

TUGEVUSÕPETUS

VÄÄNE – PUNKTMOMENDID: Pinged



Auto rattavõti



Arvutada suurim väändepinge
rattavõtmes!

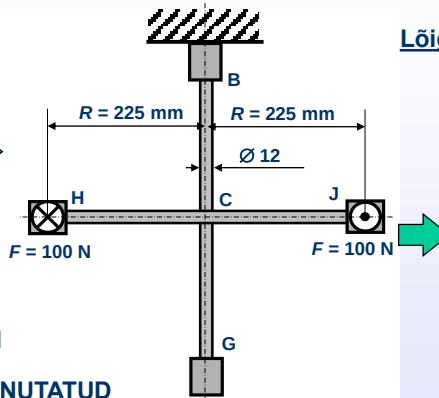
1. Arvutusskeem



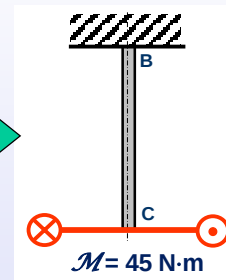
Lõik CG ei ole koormatud

Lõik HC ja lõik CJ on PAINUTATUD
-- painde analüüs tuleb hiljem

Lõik BC on VÄÄNATUD



Lõigu BC arvutusskeem
väändel

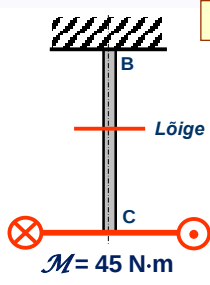


Lõiku BC väänav pöördemoment

$$\mathcal{M} = 2 \cdot R \cdot F = 2 \cdot 0,225 \cdot 100 = 45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

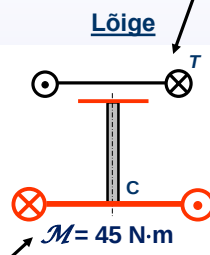
2. Sisejõudude analüüs

Arvutusskeem



VÄLISJÕUD = Väänav pöördemoment

Lõikemeetod

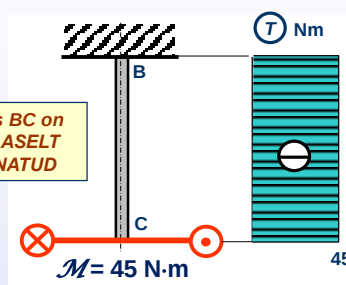


SISEJÕUD = Väändemoment

Lõige

Varras BC on
ÜHTLASELT
VÄÄNATUD

Väändemomendi epüür



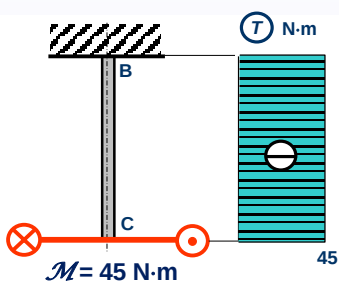
“-” tähendab, et
lõikepinda vaadates
vastupäeva

Tasakaalutingimus:

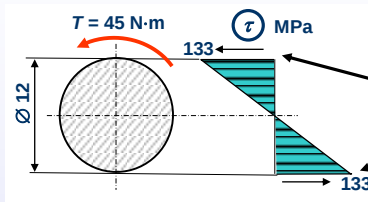
$$\sum \mathcal{M} = 0 \Rightarrow \mathcal{M} - T = 0 \Rightarrow T = \mathcal{M} = 45 \text{ N} \cdot \text{m} (-)$$

3. Suurima väände pinge arvutus

Väändemomendi epüür



Varda BC väändepinge epüür



ÜMARRISTLÖIKE suurim väändepinge mõjub perimeetri kõikides punktides

Suurim väändepinge



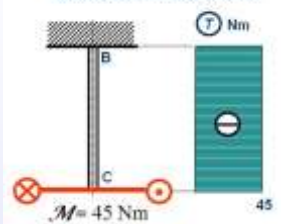
$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_0} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 45}{\pi \cdot (12 \cdot 10^{-3})^3} = 132,6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{133 \text{ MPa}}$$

Ristlõike polaar-tugevusmoment

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Jätkuülesanne

Väändemomendi epüür

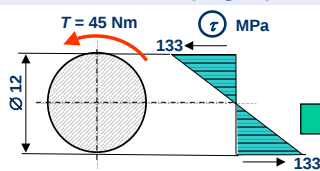


Missuguse ristlõikega ümartoruga võiks täisvarda asendada?

