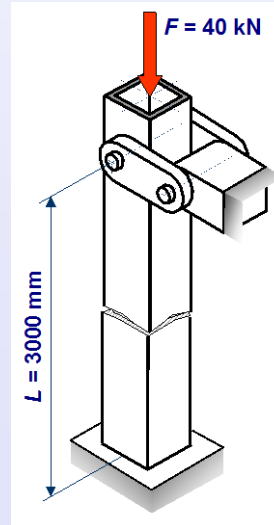


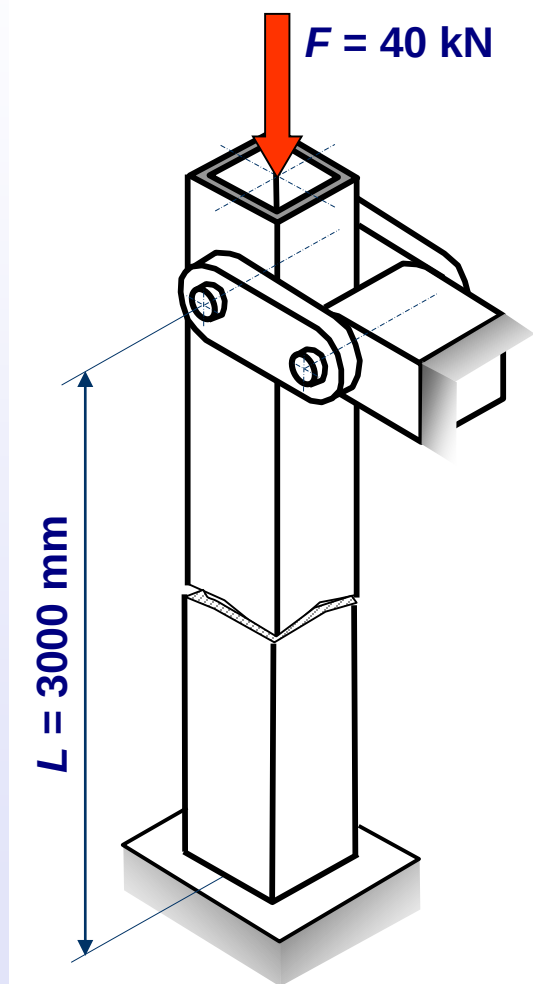
TUGEVUSÕPETUS

NÕTKE: Dimensioneerimine



1. Algandmed ja ülesande püstitus

1.1. Ruut-ristlõikega samm



Dimensioneerida samm: arvutada
varda vähim sobiv ristlõike
küljepikkus (täpsusega $\pm 5 \text{ mm}$)

Arvestama peab surutud
detaili saledusest
tulenevat nõtkeohtu

Koormus: $F = 40 \text{ kN}$

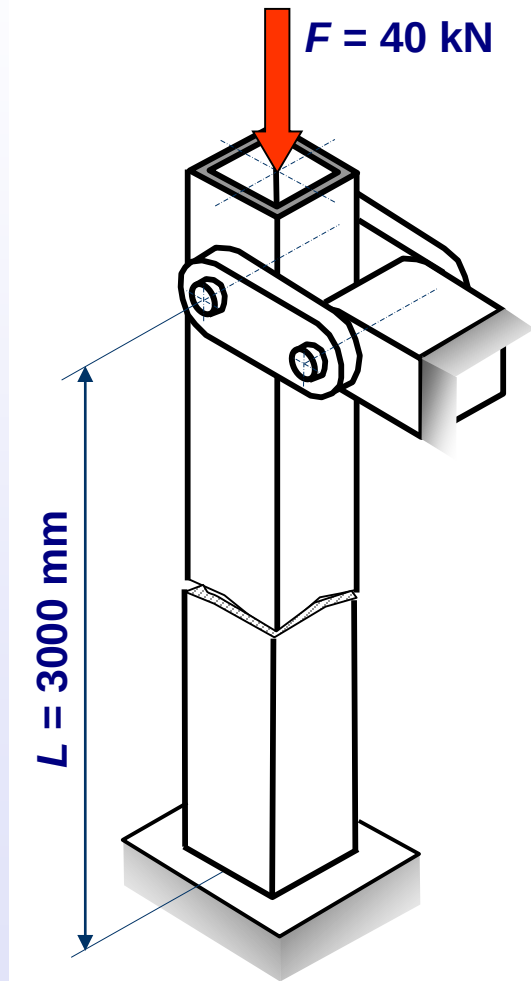
Ristlõige: ruut seinapaksusega 8 mm

Materjal: ehitusteras S355

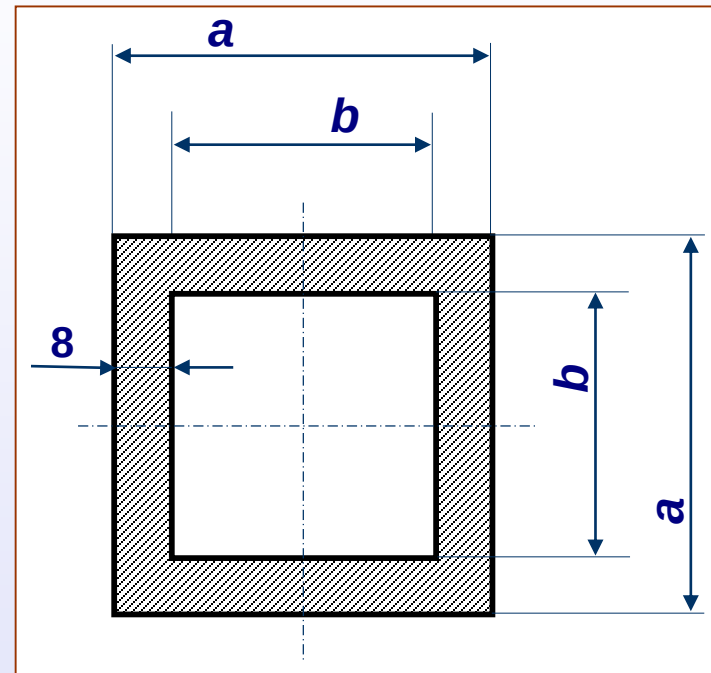
Nõutav varutegur (piirkoormuse suhtes):
 $[s] = 4$

