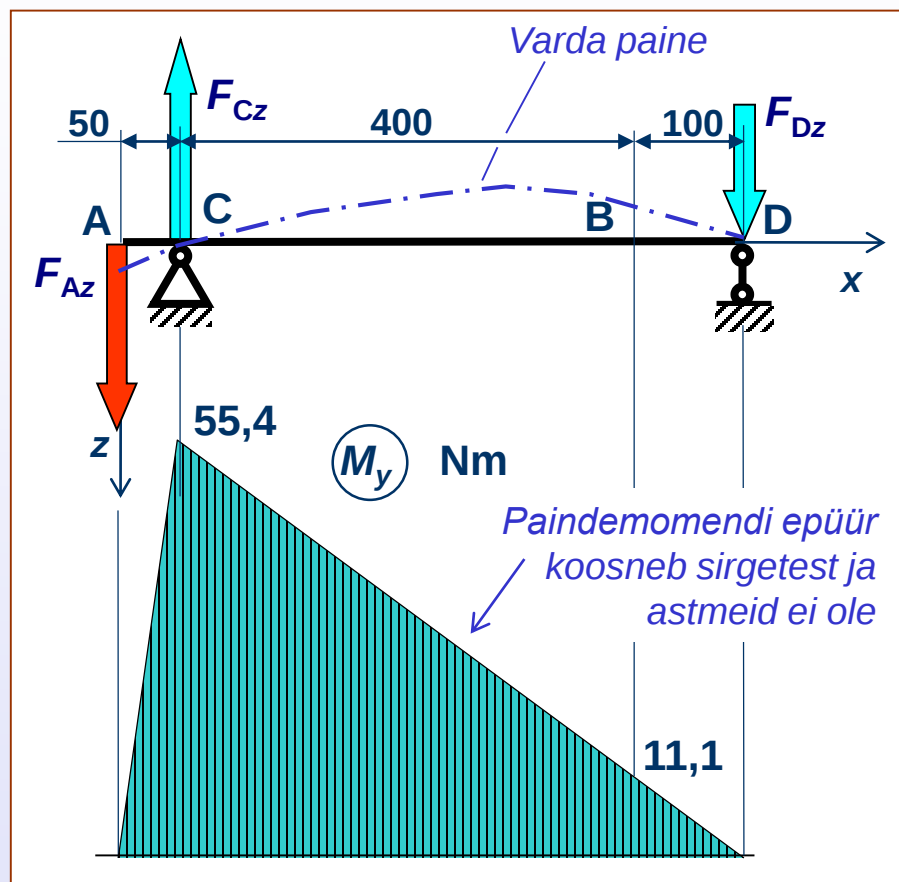


$$F_{Cz} = \frac{F_{Az} DA}{DC} = \frac{1107 \cdot 0,55}{0,5} = 1217,7 \approx \underline{1218 \text{ N}}$$

Kasulik on arvutada välja KÕIK
toereaktsioonid, sest:

- tekib võimalus arvutusi kontrollida
- toereaktsioonid on tuge/de-laagrite koormused

3.3. Paindemoment kesk-peatasandis zx (2)



Paindemomendi epüür koostatakse lõikemeetodiga

Varda paindemomendid telje y suhtes

$$M_{Ay} = 0$$

Varda otstes
pöördemomente
ei mõju

→ Paindemomente
M ei teki

$$M_{Dy} = 0$$

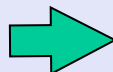
$$M_{Cy} = F_{Az} CA = 1107 \cdot 0,05 = 55,35 \approx \underline{55,4 \text{ Nm} (-)}$$

Ülemised (negatiivsed)
kiud on tõmmatud

$$M_{By} = F_{Dz} BD = 111 \cdot 0,1 = \underline{11,1 \text{ Nm} (-)}$$

Ülemised (negatiivsed)
kiud on tõmmatud

M_{Cy} , M_{By} ja M_{Dy} paiknevad ühel sirgel



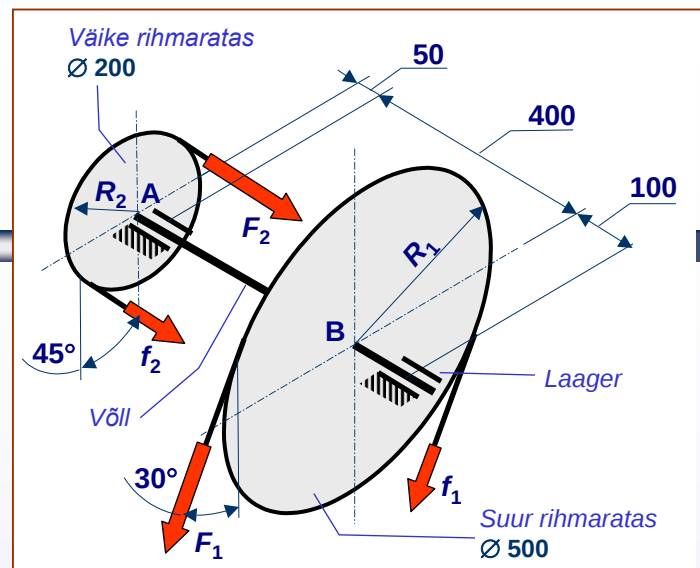
M_{By} väärtust kasutatakse järgnevates arvutustes

