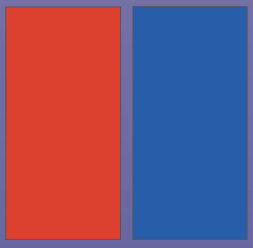
Arvo Ots

# SOOJUSTEHNIKA ALUSKURSUS



Termodünaamika
Põlemine
Soojusülekanne

Arvo Ots

# SOOJUSTEHNIKA ALUSKURSUS

## TERMODÜNAAMIKA. PÕLEMINE. SOOJUSÜLEKANNE

**ARVO OTS**

# SOOJUSTEHNIKA ALUSKURSUS

TERMODÜNAAMIKA. PÕLEMINE. SOOJUSÜLEKANNE

**Õpik kõrgkoolidele**

TTÜ KIRJASTUS

**TALLINN 2011**

Ilmunud riikliku programmi
*„Eestikeelsete kõrgkooliõpikute koostamine ja väljaandmine (2008–2012)“*
toetusel

Käesoleva õpiku väljaandmist toetasid:







Toimetanud Arvo Kull
Keeleliselt toimetanud Aime-Rutt Hall
Küljendanud Arvi Prikk
Kujundanud Ann Gornischeff

ISBN 978–9949–23–117–1
Autoriõigus: Arvo Ots, 2011
Trükitud Tallinna Raamatutrükikojas

# EESSÕNA

*Täismahulist soojustehnika aluskursust sisaldav raamat on kavandatud õpikuks nii ülikoolide kui ka teiste kõrgkoolide tehnikaalade üliõpilastele, kelle õppekavas on soojustehnika aluskursuse aineid, eelkõige aga soojustehnika erialal õppijatele.*

*Raamat koosneb kolmest üksteisega haakuvast osast, mis üheskoos loovad teoreetilise aluse paljudes seadmetes toimuvate energiamuundusprotsesside mõistmisele.*

*Kõige mahukam on esimene osa **Termodünaamika**, milles käsitletakse energiat ja selle liikide teisenemisi ning antakse teaduslik alus mõistmaks nähtusi soojustehnikas. Rõhuasetus on termodünaamika alusseadustel, soojuse teisendamisel kasulikuks tööks jõuseadmetes, soojuse siirdumisel kõrgema temperatuuriga keskkonnast madalama temperatuuriga keskkonda ning ainete termodünaamilistel omadustel, kuna just ained vahendavad soojuse muundamist tööks ja ka soojuse transformatsiooniprotsesse.*

*Teises osas **Põlemisfüüsika. Keemiline termodünaamika** vaadeldakse keemilisi reaktsioone kütuse osiste ja hapniku vahel ning nende kulgemisel vabanevat energiat. Need reaktsioonid on sõltumatud kütuse liigist, olgu selleks siis gaas-, vedel- või tahkekütus. Küll aga olenevad tugevasti kütuse liigist ja põlemistingimustest kiirus ja aeg, mida vajab kütuse täielik põlemine. Käsitletakse ka üksikute kütuseliikide põlemise ajalise kulgemise eripära. Samas osas uuritakse veel termodünaamika alusseaduste rakendamist süsteemidele, kus toimuvad keemilised reaktsioonid, eelkõige peetakse silmas põlemisreaktsioone. Tähelepanu osutatakse ka keemilistele reaktsioonidele kütuseelemendis.*

*Kolmandas osas **Soojusülekanne** käsitletakse kehadevahelist soojuslevi. Soojusülekanne ehk soojuslevi on ainuvõimalik kuumemast keskkonnast jahedamasse keskkonda. Soojusülekanne määrab paljuski ära olemasoleva energiavaru teisendamis- ja kasutusvõimaluse. Vaatluse all on kõik kolm võimalikku soojusülekande moodust: soojusjuhtivus, konvektsioon ja kiirgus. Need soojuse ülekandevormid võivad toimida nii iseseisvalt kui ka üheaegselt. Soojuskiirguse seaduste üldkäsitluses saab teavet ka Maa atmosfääri termilise seisundi kohta. Antakse veel ülevaade soojusülekande nähtustest eri tüüpi soojusvahetites ning esitatakse viimaste arvutamise alused. Vaatluse all on ka protsessid soojustorus.*

*Iga osa alustav sissejuhatus tutvustab kokkuvõtlikult osa sisu ja ülesehitust kergendamaks käsitletu ja selle eesmärgi mõistmist.*

*Kuna õpik sisaldab soojustehnika aluskursuse, siis leiab siit soojustehnikaseadmetes toimuvate nähtuste üldkirjelduse ja matemaatilise käsitluse, mitte aga seadmete endi tehnilisi kirjeldusi ja teostuskonstruktsioone, mis on vastavate erikursuste ülesanne.*

*Raamatus esitatud ainestik peaks pakkuma huvi ka nendele ettevõtetele ja isikutele, kelle tegevus on seotud soojustehnika probleemidega, samuti peaks teos olema vajalik soojustehnikat iseseisvalt õppijatele.*

*Õpikust leiab nende teadlaste ja inseneride lühielulood, kes on oma uuringute ja ideedega kas otseselt või kaudselt andnud tähelepanuväärse panuse soojustehnika probleemide püstitamisele ja on suunanud nende edasist uurimist.*

*Autori tänu kuulub soojusenergeetikainsener Arvo Kullile, kelle kriitiline pilk ja asjalikud nõuanded aitasid raamatu käsikirja oluliselt täiustada ning selle stiili ja terminoloogiat ühtlustada.*

*Autori siirast tunnustust pälvib tehnikakandidaat Arvi Prikk, kelle kanda on olnud ääretult mahukas ja täpne töö jooniste kujundamisel ja käsikirja kui terviku trükikorda seadmisel.*

*Arvo Ots*

*Viljandis, juuli 2009*

*Õpiku autor Arvo Ots (26.06.1931 Pärnu) lõpetas 1955 Tallinna Tehnikaülikooli mehaanikateaduskonna soojusenergeetikainseneri diplomiga cum laude. 1958 omandas tehnikakandidaadi teaduskraadi (PhD) ja 1968 tehnikadoktori teaduskraadi (DSc). Professori kutsediplom anti talle 1969. Eesti TA akadeemikuks valiti 1983. Arvo Ots on Soome Tehnikateaduste Akadeemia ja Ameerika Mehaanikainseneride Liidu (ASME) liige.*



*Kõrgkooli lõpetanud, asus Arvo Ots tööle nooremteadurina Eesti Energeetika Instituudis. Töötanud lühikest aega, astus samas aspirantuuri, mille lõpetas kandidaadiväitekirja kaitsmisega, ning jätkas seejärel nooremteadurina. Alates aastast 1960 töötab TTÜ-s, esialgu dotsendina, aastatel 1968–2001 soojustehnika instituudi direktori ja soojusjõuseadmete õppetooli professorina, seejärel sama õppetooli erakorralise professorina. Aastast 2003 on TTÜ emeriitprofessor ja soojustehnika instituudi vanemteadur.*

*Aastate jooksul on õpetanud üliõpilastele termodünaamika, kütuste põlemise ja soojusülekande kursusi. Lisaks lugenud veel katlatehnika ja soojuselektrijaamade ainet.*

*On juhendanud hulgaliselt diplomitöid, kandidaadi- ja doktoriväitekirju. On olnud pikki aastaid soojustehnika väitekirjade kaitsmiskomisjoni esimees Eestis ning kaitsmiskomisjonide liige väljaspool Eestit.*

*Arvo Ots on mitmete ülikooliõpikute ja õppematerjalide autor ja kaasautor.*

*Tema teadus- ja inseneritegevus on olnud suunatud tahkekütuste põletamise uurimisele ja tööstuslikele rakendustele. On teinud arvukaid uuringuid kütuste põlemise ja soojusülekande alal ning on õige mitme sellesse valdkonda kuuluva monograafia autor.*

*Tähtsamad õpikud ja monograafiad:*

- *A. Kull, I. Mikk, A. Ots, Soojustehnika. Tallinn,1966, 1974.*
- *A. Ots, Termodünaamika. Tallinn, 1972.*
- *A. Ots, Aurugeneraatorites põlevkivi ja kansk-achinski kivisöe põletamisel esinevad protsessid. Moskva, 1977 (v.k).*
- *A. Ots, Aurukatla küttepindade korrosioon ja kulumine. Moskva, 1987 (v.k).*
- *T. Kallaste, O. Liik, A. Ots, eds. Possible Energy Sector Trends in Estonia. Context of Climate Change. Tallinn, 1999.*
- *A. Ots, Põlevkivi põletustehnika. Tallinn, 2004.*
- *A. Ots, Oil Shale Fuel Combustion. Tallinn, 2006.*

# SISUKORD


**I osa. TERMODÜNAAMIKA** **19**

**I TERMODÜNAAMIKA PÕHIMÕISTED. TERMODÜNAAMILINE KEHA** **25**

**1.1 Termodünaamiline süsteem ja ümbruskeskkond** **25**

**1.2 Termodünaamiline keha** **27**

**1.3 Termodünaamilised olekuparameetrid** **27**

1.3.1 Intensiivsed ja ekstensiivsed olekuparameetrid 27

1.3.2 Erimaht 28

1.3.3 Rõhk 29

1.3.4 Termodünaamika nullseadus. Temperatuur 30

**1.4 Termodünaamiline tasakaal** **33**

**1.5 Ideaalgaas** **35**

1.5.1 Ideaalgaasi mudel 35

1.5.2 Gravitatsioonivälja mõju rõhu jaotusele ideaalgaasis 39

1.5.3 Ideaalgaasi termiline olekuvõrrand 40

**1.6 Reaalgaas** **42**

1.6.1 Reaalgaasi põhiomadused 42

1.6.2 Aine *zp*-diagramm 45

1.6.3 Van der Waalsi võrrand 48

1.6.4 Beattie'-Bridgemani ja Mayeri-Bogoljubovi võrrand 51

1.6.5 Dimensioonita termiline olekuvõrrand 52

**1.7 Termodünaamiline protsess** **53**

**1.8 Oleku- ja protsessifunktsioonid** **55**

**1.9 Termilised tegurid** **58**

**II TERMODÜNAAMIKA ALUSSEADUSED** **61**

**2.1 Termodünaamika esimene ja teine seadus** **61**

2.1.1 Energia ja töö 61

2.1.2 Siseenergia 63

2.1.3 Mehaaniline töö 66

2.1.4 Tehniline töö 68

2.1.5 Mittemehaaniliste jõudude töö 70

2.1.6 Soojus 71

2.1.7 Tagastatavad ja tagastamatud protsessid 72

2.1.8 Termodünaamika esimene seadus 74

2.1.9 Entroopia 78

2.1.10 Entroopia muutus tagastamatutes protsessides 82
2.1.11 Ringprotsessi mõiste 84
2.1.12 Carnot' ringprotsess 86
2.1.13 Carnot' ringprotsess termilise kasuteguri kriteeriumina 90
2.1.14 Carnot' pöördringprotsess 91
2.1.15 Entroopia muutus ringprotsessis ja isoleeritud termodünaamilises süsteemis. Termodünaamika teine seadus 92
2.1.16 Termodünaamika teise seaduse statistilisus 96
2.1.17 Absoluutne termodünaamiline temperatuuriskaala 99

**2.2 Termodünaamilise keha erisoojus ja entalpia 101**
2.2.1 Erisoojuse mõiste 101
2.2.2 Isohoorne ja isobaarne erisoojus 102
2.2.3 Isohoorse ja isobaarse erisoojuse vaheline seos 105
2.2.4 Erisoojuse molekulaarkineetiline tõlgendus 107
2.2.5 Keskmine erisoojus 109
2.2.6 Entalpia 112

**2.3 Entroopia arvutusvalemid 114**

**2.4 Termodünaamilised potentsiaalid 117**
2.4.1 Termodünaamiliste potentsiaalide mõiste 117
2.4.2 Isohoorne termodünaamiline potentsiaal 118
2.4.3 Isobaarne termodünaamiline potentsiaal 120
2.4.4 Siseenergia termodünaamilise potentsiaalina 123
2.4.5 Entalpia termodünaamilise potentsiaalina 125
2.4.6 Termodünaamilise potentsiaali mõiste üldistamine 127

**2.5 Maxwelli võrrandid 130**

**2.6 Nernsti soojusteoreem 131**

**III TERMODÜNAAMILISED PÕHIPROTSESSID. EKSERGIA 137**

**3.1 Termodünaamilised põhiprotsessid 137**
3.1.1 Põhiprotsessi mõiste 137
3.1.2 Isohoorne protsess 138
3.1.3 Isobaarne protsess 141
3.1.4 Isotermne protsess 143
3.1.5 Adiabaatne protsess 146
3.1.6 Polütroopne protsess 150

**3.2 Eksergia 157**
3.2.1 Gouy-Stodola seadus 157
3.2.2 Termodünaamilise keha eksergia 159
3.2.3 Soojusvoo eksergia 163
3.2.4 Eksergiakadu soojusülekandel 165
3.2.5 Kütuse põlemisel vabaneva soojuse eksergia 167
3.2.6 Eksergiakadu ringprotsessis 167
3.2.7 Eksergiline kasutegur 169

**IV TERMODÜNAAMILINE TASAKAAL. VESI JA VEEAUR 171**

**4.1 Termodünaamilise süsteemi tasakaal 171**

4.1.1 Isoleeritud homogeense süsteemi tasakaal 171
4.1.2 Aine faasidevaheline tasakaal. Gibbsi faaside reegel 172
4.1.3 Aine faasisiirde diagrammid 176
4.1.4 Clapeyroni-Clausiuse võrrand 184
4.1.5 Tahkise termilised omadused 188
4.1.6 Vedeliku termilised omadused 190
4.1.7 Aine omadused alumisel ja ülemisel piirkõveral. Niiske aur 191

**4.2 Vesi ja veeaur 196**

4.2.1 Vee ja veeauru tabelid 196
4.2.2 Veeauru *pv*-diagramm 198
4.2.3 Veeauru *Ts*-diagramm 199
4.2.4 Veeauru *hs*-diagramm 200

**4.3 Protsessid vee ja veeauruga 202**

4.3.1 Vee kuumutamine 202
4.3.2 Vee aurustumine 204
4.3.3 Veeauru ülekuumendamine 205

**4.4 Põhiprotsessid veeauruga 205**

4.4.1 Isohoorne protsess 205
4.4.2 Isobaarne protsess 207
4.4.3 Isotermne protsess 208
4.4.4 Isoentroopne protsess 209

**V GAASIDE SEGU. GAASI JA AURU SEGU. NIISKE ÕHK 211**

**5.1 Gaaside segu 211**

5.1.1 Homogeense gaasisegu omadused. Daltoni ja Amagat' seadus 211
5.1.2 Gaaside püsimahuline segunemine 215
5.1.3 Gaaside segunemine mahuti täitumisel 217
5.1.4 Gaasivooluste segunemine 218
5.1.5 Entroopia muutus gaaside segunemisel 219

**5.2 Gaasi ja auru segu. Niiske õhk 220**

5.2.1 Gaasi ja auru segu parameetrid. Niiske õhu omadused 220
5.2.2 Niiske õhu tihedus, gaasikonstant ja entalpia 224
5.2.3 Niiske õhu adiabaatne küllastustemperatuur ja märgtermomeetri temperatuur 225
5.2.4 Niiske õhu *Hd*-diagramm 227
5.2.5 Niiske õhu *dt*-diagramm 229
5.2.6 Niiske õhu vooluste segunemine 230
5.2.7 Vee jahtumine jahutustornis 232
5.2.8 Materjali kuivatusprotsess 233

**VI TERMODÜNAAMILISE KEHA VOOLAMINE JA DROSSELDAMINE 235**

**6.1 Voolamise võrrandid 235**
6.1.1 Pidevusvõrrand 235
6.1.2 Energiavõrrand 236
6.1.3 Helikiirus ja Machi arv 239
6.1.4 Adiabaatsed pidurdusparameetrid 241
6.1.5 Voolamise võrrand 242

**6.2 Voolamine torus 243**

**6.3 Voolamine geomeetrilises düüsis 245**
6.3.1 Tagastatav voolamine 245
6.3.2 Keha kiirus ja kulu tagastataval voolamisel 248
6.3.3 Voolamise režiimid düüsis 252
6.3.4 Energiakadu tagastamatul adiabaatsel voolamisel 253
6.3.5 Tagastamatu voolamine Lavali düüsis 256
6.3.6 Auru voolamine 258

**6.4 Termodünaamilise keha drosseldamine 261**
6.4.1 Adiabaatne drosseldamine 261
6.4.2 Joule'i-Thomsoni efekt 262

**VII TERMODÜNAAMILISE KEHA KOMPRIMEERIMINE. GAASIJÕUSEADMETE RINGPROTSESSID 269**

**7.1 Termodünaamilise keha komprimeerimine 269**
7.1.1 Komprimeerimine üheastmelises kompressoris 269
7.1.2 Komprimeerimine mitmeastmelises kompressoris 275
7.1.3 Tagastamatu komprimeerimine 279
7.1.4 Auru komprimeerimine 281

**7.2 Kolbmootorite ringprotsessid 282**
7.2.1 Sisepõlemisega kolbmootorid 282
7.2.2 Otto ringprotsess 283
7.2.3 Dieseli ringprotsess 288
7.2.4 Sabathé ringprotsess (segaringprotsess) 291
7.2.5 Ringprotsesside võrdlus 292
7.2.6 Stirlingi ringprotsess 293

**7.3 Isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsess 296**
7.3.1 Braytoni ringprotsess 296
7.3.2 Tagastamatu Braytoni ringprotsess 300
7.3.3 Õhu isotermse komprimeerimisega ringprotsess 303
7.3.4 Õhu adiabaatse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess 306
7.3.5 Õhu isotermse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess 311
7.3.6 Õhu astmelise komprimeerimise ja soojuse astmelise sisestusega ringprotsess 313

**7.4 Isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsess 315**
7.4.1 Õhu isoentroopne ja isotermne komprimeerimine 315
7.4.2 Õhu isoentroopse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess 320
**7.5 Reaktiivmootorite ringprotsessid 322**
7.5.1 Reaktiivmootorite tüübid ja veojõud 322
7.5.2 Otsevoolu- ja pulsatsioonreaktiivmootor 324
7.5.3 Turboreaktiivmootor 326
7.5.4 Rakettmootor 329

**VIII AURUJÕUSEADMETE RINGPROTSESSID. LIITRINGPROTSESSID 333**

**8.1 Aurujõuseadmete ringprotsessid 333**
8.1.1 Aurujõuseadme skeem 333
8.1.2 Carnot' ringprotsess niiske auru piirkonnas 336
8.1.3 Tagastatav Rankine'i ringprotsess 337
8.1.4 Auru parameetrite mõju Rankine'i ringprotsessi termilisele kasutegurile 342
8.1.5 Tagastamatu Rankine'i ringprotsess 345
8.1.6 Mayeri ringprotsess 348
8.1.7 Auru vaheülekuumendusega ringprotsess 349
8.1.8 Regeneratiivne ringprotsess 353
8.1.9 Ringprotsess elektri ja tarbesoojuse saamiseks 360
**8.2 Liitringprotsessid 363**
8.2.1 Carnot' ringprotsessidega liitringprotsess 363
8.2.2 Termodünaamilise keha omaduste mõju Rankine'i ringprotsessi kasutegurile 364
8.2.3 Binaarne ringprotsess 366
8.2.4 Gaasi- ja auruturbiiniga liitringprotsess 369
8.2.5 Magnethüdrodünaamilise generaatoriga liitringprotsess 372

**IX SOOJUSE TRANSFORMATSIOON 377**

**9.1 Pöördringprotsessid soojustransformaatorites 377**
9.1.1 Soojuse transformatsiooniprotsesside iseloomustus 377
9.1.2 Gaasikompressor-külmutusseade 380
9.1.3 Aurukompressor-külmutusseade 385
9.1.4 Auruejektor-jahutusseade 392
9.1.5 Absorptsioonjahutusseade 394
9.1.6 Keeristoru-jahutusseade 397
9.1.7 Termoelektriline soojustransformaator 398
**9.2 Gaaside veeldamine 400**