Materjali elastsusmoodul: $E = 210 \text{ GPa}$

1.2. Ruut-ristlõige



Varda ristlõige

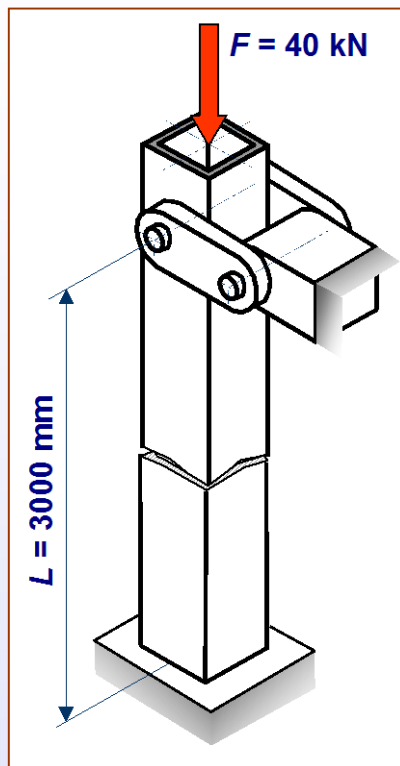
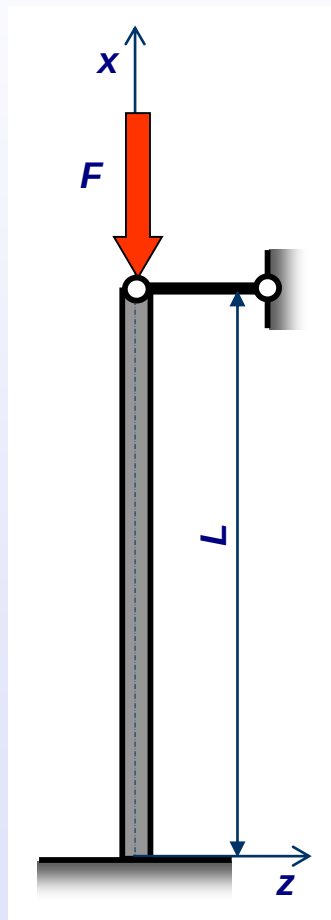
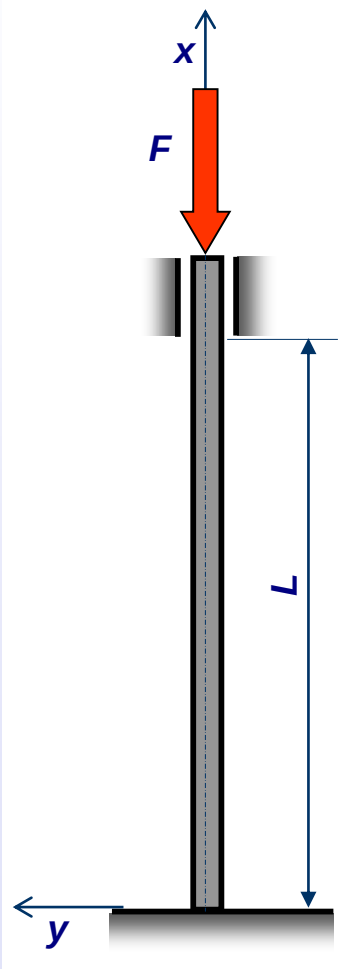


Arvutada ristlõike
vähim küljepikkus a !