Põikjõu Q epüürist võib loobuda, kuna Q mõju painde tugevusanalüüsis tavaliselt väike

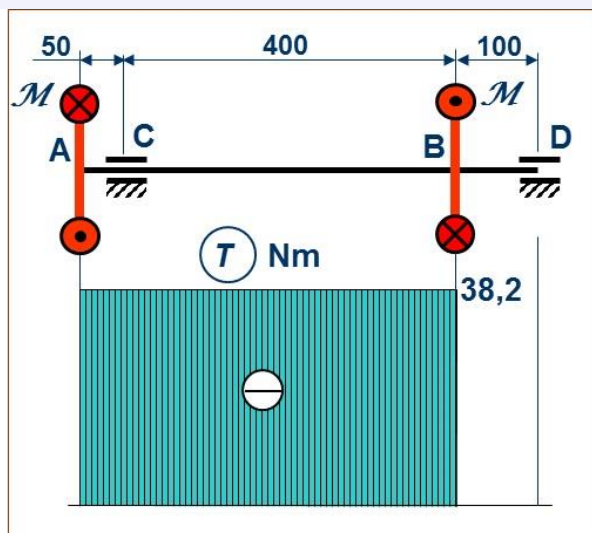
3.4. Sisejõudude epüürid

Pöördemomenti ülekandva võlli tööseisund
= VÄÄNDE ja PAINDE koosmõju

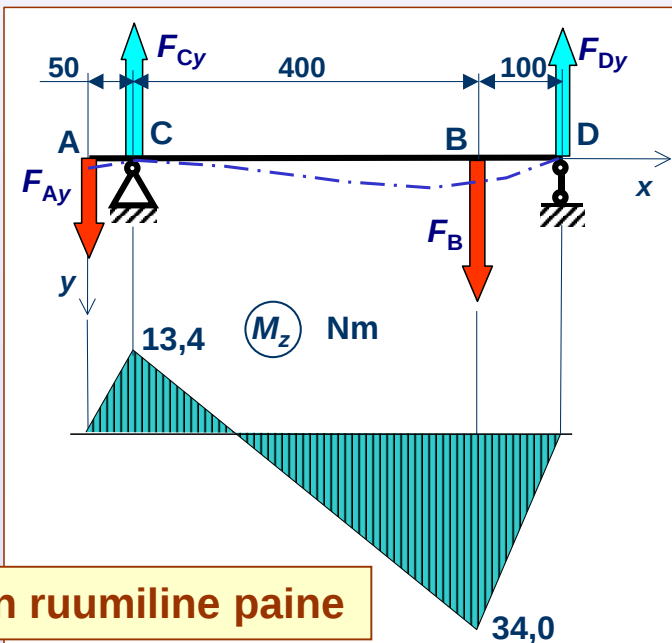
RIHMülekaned, HAMMASülekaned, KETTülekaned jt.



