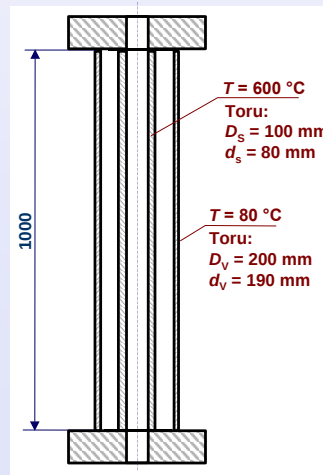


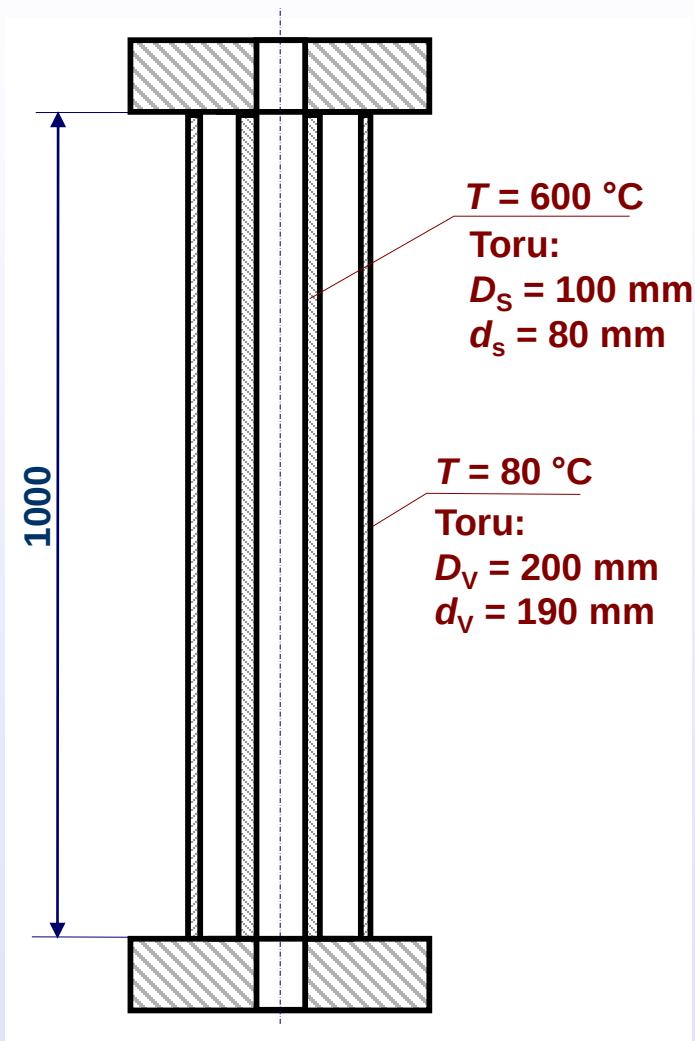
TUGEVUSÕPETUS

PIKE-STAATIKAGA MÄÄRAMATU: Pinged (2)



1. Algandmed ja ülesande püstitus

1.1. Torudest tarind



Arvutada pinged torudes ja
tarindi pikkuse muutus!