2. Surutud varda suurim saledus

2.1. Varda saleduse näitajad (1)

Arvutuskeemid



$$i_y = i_z$$

Varras nõtkub selles peatasandis, milles tema nõtkepikkus (ja saledus) on suurim

Varda saledused

$$\lambda_{xy} = \frac{L_{E,xy}}{i_z}$$

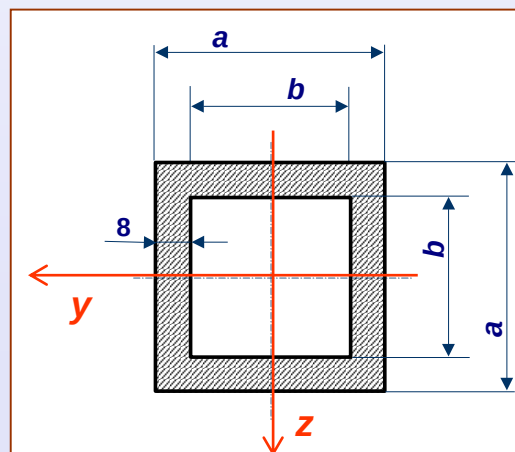
$$\lambda_{zx} = \frac{L_{E,zx}}{i_y}$$

Nõtkepikkus xy peatasandis

Inertsiraadius telje z suhtes

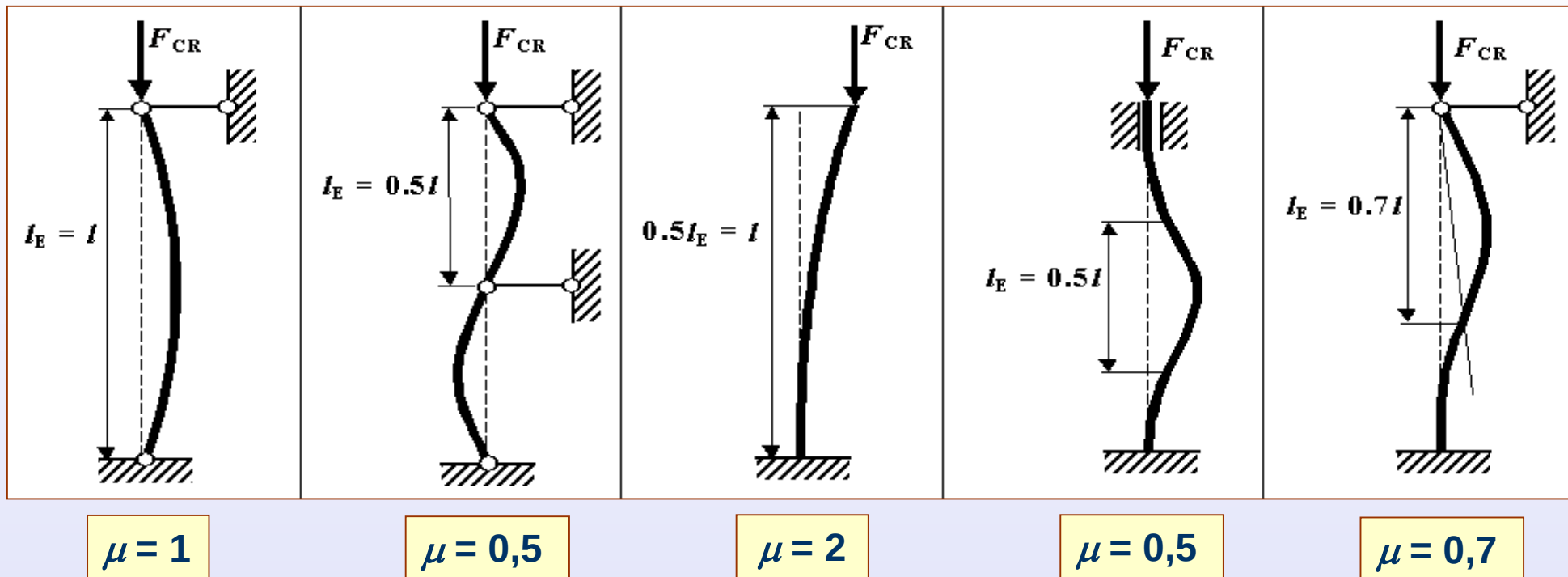
Saledus xy peatasandis

Varda ristlõige



2.1. Varda saleduse näitajad (2)

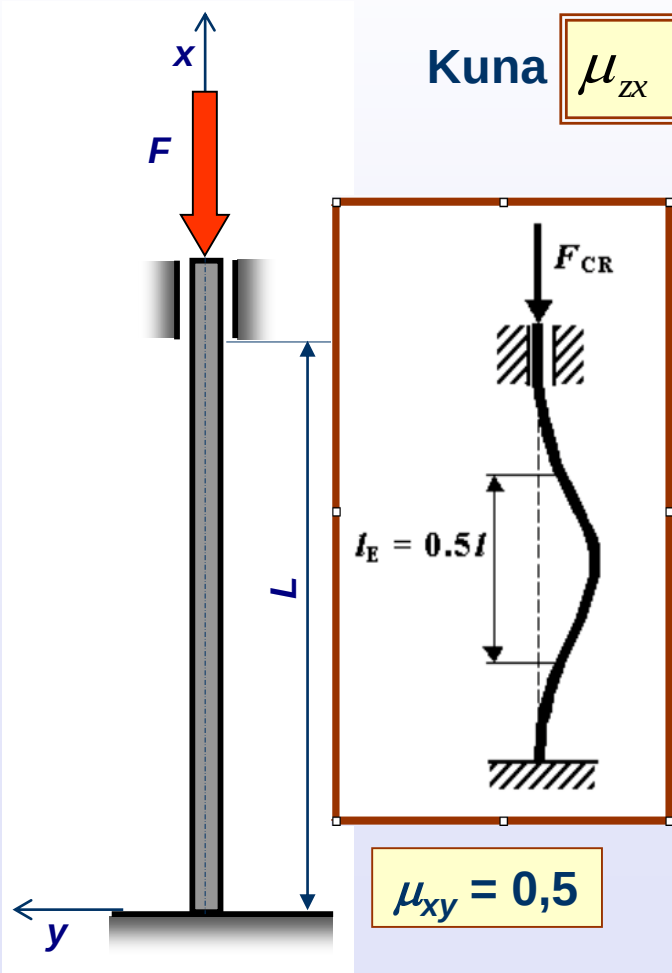
Varda kinnitusviisid



Varda pikkuse redutseerimistegur μ näitab, mitu varda pikkust L mahub varda telje sinusoidi poolperioodile

2.2. Varda nõtkeohtlik peatasand

Arvutuskeem



Kuna $\mu_{zx} > \mu_{xy}$, siis

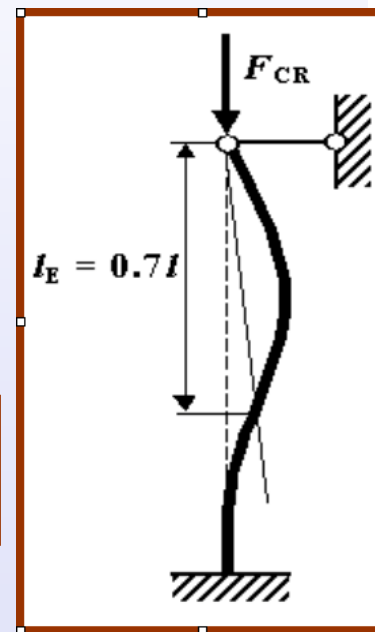
$$L_{E,zx} > L_{E,xy}$$

$$i_y = i_z$$

$$\lambda_{zx} > \lambda_{xy}$$

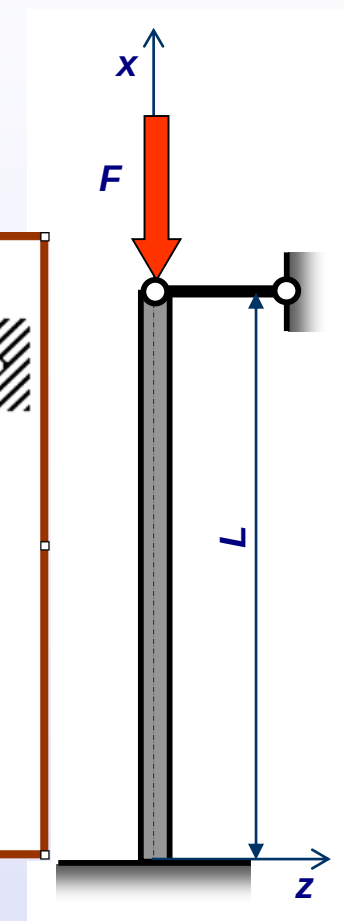
Piirseisundis varras
nõtkub zx peatasandis

Nõtkrohtlik peatasand
on zx



$$\mu_{zx} = 0,7$$

Arvutuskeem



2.3. Varda ohtlik saledus

Ristlõike inertsiraadius

$$i = i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

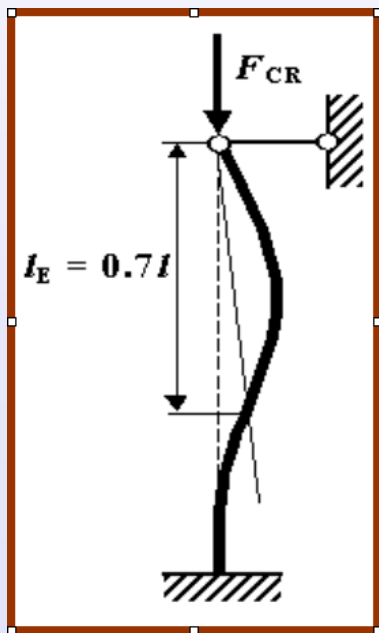
Ristlõike pindala

$$A = a^2 - b^2 = 4t(a - t)$$

Ristlõike inertsimoment

$$I = I_y = I_z = \frac{a^4}{12} - \frac{b^4}{12} = \frac{a^4 - (a - 2t)^4}{12}$$

Inertsiraadius i on mõõtme a keerukas funktsioon



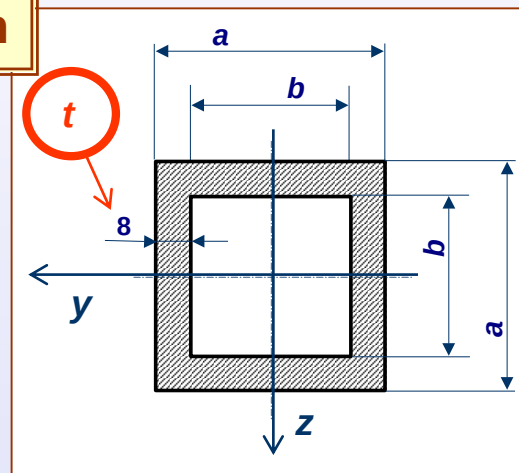
Varda nõtkepikkus ohtlikus peatasandis

$$L_{E,zx} = \mu_{zx} L = 0,7 \cdot 3 = \underline{2,1 \text{ m}}$$

Varda ohtlik saledus

$$\lambda = \lambda_{zx} = \frac{L_{E,zx}}{i_y} = \frac{2,1}{\sqrt{\frac{[a^4 - (a - 2t)^4]/12}{4t(a - t)}}}$$