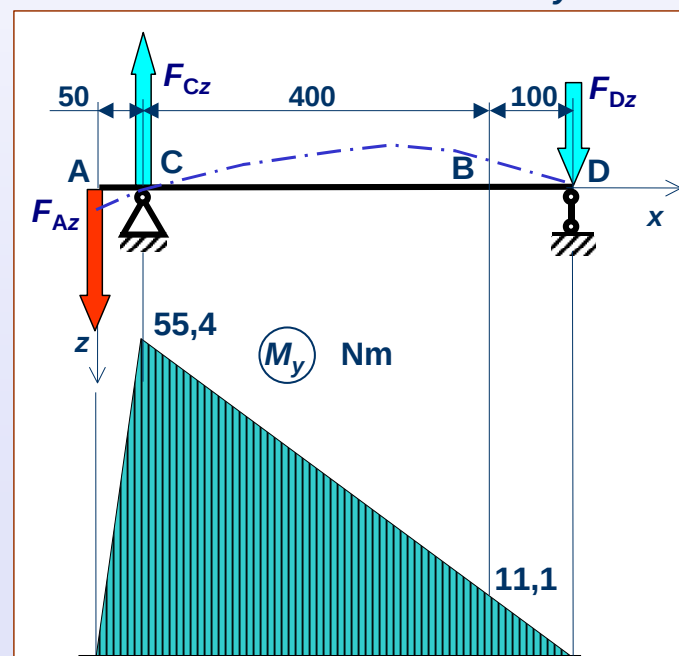
Väändemoment T



Paindemoment M_z



Paindemoment M_y

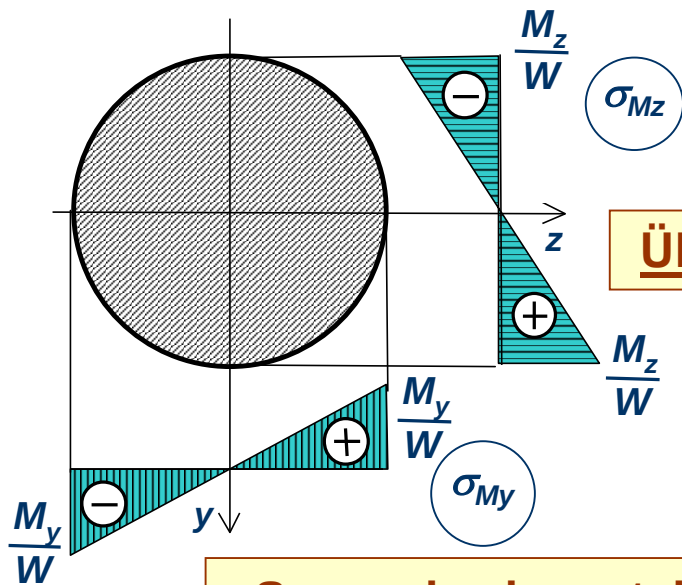


Siin on ruumiline paine

4. ÜMARvõlli ristlõike pingete analüüs

4.1. ÜMARristlõike paindepinged

Ümarvõlli paindepinged



Ruumilist painet tuleb analüüsida kesk-peatasandites

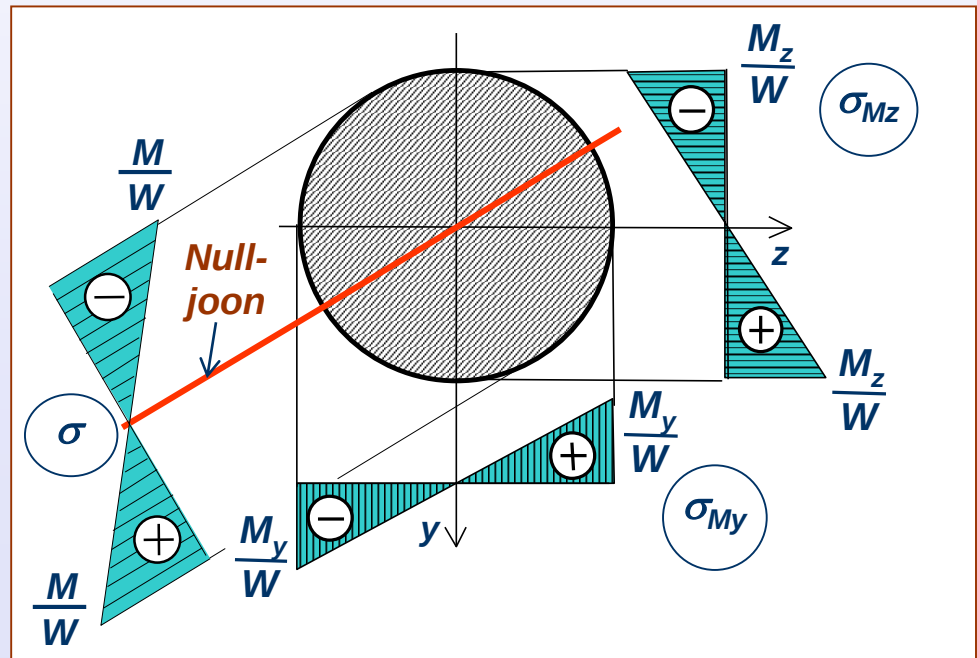
Ringil on lõpmatu arv kesk-peatelgi

Ümarvõllil on lõpmatu arv kesk-peatasandeid

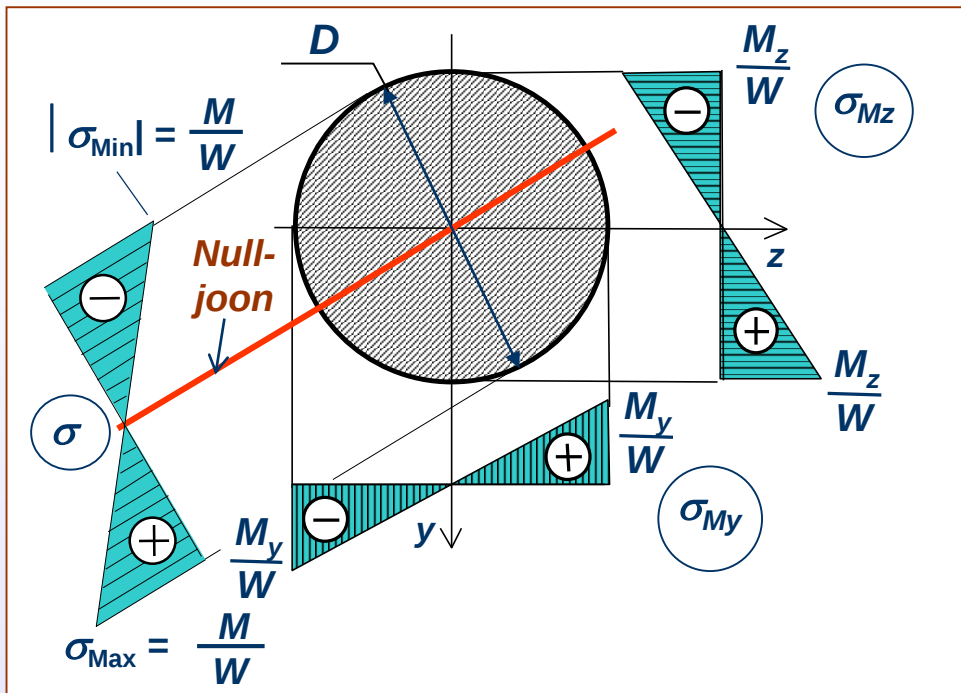
ÜMARristlõikele saab valida sobivaima kesk-peateljestiku