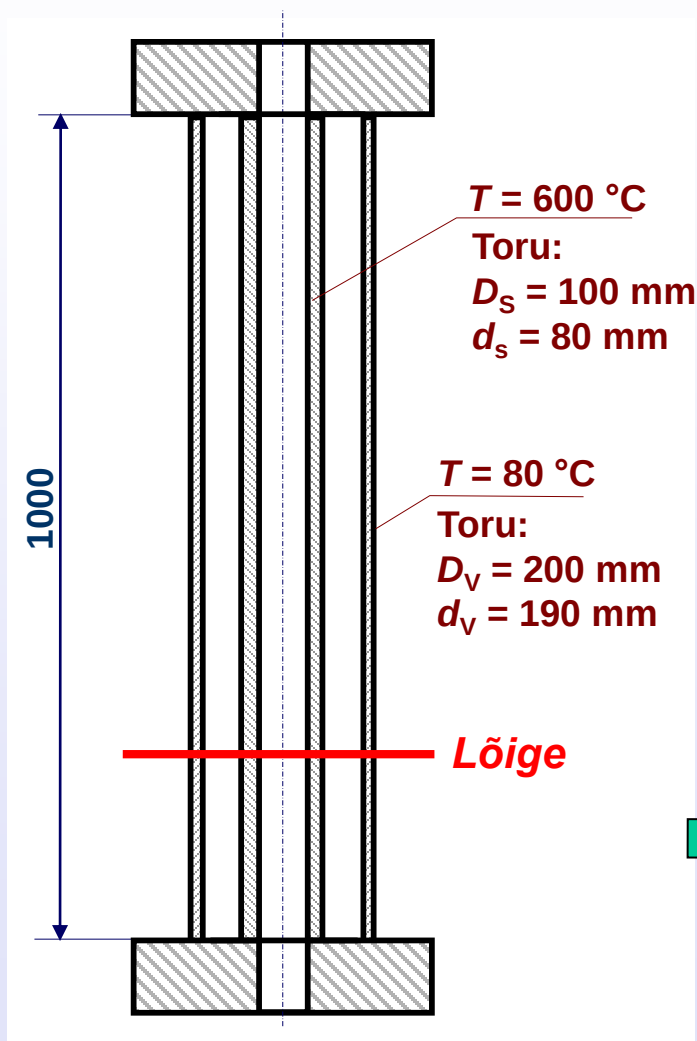
Terase elastsusmoodul: $E_T = 210\text{ GPa}$
Terase tempertuuri-
joonpaisumisetegur: $\alpha_T = 14 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$
Koostamise temperatuur: $T = 20\text{ °C}$

Torude otsad on kinnitatud jäikade plaatide külge

Erineva soojuspaisumise tõttu tekivad
torudes pikkepinged

2. Tarindi sisejõudude analüüs

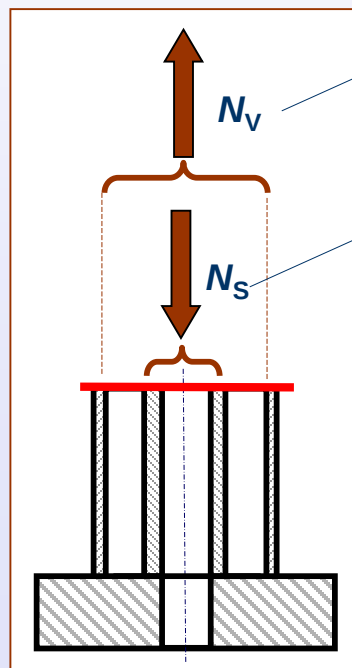
2.1. Tarindi lõike tasakaaluvõrrand (1)



LÕIKEMEETODI IDEE:
Tasakaalus süsteemist
mõtteliselt eraldatud osa
on samuti tasakaalus

Lõikepinna
sisejõudusid saab
käsitleda
välisjõududena

Lõige

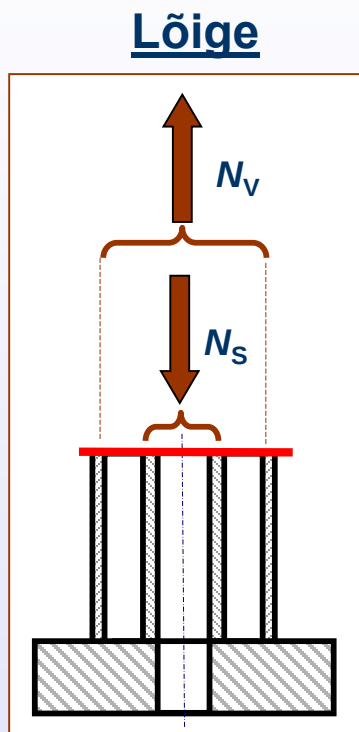


Välise toru piki-sisejõud
See on eeldatavalt tõmbejõud

Sisemise toru piki-sisejõud
See on eeldatavalt survejõud

Sisejõudude suunad on
teada, kuna sisemisel torul
on soojuspaisumine suurem
(ja on seetõttu surutud), kui
välimisel torul