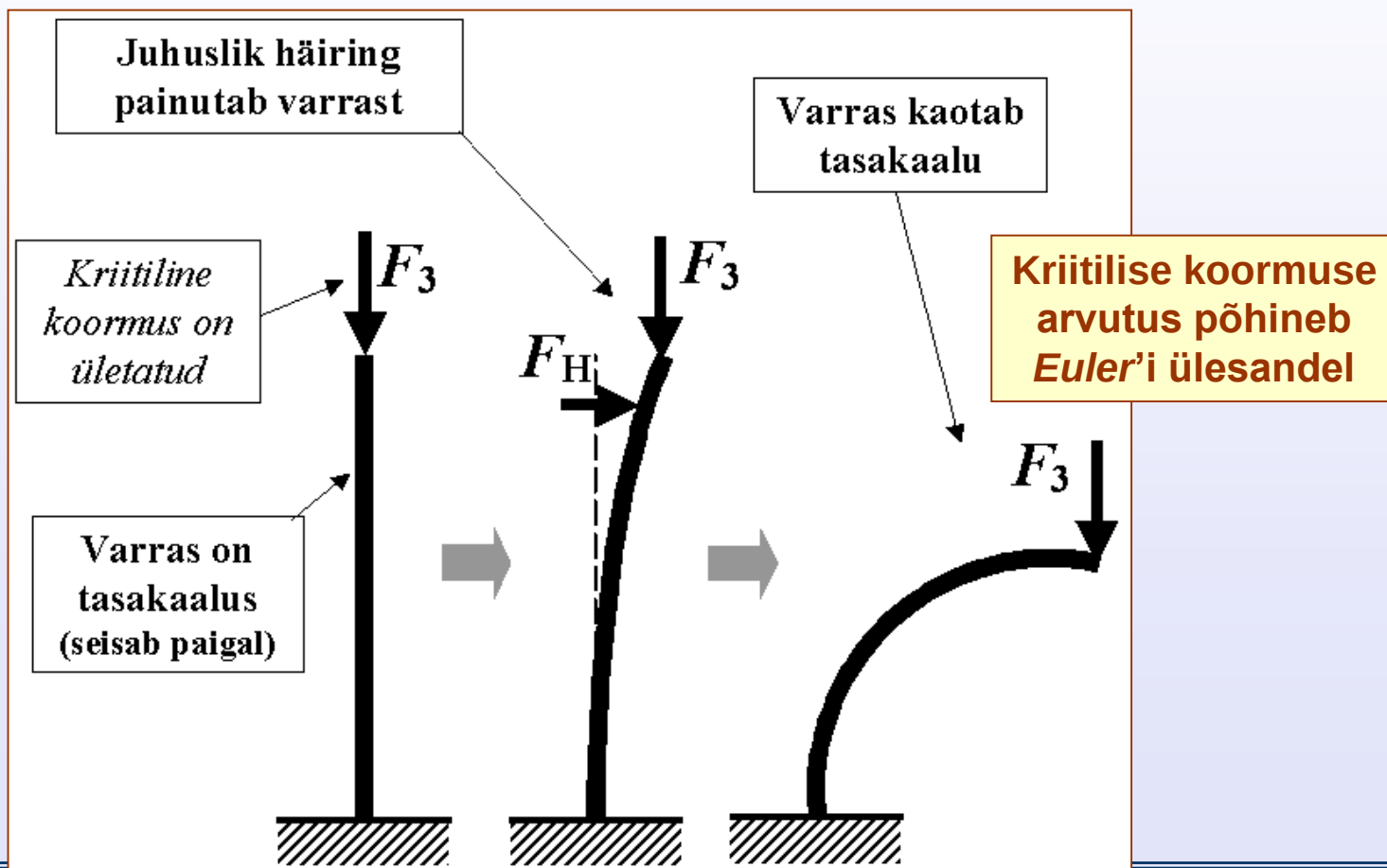
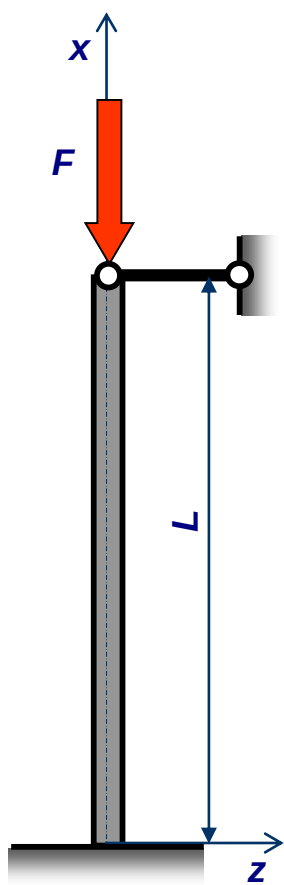
Saledus λ on mõõtme a keerukas funktsioon



3. Varda ristlõike mõõtmed

3.1. Kriitilise koormuse olemus

Varda KRIITILINE KOORMUS = koormus, mille ületamise korral varda juhuslikule hälbele tasakaaluasendist teoreetiliselt järgneb stabiilsuse kadumine ja kiire purunemine