**II osa. PÕLEMINE. KEEMILINE TERMODÜNAAMIKA 403**

**X KÜTUS. PÕLEMISE STÖHHIOMEETRIA 409**

**10.1 Kütus 409**
10.1.1 Kütuse liigid 409
10.1.2 Kütuse koostis 411

10.1.3 Kütuse niiskus 412
10.1.4 Kütuse mineraalosa 413
10.1.5 Tuhk. Tuha sulavus 415
10.1.6 Tahkekütuse lendosa ja koks 418
10.1.7 Küttevääртus 420
**10.2 Põlemisreaktsioonide stöhhiomeetria 423**
10.2.1 Põlemise reaktsioonid. Põlemiseks vajalik õhuhulk 423
10.2.2 Põlemisgaasi maht 425
10.2.3 Põlemisvõrrand 427
10.2.4 Liigõhutegur 429
**XI PÕLEMISFÜÜSIKA 431**
**11.1 Põlemisfüüsika olemus 431**
**11.2 Reaktsioonikiirus 432**
11.2.1 Massitoimeseadus 432
11.2.2 Temperatuuri mõju 434
11.2.3 Kontsentratsiooni mõju 436
**11.3 Põlevsegu süttimine 437**
**11.4 Gaaskütuse põlemine 441**
11.4.1 Leegilevi normaalkiirus 441
11.4.2 Leegi levimine 448
11.4.3 Leegilevi lihtsustatud mudel 450
11.4.4 Turbulentse leegi levimine 451
11.4.5 Difusiooniline põlemine 454
**11.5 Vedelkütuse põlemine 457**
**11.6 Tahkekütuse põlemine 461**
11.6.1 Osakese kuumenemine 461
11.6.2 Lendosa eraldumine 463
11.6.3 Lendosa põlemine 465
**11.7 Süsiniku põlemine 466**
11.7.1 Süsiniku struktuur ja reageerimine hapnikuga 466
11.7.2 Põlemise stöhhiomeetria 467
11.7.3 Heterogeenne reaktsioonikiirus 469
11.7.4 Osakesesisene põlemine 471
11.7.5 Osakese põlemiskiirus ja põlemisaeg 476
**11.8 Koksistunud osakese püsimahuline põlemine 478**
11.8.1 Püsimahulise põlemise olemus 478
11.8.2 Kineetiline põlemine 479
11.8.3 Difusiooniline põlemine 481
11.8.3 Kineetilis-difusiooniline põlemine 484
**11.9 Polüfraktsiooniline osakeste süsteem ja selle põlemine 486**
11.9.1 Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi karakteristikud 486
11.9.2 Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi põlemine 489

**XII KEEMILINE TERMODÜNAAMIKA 493**

**12.1 Keemiliselt reageeriv süsteem 493**

**12.2 Keemiline reaktsioon 494**

**12.3 Keemilise reaktsiooni energiabilanss 495**

12.3.1 Aine tekkesoojus 495

12.3.2 Reaktsioonisoojus 498

12.3.3 Reaktsiooni adiabaatne temperatuur 504

**12.4 Reaktsiooni töö 505**

12.4.1 Entroopia muutus 505

12.4.2 Keemiline potentsiaal 509

12.4.3 Keemiliselt reageeriva süsteemi eksergia 512

**12.5 Keemilise reaktsiooni tasakaal 515**

12.5.1 Tasakaalutingimused 515

12.5.2 Tasakaaluvõrrand 517

12.5.3 Samaaegselt kulgevate reaktsioonide tasakaal 524

12.5.4 Van't Hoffi võrrand 527

12.5.5 Keemilise reaktsiooni võimalikkus. Reaktsiooni maksimaalne töö 529

**12.6 Kütuseelemendi termodünaamika 533**

**III osa. SOOJUSÜLEKANNE 539**

**XIII SOOJUSJUHTIVUS 545**

**13.1 Temperatuuriväli ja temperatuurigradient 545**

**13.2 Fourier' seadus. Soojusjuhtivustegur 546**

**13.3 Soojusjuhtivuse võrrand 549**

**13.4 Ühesustingimused 552**

**13.5 Statsionaarne soojusjuhtivus 554**

13.5.1 Tasapinnaline sein 554

13.5.1.1 Ühekihiline sein 554

13.5.1.2 Mitmekihiline sein 555

13.5.1.3 Pindadevahelise kontakti termiline takistus 557

13.5.1.4 Soojusläbikanne 558

13.5.2 Silindriline sein 560

13.5.2.1 Ühekihiline sein 560

13.5.2.2 Mitmekihiline sein 562

13.5.2.3 Soojusläbikanne 563

13.5.2.4 Silindrilise seina kriitiline läbimõõt 566

13.5.3 Sfääriline sein 566

13.5.3.1 Ühekihiline sein 566

13.5.3.2 Soojusläbikanne 567

13.5.4 Varda soojusjuhtivus 569

13.5.4.1 Lõpmata pikk varras 569

13.5.4.2 Lõpliku pikkusega varras 571

13.5.4.3 Ribitatud soojusvahetuspind 574
13.5.5 Sisemise soojusallikaga keha 577
13.5.5.1 Tasapinnaline sein 577
13.5.5.2 Ümarvarras 579
13.5.5.3 Õõnes silinder 580
**13.6 Mittestatsionaarne soojusjuhtivus 585**
13.6.1 Tasapinnaline sein 585
13.6.2 Biot' arvu mõju 593
13.6.2.1 Väike Biot' arv 593
13.6.2.2 Suur Biot' arv 594
13.6.3 Regulaarne režiim 595

**XIV KONVEKTIIVNE SOOJUSÜLEKANNE. SOOJUSÜLEKANNE AINE FAASISIIRDEL 599**

**14.1 Konvektiivse soojusülekande olemus 599**
**14.2 Vedeliku voolamise võrrandid 601**
14.2.1 Voolamise režiimid 601
14.2.2 Navier'-Stokesi ja Euleri võrrandid 604
**14.3 Piirkiht 608**
14.3.1 Hüdrodünaamiline piirkiht 608
14.3.1.1 Laminaarne piirkiht tasapinnal. Kármáni võrrand 608
14.3.1.2 Turbulentne piirkiht tasapinnal 612
14.3.1.3 Voolamine torus. Torusisene piirkiht 616
14.3.2 Termiline piirkiht 618
14.3.2.1 Voolamine tasapinnal 618
14.3.2.2 Voolamine torus 620
14.3.2.3 Soojusvoog piirkihis. Kružilini võrrand 621
**14.4 Füüsikaliste nähtuste sarnasus 623**
14.4.1 Sarnaste nähtuste matemaatiline kirjeldamine. Sarnasusarvud 623
14.4.2 Sarnasuse tingimused 628
**14.5 Soojusülekanne sundvoolamisel 629**
14.5.1 Laminaarne voolamine 629
14.5.1.1 Voolamine tasapinnalisel plaadil 629
14.5.1.2 Voolamine torus 633
14.5.2 Turbulentne voolamine 636
14.5.2.1 Voolamine tasapinnalisel plaadil 636
14.5.2.2 Voolamine torus 639
14.5.3 Ristvoolus torud ja sfääriline pind 640
14.5.3.1 Üksik toru ja sfääriline pind 640
14.5.3.2 Torukimp 644
14.5.4 Soojusülekanne gaasi suurel kiirusel 647
**14.6 Soojusülekanne vabakonvektsioonil 650**
14.6.1 Konvektsioon piiramata ruumis 650
14.6.2 Laminaarne voolamine vertikaalpinnal 652

14.6.3 Üleminekurežiim ja turbulentne voolamine vertikaalpinnal 656
14.6.4 Voolamine horisontaalsel torul 657
14.6.5 Soojusülekanne piiratud ruumis 658
14.6.6 Vabakonvektsiooni mõju sundvoolamisele 661
**14.7 Soojusülekanne aine faasisiirdel 664**
14.7.1 Soojusülekanne vedeliku keemisel 664
14.7.1.1 Keemise režiimid. Keemine vabas ruumis 664
14.7.1.2 Keemine torus 667
14.7.1.3 Keemise kriis 668
14.7.1.4 Soojusülekanne piiramata ruumis 670
14.7.1.5 Soojusülekanne sundvoolamisel 671
14.7.1.6 Soojusülekanne kelmelisel keemisel 672
14.7.2 Soojusülekanne auru kondenseerumisel 675
14.7.2.1 Auru kondenseerumise režiimid. Kelmeline kondensatsioon 675
14.7.2.2 Soojusülekanne voolamisel püstseinal 677
14.7.2.3 Soojusülekanne horisontaaltorul ja torukimbus 679
14.7.2.4 Soojusülekanne vertikaaltorus 682
14.7.2.5 Soojusülekanne piiskkondensatsioonil 684
**XV KIIRGUSSOOJUSÜLEKANNE 687**
**15.1 Kiirgussoojusülekande olemus 687**
**15.2 Mustkeha kiirgus 690**
15.2.1 Mustkeha mudel 690
15.2.2 Plancki seadus 691
15.2.3 Wieni nihkeseadus 692
15.2.4 Rayleigh'-Jeansi seadus 694
15.2.5 Stefani-Boltzmanni seadus 695
15.2.6 Lamberti seadus 698
**15.3 Keha kiirgusomadused 702**
15.3.1 Kiirgustegur 702
15.3.2 Neeldetegur 708
**15.4 Kirchhoffi seadus 713**
**15.5 Kiirgussoojusülekanne läbipaistvas keskkonnas 716**
15.5.1 Nurktegur ja vastastikune kiirguspind 716
15.5.2 Kiirgusenergia bilanss 722
15.5.2.1 Efektiivne ja resulteeruv kiirgus 722
15.5.2.2 Soojusülekanne mustkehade vahel 724
15.5.3 Soojusülekanne hallkehade vahel 726
15.5.3.1 Paralleelselt paiknevad tasapinnalised plaadid 726
15.5.3.2 Vaheekraanidega tasapinnalised paralleelplaadid 728
15.5.3.3 Keha-kehas-süsteem 730
15.5.3.4 Vaheekraanidega keha-kehas-süsteem 732
15.5.3.5 Suletud süsteem 734

**15.6 Soojusvahetus kiirgust neelavas keskkonnas 737**
15.6.1 Kiirgusenergia ülekanne neelavas keskkonnas. Bougueri seadus 737
15.6.2 Kiirgusenergia ülekanne neelavas ja kiirgavas keskkonnas 740
15.6.3 Gaaside kiirgus 742
15.6.4 Üldistatud nurktegurid 748
15.6.5 Kehadevaheline soojusülekanne neelavas keskkonnas 751
15.6.5.1 Soojusülekanne suletud süsteemis 751
15.6.5.2 Pinnast ja kiirgavast keskkonnast koosnev süsteem 752
15.6.5.3 Kiirgavat keskkonda ja adiabaatset pinda sisaldav süsteem 753
15.6.5.4 Kiirgussoojusülekande tegur 755
15.6.6 Päikesekiirgus ja kiirgus atmosfääris 756
15.6.7 Kasvuhooneefekt ja kasvuhoonegaasid 760

**XVI SOOJUSÜLEKANNE SOOJUSVAHETITES 763**

**16.1 Soojusvahetite liigid 763**
**16.2 Soojusülekanne rekuperatiivses soojusvahetis 764**
16.2.1 Keskkondade liikumise skeemid 764
16.2.2 Soojusbilanss 766
16.2.3 Soojusläbikandetegur 768
16.2.4 Soojusülekande intensiivistamine 771
16.2.4.1 Soojusülekande intensiivistamise meetodid 771
16.2.4.2 Kore soojusvahetuspind 772
16.2.4.3 Ribitatud soojusvahetuspind 773
16.2.4.4 Torusisesed soojusülekande intensiivistid 776
16.2.5 Sadestise termiline takistus 779
16.2.6 Keskmine temperatuurivahe 780
16.2.6.1 Pärivool 780
16.2.6.2 Vastuvool 782
16.2.6.3 Rist- ja segavool 783
16.2.7 Soojusvaheti soojusülekande arvutamine 785
16.2.7.1 Konstruktsiooniarvutus 785
16.2.7.2 Kontrollarvutus 785
**16.3 Soojusülekanne regeneratiivses soojusvahetis 788**
**16.4 Soojustoru 791**

**ISIKULOEND 800**
**AINELOEND 802**
**KIRJANDUS 811**

**Esimene osa**

# TERMODÜNAAMIKA

Termodünaamika on kõige üldisemas tähenduses õpetus energiast. Kummatigi on energiat raske täpsemalt määratleda, tal on tunnetuslik tähendus, kuid igal erijuhtumil ka konkreetne füüsikaline sisu. Üldisel kujul tuleb energia all mõista võimet esile kutsuda mingi süsteemi seisundi muutus. Energia teisendeid (esinemisvorme) on palju. Energial on nii kvantiteet kui ka kvaliteet. Energia kvantiteet osutab kogusele, kui palju teatud liiki energiat on meie käsutuses. Kvalitatiivseks näitajaks võib olla suurus, mis määrab kindlaks selle osa energiast, mida saame teatud eesmärgi nimel kasutada. Termodünaamika seisukohalt vaadatuna on energial võime sooritada tööd, eelkõige mehaanilist tööd. Termodünaamika üks eesmärk ongi uurida teatud energialiigi muundamist kasulikuks tööks.

Nimetus „termodünaamika" tuleneb kreekakeelsetest sõnadest thermē (soojus) ja dynamis (jõud), viidates seega soojuse jõule. Tänapäevases käsituses hõlmab see mõiste kõik energiaga ja energia muundusega kaasnevad nähtused, sealhulgas protsessid soojusjõu- ja külmutusseadmetes, samuti aine soojusfüüsikalised omadused. Niisiis, termodünaamika nüüdisaegses tõlgenduses koondab endasse teatud füüsikaharu koos rakendusliku osaga. Termodünaamikat käsitlev füüsikaharu tegeleb alusküsimuste uurimisega, sellest johtuvate järelduste ja tõlgendustega. Sama suunda taotleb ka aine termodünaamiliste omaduste uurimine.

Teisalt, olles energiateisendusseadmete loomise, töö analüüsi ja arvutamise aluseks, on termodünaamikal ülisuur rakenduslik tähtsus. Termodünaamika võimaldab muu hulgas leida omatavast energiast kasulikuks tööks määratud osa või süsteemi energiapotentsiaali tõstmiseks vajaliku lisaenergia. Termodünaamilise protsessi tasakaaluolek (tagastatav protsess) püstitab piiri maksimaalsele energiakasutusele, millest üle astuda ei ole võimalik. Tagastamatu protsessi olemuse uurimine teeb kindlaks energia hajumise ulatuse reaalses termodünaamilises protsessis, sellele tugineb aga protsessi kasuteguri või energiakasutuse määramine.

Rõhutagem, et termodünaamika kui teadus sündis pakilisest vajadusest muundada soojus (keha kuumus) mehaaniliseks tööks. Ajendiks oli tööstuse tormiline areng 18. sajandil ning selle rahuldamiseks leiutatud aurujõumasina kasutuselevõtt ja lakkamatu täiustamine. Aurumasinas toimuvat termodünaamilist protsessi uuris esimesena väljapaistev prantsuse õpetlane *Nicolas Léonard Sadi Carnot*. Tema uuringud avasid tee aurumasina töö efektiivsuse edasiseks tõstmiseks ja kiireks evitamiseks tööstuses. Carnot' uuringute tähtsus ületas kaugelt nende kitsama eesmärgi, sest nad viisid lõpuks põhilise loodusseaduse – termodünaamika teise seaduse avastamiseni.

Energia esinemisvorme on palju: siseenergia, potentsiaalne, kineetiline, keemiline, magnetiline energia, elektri-, tuumaenergia jm. Keha koguenergia on üksikute energialiikide summa. Aine koguenergiat ei ole võimalik määrata ega teada saada, see sõltub eelkõige aine ehitusest ja aineosakeste energeetilisest seisundist. Vaevalt, et kunagi selgitatakse lõplikult aine struktuur ning sellest johtuv energia.

Termodünaamika seisukohalt ei olegi oluline teada süsteemis sisalduvat koguenergiat, küll aga selle muutust süsteemis toimuvate protsesside tagajärjel. Seepärast loetakse süsteemi energia väärtus mingis leppelises olekus nulliks, millega süsteemi energia muutus lakkab sõltumast energia tegelikust väärtusest leppepunktis.

Kui süsteemi siseneb energiat väljast või süsteem loovutab seda väljapoole, siis tema koguenergia vastavalt kas kasvab või kahaneb. Võimalikud on ka süsteemisisesed energeetilised protsessid, mille puhul süsteemi energiasisaldus ei muutu, kuid muutub energia vorm süsteemis. Kui näiteks süsteemisisesel ainete keemilisel ühinemisel vabaneb keemiline energia (nt põlemisreaktsioonis vesiniku ja hapniku vahel), siis ei tõsta see süsteemi koguenergiat, sest keemiline energia läheb üle mingiks teiseks energialiigiks, sagedamini siseenergiaks (entalpiaks).

Termodünaamika peamine uurimisobjekt on nähtused, mis toimuvad ruumi määratud osas, seega teatud termodünaamilises süsteemis. Termodünaamiline süsteem sisaldab suure arvu molekulaarse struktuuriga osakesi, mille ehitus ja käitumine määravadki süsteemi energia. Selle nähtuse rakendusnäiteks võib olla õhu kokkusurumine kompressoris või veeauru paisumine auruturbiinis. Mõlemal juhul on süsteemis lõpmatult palju osakesi, mistõttu on tegemist nn termodünaamilise makrosüsteemiga, mida sisuliselt uuribki klassikaline termodünaamika. Selline süsteem ei hõlma üksikmolekulide, -aatomite ja teiste elementaarosakeste käitumist eraldi, kuid makrosüsteemi käitumine ja seisund tervikuna on muidugi mõjutatud üksikmolekulide jt osakeste paigutusest ja seisundist süsteemis.

Termodünaamika osa, mis uurib aine omadusi üksikosakeste tasemel ja laiendab saadud tulemusi suurest arvust osakestest koosnevale süsteemile, tuntakse statistilise termodünaamikana. Niisiis on statistilise termodünaamika eesmärk uurida statistiliste meetoditega suurest arvust osakestest koosnevat makrosüsteemi selle üksikosakeste käitumise põhjal. Sel viisil määratakse üksikosakeste käitumise koosmõju nende suurearvulisele kogumile kui makrosüsteemile.

Käesolevas õpikus vaadeldakse põhiliselt termodünaamilist makrosüsteemi, kuid põgusalt puudutatakse süsteemis toimuvat ka mikroosakeste tasandil.

Termodünaamikale on iseloomulikud mõisted siseenergia ja entalpia ning nende kasutamine. Siseenergia on osa süsteemisisesest energiast, milles kätkeb süsteemis olevate osakeste liikumise ja asendiga seonduv energia. Entalpia on süsteemi siseenergia ja rõhuenergia summa. Siseenergia muutus osutab energeetilisele protsessile materiaalselt suletud termodünaamilises süsteemis (aine püsihulgaga süsteem), entalpia muutus aga materiaalselt avatud termodünaamilisele süsteemile (aine pideva juurde- ja äravooluga süsteem). Seega kaasneb termodünaamilise makroprotsessiga kas siseenergia või entalpia muutus.