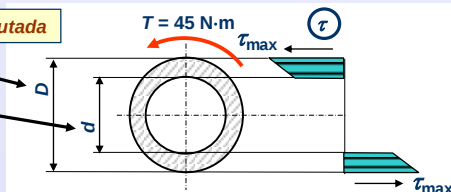
Toru peaks olema täisvardaga samast materjalist ja võrdtugev

Dimensioneerida varras väände, kui suurim lubatav pinge on 133 MPa ja ristlõike kuju on rõngas!

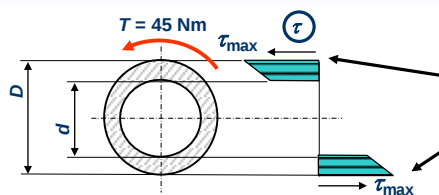
Varda BC väändepinge epüür



Tarvis arvutada



4. Tugevustingimus



Väände tugevustingimus

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_0} \leq [\tau] = 133 \text{ MPa}$$

Lahendiks sobib iga toru, mille ristlõike polaartugevusmomenti W_0 väärtus on piisavalt suur

Rõnga polaartugevusmoment:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

Probleemid

Kahte parameetrit (d ja D) ühest võrratusest arvutada ei ole võimalik -- tarvis on lisaandmeid

D (või d) avaldamine W_0 -i avaldisest on keerukas

Tugevustingimuse teine kuju:

$$W_0 \geq [W_0] = \frac{T}{[\tau]} = \frac{45}{133 \cdot 10^6} = 0,338 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \approx 0,34 \text{ cm}^3$$

Nõutav polaartugevusmoment

Olgu toru seinapaksus 2,5 mm

Ülesanne lahendatakse "proovimise" teel

5. Tugevuskontrollid valitud ristlõigetele

Tugevustingimus: $W_0 \geq [W_0] = 0,34 \text{ cm}^3$

1

Olgu ristlõige:

$$\begin{cases} D = 20 \text{ mm} \\ d = 20 - 2 \cdot 2,5 = 15 \text{ mm} \end{cases}$$

Polaartugevusmoment:

$$W_0 = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 1,07 \text{ cm}^3$$

Tugevuskontroll:

$$W_0 = 1,07 \text{ cm}^3 \geq [W_0] = 0,34 \text{ cm}^3$$

Tugevus on tagatud, kuid -- liiga tugev

2

Olgu ristlõige:

$$\begin{cases} D = 15 \text{ mm} \\ d = 15 - 2 \cdot 2,5 = 10 \text{ mm} \end{cases}$$

Polaartugevusmoment:

$$W_0 = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 0,53 \text{ cm}^3$$

Tugevuskontroll:

$$W_0 = 0,53 \text{ cm}^3 \geq [W_0] = 0,34 \text{ cm}^3$$

Tugevus on tagatud, kuid -- liiga tugev

3

Olgu ristlõige:

$$\begin{cases} D = 13 \text{ mm} \\ d = 13 - 2 \cdot 2,5 = 8 \text{ mm} \end{cases}$$

Polaartugevusmoment:

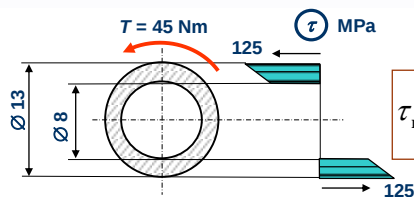
$$W_0 = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 0,36 \text{ cm}^3$$

Tugevuskontroll:

$$W_0 = 0,36 \text{ cm}^3 \geq [W_0] = 0,34 \text{ cm}^3$$

Tugevus on tagatud -- ilmselt sobiv

6. Tugevuskontroll pinge järgi

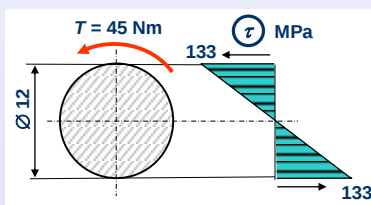


Suurim väändepinge torus

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_0} = \frac{45}{0,36 \cdot 10^{-6}} = 125 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 125 \text{ MPa}$$

Tugevuskontroll: $\tau_{\max} = 125 \text{ MPa} \leq [\tau] = 133 \text{ MPa}$

Antud toru tugevus on tagatud



Lisaküsimus: Kumb variant on kergem?

$$A_{\text{Toru}} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (13^2 - 8^2) = 82,4 \approx 82 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Tais}} = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 12^2 = 113,0 \approx 113 \text{ mm}^2$$

Toru on kergem

$$\frac{A_{\text{Tais}}}{A_{\text{Toru}}} = \frac{113}{82} = 1,37 \approx 1,4 \quad \textbf{korda}$$