3.2. Kriitilise koormuse valemi valik

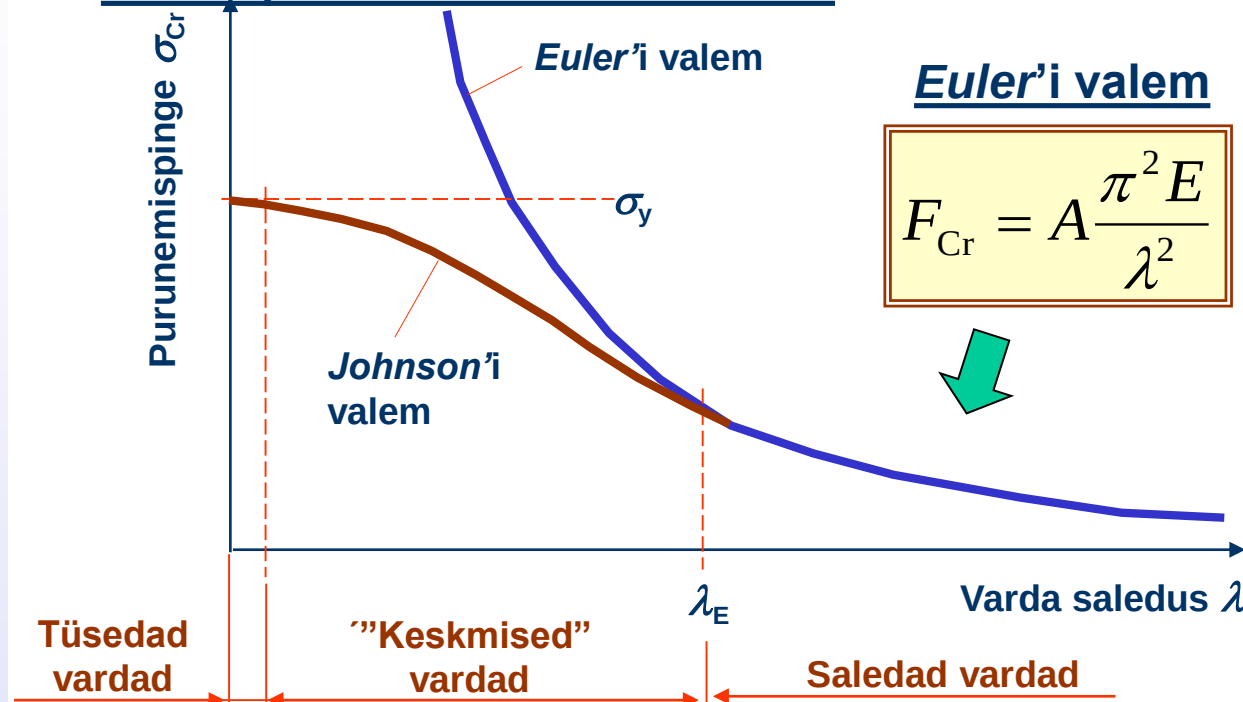
Euler'i piirsaledus terasele S355

$$\begin{aligned}\lambda_E &= \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9}{355 \cdot 10^6}} = \\ &= 108,0 \approx \underline{108}\end{aligned}$$

$$F_{Cr} = A\sigma_y$$

Tüsedate varraste korral nõtkes oht puudub ning tugevusarvutus tuleb teha survele

Euler'i piirsaledus terasele S355



Euler'i valem

$$F_{Cr} = A \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Johnson'i valem

$$F_{Cr} = A\sigma_y \left(1 - \sigma_y \frac{\lambda^2}{4\pi^2 E} \right)$$

Kui $\lambda < \lambda_E$, siis

3.3. Nõtkes praktiline piirkoormus

Katsetest on teada, et vardad nõtkuvad *Euler'i* ja *Johnson'i* kriitilistest koormustest väiksemate koormuste mõjudes



Nõtkes praktiline piirkoormus

$$F_{\text{Lim}} = \frac{F_{\text{Cr}}}{n}$$

Selle koormuse mõjudes varras teoreetiliselt puruneb nõtkel

Kriitilise koormuse alanemise tegur

Selle koormuse mõjudes varras tegelikult puruneb nõtkel

Kriitilise koormuse alanemise tegur

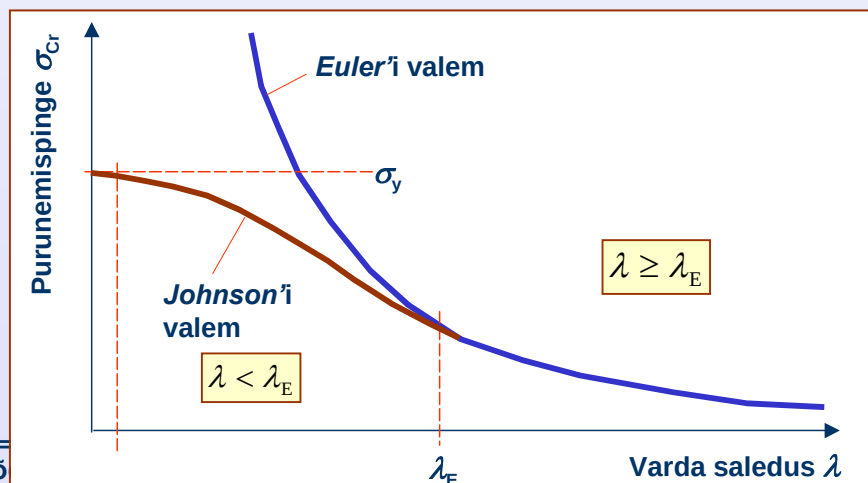
Kui $\lambda \geq \lambda_E$, siis $n = 1,92$

Kui $\lambda < \lambda_E$, siis

$$n = \frac{5}{3} + \frac{3\lambda}{8\lambda_E} - \frac{\lambda^3}{8\lambda_E^3}$$

American Institute of Steel Construction (AISC) praktilised soovitused

Kirjanduses esineb metoodikaid, kus kriitilise koormuse alanemise tegurit ei kasutata



3.4. Nõtketegur

Nõtketegur

$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{Lim}}}{\sigma_y} = \frac{F_{\text{Lim}}}{A\sigma_y} = \frac{1}{n} \frac{F_{\text{Cr}}}{A\sigma_y}$$



$$F_{\text{Lim}} = \frac{F_{\text{Cr}}}{n} = \varphi A \sigma_y$$

Jõud, mille korral varras puruneb nõtkel

Tegur, mis näitab kuimitu korda on nõtkepurunemisele vastav survepinge väiksem materjali voolepiirist surve

Kui $\lambda < \lambda_E$, siis

$$\varphi = \frac{1}{n} \left(1 - \sigma_y \frac{\lambda^2}{4\pi^2 E} \right) = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\lambda^2}{2\lambda_E^2} \right)$$

Kui $\lambda \geq \lambda_E$, siis

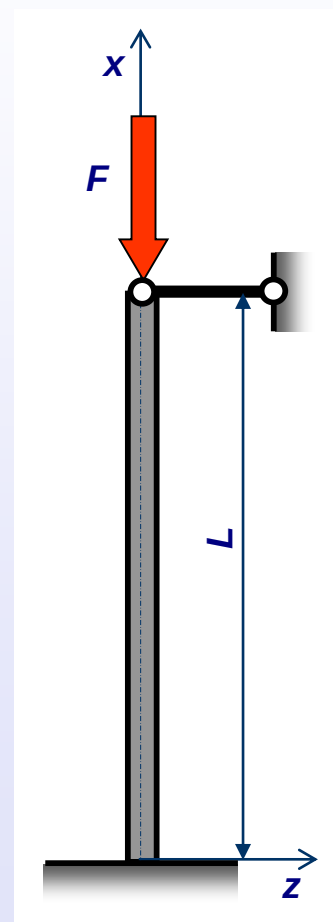
$$\varphi = \frac{1}{n} \frac{\pi^2 E}{\sigma_y \lambda^2} = \frac{1}{n} \frac{\lambda_E^2}{2\lambda^2}$$