Termodünaamika määratleb soojuse kui energia ülekande vormiga seotud suuruse. Soojushulk on energiakogus, mis kandub temperatuurivahe olemasolul ühest termodünaamilisest süsteemist teise, suurendades või kahandades vastavalt ühe või teise süsteemi energiat. Seega on soojuse kujul energiaülekande või energiavahetuse ainueeldus süsteemide temperatuuri erinevus. Siit järeldubki, et soojus ise ei ole energia, vaid energia ülekande vormiga seotud suurus, mistõttu ei ole võimalik ka soojust salvestada. Salvestada saab vaid soojuse kujul ülekantavat energiat. Missugusel kujul soojusena ülekantav energia säilitatakse, see sõltub juba energia salvestussüsteemi omadustest. Üleantud soojushulk sagedamini muudab kas süsteemi entalpiat ja siseenergiat või muutub tööks. Soojusel on ühisjooni tööga. Ka töö näol on võimalik energiat ühest süsteemist teise üle kanda, kuid tööd nagu soojustki ei ole võimalik salvestada.

Termodünaamika tugineb neljale kogemuslikule katseliselt tõestatud alusseadusele.

Termodünaamika esimene seadus on sisult energia jäävuse ja teisendamise seadus rakendatuna soojusnähtustele süsteemis.

Termodünaamika teine seadus määrab kindlaks makroprotsessi suuna süsteemis, väljendades tõsiasja, et energia võib soojuse kujul kanduda ainult kuumemalt kehalt jahedamale.

Mainitud kahe seaduse kõrval on oluline ka termodünaamika kolmas seadus, nn soojusteoreem, mis määrab entroopia kui termodünaamilise olekufunktsiooni väärtuse süsteemi tasakaaluolekus absoluutse nulltemperatuuri juures ning tunnistab ühtlasi absoluutse nulltemperatuuri saavutamatust. Seadusest järeldub ühtlasi, et soojust ei ole võimalik täiel määral kasulikuks tööks muundada.

Termodünaamika nullseadus käsitleb termilist tasakaalu süsteemide vahel. Kui kaks termodünaamilist süsteemi on kumbki termilises tasakaalus kolmandaga, siis on nad termilises tasakaalus ka teineteisega. See seadus määrab temperatuuri mõiste kui süsteemi termilist tasakaalu väljendava parameetri ja on aluseks temperatuuri mõõtmise tehnikale.

Õpiku termodünaamika osa jaguneb tinglikult neljaks. Alul vaadeldakse termodünaamika alusseadusi, millele on üles ehitatud kogu termodünaamika kursus. Seejärel käsitletakse aine (termodünaamilise keha) soojusfüüsikalisi omadusi, mis on olulised, sest energia muundamine kasulikuks tööks saab toimuda ainult aine vahendusel. Kesksel kohal on siin vee ja veeauru omadused, sest just neid kasutatakse enim energiavahetuseks soojuse kujul. Järgmisena on vaatluse all energia kasulikuks tööks muundamise protsessid soojusjõuseadmetes ning lõpuks soojuse ülekandmine jahedamast süsteemist kuumemasse.

**Esimene peatükk**

# TERMODÜNAAMIKA PÕHIMÕISTED. TERMODÜNAAMILINE KEHA

## 1.1 Termodünaamiline süsteem ja ümbruskeskkond

Üldjoontes käsitleb termodünaamika termodünaamilises süsteemis toimuvaid nähtusi ja nende seost ümbruskeskkonnaga.

Termodünaamiline süsteem on jäiga või elastse suletud pinnaga piiritletud ruumiosa. Süsteemi ümbritseb nn ümbruskeskkond. Süsteemi ümbruskeskkonnast lahutav pind on ühtlasi nendevaheline piir, mis võib eksisteerida reaalselt (seina kujul) või mõtteliselt.

Termodünaamiline süsteem võib olla homogeenne või heterogeenne. Homogeenses süsteemis on aine füüsikalis-keemilised omadused kõigis punktides ühesugused. Sellise süsteemi näiteid on gaas, vesi ja jää.

Heterogeenseks nimetatakse süsteemi, mille üksikosade füüsikalis-keemilised omadused on erisugused. Seejuures on süsteemi osad üksteisest eraldatud lahutuspinnaga. Heterogeenne süsteem on näiteks vesi ja jää, aur ja vesi, aur ja jää. Heterogeense süsteemi erinevate füüsikaliste omadustega osi nimetatakse faasideks. Süsteemi aur-vesi korral lahutab osasid faasidevaheline lahutuspind, milleks on veepiisa välispind aurus. Vastavalt aine kolmele võimalikule agregaatolekule eristatakse gaasilist, vedelat ja tahket faasi, kusjuures heterogeense süsteemi iga faas on omaette homogeenne. Tahke aine võib olla kas amorfne või erinevates kristallilistes vormides.

Termodünaamilise süsteemi üks lihtne näide on gaas balloonis. Süsteemi ja ümbruskeskkonna vaheline piir on ballooni sisepind, ümbruskeskkonna moodustab aga balloon ise koos seda ümbritseva õhuga (kui balloon asetseb õhukeskkonnas). Siin eraldab süsteemi ümbruskeskkonnast reaalne pind (sein).

Termodünaamilise süsteemi teiseks näiteks olgu ruum, mis jääb silindri ja selles liikuva kolvi vahele. Ruumi maht sõltub kolvi asendist, olles kolvi liikudes muutuv suurus. Süsteemi ja ümbruskeskkonna vaheliseks piiriks on silindri seina ja kolvi põhja sisepind ja ümbruskeskkonnaks silindri sein, liikuv kolb ja neid ümbritsevad kehad.

Termodünaamiline süsteem võib olla ka ruumi osa, millest voolab läbi näiteks vedelik või gaas.

Termodünaamiline süsteem võib olla kas materiaalselt suletud või materiaalselt avatud. Süsteem on materiaalselt suletud, kui puudub aine juurdevool süsteemi või äravool sellest, sest siis ei vahetu aine mass süsteemis, olles püsiv. Süsteem on materiaalselt avatud, kui esineb aine sissevool süsteemi ja väljavool sellest või üks nendest. Eespool esitatud näidetes (balloon, kolviga silinder) on tegemist suletud termodünaamilise süsteemiga, kuna aine kogus süsteemis ei muutu.

Materiaalselt avatud süsteemi näideteks sobivad turbiin, pump, ventilaator või mõni muu sarnane seade, mille sisemuses aine vahetub. Selliseid masinaid võib nimetada ka läbivoolumasinateks.

Termodünaamiline süsteem ja ümbruskeskkond saavad teineteist vastastikku mitmeti mõjutada (mehaaniliselt, soojuslikult, elektriliselt, magnetiliselt jne). Süsteemi ja ümbruskeskkonna vastastikust seost võib tõlgendada kui termodünaamilise süsteemi ja ümbruskeskkonna vastastikmõju.

Mehaaniline vastastikmõju seisneb töö ülekandes süsteemist ümbruskeskkonda või vastupidi. Toome lihtsa näite, kus süsteemi moodustab vabalt liikuva kolviga silindriosa ja gaas selles. Keskkond võib siin süsteemi mehaaniliselt mõjutada juhul, kui gaasilt kolvile avalduv jõud erineb keskkonnalt kolvile mõjuvast jõust. Säärases olukorras gaasi maht silindris kas suureneb või väheneb ning energia kandub tööna kas süsteemist keskkonda või vastupidi.

Soojuslik vastastikmõju väljendub soojusülekandena süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel, mis aga eeldab temperatuurivahe olemasolu. Termodünaamilist süsteemi, millel puudub soojusvahetus ümbruskeskkonnaga (isegi siis, kui süsteemi ja ümbruskeskkonna temperatuur on erinev), nimetatakse soojuslikult isoleeritud ehk adiabaatseks süsteemiks, soojusülekannet tõkestavat pinda aga adiabaatpinnaks. Soojust läbilaskvat pinda (seina) tuntakse ka diatermilise pinnana (seinana). Diatermilise seinaga eraldatud süsteemid võivad üksteist vastastikku soojuslikult mõjutada.

Süsteem, mis on ümbruskeskkonnast eraldatud samaaegselt adiabaatselt ja mehaaniliselt absoluutselt jäiga pinnaga, kannab isoleeritud termodünaamilise süsteemi nimetust, eeldusel, et süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel ei ole muid vastastikmõjusid. Sel juhul puudub isoleeritud süsteemi ja väliskeskkonna vahel nii soojuslik kui ka mehaaniline vastastikmõju. Isoleeritud termodünaamiline süsteem võib olla ka üksikutest seadmetest ja seadmegruppidest moodustatud ning ümbruskeskkonnast isoleeritud süsteemi tunnustega kooslus.

## 1.2 Termodünaamiline keha

Termodünaamilises süsteemis asuvat keha, mille vahendusel toimuvad termodünaamilised protsessid ning energialiikide vastastikune muundumine, nimetatakse termodünaamiliseks kehaks. Soojusjõuseadmetes on termodünaamiliseks kehaks aine, mis vahendab neis sisalduva või ülekantava energia muundamist tööks. Soojustransformaatorites on termodünaamiliseks kehaks aine, mille kaudu soojus siirdub jahedamalt kehalt kuumemale. Soojusjõuseadmetes ja -transformaatorites termodünaamilise kehana kasutatavat ainet nimetatakse ka töökehaks.

Kõige üldisemal juhul võib termodünaamiline keha olla nii tahke, vedel kui ka gaasiline aine. Soojuse muundamisel tööks sobib termodünaamiliseks kehaks hästi gaas (aur), kuna see võib paisudes mahult mitmekordistuda.

Kolbmootorites, gaasiturbiinseadmetes, reaktiivmootorites jt seda tüüpi soojusjõuseadmetes on termodünaamiliseks kehaks kütuse põlemisgaas. Põlemisgaas on gaasisegu, mille peamised tavakomponendid on lämmastik, süsihappegaas, veeaur ja hapnik. Nende osiste vahekord põlemisgaasis sõltub kütuse koostisest ja põlemistingimustest. Põlemisgaasi kui termodünaamilise keha agregaatolek jääb kogu protsessi kestel gaasiliseks.

Aurujõuseadmes on termodünaamiliseks kehaks enamikul juhtudel veeaur. Sõltuvalt parameetritest aurujõuseadmes võib veeaur kui termodünaamiline keha töötsükli jooksul muuta oma agregaatolekut. Näiteks siseneb auruturbiini aurugeneraatorist ülekuumendatud aur, mis aga paisumise käigus turbiinis võib niiskuda ja lõpuks kondensaatoris veelduda. Vesi (nn kondensaat) pumbatakse seejärel uuesti aurugeneraatorisse, kus ta jälle aurustub.

## 1.3 Termodünaamilised olekuparameetrid

### 1.3.1 Intensiivsed ja ekstensiivsed olekuparameetrid

Termodünaamiline olekuparameeter on suurus, mis iseloomustab termodünaamilise keha olekut ehk seisundit. Süsteemi termodünaamilised parameetrid on omavahel seotud. Kui muutub süsteemi mingi olekuparameeter, läheb süsteem uude seisundisse ning koos sellega muutuvad ka ülejäänud olekuparameetrid.

Intensiivseks nimetatakse sellist olekuparameetrit, mis ei sõltu termodünaamilises süsteemis oleva keha massist või osakeste arvust. Intensiivsed olekuparameetrid on näiteks rõhk ja temperatuur.

Aditiivne ehk ekstensiivne olekuparameeter on selline, mis sõltub süsteemis oleva keha massist või osakeste arvust. Süsteemi ekstensiivparameeter on võrdne süsteemi üksikute osade ekstensiivparameetrite summaga. Olgu meelevaldse termodünaamilise olekuparameetri tähis $A$, siis selle ekstensiivsuse korral on süsteemi kui terviku ekstensiivparameeter võrdne süsteemi alaosade ekstensiivparameetrite summaga:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i . \tag{1-1}$$

Ekstensiivsed olekuparameetrid on näiteks süsteemi mass, maht ja energia.

Kui jagada süsteem näiteks kolmeks osaks, siis on süsteemi kogumass võrdne kolme osamassi summaga. Sama kehtib ka mahu, energia jt mis tahes ekstensiivparameetrite kohta. Kui süsteemi kui terviku ekstensiivparameeter anda näiteks süsteemi massi kohta, muutub ekstensiivparameeter intensiivseks. Niisiis, kui maht $V$ on süsteemi ekstensiivparameeter, siis suhe $V/M$ on intensiivparameeter (siin $M$ on süsteemi mass).

Kui välisjõud puuduvad, on termodünaamilise keha (süsteemi) tasakaaluolek (vt p 1.4) üheselt määratud kahe teadaoleva suvalise intensiivse olekuparameetriga. Keha olekuparameetreid, millest lähtuvalt saab ülejäänud olekuparameetreid vaadelda nende funktsioonina, nimetatakse sõltumatuteks parameetriteks. Leitavad suurused on aga sõltuvad parameetrid. Kui keha siseenergiat $u$ käsitada funktsioonina temperatuurist $T$ ja rõhust $p$, siis $T$ ja $p$ on sõltumatud olekuparameetrid, $u$ aga sõltuv olekuparameeter, ehk lühidalt väljendatuna $u = u(T, p)$.

Erimahtu või tihedust, rõhku ja temperatuuri kokku nimetatakse termodünaamilise keha (süsteemi) termilisteks olekuparameetriteks.

### 1.3.2 Erimaht

Erimaht on keha ühikmassi maht. Kui keha maht on $V$ ja mass $M$, siis erimaht

$$v = \frac{V}{M}. \tag{1-2}$$

Erimahu põhimõõtühik on $m^3/kg$.

Erimahu pöördväärtust nimetatakse tiheduseks:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1}{v}. \tag{1-3}$$

Tiheduse põhimõõtühik on $kg/m^3$.

Viimase valemi põhjal

$$\rho v = 1.$$

### 1.3.3 Rõhk

Rõhk on pinnaühikule selle normaali suunas mõjuv jõud.

Rõhu põhimõõtühik on paskal (1 Pa = 1 N/m$^2$). Kuna üks paskal on väga väike rõhk, siis suurema rõhu mõõtmisel kasutatakse ühikuid 1 kPa = $10^3$ Pa või 1 MPa = $10^6$ Pa. Samuti on kasutusel ühik baar (1 bar = $10^5$ Pa). Sageli mõõdetakse väikest rõhku ka vee- või elavhõbedasamba millimeetrites. 1 Pa = 0,102 mm $H_2O$ = 0,00750 mm Hg.

Rõhu mõõtmist selgitab joonisel 1.1 toodud skeem. Joon 0-0 märgib absoluutset vaakumit.

Kui rõhu mõõtmisel on nullnivooks absoluutne vaakum, saadakse absoluutne rõhk.

Rõhu mõõtmisel on baasnivooks sageli atmosfääri (baromeetriline) rõhk, mille absoluutväärtus on joonisel tähistatud tähega *B*. Kui rõhk on atmosfäärirõhust kõrgem, siis mõõdetakse teda manomeetriga, kui aga madalam, siis vaakummeetriga.

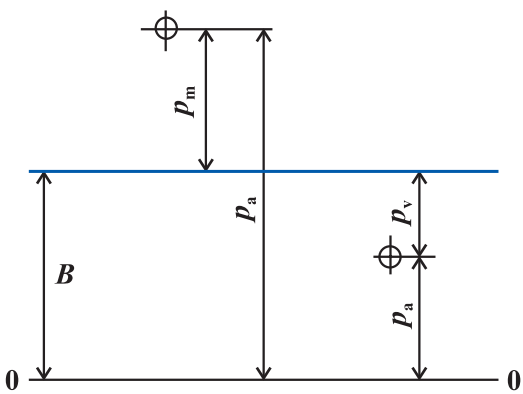
Manomeetriga mõõtmisel absoluutne rõhk

$$p_a = p_m + B \tag{1-4}$$

ja vaakummeetriga mõõtmisel

$$p_a = B - p_v, \tag{1-5}$$

kus $B$ – baromeetriline rõhk, $p_m$ ja $p_v$ – vastavalt manomeetriga ja vaakummeetriga mõõdetud rõhk.




**Joonis 1.1. Rõhu mõõtmist selgitav skeem**

### 1.3.4 Termodünaamika nullseadus. Temperatuur

Temperatuur iseloomustab keha kuumenemise astet mingi teise keha suhtes ja määrab nendevahelise soojusvoo suuna (alati kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale). Kui kuumem keha viia kontakti külmemaga, siis esimene jahtub ja teine kuumeneb. Kas esimene keha on teise suhtes kuumem või külmem, seda iseloomustab tema temperatuur. Antud juhul on tegemist vaid temperatuuri kvalitatiivse määranguga.

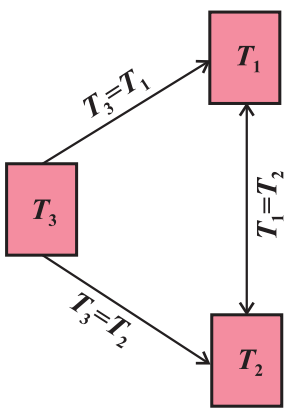
Sisuliselt väljendab temperatuur keha molekulide liikumise energiat.

Temperatuuri kui keha olekuparameetri mõõtmise lähtekoht on termodünaamika nullseadus. See ütleb, et kui kahe erineva keha temperatuur on seesama mis kolmandalgi, siis on kõigi kolme keha temperatuur võrdne. Kui asendada kolmas keha termomeetriga, siis vastavalt termodünaamika nullseadusele on nii esimese kui ka teise keha temperatuur võrdne kolmanda keha (termomeetri) temperatuuriga.

Termodünaamika nullseaduse olemust selgitab joonis 1.2. Olgu kehade *1*, *2* ja *3* temperatuur vastavalt $T_1$, $T_2$ ja $T_3$. Kui $T_1 = T_3$ ja $T_2 = T_3$, siis samuti $T_1 = T_2$.

Termodünaamika nullseadus formuleeriti teistest termodünaamika alusseadustest tunduvalt hiljem (1931), kuid ei ole nendest tuletatav, olles iseseisva tähendusega.

Mingi keha temperatuuri mõõtmiseks viiakse temaga termilisse kontakti teine keha (termomeeter). Mõõtmise hetkel peab termomeeter (selle tundmik) olema termilises tasakaalus kehaga, mille temperatuuri mõõdetakse. Termomeeter näitab alati iseenda temperatuuri mingi temperatuurist sõltuva omaduse kaudu. Näiteks võib selleks olla vedeliku maht (vedeliktermomeeter ehk paisumistermomeeter), gaasi rõhk püsival mahul (gaastermomeeter), tahke keha elektriline takistus (takistustermomeeter), termopinge kahe erineva metalli kokkupuutepunktis (termopaar), keha kiirgusintensiivsus (kiirguspüromeeter) jt.




**Joonis 1.2. Termodünaamika nullseadust selgitav skeem**

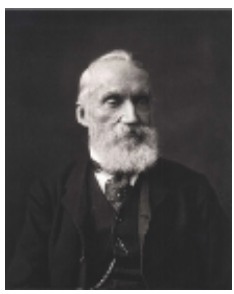


**Gabriel Daniel Fahrenheit** (14.05.1686 Danzig, praegune Gdansk – 16.09.1736 Haag, Holland), saksa füüsik ja mehaanik. Elas peamiselt Hollandis ja Inglismaal, Londoni Kuningliku Seltsi liige (1724). Õppis Amsterdamis, külastas paljusid Euroopa linnu, tutvudes mitme tolleaegse teadlasega. Konstrueeris 1714–1715 esimese kasutamiskõlbliku elavhõbetermomeetri, mille skaala kraadiks (°F) võttis 1/100 lume ja ammooniumkloriidi segu temperatuuri (0 °F) ja keha normaaltemperatuuri (100 °F) vahest. Selle skaala järgi on jää sulamistemperatuur 32 °F ja vee keemistemperatuur 212 °F (1 °F = 5/9 °C). Fahrenheit konstrueeris veel baromeetri, areomeetri jt riistu.

Avastas vee allajahtumise (1721), uuris vedelike keemistemperatuuri olenevalt rõhust ja vedelikus lahustunud sooladest. ***Fahrenheiti temperatuuriskaala*** on mõnes riigis tänaseni kasutusel (USA).