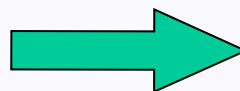
2.2. Tarindi lõike tasakaaluvõrrand (2)



Tasakaalutingimus

$$\sum F = 0$$

Kõikide lõike jõudude
summa tarindi telje sihis



Tasakaaluvõrrand

$$N_s - N_v = 0$$



$$N = N_s = N_v$$

Lähtudes asjaoludest, et:

1. Rohkem tasakaaluvõrrandeid sellele tarindi lõikele koostada ei saa (tasakaaluvõrrandite arv = 1)
2. Tasakaaluvõrrand sisaldab ühte tundmatut $N = N_s = N_v$ (tundmatute arv = 1)

See ülesanne on **ÜHEKORDSELT** staatikaga määramatu



Selle tarindi **STAATIKAGA MÄÄRAMATUSE ASTE** on 1

Ülesande lahendamiseks tuleb koostada ÜKS lisavõrrand

2.3. Sobivusvõrrandite koostamise meetodid

SOBIVUSVÕRRAND = matemaatiline seos koormuste vahel, mis põhineb tarindis ja/või selle üksikutes osades tekkivate deformatsioonide seostel

Sobivusvõrrandite koostamiseks on kaks meetodit:

Deformatsioonide võrdlemise meetod



1. Koostatakse võrrandid tarindi osade deformatsioonide jaoks
2. Kirjeldatakse sosed nende deformatsioonide vahel

Meetodi valik on kogemuslik

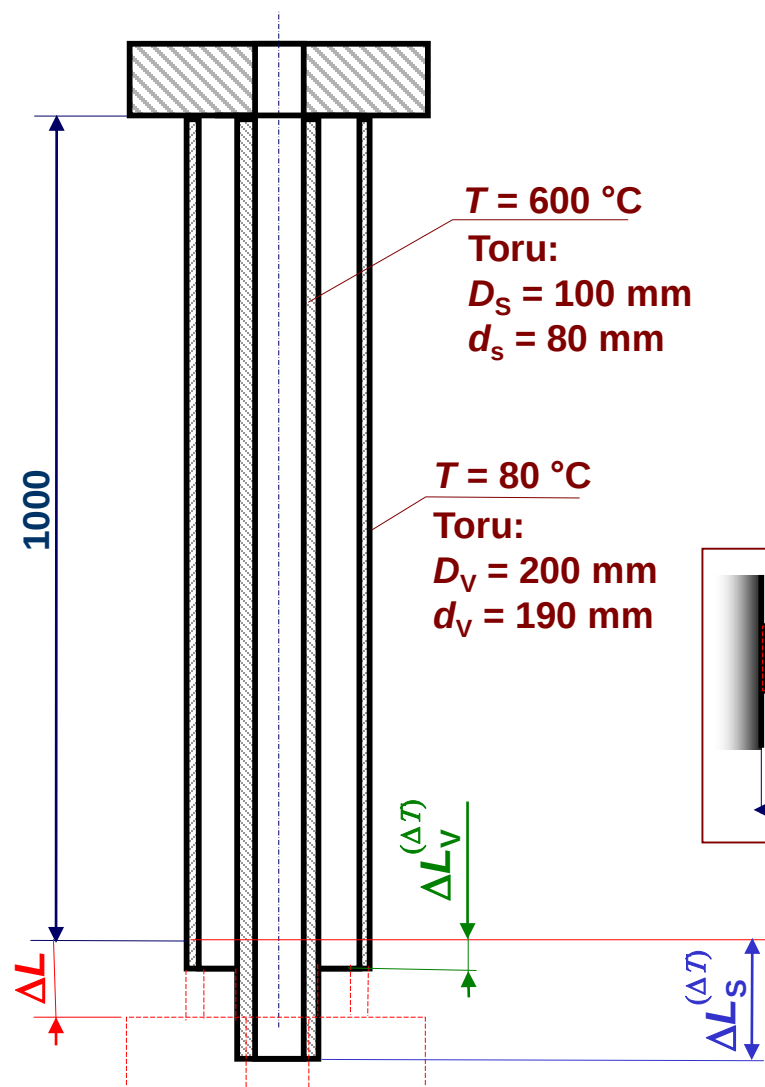
Toesidemete eemaldamise meetod



1. Staatikaga MÄÄRAMATUST tarindist tekitatakse staatikaga MÄÄRATUD tarind valitud toesideme(te) eemaldamise teel -- s.o. PÕHISKEEM
2. Arvutatakse EEMALDATUD toesideme(te)le vastavad siirded
3. Arvutatakse eemaldatud toesidemete siirded toereaktsioonidele vastavate koormuste toimel

4. Arvutatakse need toerekatsioonid tingimusest, et toel vastavat siiret olla ei saa

2.4. Deformatsioonide võrdlemine (1)



Kuna otsaplaadid on jäigad, siis:

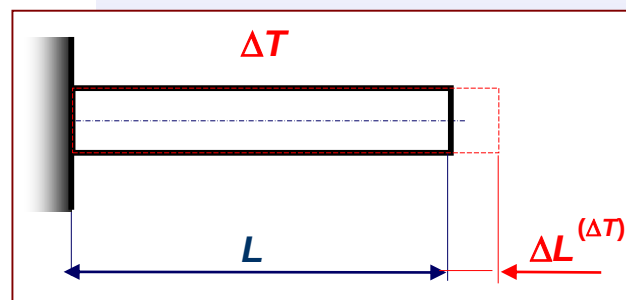
$$\Delta L = \Delta L_s = \Delta L_v$$

Tarindi pikkuse muutus

Sisemise toru pikkuse muutus

Välimise toru pikkuse muutus

Kuna torude otsad ei saa üksteise suhtes liikuda, siis torud deformeeruvad ühepalju