See on kesk-peateljestik, mis on määratud nulljoonega

Nulljoone suhtes on paine tasapinnaline



4.2. ÜMARistlõike suurimad paindepinged



Ristlõike resultant-paindemoment

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$



Selle paindemomendi M tasand
valitakse kesk-peatasandiks

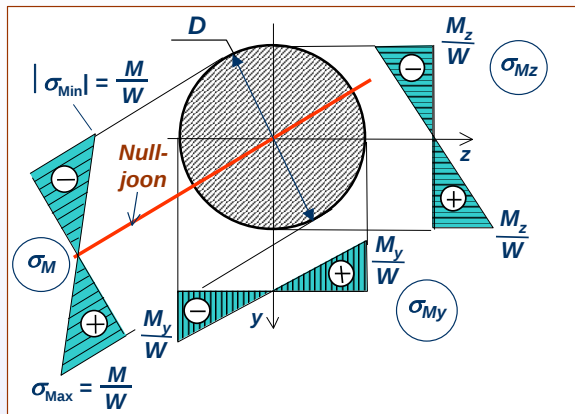
Suurim summaarne paindepinge

$$\sigma_{\text{Max}} = |\sigma_{\text{Min}}| = \frac{|M|}{W} = \frac{32\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi D^3}$$

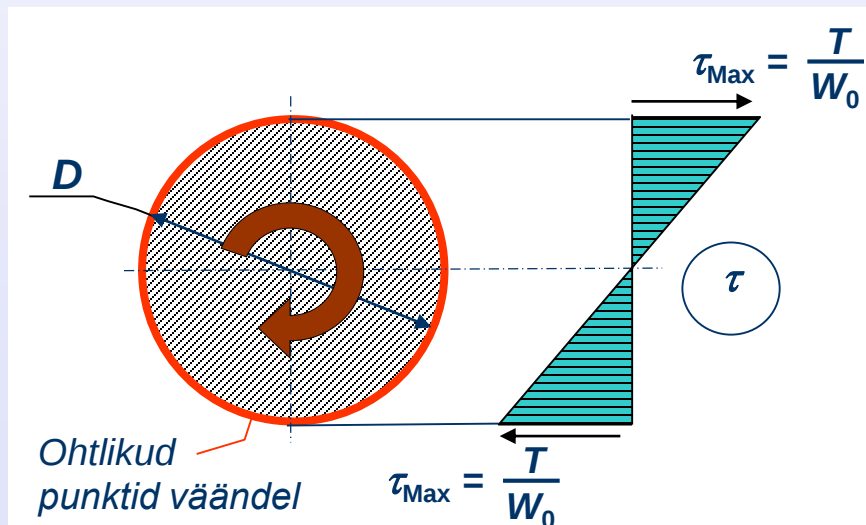
Suurima paindepingega punktid paiknevad alati
nulljoone suhtes diametraalselt ringi perimeetril