**Anders Celsius** (27.11.1701 Uppsala – 25.04.1744 Uppsala), rootsi astronoom ja füüsik. Tema isa oli Uppsala ülikoolis astronoomiaprofessor, ka edukas matemaatik. Celsius õppis isa eeskujul astronoomiat, oli astronoomiaprofessor Uppsala ülikoolis 1730–1744, kuid tegeles innukalt ka füüsikaga. Reisis palju, tutvus observatooriumidega Saksamaal, Itaalias, Prantsusmaal. Rajas 1741 Uppsalasse observatooriumi. Uurimusi magnetiliste nähtuste, virmaliste, Maa magnetvälja ja -voo kohta, avastas seose valguse ja Maa magnetvälja muutuse vahel. Osales Lapimaal kraadimõõtmises (1736–1737). Võttis 1742 kasutusse 100-kraadise elavhõbetermomeetri, mille skaala püsipunktideks olid jää sulamispunkt (100 °C) ja vee keemispunkt (0 °C). Skaala pööras tänapäevasesse „õigesse asendisse" Carl Linnaeus aasta pärast Celsiuse surma.



**William Thomson, lord Kelvin** (26.06.1824 Belfast, Iirimaa – 17.12.1907 Largs, Šotimaa), iiri-šoti füüsik, matemaatik ja insener. Loodusfilosoofia professor Glasgows ja Cambridge'is (1846–1899). Glasgow ülikoolis tegeles soojuse ja elektri matemaatilise analüüsiga, moderniseeris oluliselt füüsikaainete õpetamist. Oli tegev mitmes füüsikaharus – termodünaamikas, elektri- ja magnetismiteoorias, arendas matemaatiliselt edasi Faraday ideed elektrilise induktsiooni kohta. Termodünaamikas arendas edasi Carnot' ja Joule'i tööd termodünaamika esimese ja teise seaduse alal.

Töötas (Joule'i osalusel) välja absoluutse temperatuuriskaala, mille ühik on ***kelvin*** (**K**), postuleeris absoluutse nulltemperatuuri.

Koostöös Helmholtziga uuris elektromagnetilise võnkumise teooriat, koostas vastavad matemaatilised valemid. Sai tuntuks ka kui insener ja leidur elektrilise telegraafi alal. Avastas koos Joule'iga drosselefekti olemuse (***Joule'i-Thomsoni efekt***).

Temperatuuri mõõtmine vedeliktermomeetriga põhineb termomeetri täitevedeliku mahu temperatuurisõltuvusel, igale temperatuurile vastab vedeliku kindel maht. Sellise termomeetri näit sõltub täitevedeliku omadustest, s.o temperatuuri ja täitevedeliku mahu vahelisest seosest. Sama kehtib ka termopaari ja takistustermomeetri puhul: olenevalt nende materjalist on seos temperatuuri ning genereeritava termopinge või elektritakistuse vahel erinev. Järelikult ei ole kirjeldatud meetoditega võimalik määrata temperatuuri absoluutset väärtust, sest temperatuuri väljendab mingi kõrvaline suurus – vedeliku maht (samba kõrgus) vedeliktermomeetris, termopaari termopinge, takistustermomeetri elektritakistus jne. Kirjeldatud põhimõttel fikseeritav temperatuur on nn empiiriline temperatuur.

Vedeliktermomeetritel (piiritus-, elavhõbetäitega) on valdavalt lineaarne skaala, mis viitab vedeliku mahu lineaarsele temperatuurisõltuvusele ehk teisisõnu vedelikusamba kõrguse lineaarsele olenevusele temperatuurist termomeetri kapillaartorus. Siit ei ole raske järeldada, et erineva vedelikuga täidetud termomeetritega mõõdetud temperatuur võib numbriliselt erineda, langedes ühte ainult temperatuuri reeperpunktides. Temperatuuri mõõteskaalad põhinevad valdavalt vee külmumis- ja keemispunktil. Vee külmumispunkt on vee ja jää segu temperatuur õhukeskkonnas rõhul 1 atm (760 mm Hg = 0,101325 MPa) ning keemispunkt vee ja veeauru segu temperatuur samal rõhul. Toodud tingimustel on Celsiuse ehk sajakraadisel skaalal vee külmumistemperatuuriks võetud 0 °C ja keemistemperatuuriks 100 °C. Vahemik 0 °C kuni 100 °C on jagatud sajaks võrdseks osaks. Sellist temperatuuriskaalat nimetatakse ka kahepunktiliseks skaalaks. Hiljem (1954) võeti külmumispunkti asemel aluseks vee kolmikpunkt, kus kõik kolm vee agregaatolekut on tasakaalus (Celsiuse skaalal 0,01 °C). Skaalapunkte, millele on antud teatud kindel temperatuur, nimetatakse temperatuuri reeperpunktideks.

Kirjeldatud temperatuuriskaala toetub kahele reeperpunktile ning võimaldab otsustada temperatuuri üle vahemikus 0 °C kuni 100 °C. Temperatuuriskaala laiendamine on võimalik reeperpunktide arvu suurendamise teel, kasutades selleks ainetele omaseid iseloomulikke olekumuutusi. Mõned võimalikest reeperpunktidest on koondatud tabelisse 1.1. Reeperpunktidevahelisi temperatuure saab reprodutseerida kas plaatinatakistustermomeetriga või plaatina-roodiumtermopaariga.

Temperatuuri saab mõõta ka gaastermomeetriga gaasirõhu mõõtmise teel püsimahulises balloonis. Ideaalgaasi korral sõltub temperatuur rõhust lineaarselt. Kasutades gaastermomeetris erinevaid gaase ja mõõtes gaasi rõhu vee keemistemperatuuril rõhul 1 atm ja vee kolmikpunktis, saab sõltuvusest $p = \mathrm{p}(t)$ lineaarse ekstrapoleerimisega tuletada nullrõhule vastava temperatuuri, milleks on Celsiuse skaalas –273,16 °C, olenemata termomeetris kasutatavast gaasist. See on ühtlasi madalaim võimalik gaastermomeetriga mõõdetav temperatuur. Kirjeldatu annab võimaluse luua gaastermomeetri temperatuuriskaala, tuginedes vaid ühele reeperpunktile, milleks on vee kolmikpunkt. Kui lugeda absoluutseks nulltemperatuuriks –273,15 °C (vee külmumispunkti temperatuur on kolmik-

punkti temperatuurist 0,01 °C madalam), siis vee kolmikpunkti temperatuur absoluutses temperatuuriskaalas $T = 273{,}16$ K.

Eeltoodust nähtub, et keha temperatuur väljendub termomeetri mingi omaduse kaudu. Vedeliktermomeetri korral on selleks termomeetri täitevedeliku paisumine, takistustermomeetri puhul kasutatava materjali elektritakistus jne. Termodünaamika teine seadus võimaldab luua termomeetrilisest ainest sõltumatu temperatuuriskaala. See skaala põhineb ainest sõltumatu ringprotsessi soojushulkade mõõtmisel. Säärast skaalat nimetatakse absoluutseks termodünaamiliseks ehk Kelvini temperatuuriskaalaks. Gaastermomeetri temperatuuriskaala ühtib absoluutse termodünaamilise temperatuuriskaalaga.

Olgu nüüd ja edaspidi Celsiuse skaalas mõõdetav temperatuur tähistatud $t$ °C ja absoluutses ehk Kelvini temperatuuriskaalas mõõdetav temperatuur $T$ K (kelvin). Kelvini ja Celsiuse skaalas mõõdetava temperatuuri vahel kehtib seos

$$T = t + 273{,}15\,\mathrm{K}. \tag{1-6}$$

**Tabel 1.1. Temperatuuriskaala reeperpunkte**

| Tasakaalupunkt | $T$, K | $t$, °C |
|---|---|---|
| Vesiniku kolmikpunkt | 13,81 | –259,34 |
| Vesiniku keemistemperatuur rõhul 1 atm | 20,28 | –252,87 |
| Hapniku kolmikpunkt | 54,361 | –218,792 |
| Hapniku keemistemperatuur rõhul 1 atm | 90,188 | –182,962 |
| Vee kolmikpunkt | 273,16 | 0,01 |
| Vee keemistemperatuur rõhul 1 atm | 373,15 | 100,00 |
| Tsingi hangumistemperatuur | 692,68 | 419,58 |
| Hõbeda hangumistemperatuur | 1234,93 | 961,78 |
| Kulla hangumistemperatuur | 1337,58 | 1064,43 |

## 1.4 Termodünaamiline tasakaal

Termodünaamika käsitlusvaldkond on makrosüsteem. See on süsteem, mille mõõtmed ületavad palju kordi aine aatomite ja molekulide suuruse. Termodünaamika ei tegele aine aatomite ja molekulide struktuuriga, need on vaid uuritava makrosüsteemi osad. Aine uuringud mikrotasandil käsitlevad aga üksikaatomi või -molekuli käitumist aine makrosüsteemis.

Seetõttu vaadeldakse allpool käsitletavat tasakaalu makrosüsteemi tasakaaluna.

Termodünaamiline süsteem on termodünaamilises tasakaalus, kui olekuparameetrid süsteemi mis tahes punktis ei muutu ajas. Seejuures väljendavad olekuparameetrid suurest arvust osakestest koosneva makrosüsteemi omadusi.

Vaatleme siinkohal ainult termodünaamilise süsteemi säärast seisundit, kus puudub välisjõudude mõju. Keerukamat juhtu, kus osakesed liiguvad jõu mõjuväljas, vaadeldakse edaspidi. Käsitletaval juhul on süsteem tasakaalus siis, kui vastavad olekuparameetrid on ühtlased kogu süsteemi piires. Rõhuühtlus määrab mehaanilise tasakaalu, temperatuuriühtlus aga termilise tasakaalu.

Mehaanilist ja termilist tasakaalu on võimalik saavutada ümbruskeskkonnast isoleeritud süsteemis seal ajas kulgevate protsesside jooksul. Kuid tasakaal võib esineda ka ümbruskeskkonnast isoleerimata süsteemis, tingimusel, et nii rõhk kui ka temperatuur süsteemis võrduvad ümbruskeskkonna rõhu ja temperatuuriga. Kui näiteks soojusjuhist seinaga anumat täitva gaasi ümbruskeskkonna temperatuur muutub, tekib soojusvahetus süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel ning moodustuv gaasisisene temperatuurigradient viib süsteemi termilisest tasakaalust välja. Samalaadse näite võib tuua ka mehaanilise tasakaalu rikkumise kohta. Elastsete seintega mahutis oleva gaasi sattumisel teistsuguse rõhuga ümbruskeskkonda ilmneb samuti rõhu erinevus üksikute ruumipunktide vahel ning mehaaniline tasakaal on rikutud.

Kuna termodünaamilise tasakaalu olekus puuduvad süsteemisisesed potentsiaalierinevused, siis sellises olekus ei ole võimalikud süsteemisisene difusioon, soojusülekanne jt sarnased nähtused.

Termodünaamiline tasakaal on otsene järeldus mateeria molekulaarkineetilisest olemusest. Vastavalt sellele jäävad süsteemi kui tervikut iseloomustavad makroparameetrid termodünaamilise tasakaalu olekus ajas muutumatuks. Süsteemi mikrosuurused aga ei püsi muutumatuna, sest üksikosakeste asend ja nende olekut iseloomustavad parameetrid (nt kiirus) muutuvad ajas ka süsteemi tasakaaluolekus. Sellises tasakaalus olevas makrosüsteemis on aeg-ajalt võimalik aine lokaalne kontsentreerumine või hajumine ning parameetrite lokaalne ebaühtlus osakeste kaootilise liikumise tagajärjel. Mingit ainet iseloomustava parameetri lühiajaline kohalik tõus vaheldub sama parameetri langusega süsteemi mõnes teises paigas. Selle parameetri keskväärtus jääb aga ajas muutumatuks. Kirjeldagu süsteemi mingi mikroparameetri $b$ muutust ajas funktsioon $b = \mathrm{b}(\tau)$, siis makroparameetri keskväärtus väga suure ajavahemiku kohta

$$b_0 = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \mathrm{b}(\tau)\,\mathrm{d}\tau .$$

Selliseid juhuslikke hälbeid tasakaaluoleku keskväärtusest nimetatakse fluktuatsiooniks. Fluktuatsiooni ulatus sõltub termodünaamilises süsteemis olevate osakeste (aatomite, molekulide) arvust, vähenedes viimase suurenemisel. Kuna süsteem sisaldab osakesi väga suurel hulgal, siis termodünaamikas fluktuatsiooni nähetega ei arvestata. Siit järeldub, et termodünaamiline tasakaal on ühtlasi ka dünaamiline tasakaal.

Termodünaamilise süsteemi üleminek ühest tasakaaluolekust teise ei toimu hetkeliselt, selleks kulub alati aega. Süsteemi üleminekut ühest tasakaaluolekust teise nimetatakse relaksatsiooniks ning sellele kuluvat aega relaksatsiooniajaks.

Termodünaamilises tasakaalus olev süsteem ei saa tasakaalu minetada ilma süsteemivälise mõjuta. Tasakaalust väljamineku võimatust välismõju puudumisel tuntakse termodünaamilise süsteemi tagastamatuse printsiibina. Viimase võib defineerida ka järgmiselt – isoleeritud termodünaamilisel süsteemil on alati iseeneslik suundumus tasakaaluseisundi poole.

Isoleeritud termodünaamilise süsteemi suundumus tasakaaluoleku poole ning viimase püsimine väljendab süsteemi kõige tõenäolisemat seisundit.

## 1.5 Ideaalgaas

### 1.5.1 Ideaalgaasi mudel

Ideaalgaasi mudel põhineb ideaalgaasi molekulaarkineetilisel teoorial. See on üks lihtsamaid, kuid samaaegselt laialdast praktilist kasutust õigustanud gaasimudel.

Ideaalgaasi all mõistetakse gaasi, mis koosneb elastsetest molekulidest, mille vahel ei toimi jõud ning mille endi maht on sedavõrd tühine, et neid võib käsitada kui materiaalseid punkte. Gaasi molekulid (nende arv mahuühikus on lugematu) on pidevas omavahelises liikumises, mida tuntakse soojusliikumisena.

Ideaalgaasis liigub iga aineosake sirgjooneliselt kuni põrkumiseni naaberosakesega või gaasi piirdepinnaga. Molekulide põrked vastu piirdepinda põhjustavad rõhu. Molekulide lakkamatust liikumisest tingituna jaguneb termodünaamiliselt tasakaalus olevas süsteemis molekulide põrgete arv ajaühikus pinnale ühtlaselt, mistõttu ka rõhujaotus üle kogu pinna on ühtlane (Pascali seadus).

Ülihõredas seisundis ($p \to 0$ või $v \to \infty$) allub iga gaas ideaalgaasi mudelile. Sellisel juhul on molekulidevaheliste jõudude mõju ja molekulide mõõtmed nendevahelise suure kauguse tõttu kaduvväikesed.

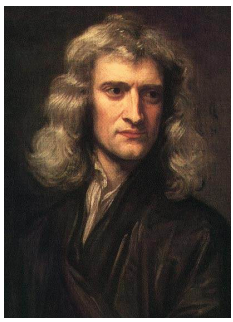
Ideaalgaasi molekulaarkineetiline teooria põhineb Newtoni mehaanikaseadustel. Neid seadusi ei rakendata igale osakesele eraldi, vaid molekulide kogumile, kasutades selleks keskväärtusi (molekuli keskmine kiirus, gaasi keskmine tihedus jt). Keskväärtuste määramiseks rakendatakse statistilisi meetodeid.



**Blaise Pascal** (19.06.1623 Clermont-Ferrand – 19.08.1662 Pariis), prantsuse matemaatik, füüsik, filosoof. Juba noorukina ilmutas „Essee koonuslõikelistest tasapindadest", milles tõestas ühe projektiivse geomeetria põhiteoreemi (***Pascali teoreem***). Pani aluse klassikalisele tõenäosusteooriale, tegi olulisi avastusi kombinatoorikas ja matemaatika teistes harudes. Konstrueeris ühe esimesi mehaanilisi arvutusmasinaid sooritamaks liitmistehteid (1640–1645). Avastas 1653 hüdrostaatika põhiseaduse – rõhk kandub vedelikus edasi igas suunas ühtemoodi ja on risti rõhutava keha pinnaga (***Pascali seadus***).

Füüsika alal tõestas katseliselt, et atmosfäärirõhk sõltub kõrgusest, esitas hüdraulilise pressi tööpõhimõtte ning leiutas mõned mõõteriistad (baromeeter jt). Pascal paistis silma oskusega ühendada eksperimentaalne meetod ratsionaalse tõestuse ja loogilise arutlusega. Tema filosoofilised arutlused käsitlesid muuhulgas teadusliku maailmakäsituse ja ratsionalismi piiratust lahendamaks inimolemasolu põhiküsimusi, teda köitsid sügavalt religiooniteemad.

Pascali järgi on nimetatud rõhuühik paskal (Pa) rahvusvahelises mõõtühikute süsteemis (SI).



**Sir Isaac Newton** (4.01.1643 Woolsthorpe – 31.03.1727 Kensington), inglise füüsik, astronoom, matemaatik, Londoni Kuningliku Seltsi liige (1672; a-st 1703 president), Prantsuse TA liige (1699). Õppis 1661–1665 Cambridge'i ülikoolis, 1669–1701 professor sealsamas. Teda peetakse suurimaks teadlaseks inimkonna ajaloos. Sõnastas 1687 ilmunud teoses klassikalise mehaanika kolm põhiseadust (***Newtoni seadused***) ja gravitatsiooniseaduse. Kirjeldas taevakehade liikumist, rajades taevamehaanika alused. Põhjendas teoreetiliselt ja korrigeeris Kepleri seadusi. Planeetide pöörlemisest järeldas nende lapikuse. Lõi diferentsiaal- ja integraalarvutuse (sõltumatult teistest teadlastest), tegeles viljakalt uuringutega algebras ja teistes matemaatika harudes, samuti optikas.

Avastas valguse dispersiooni, uuris valguse difraktsiooni ja interferentsi, lõi 1675 valguse korpuskulaarteooria. Uurimusi ka hüdromehaanika valdkonnas (***Newtoni viskoosse vedeliku liikumise seadus***). Konvektiivset soojuslevi väljendav valem kannab ***Newtoni-Richmanni seaduse*** nime. Pooldas atomismi. Oli alkeemia kütkes, kuid saavutas tulemusi ka metallide sulamite uurimisel. Newtoni loodud mehaanika jäi paaril sajandil füüsikalise maailmapildi aluseks.

Ideaalgaasi molekulaarkineetilisest teooriast johtub, et gaasi piirdepinnale mõjuv rõhk on võrdne 2/3 molekuli keskmise kineetilise energia ja mahuühikus sisalduvate molekulide arvu korrutisega.

Vastavalt sellele rõhk

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m\overline{w}^2}{2}, \tag{1-7}$$

kus $n$ – molekulide arv mahuühikus, $m$ – gaasimolekuli mass, $\overline{w}^2$ – gaasimolekuli keskmise ruutkiiruse ruut.

Suurus $m\overline{w}^2/2$ on gaasimolekuli keskmine kineetiline energia.

Molekuli keskmise ruutkiiruse ruut avaldub üksikute gaasimolekulide kiiruse kaudu valemiga

$$\overline{w}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{z} n_i \overline{w}_i^2}{n}, \tag{1-8}$$

kus $n_i$ – kiirusega $w_i$ molekulide arv, z – erineva kiirusega liikuvate molekulikogumite arv.

Molekuli keskmine ruutkiirus

$$\overline{w} = \sqrt{\overline{w}^2}.$$

Avaldis (1-7) seob molekulaarsed suurused (mass, kiirus) gaasi rõhu kui statistilise suurusega. See on ideaalgaasi molekulaarkineetilise teooria põhivõrrand, kuid on põhimõtteliselt rakendatav ka ideaalgaasist erinevale ainele (nii gaasile kui ka vedelikule). Sellisel juhul korrutatakse põhiavaldist teguriga $z$ (aine kokkusurutavustegur). Viimane sõltub aine molekulide mõõtmetest ning molekulidevahelistest jõududest, olles seetõttu omakorda funktsioon nii keha temperatuurist kui ka erimahust.