Materjali temperatuuri-joonpaisumistegur

Varda pikkuse muutus

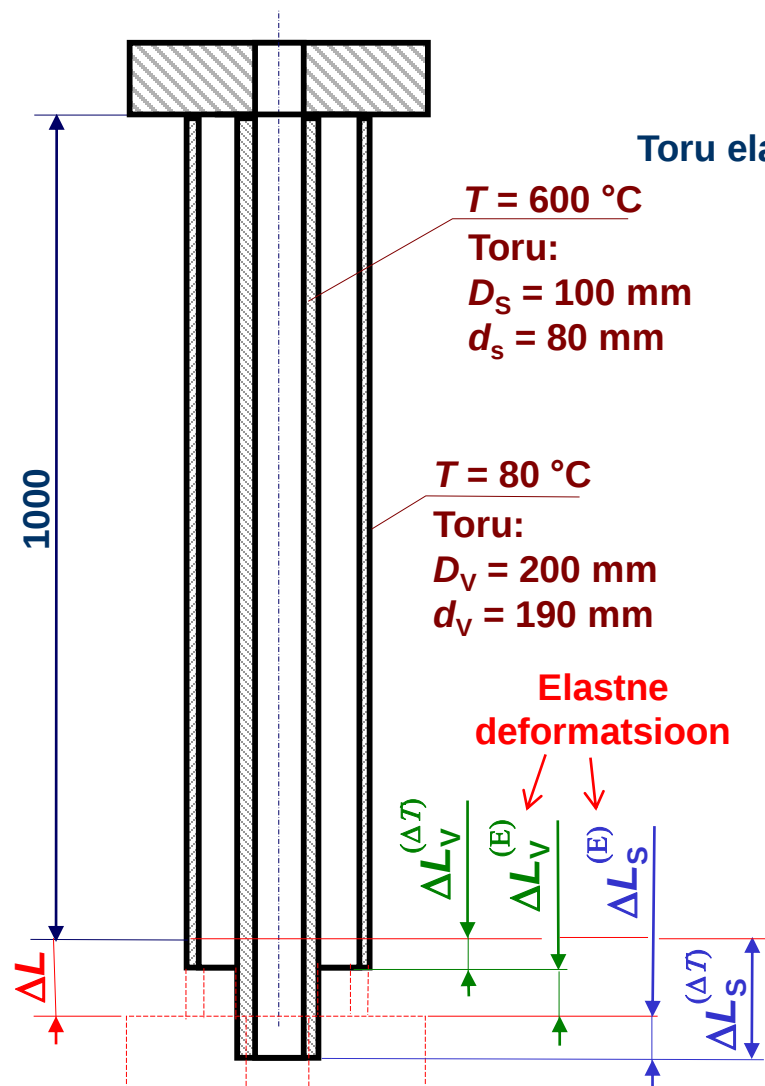
Varda pikkus

Temperatuuri gradient

Varda vaba soojuspaisumine

$$\Delta L^{(\Delta T)} = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

2.4. Deformatsioonide võrdlemine (2)



Sisemise toru pikkuse muutus

$$\Delta L_S = \Delta L_S^{(\Delta T)} - \Delta L_S^{(E)} = \alpha \cdot L \cdot \Delta T_S - \frac{N \cdot L}{E \cdot A_S}$$

Terase temperatuuri
joonpaisumise tegur

Torude pikkus

Sisemise toru temperatuuri gradient

Terase elastsusmoodul

Sisemise toru ristlõike pindala

Torude
pikijõud

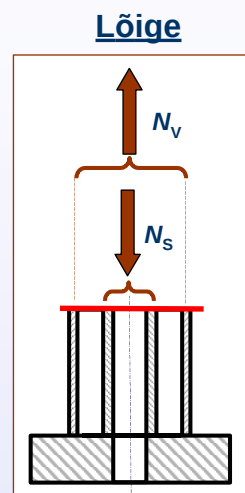
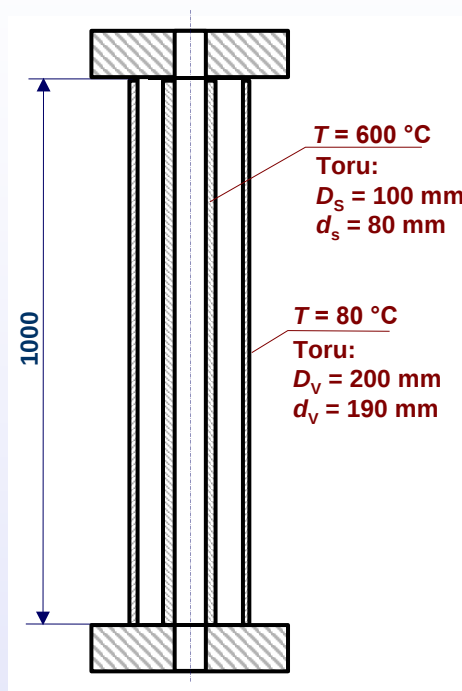
Välimise toru pikkuse muutus

$$\Delta L_V = \Delta L_V^{(\Delta T)} + \Delta L_V^{(E)} = \alpha \cdot L \cdot \Delta T_V + \frac{N \cdot L}{E \cdot A_V}$$

Välimise toru temperatuuri gradient

Välimise toru ristlõike pindala

2.5. Torude sisejõud



Sisemise toru ristlõike pindala

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot (D_s^2 - d_s^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (100^2 - 80^2) = 2827 \approx \underline{2830\text{ mm}^2}$$

Välimise toru ristlõike pindala

$$A_v = \frac{\pi}{4} \cdot (D_v^2 - d_v^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (200^2 - 190^2) = 3063 \approx \underline{3060\text{ mm}^2}$$

Sobivustingimus

$$\Delta L = \Delta L_s = \Delta L_v$$



$$\alpha \cdot L \cdot \Delta T_s - \frac{N \cdot L}{E \cdot A_s} = \alpha \cdot L \cdot \Delta T_v + \frac{N \cdot L}{E \cdot A_v}$$