Kui $\lambda < 10$, siis

$$\varphi \cong 1$$

Nõtketeguri φ väärtus:

- on piirides $0 < \varphi \leq 1$
- sõltub saledusest
- sõltub materjalist



3.5. Varda dimensioneerimise metoodika

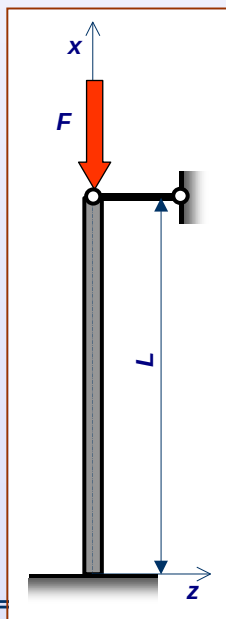
Varda ohtlik saledus

$$\lambda = \frac{2,1}{\sqrt{\frac{a^4 - (a - 2t)^4}{12} \cdot 4t(a - t)}}$$

PROBLEEMID:

- Varda saledus λ on mõõtme a keerukas funktsioon
- Kuna ei ole teada saleduse λ väärtus, siis ei ole ka teada kumba valemit kasutada piirkoormuse F_{Lim} (või piirpinge σ_{Lim}) arvutamiseks

Lihtsam on ristlõike sobivad mõõtmed arvutada "proovimise" teel



1. Valida ristlõike mõõde a

2. Arvutada varda saledus λ ja nõtketegur φ

3. Arvutada nõtkete varutegur S

Ei

4. Kas tugevustingimus kehtib?

Ei

5. Kas tugevusvaru on vähim?

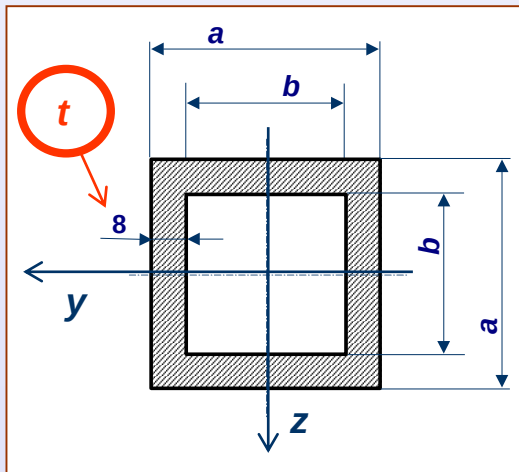
3.6. Ristlõike mõõtmete esimene määrang

Kuna $0 < \varphi \leq 1$, siis ristlõike mõõtmete suurusjärgu ligikaudseks määramiseks võib eeldada, et $\varphi = 0,5$

Nõtke piirkoormus

Ristlõike ligikaudne pindala

$$F_{\text{Lim}} = \varphi A \sigma_y \Rightarrow A = \frac{F_{\text{Lim}}}{\varphi \sigma_y} = \frac{F[S]}{\varphi \sigma_y} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 4}{0,5 \cdot 355 \cdot 10^6} = 901,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \approx \underline{9,02 \text{ cm}^2}$$



Ristlõike pindala

$$A = a^2 - b^2 = 4t(a - t)$$

Ristlõike küljepikkus

$$a = \frac{A}{4t} + t = \frac{9,02}{4 \cdot 0,8} + 0,8 = 3,61 \approx \underline{4,0 \text{ cm}}$$

Nüüd tuleb kontrollida varda stabiilsust, kui $a = 4 \text{ cm}$

3.7. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 4 \text{ cm}$ (1)

Ristlõike inertsimoment

$$I = \frac{a^4 - (a - 2t)^4}{12} = \frac{4^4 - (4 - 2 \cdot 0,8)^4}{12} = 18,56 \approx \underline{18,6 \text{ cm}^4}$$

Varda inertsiraadius

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{18,6}{10,2}} = 1,350 \approx \underline{1,35 \text{ cm}}$$

Ristlõike pindala

$$A = 4t(a - t) = 4 \cdot 0,8 \cdot (4 - 0,8) = 10,24 \approx \underline{10,2 \text{ cm}^2}$$

Varda ohtlik saledus

$$\lambda = \frac{L_{E,zx}}{i} = \frac{210}{1,35} = 155,5 \approx \underline{156}$$

Euler'i piirsaledus terasele S355:

$$\lambda_E = 108$$

Kriitilise koormuse alanemise tegur

Kuna

$$\lambda = 156 > \lambda_E = 108$$

, siis

$$n = \underline{1,92}$$

Väsimusarvutustes tuleb lähtuda Euler'i valemist

3.7. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 4 \text{ cm}$ (2)

Nõtketegur

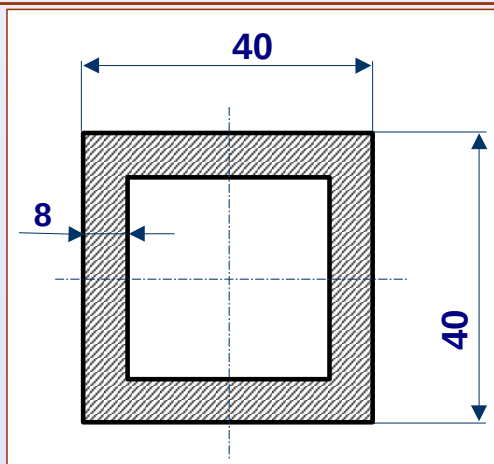
$$\varphi = \frac{1}{n} \frac{\lambda_E^2}{2\lambda^2} = \frac{1}{1,92} \cdot \frac{108^2}{2 \cdot 156^2} = 0,124 \approx \underline{0,12}$$



Nõtkete varutegur

Tugevuskontroll nõtketele

$$S = \frac{\varphi A \sigma_y}{F} = \frac{0,12 \cdot 10,2 \cdot 10^{-4} \cdot 355 \cdot 10^6}{40 \cdot 10^3} = 1,08 \approx \underline{1,1} < [S] = 4$$



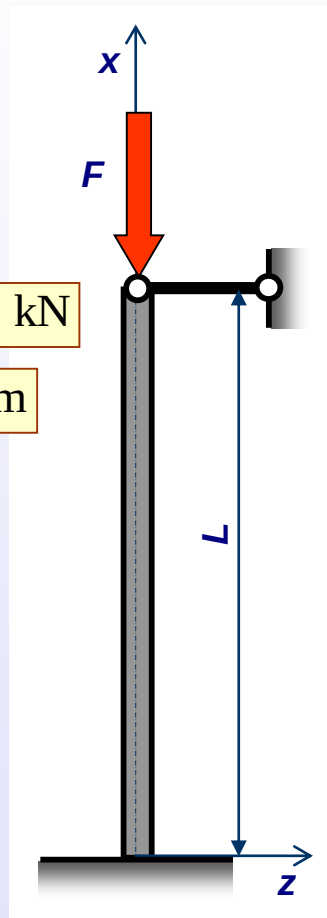
**Varras ristlõike küljepikkusega
4 cm EI OLE piisavalt stabiilne**