Teine ideaalgaasi molekulaarkineetilise teooria põhivõrrand, mis seob gaasimolekuli keskmise kineetilise energia temperatuuriga:

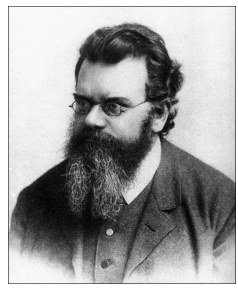
$$\frac{2}{3}\frac{m\overline{w}^2}{2} = \mathrm{k}T. \qquad (1\text{-}9)$$

Valemis (1-9) esinev kordaja k on Boltzmanni konstant, mis määrab suhte molekuli keskmise kineetilise energia ja temperatuuri vahel. Boltzmanni konstandi arvväärtus $\mathrm{k} = 1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K on üks ja seesama mis tahes gaasile. Samuti selgub, et temperatuur nagu rõhkki on statistiline suurus. Temperatuuril 0 K on molekuli keskmine ruutkiirus $\overline{w} = 0$ ning molekulide soojusliikumine lakkab. Seetõttu on ka aine molekulaarkineetilise teooria põhjal kõige madalam võimalik temperatuur 0 K.

Gaasimolekuli keskmine ruutkiirus $\overline{w}$ temperatuuril 0 °C: vesinik 1838 m/s, lämmastik 493 m/s, hapnik 461 m/s.

Võrrandite (1-7) ja (1-9) kooslahendamisel ning mõlema poole läbikorrutamisel gaasi mahuga $V$ saame

$$pV = nV\mathrm{k}T. \qquad (1\text{-}10)$$



**Ludwig Eduard Boltzmann** (20.02.1844 Viin – 5.09.1906 Duino), austria füüsik, Austria TA liige (1895). Lõpetas Viini ülikooli 1863 füüsikuna. A-st 1869 matemaatilise füüsika professor Grazi ülikoolis, 1873–1876 matemaatikaprofessor Viinis, seejärel 14 aastat eksperimentaalfüüsika professor Grazis, ühtlasi ka ülikooli rektor. A-st 1890 õpetas teoreetilist füüsikat Müncheni ülikoolis, 1893–1900 Viini ülikoolis. Tegutses lühikest aega Leipzigi ülikoolis, 1902 tagasi Viinis.

Boltzmann on üks statistilise füüsika ja soojuse molekulaarkineetilise teooria rajajaid, arendas edasi Maxwelli elektromagnetväljateooriat.

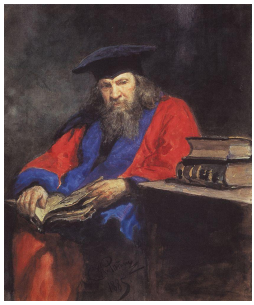
Andis statistilise tõlgenduse termodünaamika teisele seadusele, avardas entroopia mõistet, seostades entroopia tõenäosusega valemi kaudu, mis sisaldab ***Boltzmanni konstanti***. Tuletas valemi õhurõhu muutuse arvutamiseks atmosfääris (***Boltzmanni valem***). Andis teoreetilise põhjenduse (1884) austria füüsiku Josef Stefani katseandmete põhjal tehtud avastusele, et mustkiirguri kiirgusvoo intensiivsus on võrdeline absoluutse temperatuuri neljanda astmega (praegu tuntud ***Stefani-Boltzmanni seadusena***).



**Amedeo Avogadro** (9.08.1776 Torino – 9.07.1856 Torino), itaalia teadlane ja õpetlane. Alustas juristina, omandades juba 20-aastaselt doktorikraadi õigusteaduses. Süveneva huvi tõttu loodusteaduste vastu hakkas 1800 iseseisvalt õppima matemaatikat ja füüsikat. Tööd Torino akadeemias alustas 1806, a-st 1809 loodusteaduse professor Vercelli kolledžis, seejärel a-st 1820 kuni elu lõpuni Torino ülikooli matemaatilise füüsika professor.

Töötas aine molekulaarteooria alal, 1811 avastas ***ideaalgaaside seadu-se***, millele hiljem anti Avogadro nimi.

Selle seaduse kohaselt sisaldavad eri gaaside võrdsed mahud sama temperatuuri ja rõhu juures võrdse arvu molekule. Molekulide arv gaasi moolis kannab nimetust ***Avogadro arv***, kuid selle arvväärtust ei ole ta ise kunagi määranud, seda tehti hiljem, esimesena J. Loschmidt 1865.



**Dmitri Ivanovitš Mendelejev** (8.02.1834 Tobolsk – 2.02.1907 Peterburi), vene keemik, Peterburi TA liige. Lõpetas 1855 Peterburi pedagoogikainstituudi, 1855–1890 Peterburi ülikooli professor, a-st 1893 mõõtude ja kaalude palati juhataja. Avastas keemiaelementide perioodilisusseaduse, koostas selle põhjal elementide perioodilisussüsteemi. Uuris ka gaaside ja vedelike soojuspaisumist, koostas ideaalgaasi olekuvõrrandi erikuju (vrd Clapeyroni võrrand), avastas 1860 aine kriitilise temperatuuri olemasolu. Leiutas mitmeid rakenduslikke keemilisi ühendeid ja nende tootmistehnoloogiaid, uurimusi ka metroloogia vallas.

Mahus $V$ sisalduv gaasimolekulide koguarv $N = nV$. Arvestades eelnevat, võib võrrandile (1-10) anda kuju

$$pV = N\mathrm{k}T. \tag{1-11}$$

Võrrand (1-11) seob omavahel ideaalgaasi termilised olekuparameetrid. Samast seosest nähtub, et mis tahes ideaalgaasi võrdsed mahud sisaldavad samal rõhul ja temperatuuril võrdse arvu molekule. Viimast tuntakse Avogadro seadusena.

Ainehulkade omavahelise võrdlemise eesmärgil lähtutakse sageli aatommassiühikust, milleks leppeliselt loetakse 1/12 süsiniku isotoobi $^{12}$C mass, mille arväärtus on $1{,}660 \cdot 10^{-27}$ kg. Seega süsiniku isotoobi $^{12}$C aatommass on 12. Keemiliste elementide aatommassi väärtus on leitav Mendelejevi keemiliste elementide perioodilisustabelist. Seal toodud arvud väljendavad keskväärtusi, arvestades isotoopide massi vahekorda elemendis. Kui keemiline ühend moodustub molekulidest, siis sellisel juhul on tegemist aine molekulmassiga.

Lihtsustamaks materjali esitust, nimetame süsteemis sisalduvaid osakesi edaspidi molekulideks.

Tuginedes aatommassi ühikule, on aine hulga iseloomustamiseks kasutusele võetud aine kilomooli (mooli) mõiste (lühend vastavalt kmol ja mol). Üks kilomool ainet on arvuliselt võrdne aine molekulmassiga kilogrammides.

Avogadro seadusest järeldub, et ideaalgaaside võrdsed mahud ühel ja samal rõhul ja temperatuuril sisaldavad võrdse arvu kilomoole ainet. Kui tähistada gaasi moolmass $\mu$ ja erimaht $v$, siis püsival rõhul ja temperatuuril

$$V_\mu = \mu v = konst. \tag{1-12}$$

Moolmassi $\mu$ mõõtühik on kg/kmol ning ta väljendab ühe mooli aine massi. Näiteks süsihappegaasi $CO_2$ moolmass $\mu = 44$ kg/kmol.

Korrutist $V_\mu = \mu v$ nimetatakse gaasi moolmahuks (m$^3$/kmol).

Seega on kõigi ideaalgaaside moolmahud võrdsel rõhul ja temperatuuril võrdsed. Praktikas on sageli oluline teada moolmahtu normaaltingimustel (rõhul 760 mm Hg ehk 1 atm ja temperatuuril 0 °C). Selle arvväärtus $V_0 = 22{,}413$ m$^3$/kmol.

Valemist (1-12) järeldub veel, et kõigi ideaalgaaside ühes kilomoolis on võrdne arv molekule. Seda arvu tuntakse Avogadro arvuna $N_0 = 6{,}0220 \cdot 10^{26}$ 1/kmol.

### 1.5.2 Gravitatsioonivälja mõju rõhu jaotusele ideaalgaasis

Molekulide soojusliikumise tulemusena jaotub gaasi tihedus termodünaamilises tasakaalus olevas süsteemis ühtlaselt, kui puudub jõuväljade mõju osakestele. Siis on ka gaasi rõhk ja temperatuur üle kogu ruumi ühtlased. Jõuvälja olemasolu aga mõjutab tiheduse ja rõhu jaotumist gaasis. Üheks näiteks jõuvälja mõju kohta gaasi molekulidele on õhurõhu jaotumine Maa gravitatsiooniväljas. Soojusliikumise puududes paikneksid õhu molekulid raskusjõu mõjul õhukese kihina maapinnal. Vastupidi, kui puuduks Maa gravitatsiooniväli, hajuksid õhu molekulid soojusliikumise tõttu maailmaruumi. Õhurõhu tegelik jaotus Maad ümbritsevas atmosfääris kujuneb molekulide soojusliikumise ja nendele mõjuva gravitatsioonijõu koosmõjust.

Vaatleme õhurõhu jaotust Maa gravitatsiooniväljas, tuginedes ideaalgaasi molekulaarkineetilise teooria võrranditele.

Olgu õhu tihedus kõrgusel $x$ maapinnast tähistatud tähega $\rho$ (maapinnal $x = 0$), siis avaldub rõhu muutus d$p$ kõrguse d$x$ ulatuses õhusamba kaalu muutusena kõrguse samas vahemikus:

$$\mathrm{d}p = -\mathrm{g}\rho\mathrm{d}x, \tag{1-13}$$

kus g – Maa raskuskiirendus.

Miinusmärk valemis osutab rõhu langusele, kui kaugus maapinnast suureneb.

Kui gaasi molekuli mass on $m$ ja molekulide arv mahuühikus on $n$, siis tihedus $\rho = mn$. Valemi (1-11) alusel rõhk

$$p = n\mathrm{k}T. \tag{1-14}$$

Järelikult

$$\rho = \frac{mp}{\mathrm{k}T}. \tag{1-15}$$

Gravitatsiooniseaduse kohaselt raskuskiirendus

$$\mathrm{g} = \frac{\gamma M_0}{\left(R_0 + x\right)^2}, \tag{1-16}$$

kus $\gamma$ – gravitatsioonikonstant, $M_0$ – Maa mass, $R_0$ – Maa raadius.

Kui arvestada seoseid (1-15) ja (1-16), omandab võrrand (1-13) pärast mõnda teisendust kuju

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\gamma\frac{mM_0}{\mathrm{k}T}\frac{\mathrm{d}x}{\left(R_0 + x\right)^2}. \tag{1-17}$$

Võttes rõhu $p = p_0$ kohas $x_0 = 0$ ja lugedes temperatuuri kõrguti püsivaks, saame pärast võrrandi (1-17) integreerimist

$$p = p_0 \exp\left[-\frac{m\mathrm{g}_0 R_0}{\mathrm{k}T}\left(1-\frac{R_0}{R_0+x}\right)\right], \tag{1-18}$$

kus $\mathrm{g}_0 = \gamma M_0/R_0^2$ – raskuskiirendus maapinnal.

Kui lugeda Maa raskuskiirendus sõltumatuks kõrgusest *x,* avaldub rõhu jaotus

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{m\mathrm{g}}{\mathrm{k}T}x\right). \tag{1-19}$$

Avaldisi (1-18) ja (1-19) nimetatakse baromeetrilisteks võrranditeks.

Avaldisest (1-19) nähtub, et kõrguse *x* suurenedes väheneb gaasi rõhk eksponentsiaalselt.

Kuna gaasi rõhk on võrdeline molekulide arvuga mahuühikus (valem (1-14)), siis on valemitega (1-18) ja (1-19) ühtlasi määratud ka molekulide arvu muutus mahuühikus kõrgusest sõltuvalt. Valemi (1-19) põhjal

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{m\mathrm{g}}{\mathrm{k}T}x\right), \tag{1-20}$$

kus $n_0$ – molekulide arv mahuühikus kohas $x = 0$.

Valem (1-20) kirjeldab gaasi molekulide hulga jaotumist gravitatsiooniväljas. Selles sisalduv liige $mgx$ väljendab molekuli potentsiaalset energiat kõrgusel *x*. Valem määrab ka potentsiaalset energiat $E = mgx$ omavate molekulide arvu. Kui aga ideaalgaas oleks gravitatsioonivälja asemel mõnes muus osakestele mõjuvas jõuväljas, siis avalduks nende molekulide arv, mille potentsiaalne energia termilise tasakaalu olekus on *E*, kujul

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E}{\mathrm{k}T}\right). \tag{1-21}$$

Üldistatud avaldis (1-21) kannab *Boltzmanni valemi* nime.

Viimasest seosest nähtub ühtlasi, et juhul kui molekulide potentsiaalne energia kasvab aritmeetilises progressioonis, muutub molekulide suhteline jaotus $n/n_0$ geomeetrilises reas. Temperatuuri tõus kui molekulide liikumist intensiivistav parameeter viib alati molekulide suhtelise jaotuse ühtlustumisele.

### 1.5.3 Ideaalgaasi termiline olekuvõrrand

Termodünaamilises tasakaalus oleva homogeense termodünaamilise süsteemi olek on jõuväljade mõju puudumisel määratud kahe meelevaldse olekuparameetriga. Kõik ülejäänud sellise süsteemi olekut iseloomustavad suurused on esitatavad funktsioonina kahest sõltumatust olekuparameetrist.

Termodünaamilise keha termiliseks oleku- ehk karaktervõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis seob omavahel termodünaamilises tasakaalus oleva süsteemi termilised olekuparameetrid. Üldjuhul on termodünaamilise keha termiline olekuvõrrand avaldatav kujul

$$\mathrm{F}(p, T, v) = 0. \tag{1-22}$$

Teljestikus *p*-*v*-*T* on termodünaamilise keha termiline olekuvõrrand kujuteldav ruumilise pinnana, mille kuju sõltub aine omadustest.

Ideaalgaasi termiline olekuvõrrand on tuletatav ideaalgaasi molekulaarkineetilise teooria põhivalemitest.

Võrrandist (1-10) ja valemist (1-12) järeldub seos gaasi ühele kilomoolile

$$pV_{\mu} = \mathrm{N}_0 \mathrm{k} T. \tag{1-23}$$

Tähistame $\mathrm{N}_0\mathrm{k} = \mu\mathrm{R}$, siis

$$pV_{\mu} = p\mu v = \mu \mathrm{R} T. \tag{1-24}$$

Võrrandit (1-24) nimetatakse ideaalgaasi universaalseks termiliseks olekuvõrrandiks ehk Mendelejevi võrrandiks ja korrutist $\mu$R universaalseks gaasikonstandiks:

$$\overline{\mathrm{R}} = \mu\mathrm{R} = \mathrm{N}_0\mathrm{k} = 6{,}0220 \cdot 10^{26} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} = 8{,}314 \text{ kJ/(kmol} \cdot \text{K)}. \tag{1-25}$$

Universaalne gaasikonstant on üks ja seesama kõigile ideaalgaasidele.

Kui arvestada universaalse gaasikonstandi arvväärtust, omandab võrrand (1-24) lõpliku kuju

$$pV_{\mu} = 8{,}314 T = \overline{\mathrm{R}} T. \tag{1-26}$$

Jagame võrrandi (1-26) mõlemaid pooli moolmassiga $\mu$, siis

$$pv = \mathrm{R} T, \tag{1-27}$$

kus

$$\mathrm{R} = \frac{8{,}314}{\mu} = \frac{\overline{\mathrm{R}}}{\mu} \text{ kJ/(kg·K)}. \tag{1-28}$$



**Benoît Paul Émile Clapeyron** (26.02.1799 Pariis – 28.01.1864 Pariis) prantsuse füüsik ja insener, Pariisi TA liige (1858). Õppis kahes kõrgkoolis (École Polytechnique, École des Mines). Aastail 1820–1830 töötas Peterburis inseneri ja pedagoogina. Naasnud kodumaale, tegutses järelevaatajana Prantsuse esimese raudteeliini Pariis-Versailles-Saint Germain ehitusel. Oli tegev auruvedurite ehituse ja raudteede rajamisega Inglismaal. Professor Pariisis a-st 1844.

Arendas edasi ja täiendas Carnot' ringprotsessi, andis sellele uue, matemaatilise käsituse, jõudes termodünaamika teise seaduse mõistmiseni. ***Koostas ideaalgaasi olekuvõrrandi (Clapeyroni võrrand)***. Esitas võrrandi faasisiirete kohta (***Clapeyroni-Clausiuse võrrand***).

Valemit (1-27) nimetatakse Clapeyroni võrrandiks ja see on ideaalgaasi termiline olekuvõrrand. Suurus R kannab gaasikonstandi nime. Gaasikonstandi arväärtus, erinevalt universaalsest gaasikonstandist, on igale gaasile erinev.

Korrutades Clapeyroni võrrandi paremat ja vasakut poolt gaasi massiga $M$, saame ideaalgaasi termilise olekuvõrrandi, mis on kehtiv $M$ kg gaasile:

$$pV = M\mathrm{R}T. \tag{1-29}$$

Diferentseerides võrrandit (1-27), saame

$$p\mathrm{d}v + v\mathrm{d}p = \mathrm{R}\mathrm{d}T. \tag{1-30}$$

Kuna R = $pv/T$, siis

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + \frac{\mathrm{d}v}{v} - \frac{\mathrm{d}T}{T} = 0. \tag{1-31}$$

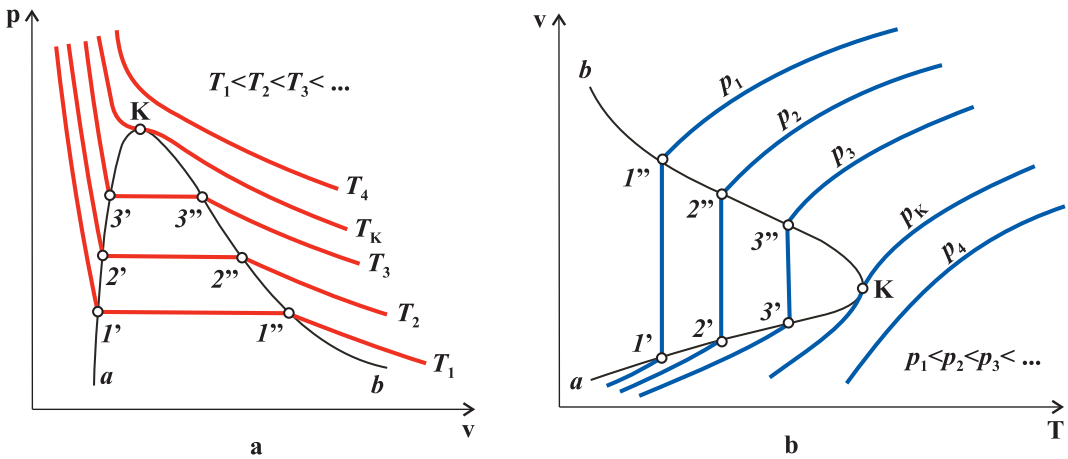
Viimane võrrand on ideaalgaasi termilise olekuvõrrandi diferentsiaalkuju.

## 1.6 Reaalgaas

### 1.6.1 Reaalgaasi põhiomadused

Looduses esinevad gaasifaasis olevad ained on reaalgaasid. Nende omadused ja käitumine erinevad eespool vaadeldud ideaalgaasi mudelist lähtunutest. Võrrand $pv = \mathrm{R}T$ kehtib eeldusel, et gaasimolekulide vahel puuduvad vastastikused jõud ning molekulide maht võrreldes gaasi kogumahuga on tühiselt väike. Seetõttu lähenevad reaalgaasi omadused ideaalgaasi omadustele küllalt hästi madalal rõhul (kui $p \to 0$) ja kõrgel temperatuuril.