See asjaolu on teada isegi, kui
nulljoone asend teada ei ole

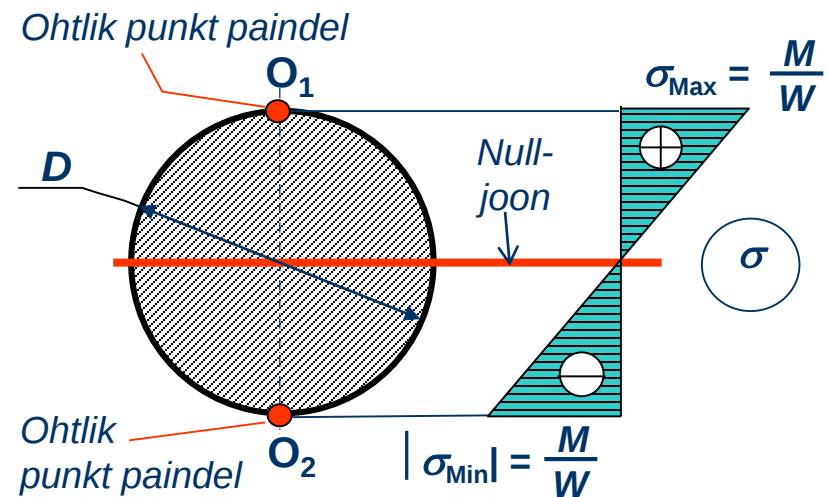
4.3. ÜMARristlõike ohtlikud punktid



Ohtlikud punktid väändel



Ohtlikud punktid paindel



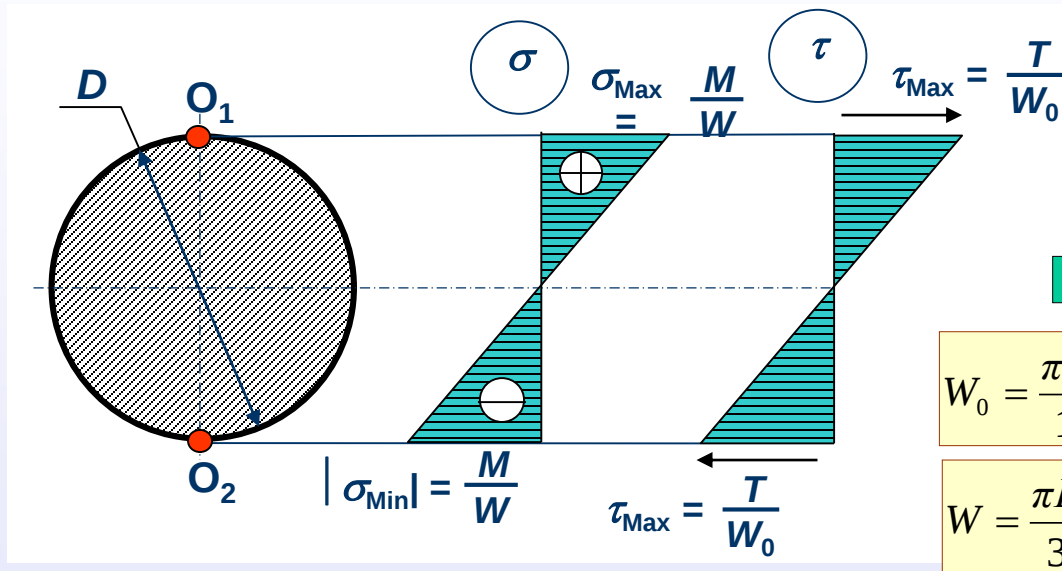
Ristlõike ohtlikud punktid

Punkt O_1 : $\sigma_{\text{Max}} = \frac{M}{W}$ ning $\tau_{\text{Max}} = \frac{T}{W_0}$

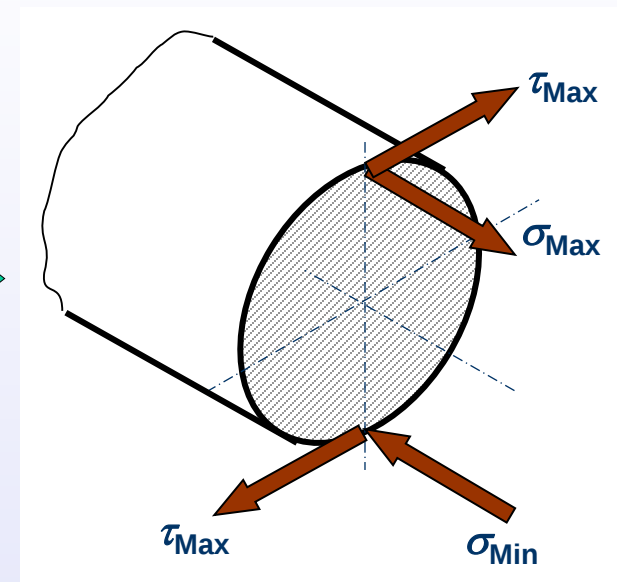
Punkt O_2 : $|\sigma_{\text{Min}}| = \frac{M}{W}$ ning $\tau_{\text{Max}} = \frac{T}{W_0}$

4.4. ÜMARistlõike ohtlike punktide võrdpinge

Ümarristlõike punktide tasandpingus



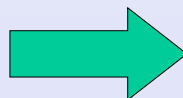
Ohtlike punktide pinged



TASANDpingus taandatakse võrdohtlikuks JOONpinguseks

Suurima nihkepinge tugevuskriteerium

$$\sigma_{\text{Ekv}}^{\text{III}} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$



Iga ristlõike ohtlikes punktides võrdpinge

$$\sigma_{\text{Ekv}}^{\text{III}} = \sqrt{(\sigma_{\text{Max}})^2 + 4(\tau_{\text{Max}})^2} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2 + T^2}}{W}$$

4.5. ÜMARistlõike ekvivalentne paindemoment

Iga ristlõike ohtlikes punktides võrdpinge

$$\sigma_{\text{Ekv}}^{\text{III}} = \sqrt{(\sigma_{\text{Max}})^2 + 4(\tau_{\text{Max}})^2} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2 + T^2}}{W}$$