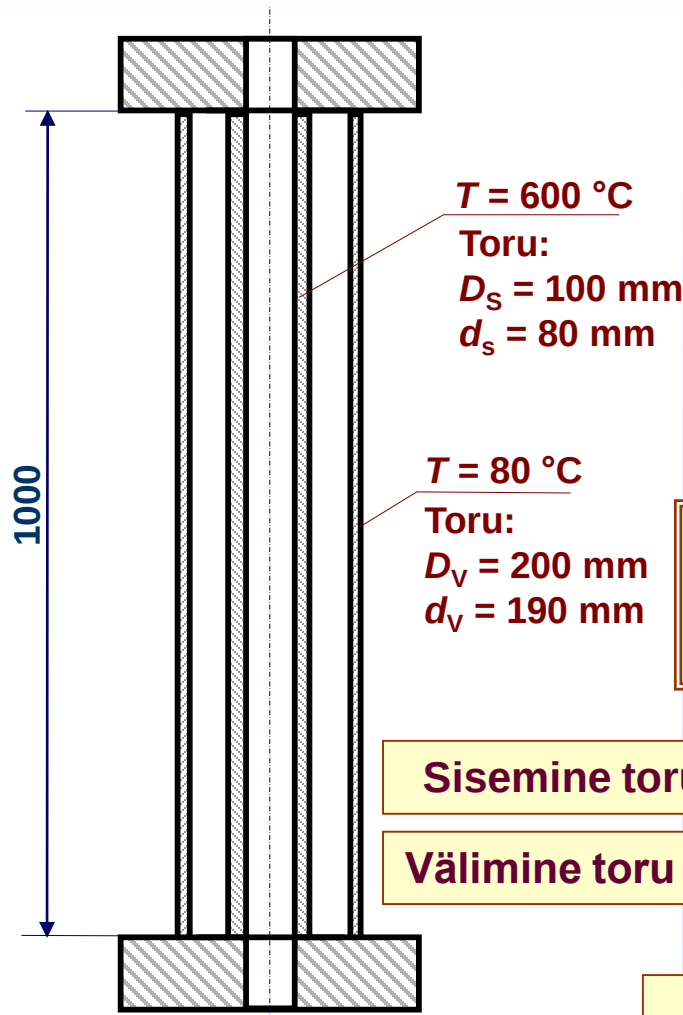


Torude sisejõud

$$N = N_s = N_v = \frac{\alpha \cdot (\Delta T_s - \Delta T_v)}{\frac{1}{A_v} + \frac{1}{A_s}} \cdot E = \frac{14 \cdot 10^{-6} \cdot [(600 - 20) - (80 - 20)]}{\frac{1}{3060 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2830 \cdot 10^{-6}}} \cdot 210 \cdot 10^9 = 2247725\text{ N} \approx \underline{2248\text{ kN}}$$

3. Tarindi pinged ja deformatsioon

3.1. Torude pinged



Sisemise toru survepinge

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = \frac{2248 \cdot 10^3}{2830 \cdot 10^{-6}} = 794,3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{794 \text{ MPa} (-)}$$