Mis tahes aine võib sõltuvalt olekuparameetritest olla kas gaasilises (aur), vedelas või tahkes olekus ja parameetrite muutumisel üle minna ühest agregaatolekust teise. Samuti on võimalik aine olek mitmes faasis üheaegselt. Allpool käsitleme ainult seoseid gaasi- ja vedelfaasi vahel. Aine faasidevahelisi seoseid vaadeldakse üksikasjalikumalt IV peatükis.




**Joonis 1.3. Reaalgaasi *pv*- ja *vT*-diagramm**

Reaalgaasi põhiomadusi on, et teda on alati võimalik teatud tingimustel kondenseerida (veeldada).

Selgitamaks reaalgaasi omadusi, jälgime joonisel l.3a esitatud gaasi oleku muutust *pv*-diagrammil. Gaasifaasis oleva reaalgaasi mahu püsitemperatuursel (isotermsel) vähenemisel mingil temperatuuril $T_1$ tõuseb rõhk seni, kuni erimaht saavutab väärtuse $v_1''$ (punkt *1*").

Edasisel mahu kahanemisel jääb rõhk püsima kuni erimahuni $v_1'$ (punkt *1*'), millest alates aga hakkab rõhk järsult tõusma. Rõhtjoon *1*"*1*' kujutab gaasi kondenseerumist. Punktist *1*" paremal on aine gaasilises faasis, punktide *1*'*1*" vahel samaaegselt nii gaasilises kui ka vedelas olekus ning punktist *1*' vasakul ainult vedelas. Isotermne protsess on samaaegselt ka isobaarne (*1*'*1*" vahel), mistõttu rõhtne isotermjoon ühtib faasisiirde (kondenseerumisprotsessi) jooksul *pv*-diagrammil isobaarjoonega.

Vedelas olekus aine läbib temale mõjuva rõhu langedes samad olekud, kuid vastupidises järjestuses. Vedeliku maht suureneb niikaua, kuni rõhk on langenud antud temperatuurile vastava küllastusrõhuni. Nüüd hakkab vedelik aurustuma ning tekib vedeliku ja auru segu ehk niiske aur. Kui vedelik on täielikult aurustunud, jätkab rõhk alanemist.

Aine on punktis *1*" küllastunud olekus aurufaasis ja sellist ainet nimetatakse küllastunud auruks. Auru erimahu tähis küllastunud olekus on *v*". Punktis *1*' on aine samuti küllastunud olekus, kuid vedelfaasis, ja sellist nimetatakse küllastunud vedelikuks. Rõhku, mille juures vedelik saavutab küllastustemperatuuri, nimetatakse küllastusrõhuks ($p_s$), ning temperatuuri, mille juures vedelik muutub küllastunuks, küllastustemperatuuriks ($T_s$). Vedeliku või auru küllastustemperatuur on funktsioon ainult rõhust: $T_s = T(p)$; küllastusrõhk on aga ainult temperatuuri funktsioon: $p_s = p(T)$.

Kui korrata kirjeldatud gaasi mahu vähendamise isotermset protsessi kõrgemal temperatuuril kui $T_1$, siis veendume olukorra sarnasuses. Mida kõrgemal temperatuuril kulgeb vaadeldav isotermne protsess, seda vähem erinevad teineteisest küllastustemperatuuril oleva vedeliku ja küllastunud auru erimahud ning seda väiksem on vahe $v'' - v'$. Temperatuuri tõustes väheneb küllastunud auru erimaht kiiresti, samal ajal kasvab küllastunud vedeliku erimaht. Seega kahaneb ka erinevus vedel- ja aurufaasi tiheduse vahel. Vahe $v'' - v'$ väheneb seni, kuni muutub nulliks temperatuuril $T_k$. Temperatuur $T_k$ on aine kriitiline temperatuur, mil kaob erinevus vedelfaasi ja aurufaasi vahel. Kriitilisest kõrgemal temperatuuril muutuvad isotermjooned *pv*-tasapinnal monotoonseks ega kulge hüppeliselt, nagu see on iseloomulik faasisiirdeprotsessile.

Punkte *1'*, *2*', *3*', ... ühendavat pidevat joont (*a*K) nimetatakse alumiseks piirkõveraks ehk keemisjooneks. Punkte *1*", *2*", *3*", ... ühendav joon (*b*K) kannab üle-

mise piirkõvera nimetust, seda teatakse ka kui kondenseerumisjoont. Alumine piirkõver kujutab küllastunud olekus vedelikku, ülemine piirkõver aga küllastunud auru.

Piirkõverate ühinemispunkt K kannab aine kriitilise punkti nimetust ning seda läbiv isotermjoon on kriitiline isoterm. Jooniselt nähtub, et reaalgaase on võimalik kondenseerida ainult siis, kui gaasi temperatuur on kriitilisest madalam. Isotermsel kokkusurumisel temperatuuril $T > T_k$ gaas ei veeldu (*pv*-diagrammil puudub isotermjoonel rõhtne lõik). Isotermjoonte järsk tõus alates punktidest *1*', *2*', *3*', ... vasakule on tingitud vedeliku väikesest kokkusurutavusest.

Aine olekut kriitilises punktis K iseloomustavad kriitilised olekuparameetrid. Tähistame aine kriitilised termilised olekuparameetrid $p_k$ (kriitiline rõhk), $T_k$ (kriitiline temperatuur), $v_k$ (kriitiline erimaht) või $\rho_k$ (kriitiline tihedus). Aine kriitilises punktis $v_k = v' = v''$ või $\rho_k = \rho' = \rho''$. Teades kriitilisi termilisi olekuparameetreid, on võimalik otsustada aine kondenseerimistingimuste üle.

Mõningate ainete kriitilised termilised olekuparameetrid on toodud tabelis 1.2.

Kriitilisel isotermil on punktis K käänupunkt ning selle puutuja on horisontaalne. Seetõttu kirjeldab aine olekut kriitilises punktis termiliste olekuparameetrite kaudu võrrandipaar

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}32)$$

Esimene võrrand on kriitilise isotermi horisontaalse puutuja võrrand, teine käänupunkti võrrand. Võrrandeid (1-32) nimetatakse aine kriitilise punkti võrranditeks.

Isotermjoontel *pv*-diagrammil puudub piirkonnas $T > T_k$ horisontaalne puutuja ning kogu joone ulatuses $(\partial p/\partial v)_T < 0$. Kriitilise punkti läheduses asetsevate isotermjoonte iseärasus on käänupunkti olemasolu, mis aga kaob kõrgema temperatuuri alas ning gaasi olek hakkab üha enam lähenema ideaalgaasi olekule.

Joonisel 1.3b kujutatud *vT*-diagramm toob piirkõverad ja isobaarjooned aine vedela ja gaasilise oleku alas. Vedeliku temperatuuri tõustes püsirõhulisel kuumutamisel alakriitilises piirkonnas ($p_1 < p_k$) kasvab erimaht termilise paisumise tõttu. Olles saavutanud rõhule $p_1$ vastava küllastustemperatuuri, hakkab vedelik keema ja aurustuma, mis väljendub piirkõveratevahelise püstlõiguna. Kuiva küllastunud auru (punkt *1*'') edasisel kuumutamisel selle erimaht kasvab ning aur muutub ülekuumendatuks. Ülekuumendatud on aur, mille temperatuur on kõrgem antud rõhule vastavast küllastustemperatuurist.

Auru isobaarsel kuumutamisel kriitilisest rõhust kõrgemal rõhul ($p_4 > p_k$) kasvab aine erimaht sujuvalt, ilma faasisiirdeprotsessile iseloomulike hüpeteta.

**Tabel 1.2. Rea ainete kriitilised termilised olekuparameetrid**

| Aine | Keemiline valem | $t_k$, °C | $p_k$, MPa | $v_k \cdot 10^3$ m$^3$/kg |
|---|---|---|---|---|
| Argoon | Ar | –122,0 | 4,864 | 1,88 |
| Heelium | He | –267,9 | 0,229 | 14,43 |
| Ksenoon | Xe | 16,6 | 5,897 | 0,866 |
| Broom | $Br_2$ | 302,0 | 10,335 | 0,847 |
| Kloor | $Cl_2$ | 144,0 | 7,711 | 1,74 |
| Vesinik | $H_2$ | –239,9 | 1,297 | 32,20 |
| Lämmastik | $N_2$ | –147,1 | 3,394 | 3,21 |
| Hapnik | $O_2$ | –118,8 | 5,036 | 2,44 |
| Süsinikmonooksiid | CO | –139,0 | 3,546 | 3,21 |
| Kloorvesinik | HCl | 51,4 | 8,268 | 4,38 |
| Süsinikdioksiid | $CO_2$ | 31,04 | 7,381 | 2,14 |
| Vääveldioksiid | $SO_2$ | 157,2 | 7,873 | 1,92 |
| Veeaur | $H_2O$ | 374,15 | 22,129 | 3,26 |
| Ammoniaak | $NH_3$ | 132,4 | 11,652 | 4,25 |
| Atsetüleen | $C_2H_2$ | 36,0 | 6,282 | 4,54 |
| Metaan | $CH_4$ | –2,5 | 4,641 | 6,17 |
| Etüleen | $C_2H_4$ | 9,7 | 5,147 | 4,02 |
| Etaan | $C_2H_6$ | 32,1 | 4,947 | 4,76 |
| Benseen | $C_6H_6$ | 2,885 | 4,853 | 3,32 |
| Metüülpiiritus | $CH_4O$ | 240,0 | 7,874 | 3,67 |
| Etüülpiiritus | $C_2H_6O$ | 243,1 | 6,394 | 3,64 |

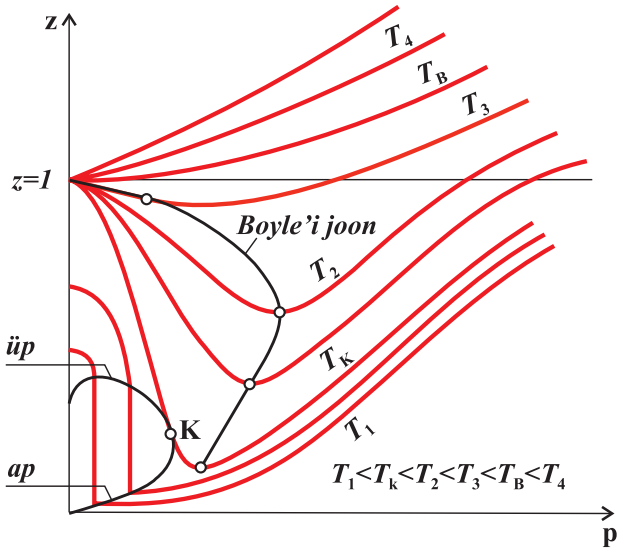
### 1.6.2 Aine *zp*-diagramm

Iseloomustamaks reaalgaasi omaduste hälvet ideaalgaasi omadustest, on sobiv kasutada aine kokkusurutavustegurit

$$z = \frac{pv}{RT}. \tag{1-33}$$

Kuna ideaalgaasi erimaht $v = RT/p$, siis aine kokkusurutavustegur väljendab reaalgaasi ja ideaalgaasi erimahu suhet muudel võrdsetel tingimustel. Ideaalgaasile $z = 1$ sõltumata olekust. Reaalgaasile võib teguri $z$ väärtus olla nii ühest suurem kui ka väiksem.

Aine kokkusurutavustegur $z$ on funktsioon aine rõhust ja temperatuurist. Teguri $z$ väärtused teatud ainele või ainerühmale esitatakse tavaliselt kas tabeli või graafiku kujul. Viimasel juhul kasutatakse enamasti *zp*-teljestikku, kuhu on kantud isotermjooned. Reaalgaasi *zp*-diagrammi üldkuju on näitena esitatud joonisel 1.4. Siit nähtub, et kõige enam kalduvad reaalgaasi omadused ideaalgaasi omadustest kõrvale just kriitilise punkti K ümbruses.




**Joonis 1.4. Reaalgaasi *zp*-diagramm**

Kui temperatuur $T < T_B$, on *zp*-diagrammil isotermjoonel miinimumpunkt. Temperatuuri tõustes isotermjoone miinimumpunktile vastav rõhk algul kasvab, hiljem langeb. Isotermjoonte miinimumpunkte, kus $(\partial z/\partial p)_T = 0$, nimetatakse Boyle'i punktideks ning neid ühendavat pidevjoont Boyle'i jooneks. Boyle'i joone sisemusse jäävas piirkonnas aine kokkusurutavustegur rõhu kasvades väheneb, väljaspool seda aga suureneb.

Temperatuuri, mille juures isotermjoone miinimumpunkt asub *z*-teljel ($p = 0$), kannab Boyle'i temperatuuri nime (tähistatakse $T_B$). Alas, kus $T \geq T_B$, miinimumpunkt puudub ning isotermjoon kujutab tõusvat kõverat. Selles piirkonnas $z > 1$ ja reaalgaasi tihedus samal rõhul ja temperatuuril on ideaalgaasi tihedusest väiksem.

Boyle'i temperatuuri ja aine kriitilise temperatuuri vahel kehtib ligikaudne suhe $T_B/T_k \approx 2{,}75$.

Joonisel on kujutatud ka aine alumine (*ap*) ja ülemine (*üp*) piirkõver, mille ühinemiskoht vastab aine kriitilisele olekule punktis K. Piirkõverad paiknevad alas, kus $T < T_k$. Piirkõveratevahelises alas ühtib isotermjoon isobaarjoonega.

Reaalgaasi ja ideaalgaasi käitumise erinevus on seletatav reaalgaasi molekulidevaheliste jõududega ja molekulide lõpliku mahuga.

Molekulidevahelise potentsiaalse energia $E$ olenevus molekulide vahekaugusest $\delta$ on näidatud üldkujul täisjoonena joonisel 1.5. Horisontaalteljepealne osa vastab olukorrale, kus molekulide vahel toimivad tõukejõud, teljest allapoole jäävas osas mõjuvad aga tõmbejõud.

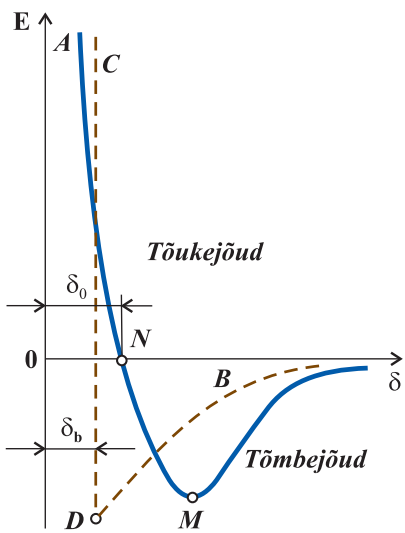


**Robert Boyle** (25.01.1627 Lismore, Iirimaa – 30.12.1691 London), iiri-inglise füüsik, keemik, leiutaja ja filosoof, XVII saj väljapaistvamaid intelligente. Astus 1635 Etoni kollegi, kus õppis kolm aastat. Pikka aega viibis koos vanema venna ja õpetajaga õppereisil Mandri-Euroopas. 1644 naasis Inglismaale, kus muu kõrval tegeles keemia ja füüsika katseuuringutega. Teda peetakse kvalitatiivse keemilise analüüsi rajajaks. Oli Londoni Kuningliku Seltsi asutajaid. Katsete tegemiseks leiutas ja täiendas mitmeid seadeldisi. Uuris katseliselt paljusid põlemis-reaktsioone ning muundumisi hapetes, alustes ja soolades. Määratles keemilise elemendi kui lihtsaima alge, millest koosnevad keerulisemad kehad.

Uurides õhu ruumala rõhusõltuvust, avastas 1660 seaduspära, mida tuntakse ***Boyle'i-Mariotte'i seadusena*** (sama sõltuvuse avastas prantsuse füüsik Edme Mariotte). Tuntakse ka ***Boyle'i temperatuuri*** mõistet, mis iseloomustab gaasi omadust.

Madalal rõhul (molekulide vahekaugus on suur) on tõmbejõud molekulide vahel nõrk ning ka molekulide maht on võrreldes gaasi kogumahuga tühiselt väike. Selline gaasi olek vastab esimeses lähenduses ideaalgaasi olekule. Siit tuleneb, et madalal rõhul allub reaalgaas ($pv$-diagrammil ala $p = 0$ ümbruses) küllaltki hästi ideaalgaasi termilisele olekuvõrrandile $pv = RT$. Molekulide lähenemisel üksteisele gaasi rõhk kasvab ja molekulidevahelised tõmbejõud suurenevad (kuni punktini $M$ joonisel 1.5). Selles olekupiirkonnas ületab ideaalgaasi tihedus reaalgaasi tiheduse. Joonisel 1.4 kujutatud $zp$-diagrammil vastab see ala tiheduse alanemise piirkonnale $z = 1$ kuni Boyle'i punktini.

Molekulide edasisel lähenemisel hakkavad ülekaalu omandama tõukejõud (punktis $N$ on tõmbejõud võrdsed tõukejõududega), takistades erimahu edasist vähenemist. Molekulide vahekauguse piirkonnas $\delta < \delta_0$ suurenevad tõukejõud $\delta$ vähenemisel järsult, mistõttu isotermjooned $zp$-diagrammil Boyle'i punktist paremal lähenevad uuesti ideaalgaasi isotermjoonele ($z = 1$). Pärast nimetatud joonte lõikumist on reaalgaasi maht juba ideaalgaasi mahust suurem.




**Joonis 1.5. Aine molekulidevahelise potentsiaalse energia sõltuvus molekulide vahekaugusest**

Molekulidevahelise potentsiaalse energia olenevus molekulide vahekaugusest on kirjeldatav valemiga

$$E = \frac{a_1}{\delta^{12}} - \frac{a_2}{\delta^6},$$

kus $a_1$ ja $a_2$ on konstandid.

Valemi esimene liige vastab tõuke-, teine aga tõmbejõududele.

### 1.6.3 Van der Waalsi võrrand

Reaalgaasi termiliste olekuparameetrite omavaheliseks matemaatiliseks sidumiseks on teadlased eri aegadel soovitanud erinevast põhimõttest lähtuvaid olekuvõrrandeid. Tuntud on ligikaudu 200 sellist võrrandit. Üks klassikalisi reaalgaasi termilisi olekuvõrrandeid on 1873. aastal J. D. van der Waalsi esitatu. Vaatamata küllaltki lihtsale kujule, kirjeldab see võrrand kvalitatiivselt üsnagi hästi reaalgaasi omadusi.

Van der Waalsi võrrandi tuletamise aluseks on aine molekulidevaheliste jõudude lihtsustatud skeem (punktiirjoon *CDB* joonisel 1.5). Toodud skeem võimaldab aine osakestevaheliste tõmbe- ja tõukejõudude mõju vaadelda teineteisest sõltumatuna. Tõukejõudude sõltumatust molekulide vahekaugusest (joon *CD)* väljendab vahe $v - v_{\mathrm{ef}} = b$, kus $v$ tähistab aine kogumahtu (erimaht) ja konstant $b$ minimaalset erimahtu, mille süsteem võib omandada lõpmata kõrgel rõhul. Konstant $b$ sõltub aine omadustest. Joonisel on gaasi võimalikule minimaalsele mahule vastava molekulidevahelise kauguse tähiseks $\delta_{\mathrm{b}}$.

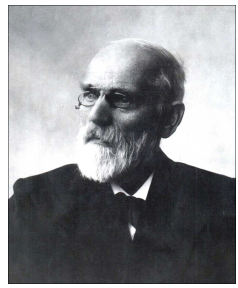
Lähtevõrrandiks on võetud ideaalgaasi termiline olekuvõrrand (1-27), mida täiendatakse molekulide vahelistest jõududest põhjustatud gaasi siserõhku ja molekulide lõplikku mahtu arvestavate parandustega.