**Ristlõike küljepikkust tuleb
suurendada**

$$F = 40 \text{ kN}$$

$$L = 3 \text{ m}$$



3.8. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 6 \text{ cm}$ (1)

Ristlõike inertsimoment

$$I = \frac{a^4 - (a - 2t)^4}{12} = \frac{6^4 - (6 - 2 \cdot 0,8)^4}{12} = 76,76 \approx \underline{76,8 \text{ cm}^4}$$

Varda inertsiraadius

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{76,8}{16,6}} = 2,150 \approx \underline{2,15 \text{ cm}}$$

Ristlõike pindala

$$A = 4t(a - t) = 4 \cdot 0,8 \cdot (6 - 0,8) = 16,64 \approx \underline{16,6 \text{ cm}^2}$$

Varda ohtlik saledus

$$\lambda = \frac{L_{E,zx}}{i} = \frac{210}{2,15} = 97,67 \approx \underline{97,7}$$

Euler'i piirsaledus terasele S355:

$$\lambda_E = 108$$



Kriitilise koormuse alanemise tegur

Kuna $\lambda = 97,7 < \lambda_E = 108$, siis

$$n = \frac{5}{3} + \frac{3\lambda}{8\lambda_E} - \frac{\lambda^3}{8\lambda_E^3} = \frac{5}{3} + \frac{3 \cdot 97,7}{8 \cdot 108} - \frac{97,7^3}{8 \cdot 108^3} = 1,913 \approx \underline{1,91}$$

Väsimusarvutustes tuleb lähtuda *Johnson'i* valemist

3.8. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 6 \text{ cm}$ (2)

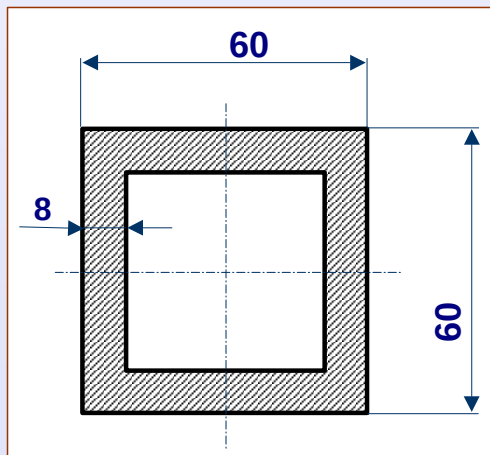
Nõtketegur

$$\varphi = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{\lambda^2}{2\lambda_E^2} \right) = \frac{1}{1,91} \cdot \left(1 - \frac{97,7^2}{2 \cdot 108^2} \right) = 0,309 \approx 0,31$$

Nõtkete varutegur

Tugevuskontroll nõtketele

$$S = \frac{\varphi A \sigma_y}{F} = \frac{0,31 \cdot 16,6 \cdot 10^{-4} \cdot 355 \cdot 10^6}{40 \cdot 10^3} = 4,56 \approx 4,5 > [S] = 4$$

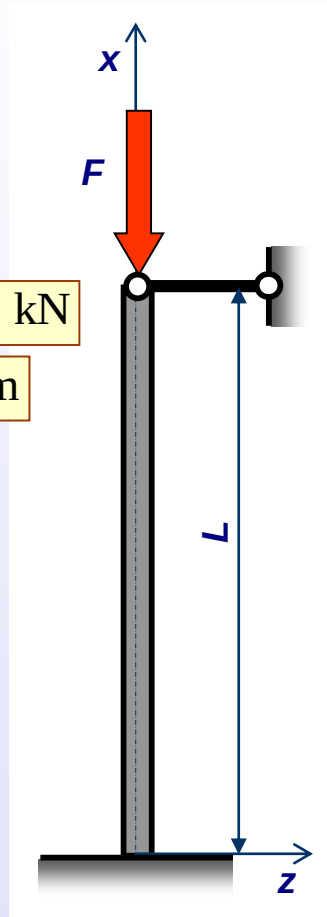


**Varras ristlõike küljepikkusega
6 cm ON piisavalt stabiilne**

**Ristlõike küljepikkust võiks
vähendada**

$$F = 40 \text{ kN}$$

$$L = 3 \text{ m}$$



3.9. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 5,5 \text{ cm}$ (1)

Ristlõike inertsimoment

$$I = \frac{a^4 - (a - 2t)^4}{12} = \frac{5,5^4 - (5,5 - 2 \cdot 0,8)^4}{12} = 56,97 \approx \underline{57,0 \text{ cm}^4}$$

Varda inertsiraadius

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{57,0}{15,0}} = 1,949 \approx \underline{1,95 \text{ cm}}$$

Ristlõike pindala

$$A = 4t(a - t) = 4 \cdot 0,8 \cdot (5,5 - 0,8) = 15,04 \approx \underline{15,0 \text{ cm}^2}$$

Euler'i piirsaledus terasele S355:

$$\lambda_E = 108$$

Varda ohtlik saledus

$$\lambda = \frac{L_{E,zx}}{i} = \frac{210}{1,95} = 107,6 \approx \underline{108}$$

Kriitilise koormuse alanemise tegur

Kuna $\lambda = 108 = \lambda_E$, siis $n = \underline{1,92}$

Väsimusarvutustes tuleb lähtuda Euler'i valemist

3.9. Varda kontroll nõtketele, kui $a = 5,5$ cm (2)

Nõtketegur

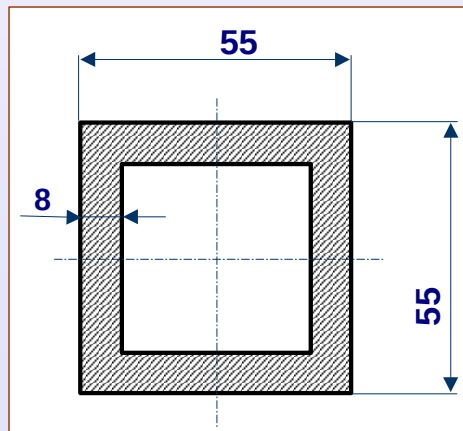
$$\varphi = \frac{1}{n} \frac{\lambda_E^2}{2\lambda^2} = \frac{1}{1,92} \cdot \frac{108^2}{2 \cdot 108^2} = 0,260 \approx \underline{0,26}$$



Nõtkete varutegur

Tugevuskontroll nõtketele

$$S = \frac{\varphi A \sigma_y}{F} = \frac{0,26 \cdot 15,0 \cdot 10^{-4} \cdot 355 \cdot 10^6}{40 \cdot 10^3} = 3,46 \approx 3,4 < [S] = 4$$