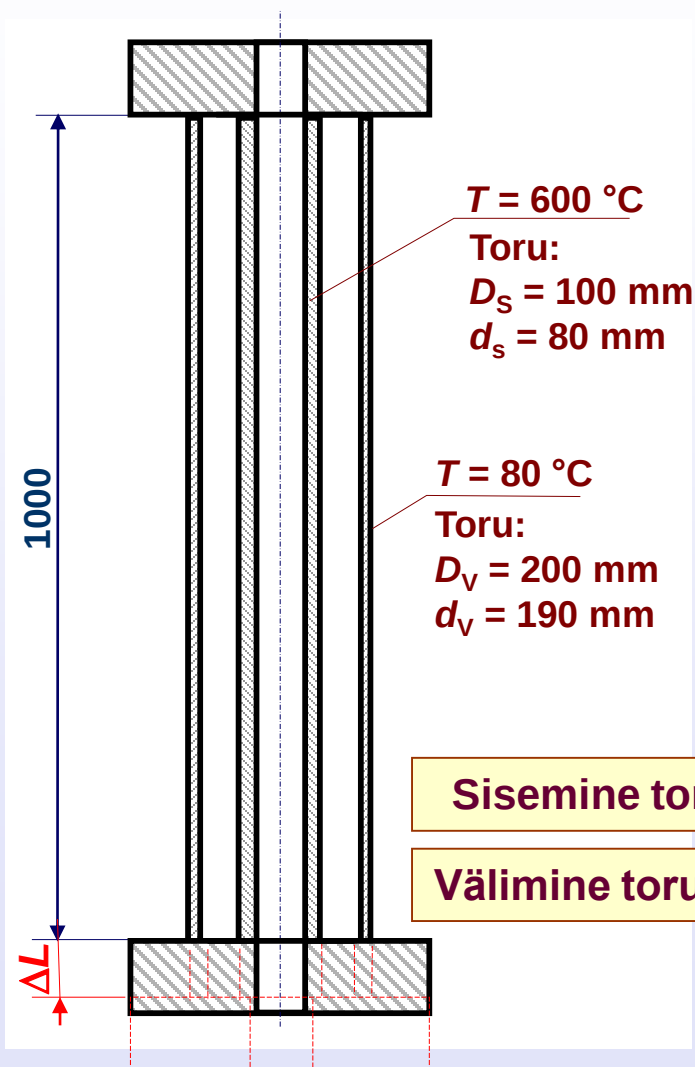
Välimise toru tõmbepinge

$$\sigma_v = \frac{N_v}{A_v} = \frac{2248 \cdot 10^3}{3060 \cdot 10^{-6}} = 734,6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx \underline{735 \text{ MPa} (+)}$$

Soojuspaisumisest tulenevad pinged võivad olla väärtustelt ohtlikult suured

Torustike pingete leevendamiseks kasutatakse erilahendusi

3.2. Tarindi pikkuse muutus



Tarindi pikkuse muutus

$$\begin{aligned}\Delta L &= \Delta L_s = \Delta L_v = \alpha \cdot L \cdot \Delta T_s - \frac{N \cdot L}{E \cdot A_s} = \\ &= 14 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot (600 - 20) - \frac{2248 \cdot 10^3 \cdot 1}{210 \cdot 10^9 \cdot 2830 \cdot 10^{-6}} = \\ &= 0,004337\text{ m} \approx \underline{4,34\text{ mm}}\end{aligned}$$

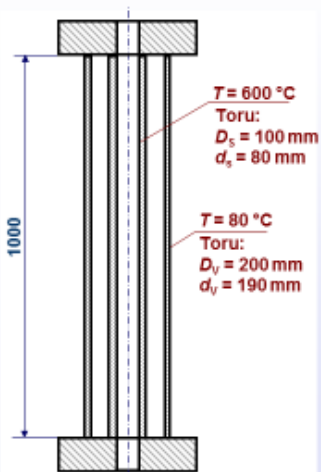
Tarind pikeneb 4,34 mm võrra

NB! Selles arvutuses eeldatakse, et torude deformatsioonid on ELASTSED ehk pinged torudes ei ületa materjali proportsionaalsuspiiri väärtust

4. Tulemus

Tarindi pikkuse muutus

1.1. Torudest tarind



Arvutada pinged torudes ja tarindi pikkuse muutus!

Terase elastsusmoodul: $E_T = 210 \text{ GPa}$
Terase temperatuuri-
joonpaisumisetegur: $\alpha_T = 14 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Koostamise temperatuur: $T = 20 \text{ °C}$

Torude otsad on kinnitatud jäikade plaatide külge

Erineva soojuspaisumise tõttu tekivad torudes pikkepinged

Sisemise toru survepinge

$$\sigma_s = 794 \text{ MPa } (-)$$

Välimise toru tõmbepinge

$$\sigma_v = 735 \text{ MPa } (+)$$

Tarindi pikkuse muutus

$$\Delta L = 4,34 \text{ mm } (+)$$

EELDUS: Deformatsioonid on ELASTSED