Molekulidevahelisi tõmbejõude (joon *DB*) võetakse arvesse välisrõhu vähenemisega suuruse $\Delta p = p' - p$ võrra. Siin on $p$ gaasi piirdepinnale mõjuv rõhk ja $p'$ seesama suurus juhul, kui tõmbejõud molekulide vahel puuduks. Rõhuvahe $\Delta p$ väljendab gaasi siserõhku. Siserõhk loetakse võrdeliseks molekulide masside korrutisega ja pöördvõrdeliseks nendevahelise kauguse ruuduga (gravitatsioonijõu seaduse analoog), mis on aga samaväärne aine tiheduse ruuduga ehk erimahu pöördväärtuse ruuduga. See asjaolu võimaldab avaldada $\Delta p$ kujul $\Delta p = a/v^2$, kus $a$ tähistab ainest sõltuvat tegurit. Eelneva põhjal

$$(p + \Delta p)\, v_{\mathrm{ef}} = \mathrm{R}T \tag{1-34}$$

ehk

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = \mathrm{R}T\,. \tag{1-35}$$



**Johannes Diderik van der Waals** (23.11.1837 Leiden – 8.03.1923 Amsterdam), hollandi füüsik, Hollandi Kuningliku TA liige, 1877–1907 Amsterdami ülikooli professor. Uuris gaasi, auru ja vedeliku füüsikalisi omadusi, esitas 1873 reaalgaasi olekuvõrrandi (***van der Waalsi võrrand***). Uuris molekulidevahelisi jõude (***van der Waalsi jõud***) seoses aine agregaatoleku muutusega. Uurimusi ka kahekomponendiliste segude, kapillaarsuse, elektrolüütilise dissotsiatsiooni alalt. Nobeli preemia 1910.

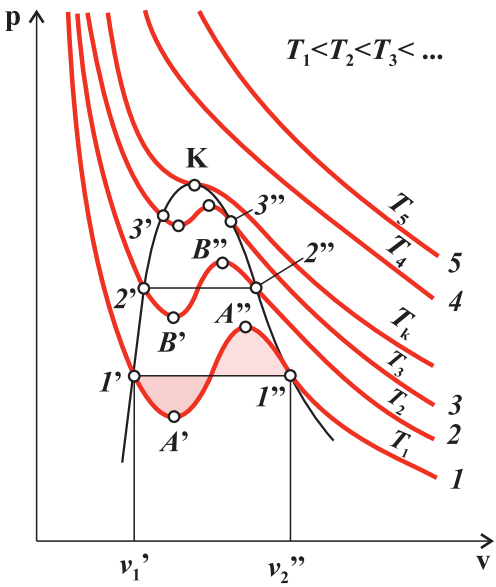
Viimast võrrandit tuntakse van der Waalsi võrrandina.

Võrrandile (1-35) võib anda ka kuju

$$v^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)v^2 + \frac{a}{p}v - \frac{ab}{p} = 0. \qquad (1\text{-}36)$$

Vastavalt temperatuurile võib võrrandil (1-36) olla erinevaid lahendeid. Võrrandi lahendite graafiline kuju mitmel temperatuuril on toodud joonisel 1.6.

Madala temperatuuri piirkonnas on võrrandil (1-36) kolm reaalset lahendit, mis väljenduvad *pv*-tasapinnal laineliste joontena *1*, *2* ja *3*. Temperatuuri tõusul ($T_1 < T_2 < T_3 < ...$) väheneb laine ekstreemumpunktide *A'A"*, *B'B"*, ... püstsuunaline vahekaugus (*A'A" > B'B" > ...*). Alates teatud temperatuurist kõik kolm lahendit võrdsustuvad ja joone lainelise osa miinimum- ja maksimumpunkt koonduvad ühte punkti, mida läbib kriitiline isoterm $T_k$, kusjuures punkt K paikneb selle käänupunktis. Punktis K on aine kriitilises olekus. Aine olekut punktis K kirjeldavad võrrandid (1-32).




**Joonis 1.6. Van der Waalsi võrrandi lahendid *pv*-tasapinnal**

Kriitilisest kõrgemal temperatuuril on van der Waalsi võrrandil üks reaal- ja kaks imaginaarlahendit. Piirkonnas $T_k<T_4<T_s<$ ... on isotermjooned *pv*-tasapinnal sujuvalt muutuvad kõverad, mille kuju temperatuuri kasvades üha enam läheneb ideaalgaasi isotermjoonele (jooned 4 ja 5).

Temperatuuripiirkonnas $T < T_k$ ei väljenda van der Waalsi võrrand otseselt aine faasimuundusprotsessi. Selle kirjeldamiseks asendatakse isotermjooned lainelises osas isobaar-isotermjoontega nii, et oleks täidetud tingimus

$$\int_{v'}^{v''} (p - p_s)\,\mathrm{d}v = 0. \tag{1-37}$$

Siin tähistab $p_s$ rõhku (küllastusrõhk), mis vastab isobaar-isotermjoontele *1'1"*, *2'2"*, ... Sel viisil saadud punkte *1', 2', 3'*, ... ühendav joon moodustab alumise piirkõvera ning punkte *1"*, *2"*, *3"*, ... ühendav joon ülemise piirkõvera.

Joonte osad *1'A'* ja *1"A"*, kus rõhk on kas madalam või kõrgem küllastusrõhust $p_s$, väljendavad vastavalt vedeliku ülekuumendatud ja auru üleküllastunud olekut. Need olekud ei ole püsivad (metastabiilne olek) ega vasta aine stabiilsele faasidevahelisele tasakaalule.

Lähtudes aine kriitilise punkti võrranditest, on võimalik leida seosed aine kriitiliste termiliste olekuparameetrite ja van der Waalsi võrrandi konstantide *a* ja *b* vahel. Selleks avaldame võrrandi (1-35) kujul

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}. \tag{1-38}$$

Diferentseerime avaldist (1-38) erimahu järgi püsival temperatuuril, arvestades kriitilise punkti tingimusi:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T &= -\frac{RT}{(v-b)^2} + 2\frac{a}{v^3} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T &= 2\frac{RT}{(v-b)^3} - 6\frac{a}{v^4} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{1-39}$$

Võrrandisüsteemi (1-39) lahendid:

$$\left.\begin{aligned} v_k &= 3b \\ p_k &= \frac{1}{27}\frac{a}{b^2} \\ T_k &= \frac{8}{27}\frac{a}{bR} \end{aligned}\right\} \tag{1-40}$$

ja

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{27}{64}\frac{(\mathrm{R}T_\mathrm{k})^2}{p_\mathrm{k}} \\ b &= \frac{1}{8}\frac{\mathrm{R}T_\mathrm{k}}{p_\mathrm{k}}. \end{aligned}\right\} \tag{1-41}$$

Viimased valemid võimaldavad aine kriitiliste olekuparameetrite (tabel 1.2) kaudu määrata van der Waalsi võrrandi konstandid *a* ja *b*.

### 1.6.4 Beattie'-Bridgemani ja Mayeri-Bogoljubovi võrrand

Van der Waalsi võrrand kirjeldab kvalitatiivselt hästi reaalgaasi omadusi, kuid kvantitatiivne hälve katseuuringutega saadud tulemustest võib osutuda küllaltki suureks. Viimane asjaolu kitsendab van der Waalsi võrrandi rakendamist.

Reaalgaasi omadusi kirjeldavad van der Waalsi võrrandist täpsemalt võrrandid, mis sisaldavad enam kui kaks ainest sõltuvat konstanti (välja arvatud gaasikonstant). Konstantide arvu suurendamine võimaldab paremini arvestada aine molekulidevaheliste jõudude mõju osakeste käitumisele ning täpsemini kirjeldada sõltuvust $E = \mathrm{E}(\delta)$ (joonis 1.5). Üks tuntumaid sellistest võrranditest on Beattie'-Bridgemani võrrand (1928), mis sisaldab viis ainet iseloomustavat konstanti:

$$p = \frac{\mathrm{R}T}{v^2}\left(1-\frac{c}{vT^3}\right)(v+B)-\frac{A}{v^2}, \tag{1-42}$$

kus $A = A_0\left(1-\frac{a}{v}\right)$ ja $B = B_0\left(1-\frac{b}{v}\right)$.

Võrrand (1-42) annab mõõtetulemustega hästi kokkulangevaid tulemusi kriitilisest madalamal rõhul.

Beattie'-Bridgemani reaalgaasi olekuvõrrandi edasiarenduseks on Benedicti-Webbi-Rubini võrrand (1940), mis sisaldab kaheksa ainest olenevat konstanti:

$$\begin{aligned} p = {} & \frac{\mathrm{R}T}{v}+\left(B_0\mathrm{R}T-A_0-\frac{C_0}{T^2}\right)\frac{1}{v^2}+\frac{b\mathrm{R}T-a}{v^3}+ \\ & +\frac{a\alpha}{v^6}+\frac{c}{v^3T^2}\left(1+\frac{\gamma}{v^2}\right)\exp\left(-\frac{\gamma}{v^2}\right). \end{aligned} \tag{1-43}$$

Teoreetiliselt põhjendatumas reaalgaasi termilises olekuvõrrandis antakse aine kokkusurutavustegur *z* funktsioonina gaasi erimahust astmerea kujul:

$$z = 1-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\frac{1}{1+\mathrm{i}}\alpha_\mathrm{i}v^{-\mathrm{i}}, \tag{1-44}$$

mida tuntakse Mayeri-Bogoljubovi võrrandina.

Võrrandis esinevaid kordajaid $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, ... nimetatakse viriaalteguriteks. Need sõltuvad antud aine korral ainult temperatuurist.

Võrrandist (1-44) selgub, et erimahu lõpmata suurel väärtusel $z = 1$ (reaalgaas allub ülihõredas seisundis ideaalgaasi termilisele olekuvõrrandile). Viriaaltegurite arv valitakse, lähtudes arvutustulemuse soovitavast täpsusest.

Viriaaltegureid on võimalik teoreetiliselt tuletada, kui on teada energiajaotus gaasi molekulide vahel.

Kuna sõltuvuse $E = \mathrm{E}(\delta)$ analüütiline määramine on keerukas, siis enamasti määratakse viriaaltegurid mõõtmistulemuste alusel. Olgugi et niimoodi määratud tegurid on empiirilised, on nende tuletamise aluseks siiski aine teoreetiline termiline olekuvõrrand (1-44).

Van der Waalsi võrrand on võrrandi (1-44) erijuhtum. Kui piirduda ainult ühe viriaalteguriga, siis

$$z = 1 - \frac{1}{2}\alpha_1 v^{-1} = \left(1 + \frac{b}{v}\right) - \frac{a}{\mathrm{R}Tv}, \tag{1-45}$$

sest esimene viriaaltegur

$$a_1 = -2b + \frac{2a}{\mathrm{R}T}. \tag{1-46}$$

Aine väikesel tihedusel $1 + \frac{b}{v} \approx \frac{v}{v-b}$ muutub võrrand (1-35) samaseks avaldisega (1-45).

### 1.6.5 Dimensioonita termiline olekuvõrrand

Nagu nägime, sisaldab reaalgaasi termiline olekuvõrrand kas suuremal või vähemal arvul ainest sõltuvaid tegureid. Van der Waalsi võrrandis (1-35) on nendeks tegurid *a* ja *b*. Kui teatud rühma kuuluvatest ainetest on igaüks eraldi kirjeldatav mingi termilise olekuvõrrandiga (nt van der Waalsi võrrandiga), siis on võimalik esitada võrrand dimensioonita kujul nii, et talle alluksid kõik vaadeldava rühma ained. Sellisest termilisest olekuvõrrandist on elimineeritud ainet iseloomustavad tegurid.

Kuna igal ainel on ainult talle iseloomulikud kriitilised termilised olekuparameetrid, siis on otstarbekas kasutada dimensioonita termilisi olekuparameetreid järgmisel kujul:

- dimensioonita rõhk $\pi = p/p_\mathrm{k}$,
- dimensioonita erimaht $\varphi = v/v_\mathrm{k}$,
- dimensioonita temperatuur $\tau = T/T_\mathrm{k}$.

Kui eeldada, et vaadeldav ainerühm allub van der Waalsi võrrandile, siis valemite (1-40) kaudu

$$p = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}\pi,$$

$$v = 3b\varphi,$$

$$T = \frac{8}{27}\frac{a}{\mathrm{R}b}\tau.$$

Asetades need kolm suurust võrrandisse (1-35), saame

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)(3\varphi - 1) = 8\tau. \qquad (1\text{-}47)$$

Võrrand (1-47) ongi van der Waalsi termilise olekuvõrrandi dimensioonita kuju ning talle alluvad ühteviisi kõik reaalgaasid (muidugi siis, kui reaalgaas üldse allub van der Waalsi võrrandile).

Aine dimensioonita olekuvõrrandite olemasolu võimaldab formuleerida ainete vastavate olekute seaduse: kui kahel või enamal dimensioonita termilisele olekuvõrrandile üheselt alluval ainel on kolmest dimensioonita termilisest olekuparameetrist kaks võrdset, siis on neil võrdne ka kolmas dimensioonita termiline olekuparameeter.

Ainete vastavate olekute seaduse põhjal saame omakorda kasutusele võtta ainete termodünaamilise sarnasuse mõiste. Termodünaamiliselt sarnased ained on sellised, mis alluvad vastavate olekute seadusele ning koos sellega ka ühele ja samale dimensioonita termilisele olekuvõrrandile. Tänu ainete termodünaamilisele sarnasusele on ühe teadaoleva aine omaduste kaudu võimalik määrata teise aine omadusi. Näiteks on termodünaamiliselt sarnaste ainete omadused väljendatavad ühesuguste kõveratena koordinaadistikus $\pi = \pi(\varphi, \tau)$ või $z = \mathrm{z}(\pi, \varphi)$, olgugi et sõltuvus $p = \mathrm{p}(v, T)$ on iga antud rühma aine jaoks erinev.

## 1.7 Termodünaamiline protsess

Termodünaamiliseks protsessiks nimetatakse termodünaamilises süsteemis toimuvaid ajaliselt järjestikuseid muutusi aine ühest olekust teise siirdumisel. Sellega kaasneb süsteemi olekuparameetrite muutus. Need muutused toimuvad süsteemi ja ümbruskeskkonna vastastikusel mõjul. Termodünaamilise protsessiga võib kaasneda pidev energiavahetus süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel, mis on ainuvõimalik viimaste teatud parameetrite erinevuse tõttu.

Vaatamata sellele, et termodünaamiline protsess kulgeb ajas, ei uuri termodünaamika tavaliselt protsessi ajalist kulgu, vaid protsessi iseloomustavate suuruste vahelisi seoseid.

Ümbruskeskkonna mõju süsteemile oleneb tema parameetritest ja süsteemi omadustest. Seepärast võib süsteem üle minna ühest olekust teise paljude termodünaamiliste protsesside näol. Näiteks, olgu meil vaja viia süsteem olekust *1* (rõhk $p_1$ ja erimaht $v_1$) olekusse *2* (rõhk $p_2$ ja erimaht $v_2$). Vaatleme kahte võima-

lust. Esimesel juhul viime süsteemi püsitemperatuuril (isotermselt) mahuni $v_2$ ning seejärel püsimahul (isohoorselt) olekusse *2*. Teisel juhul võime süsteemi seisundist *1* viia adiabaatselt (ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud olukorras) mingisse vahepealsesse olekusse ning sealt edasi püsirõhul (isobaarselt) lõppolekusse *2*.

Termodünaamilise protsessi käiku väljendatakse tavaliselt olekuparameetrite vahelise seosena, mis antakse kas analüütiliselt või esitatakse graafilisel kujul. Kui kirjeldatud termodünaamilisi protsesse väljendada rõhu ja erimahu vahelise seosena, saame neid graafiliselt kujutada *pv*-teljestikus $p = \mathrm{p}(v)$, nagu see on näidatud joonisel 1.7a.

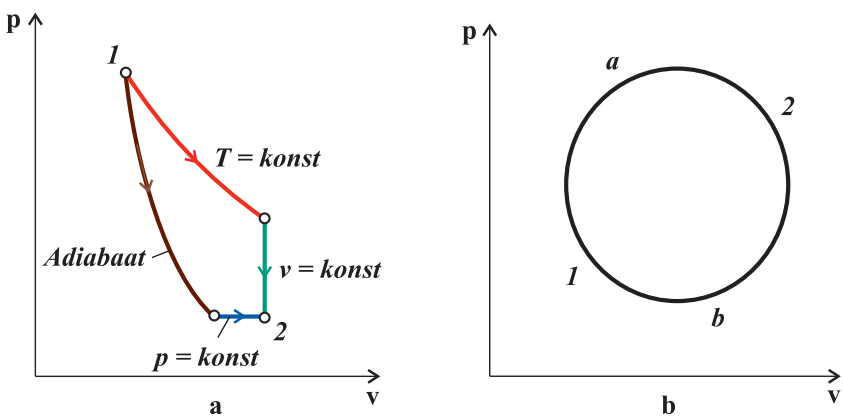
Termodünaamiliste protsesside hulgas on eriline koht ringprotsessidel. Ringprotsessi käigus läbib termodünaamiline süsteem järjestikku mitmed olekud ja naaseb lähteolekusse. Olekudiagrammidel kujutab ringprotsessi alati kinnine kontuur (kontuur *1a2b1* joonisel 1.7b).

Termodünaamilises süsteemis toimuvad protsessid jagunevad tasakaalulisteks ja mittetasakaalulisteks.

Tasakaalulised on protsessid, kus süsteem säilitab temas toimuvate järjestikuste muutuste käigus tasakaaluoleku. See väljendub näiteks asjaolus, et süsteemi kõigis punktides on antud ajahetkel üks ja seesama rõhk, temperatuur, tihedus jt olekuparameetrid (muidugi juhul, kui süsteemile ei mõju välisjõuvälju).

Protsess on mittetasakaaluline, kui süsteemi eri punktides on ühel ja samal ajahetkel erineva väärtusega olekuparameetrid.

Kui süsteemi ja ümbruskeskkonna olekuparameetrid kattuvad, siis on süsteem ja ümbruskeskkond tasakaaluseisundis. Keskkonna ja süsteemi vastastikuse mõju eelduseks on süsteemisiseste ja ümbruskeskkonna olekuparameetrite erinevus. Süsteemisisene tasakaal on seda enam mõjutatav, mida intensiivsem on süsteemile toimiva ümbruskeskkonna olekuparameetrite muutus.




**Joonis 1.7. Termodünaamilised protsessid *pv*-diagrammil: a) keha üleminek olekust *1* olekusse *2*, b) ringprotsess**

Termodünaamilist protsessi, mille käigus igal ajahetkel on tagatud termodünaamilisele tasakaalule väga lähedane olek, nimetatakse kvaasistaatiliseks protsessiks. Termodünaamiline protsess on seda lähedasem tasakaalulisele protsessile, mida aeglasemalt toimub oleku muutus süsteemis. Ilmselt on lõpmata aeglaselt toimuvate protsesside puhul (piiriline juhus) kogu protsessi jooksul tagatud termodünaamiline tasakaal. Termodünaamilise protsessi kvaasistaatilisuse tingimuseks on, et süsteemi suvalise olekuparameetri muutus ajas oleks tunduvalt aeglasem sama parameetri muutuse keskmisest kiirusest süsteemi relaksatsioonil. Kvaasistaatilise protsessi korral

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}\tau} << \frac{\Delta a}{\tau_{\mathrm{r}}},$$

kus $\Delta a$ tähistab parameetri $a$ muutust süsteemi relaksatsiooniaja $\tau_{\mathrm{r}}$ vältel.

Seega kvaasistaatiline protsess erineb tasakaalulisest protsessist. Kuna viimaseid looduses ei esine, siis loetakse kvaasistaatiline protsess sageli tasakaaluliseks.