Iga ristlõike ohtlike punktide võrdpinge väärtus sõltub selle suuruse väärtusest

$$\sigma_{\text{Ekv}} = \frac{M_{\text{Ekv}}}{W}$$

Ekvivalentne paindemoment

$$M_{\text{Ekv}}^{\text{III}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + T^2}$$

Ekvivalentne paindemoment näitab antud ristlõike ohtlike punktide võrdpinge väärtuse määra teiste ristlõigete suhtes

Ühtlase ÜMARvõlli ohtlik ristlõige on see, mille ekvivalentse paindemomendi väärtus on suurim

Tarvis on koostada ekvivalentse paindemomendi epüür

4.6. ÜMARvõlli ohtlik ristlõige

Varda ekvivalentsed paindemomendid

$$\begin{aligned} M_{\text{Ekv}, A}^{\text{III}} &= \sqrt{M_{Ay}^2 + M_{Az}^2 + T_A^2} = \\ &= \sqrt{0^2 + 0^2 + 38,2^2} = \underline{38,2 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Ekv}, C}^{\text{III}} &= \sqrt{M_{Cy}^2 + M_{Cz}^2 + T_C^2} = \\ &= \sqrt{55,4^2 + 13,4^2 + 38,2^2} = 68,61 \approx \underline{68,6 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

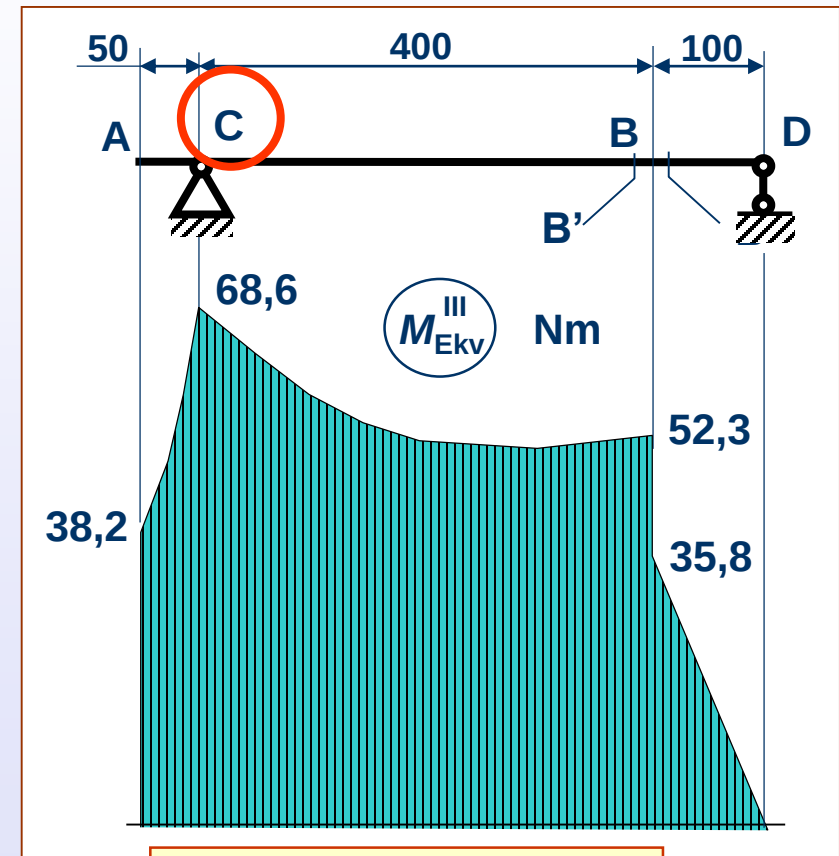
$$\begin{aligned} M_{\text{Ekv}, B'}^{\text{III}} &= \sqrt{M_{By}^2 + M_{Bz}^2 + T_{B'}^2} = \\ &= \sqrt{11,1^2 + 34,0^2 + 38,2^2} = 52,33 \approx \underline{52,3 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Ekv}, B''}^{\text{III}} &= \sqrt{M_{By}^2 + M_{Bz}^2 + T_{B''}^2} = \\ &= \sqrt{11,1^2 + 34,0^2 + 0^2} = 35,76 \approx \underline{35,8 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

$$M_{\text{Ekv}, D}^{\text{III}} = \sqrt{M_{Dy}^2 + M_{Dz}^2 + T_D^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2} = \underline{0 \text{ Nm}}$$

Ühtlase ÜMARvõlli ohtlik ristlõige on C

Ekvivalentse paindemomendi epüür



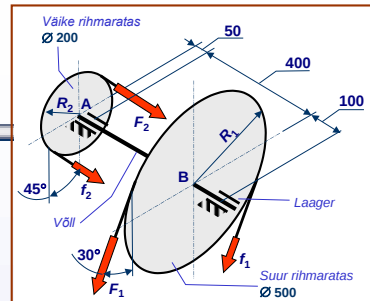
$$M_{\text{Ekv}, C}^{\text{III}} = 68,6 \text{ Nm}$$