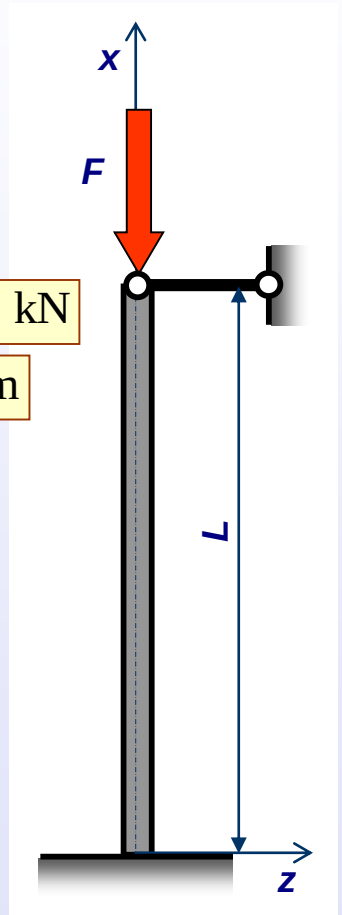
Varras ristlõike küljepikkusega
5,5 cm EI OLE piisavalt stabiilne



Ristlõike küljepikkust peab
suurendama

$$F = 40 \text{ kN}$$

$$L = 3 \text{ m}$$

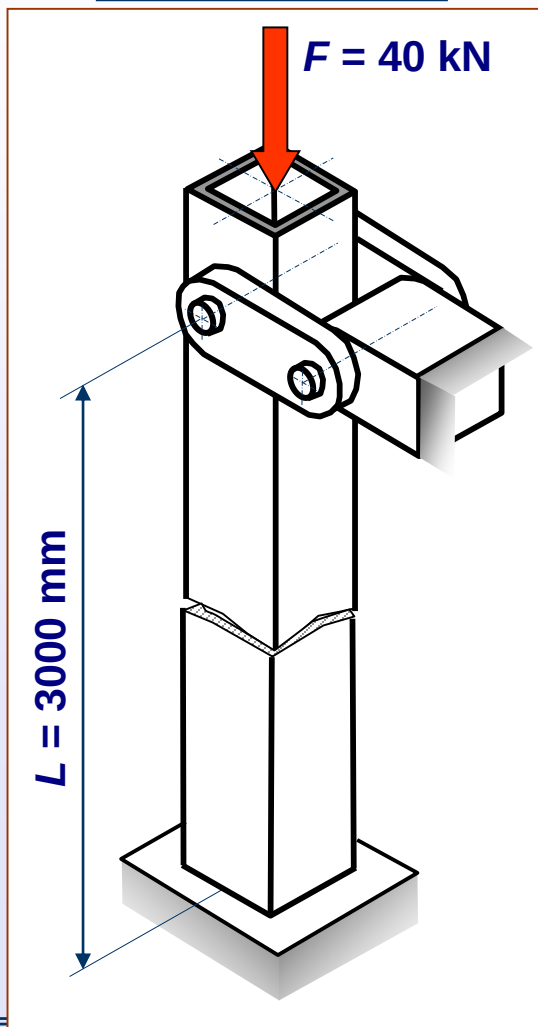


4. Tulemus

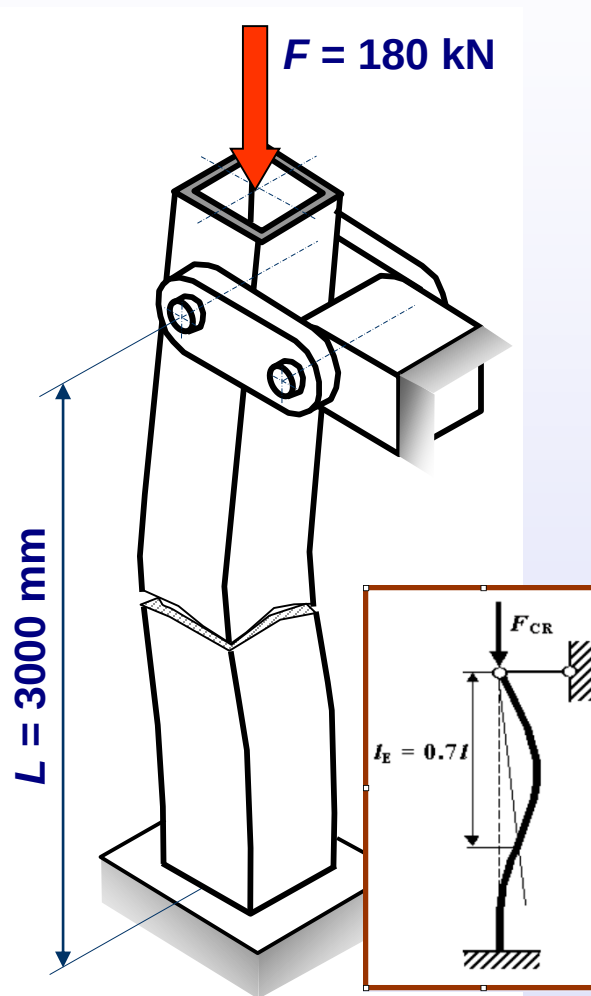
Stabiilne varras

Materjal: ehitusteras S355
Varutegur: $[s] = 4$

Tegelik olukord



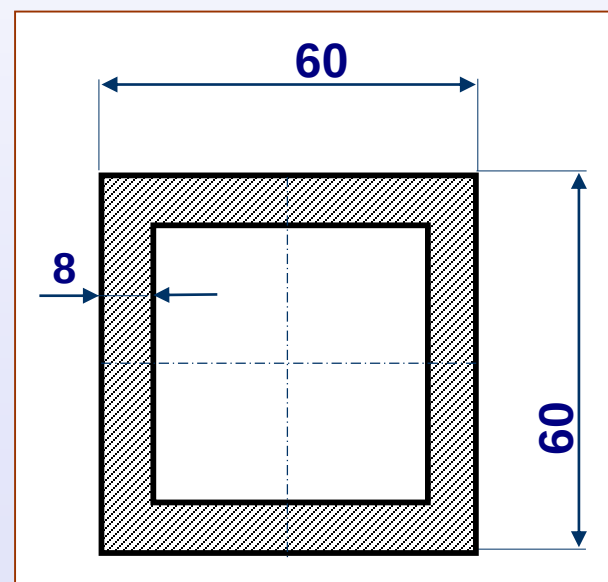
Piirseisund nõtkel



Varda piirkoormus

$$F_{\text{Lim}} = FS = 40 \cdot 4,5 = \underline{180 \text{ kN}}$$

Varras on stabiilne, kui
ristlõike küljepikkus on 6 cm



Varda varutegur nõtkel $S = 4,5$