4.7. ÜMARvõlli sisejõudude analüüs

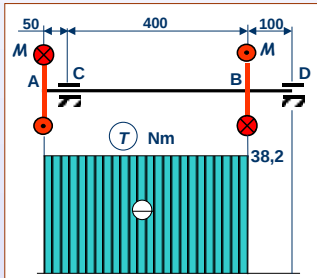
3.4. Sisejõudude epüürid

Pöördemomenti ülekandva võlli tööseisund
= VÄÄNDE ja PAINDE koosmõju

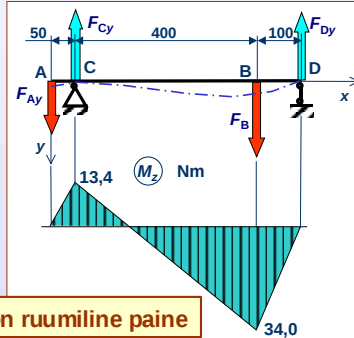
RIHMülekan ded, HAMMASülekan ded, KETTülekan ded jt.



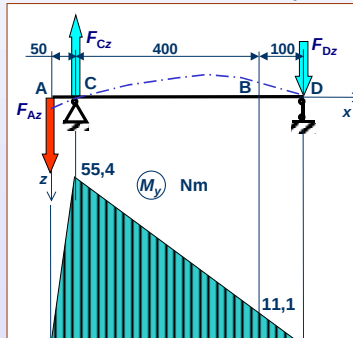
Väändemoment T



Paindemoment M_z



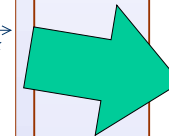
Paindemoment M_y



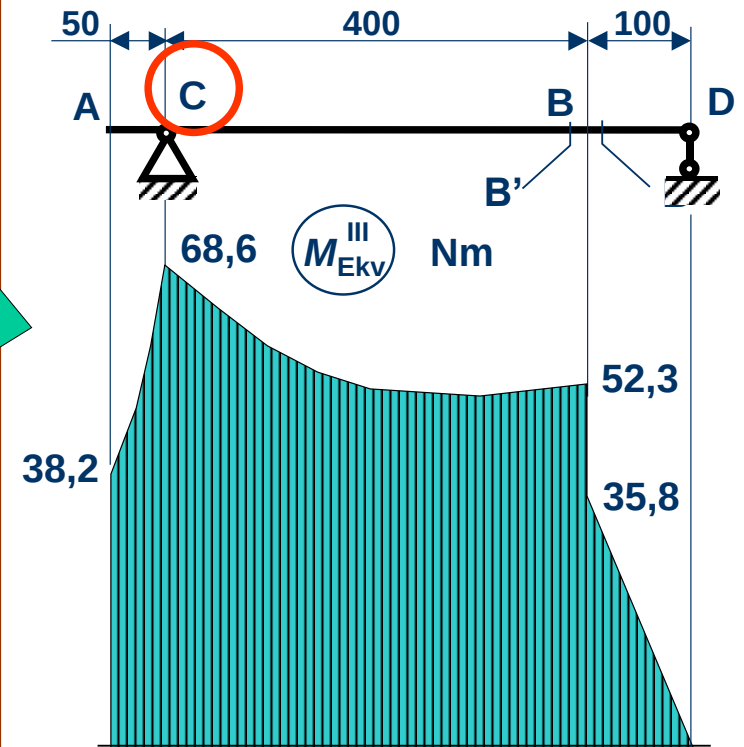
Siin on ruumiline paine

Priit Põdra

Rihmülekan de võll



Ekvivalentse paindemomendi epüür



ÜMARvõlli sisejõudude analüüsil koostatakse
alati ekvivalentse paindemomendi epüür

5. ÜMARvõlli tugevusarvutus

5.1. Ühtlase ÜMARvõlli läbimõõt

Tugevustingimus ohtliku lõike C ohtlikes punktides

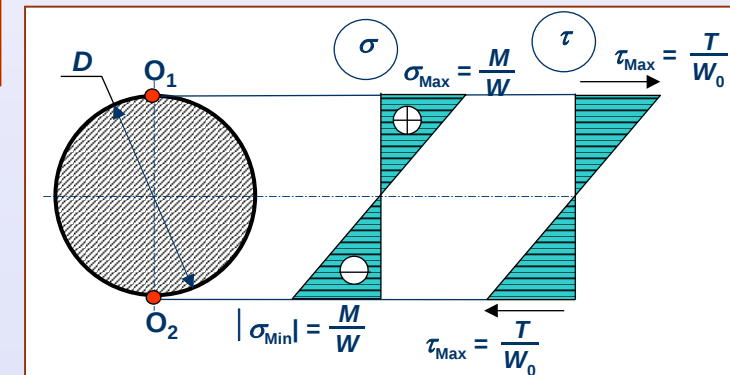
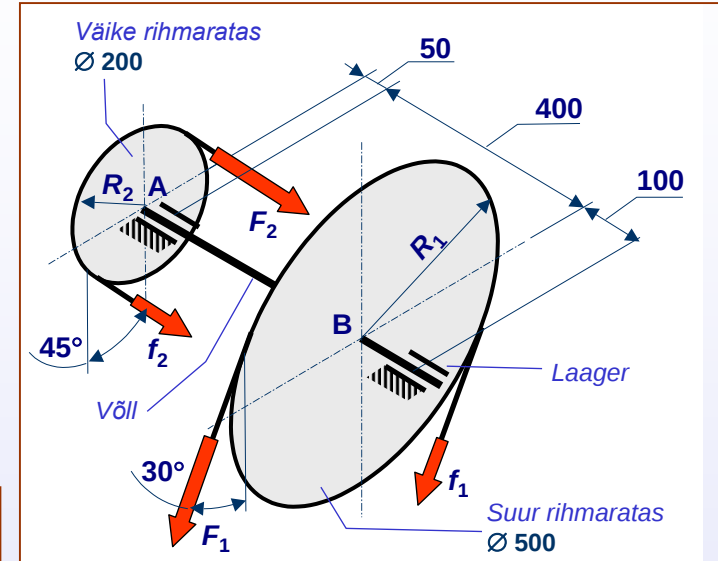
$$\sigma_{\text{Ekv}} = \frac{M_{\text{Ekv}}}{W} = \frac{32M_{\text{Ekv}}}{\pi D^3} \leq [\sigma]$$

Võlli läbimõõt

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{Ekv}}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 68,6}{\pi \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,0163 \text{ m} \approx 17 \text{ mm}$$

Läbimõõdu väärtuse võib ümmardada vajaliku suurema väärtuseni

Lähtuvalt M_{Ekv} epüürist võib arvutada ka teiste ristlõigete läbimõõdud



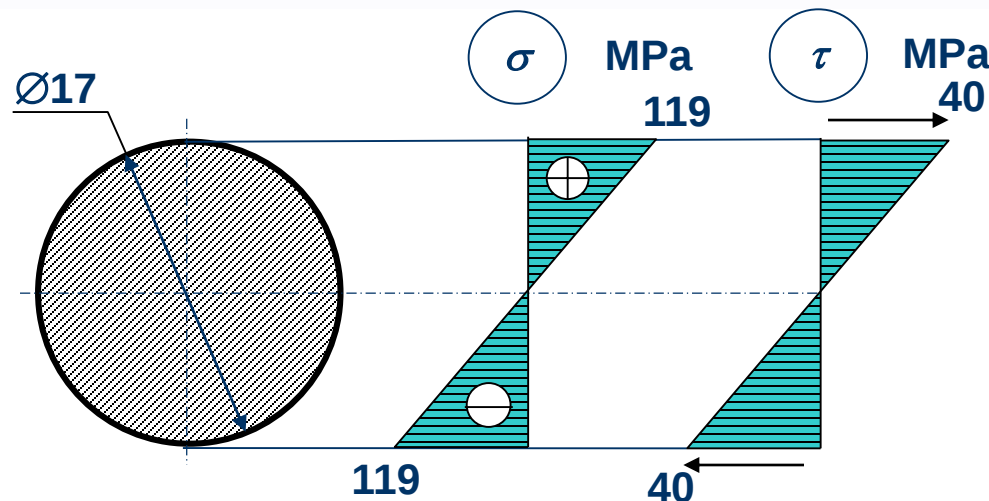
5.2. Tugevuskontroll ristlõikes C

Suurim väändepinge

$$\begin{aligned}\tau_{\text{Max}} &= \frac{T}{W_0} = \frac{16T}{\pi D^3} = \\ &= \frac{16 \cdot 38,2}{\pi \cdot 0,017^3} = 39,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{40 \text{ MPa}}\end{aligned}$$

Suurim summaarne suurim paindepinge

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Max}} &= |\sigma_{\text{Min}}| = \frac{|M|}{W} = \frac{32\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi D^3} = \\ &= \frac{32 \cdot \sqrt{55,4^2 + 13,4^2}}{\pi \cdot 0,017^3} = 118,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{119 \text{ MPa}}\end{aligned}$$



Ekvivalentpinge

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Ekv}}^{\text{III}} &= \sqrt{\sigma_{\text{Max}}^2 + 4\tau_{\text{Max}}^2} = \\ &= \sqrt{119^2 + 4 \cdot 40^2} = \\ &= 143,3 \approx \underline{144 \text{ MPa}}\end{aligned}$$

$$\sigma_{\text{Ekv}} = \underline{144 \text{ MPa}} \leq [\sigma] = 160 \text{ MPa}$$



Ühtlase võlli Ø17 tugevus on tagatud