## 1.8 Oleku- ja protsessifunktsioonid

Kõik termodünaamikas käsitletavad suurused jagunevad kahte suurde rühma – oleku- ja protsessifunktsioonid. Olekufunktsioonideks nimetatakse suurusi, mis on üheselt määratud ainult süsteemi seisundiga. Termodünaamilises protsessis esinev olekufunktsiooni muutus on määratud ainuüksi selle funktsiooni väärtusega protsessi alguses ja lõpus. Protsessifunktsioonid on aga suurused, mis sõltuvad süsteemi olekust termodünaamilise protsessi käigus, s.t viisist, kuidas termodünaamiline süsteem läheb algolekust lõppolekusse.

Olgu termodünaamilist protsessi iseloomustavad sõltumatud parameetrid $x$ ja $y$ ning süsteemi algolekus $1 \equiv (x_1, y_1)$. Kulgegu termodünaamilise süsteemi üleminek ühte ja samasse lõppolekusse $2 \equiv (x_2, y_2)$ mitme erineva termodünaamilise protsessi vahendusel, nagu see on kujutatud joonisel 1.8 joontega *1a2*, *1b2*, *1c2*, ...

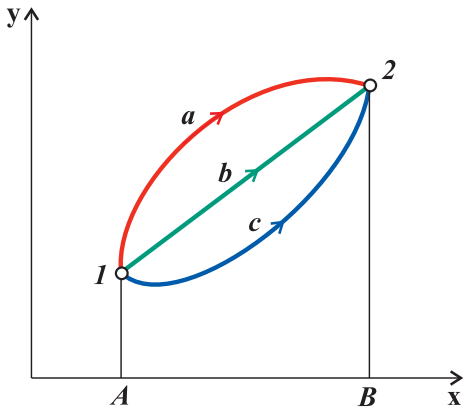
Olekufunktsiooni korral on täidetud tingimus

$$(a)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x = (b)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x = (c)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x = \ldots, \tag{1-48}$$

protsessifunktsiooni puhul aga

$$(a)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x \neq (b)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x \neq (c)\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{y}(x)\mathrm{d}x \neq \ldots \tag{1-49}$$

Protsessifunktsiooni näiteks võib olla protsessijoone ja $x$-telje vaheline pindala, kus $\square A1a2BA > \square A1b2BA > \square A1c2BA > \ldots$




**Joonis 1.8. Oleku- ja protsessifunktsioonide mõistet selgitav diagramm**

Olgu parameetritest $x$ ja $y$ sõltuvaks suuruseks $P(x, y)$, mis võib olla nii oleku- kui ka protsessifunktsioon.

Oleku- ja protsessifunktsioonide põhiomaduse selgitamiseks vaatleme funktsiooni $P(x, y)$ diferentsiaali

$$\mathrm{d}P(x,y) = X(x,y)\,\mathrm{d}x + Y(x,y)\,\mathrm{d}y. \tag{1-50}$$

Olekufunktsiooni korral vastavalt valemile (1-48)

$$(a)\int_{(1)}^{(2)} X(x,y)\,\mathrm{d}x + Y(x,y)\,\mathrm{d}y = (b)\int_{(1)}^{(2)} X(x,y)\,\mathrm{d}x + Y(x,y)\,\mathrm{d}y \tag{1-51}$$

ehk

$$(a)\int_{(1)}^{(2)} X(x,y)\mathrm{d}x + Y(x,y)\mathrm{d}y + (b)\int_{(2)}^{(1)} X(x,y)\mathrm{d}x + Y(x,y)\mathrm{d}y =$$

$$= \oint X(x,y)\mathrm{d}x + Y(x,y)\mathrm{d}y = 0. \tag{1-52}$$

Kuna Greeni valemi põhjal

$$\oint X(x,y)\mathrm{d}x + Y(x,y)\mathrm{d}y = \iint \left[\frac{\partial Y(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial X(x,y)}{\partial y}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \tag{1-53}$$

siis järeldub viimasest avaldisest, et $P(x, y)$ on olekufunktsioon ainult siis, kui

$$\frac{\partial X(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial Y(x,y)}{\partial x}. \tag{1-54}$$

Tingimus (1-54) tähendab seda, et olekufunktsiooni puhul sõltub joonintegraal mööda joont $P(x, y)$ ainult funktsiooni $P(x, y)$ alg- ja lõppväärtusest (olekust punktides *1* ja *2* joonisel 1.8 ehk termodünaamilise süsteemi alg- ja lõppolekust) ning funktsioonil on täisdiferentsiaal

$$\mathrm{d}P(x,y) = \frac{\partial P(x,y)}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\mathrm{d}y. \tag{1-55}$$

Avaldiste (1-50) ja (1-55) võrdlusest järeldub, et

$$X(x,y) = \left[\frac{\partial P(x,y)}{\partial x}\right]_y \tag{1-56}$$

ja

$$Y(x,y) = \left[\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\right]_x. \tag{1-57}$$

Olekufunktsioonideks on kõik termodünaamilist süsteemi iseloomustavad olekuparameetrid (erimaht või tihedus, rõhk, temperatuur, energia, entroopia jt). Protsessifunktsioonideks on töö ja soojus.

Olgu suurus $z$ olekufunktsioon kahest muutujast ehk sõltumatust parameetrist $x$ ja $y$, siis vastavalt valemitele (1-50), (1-56) ja (1-57)

$$\mathrm{d}z = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \mathrm{d}x + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \mathrm{d}y. \tag{1-58}$$

Eeldame, et $z = konst$, siis $\mathrm{d}z = 0$ ning

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \mathrm{d}x + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \mathrm{d}y = 0 \tag{1-59}$$

ehk

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 0. \tag{1-60}$$

Samuti

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = -1. \tag{1-61}$$

Kui diferentseerida võrrandit (1-58) $x$ järgi mingi olekuparameetri $\varphi$ püsival väärtusel, siis

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_\varphi = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_\varphi. \tag{1-62}$$

Kui funktsioonil P ($x$, $y$) ei ole täisdiferentsiaali, siis võib alati leida sellise integreerimiskordaja $\mu$, millega suurusi X ($x$, $y$) ja Y ($x$, $y$) korrutades muutub P ($x$, $y$) täisdiferentsiaaliks ning täidab tingimuse

$$\frac{\partial}{\partial y}\{\mu(x,y)X(x,y)\} = \frac{\partial}{\partial x}\{\mu(x,y)Y(x,y)\}. \tag{1-63}$$

## 1.9 Termilised tegurid

Termodünaamilise keha kolmest termilisest olekuparameetrist võivad kaks suvalist paari esineda sõltumatute suurustena. Vastavalt sellele võime seose (1-58) põhjal kirjutada

$$\left.\begin{aligned} p &= \mathrm{p}(T,v),\ \mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v \\ v &= \mathrm{v}(T,p),\ \mathrm{d}v = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p \\ T &= \mathrm{T}(p,v),\ \mathrm{d}T = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}v. \end{aligned}\right\} \tag{1-64}$$

Valemites (1-64) esinevast kuuest osatuletisest on kolmel iseseisev tähendus. Ülejäänud kolm on nende pöördväärtused. Iseseisvas tähenduses vaadeldakse tavaliselt osatuletisi $(\partial v/\partial T)_{\mathrm{p}}$, $(\partial v/\partial p)_{\mathrm{T}}$ ja $(\partial p/\partial T)_{\mathrm{v}}$. Neid nimetatakse termiliste olekuparameetrite põhiosatuletisteks. Põhiosatuletiste vahel kehtib kindel matemaatiline seos. Kui kaks on teada, siis kolmas on nende kaudu arvutatav.

Kui rõhk termodünaamilises süsteemis on püsiv, siis ülejäänud parameetrite muutudes valemi (1-60) alusel

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} + \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = 0 \tag{1-65}$$

ehk

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = -\frac{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}}. \tag{1-66}$$

Termodünaamilise keha termiliste olekuparameetrite põhiosatuletistel on kindlad füüsikalised tähendused. Näiteks osatuletis $(\partial v/\partial T)_{\mathrm{p}}$ iseloomustab termodünaamilise keha erimahu püsirõhulist muutumist sõltuvalt temperatuuri muutusest.

Kasutatakse alljärgnevaid termodünaamilise keha rõhu ja mahu muutust iseloomustavaid tegureid, nn termilisi tegureid.

*Isobaarne paisumistegur ehk mahtpaisumistegur*

$$\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{1-67}$$

Isobaarne paisumistegur iseloomustab keha mahu suhtelist püsirõhulist muutust sõltuvalt temperatuuri muutusest.

*Isotermne kokkusurutavustegur*

$$\chi = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{1-68}$$

Isotermne kokkusurutavustegur iseloomustab keha mahu suhtelist püsitemperatuurset muutust sõltuvalt rõhu muutusest.

*Elastsus- ehk isohoorne rõhutegur*

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{1-69}$$

Elastsus- ehk isohoorne rõhutegur iseloomustab rõhu suhtelist püsimahulist muutust olenevalt temperatuuri muutusest.

Tegurid $\alpha$, $\chi$ ja $\beta$ on omavahel seotud. Valemite (1-67) – (1-69) põhjal

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \alpha v,$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -\chi v$$

ja

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = \beta p.$$

Asetame need suurused avaldisse (1-66):

$$\beta = \frac{\alpha}{\chi p}. \tag{1-70}$$

See valem annab võimaluse arvutada aine kolmanda termilise teguri, kui kolmest kaks on teada.

Järgnevalt avaldame tegurid $\alpha$, $\chi$ ja $\beta$ ideaalgaasile.

Vastavalt valemile (1-31)

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{v}{T}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -\frac{v}{p}.$$

Järelikult

$$\alpha = \frac{1}{T} \tag{1-71}$$

ja

$$\chi = \frac{1}{p}. \tag{1-72}$$

Seosest (1-70) järeldub samuti, et

$$\beta = \frac{1}{T}. \tag{1-73}$$

Näeme, et ideaalgaasile on nii isobaarne paisumistegur kui ka isohoorne rõhutegur pöördvõrdelised absoluutse temperatuuriga.

Teine peatükk

# TERMODÜNAAMIKA ALUSSEADUSED

## 2.1 Termodünaamika esimene ja teine seadus

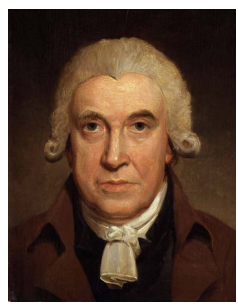
### 2.1.1 Energia ja töö

Füüsikalises tähenduses on energia keha võime teha tööd. Energia mõiste ühetähenduslikkus annab aluse ka töö ja soojuse määranguks. Kui töö tähendus on suhteliselt lihtsasti hoomatav tänu keha mehaanilise liikumise arusaadavusele, siis soojuse mõiste avamine ja selle „nähtavaks" tegemine osutub hoopis keerukamaks.

Energiat on võimalik süsteemisiseselt salvestada ning töö või soojuse kujul ühest süsteemist teise üle kanda. Tööd ega soojust ei ole võimalik salvestada, mistõttu süsteem ei saa neid ka sisaldada. Töö ja soojus on teatud energiahulga ülekande viisid ning antud ajahetkel energia ülekandel esinev toiming. Siit johtub, et igapäevaelus käibivad terminid, nagu soojusenergia, soojussalvesti jms, ei ole termodünaamika kui soojusõpetuse seisukohalt korrektsed.

Süsteemi energial võib olla mitmeid vorme: potentsiaalne, kineetiline, magnetiline, keemiline, elektriline, sise-, tuumaenergia jm. Termodünaamika seisukohalt on otstarbekas jagada energialiigid makro- ja mikroenergiaks. Makroenergia on süsteemil kui tervikul välismõõtmete piires, selle näiteks on keha kineetiline ja potentsiaalne energia. Mikroenergia on seotud aine molekulaarse struktuuriga süsteemi sees.

**James Watt** (19.01.1736 Greenock, Šotimaa – 19.08.1819 Heathfield, Inglismaa), inglise-šoti leidur ja mehaanikainsener, unikaalse kolb-aurumasina leiutaja. Õppis ja töötas peamiselt Glasgows.



Ühepoolselt töötava kolviga algelise aurumasina oli konstrueerinud Newcomen juba 1712. Watt rakendas aurumasina arendamisse mitmeid uusi põhimõtteid ja täiustusi, mille tulemusena sai aurumasinast kogu 19. saj jooksul peagu ainus tööstuses ja transpordis kasutatav soojusjõumasin. Watti täienduste hulgas on heitauru veeldamine kondensaatoris väljaspool masinat 1769, kolvi kahepoolne töö koos auru paisumisega silindris 1782, pöörleva võlli ja hooratta kasutuselevõtt, auru jaotusmehhanismi ja tsentrifugaalse kiirusregulaatori (patent 1784) evitamine. Koos ettevõtja Boultoniga alustas Watt aurumasinate tootmist tehases Birminghami lähedal 1775. Tema nime kannab võimsuse mõõtühik vatt (W).

Mehaanikas kasutatav töö ja võimsus on alati seotud keha liikumisega ning potentsiaalse ja kineetilise energia mõistetega.

Mehaanilise töö all mõistetakse kehale liikumise suunas mõjuva jõu ja keha läbitava tee pikkuse korrutist. Keha töö liikumisel asendist *1* asendisse *2*

$$L = \int_{(1)}^{(2)} P\mathrm{d}x\,, \tag{2-1}$$

kus $P$ – kehale liikumise suunas mõjuv jõud, $x$ – keha teekond.

Kehale mõjuv jõud võib olla muutuv suurus ning sõltuda keha asukohast.

Töö on skalaarne suurus.

Võimsus on ajaühikus sooritatud töö.

Nii nagu tööd ja soojust, ei ole ka võimsust võimalik salvestada. Salvestada on võimalik ainult energia eri liike.

Kuna töö sõltub keha läbitavast teekonnast ehk sellest, kuidas keha läbib vahemaa algpunktist lõpp-punkti, siis on töö termodünaamilises tähenduses protsessi funktsioon ega oma täisdiferentsiaali, vastupidi mis tahes olekufunktsioonile.

Töö $L$ põhimõõtühik SI mõõtühikute süsteemis on N·m, mis on identne energia mõõtühikuga džaul (J). Võimsuse ühik on N·m/s, mis on ühtlasi J/s ehk vatt (W). Kuna džaul on suhteliselt väike mõõtühik, siis kasutatakse enamjaolt kordseid ühikuid, näiteks kJ, MJ, GJ ning kW, MW, GW. Termodünaamikas väljendatakse tööd sageli keha massiühiku kohta: $l = L/M$ J/kg, kus $M$ on keha mass.

*Kineetiline energia.* Kulgevalt (translatoorselt) liikuv keha sooritab kokkupuutes teise kehaga tööd, mõjudes sellele teatud jõuga ning põhjustades selle nihkumise. Viimane toimub liikuva keha kineetilise energia arvel. Keha kulgliikumise kineetiline energia

$$E_{\mathrm{kt}} = \frac{mw^2}{2}, \tag{2-2}$$

kus $m$ – keha mass, $w$ – keha kiirus.

Kui kehale lisandub energiat, mille tõttu kasvab tema kineetiline energia, siis see energia loetakse leppeliselt positiivseks, kineetilise energia kahanemine aga negatiivseks. Oma olemuselt ei saa energia kunagi olla negatiivne.

Kineetiline energia väljendub ka keha pöörlevas liikumises (rotatsioon).

Ümber püsitelje pöörleva keha kineetiline energia

$$E_{\mathrm{kp}} = \frac{I\omega^2}{2}, \tag{2-3}$$

kus $I$ – keha inertsimoment, $\omega$ – keha nurkkiirus.

*Potentsiaalne energia*. Keha potentsiaalse energia määrab tema asend ruumis ning kehade vastastikune mõju. Potentsiaalne energia on näiteks Maa gravitatsiooniväljas paikneval kehal (toimib keha ja Maa vastastikune tõmbejõud) või pingestatud vedrul (vedru avaldatav jõud temaga kontaktis olevale kehale). Vedru energia määrab tema elastne deformatsioon.

Keha potentsiaalne energia Maa gravitatsiooniväljas

$$E_{\mathrm{g}} = mgz, \tag{2-4}$$

kus $m$ – keha mass, g – Maa raskuskiirendus, $z$ – kõrgus maapinnast.

Energia kandub ühest süsteemist teise töö või soojuse näol. See asjaolu loobki seose energia ja töö vahel. Töö sooritatakse süsteemidevahelise energiasiirde näol. Siirdeprotsessis võib töö kaudu ülekantava energia vorm muutuda, kuid tema koguhulk ei suurene ega vähene. See tõsiasi järeldub energia jäävuse ja muundumise seadusest.

### 2.1.2 Siseenergia

Siseenergia on süsteemi koostisosakeste kõigi energialiikide summa. Ta on seotud aine molekulaarse struktuuri ja molekulide energeetilise olekuga. Siseenergia on keha enese energia. Termodünaamikas käsitletakse siseenergiat aine molekulaarkineetilise teooria seisukohalt keha koostisosakeste kineetilise ja potentsiaalse energia summana.

Ka siseenergia $U$ põhimõõtühikuks on džaul (J). Siseenergia antakse tavaliselt termodünaamilise keha l kg kohta (erisiseenergia): $u = U/M$ J/kg, kus $M$ on keha mass.

Süsteemi siseenergia $U$ on ekstensiivparameeter, keha ühiku kohta antuna aga intensiivparameeter.

Lihtsustatud ettekujutuse kohaselt on keha siseenergia molekulaarsel tasemel osakeste kulgliikumise energia ning molekuli moodustavate aatomite pöörlemise ja võnkumise (vibratsiooni) energia summa. Igal $n$ aatomist koosneval molekulil on $3n$ vabadusastet ning neile vastavat liikumiskomponenti: kolm kulgeva, kaks või kolm (sõltub aatomite arvust molekulis) pöörleva ja $3n$–6 (või $3n$–5) võnkliikumise komponenti.

Niihästi molekuli kulgeva kui ka pöörleva liikumise kineetiline energia on üldjuhul sõltuv temperatuurist ning kirjeldatav lineaarse sõltuvuse kujul (nagu valem (1-9)):

$$U = U_{\mathrm{k}} + U_{\mathrm{p}} = \frac{3}{2}\mathrm{k}NT + \frac{\mathrm{j}}{2}\mathrm{k}NT = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\mathrm{k}NT, \tag{2-5}$$

kus j – pöörlemise vabadusastmete arv, k – Boltzmanni konstant, $N$ – molekulide arv, $T$ – absoluutne temperatuur.

Liige $U_{\mathrm{k}}$ väljendab molekulide kulg- ja $U_{\mathrm{p}}$ pöördliikumist.

Viimane valem põhineb energia võrdsel jaotumisel vabadusastmete vahel. Iga vabadusastme kohta jagub energiat ½ k$T$. Tava, mille kohaselt molekuli liikumise igale vabadusastmele omistatakse võrdne energia, tuntakse energia võrdjaotumise printsiibina vabadusastmete järgi.

Siseenergia täpsemal käsitlusel tuleb valemisse (2-5) lisada ka molekuli aatomite võnkumist väljendav liige.

Keha siseenergia on seotud ka potentsiaalsete jõududega aine molekulide vahel. Potentsiaalse energia määrab molekulide vahekaugus, mis osutab energia sõltuvusele rõhust (või erimahust), ka temperatuuril on teatud mõju. Molekulidevahelised jõud on suurimad tahkes kehas, kus osakeste vahekaugus on väike, mõõdukamad on need vedelikus ning üpris nõrgad gaasilises kehas. Molekulidevahelised jõud tuleb ületada aine faasisiirdel ja see töö väljendub eelkõige siirdesoojuses (faasimuundussoojus).

Van der Waalsi gaasi siseenergia, milles molekulidevahelist potentsiaalset energiat arvestab liige $a/v^2$ (valem (1-35)):

$$\frac{3+\mathrm{j}}{2}\mathrm{k}NT - v\Delta p \tag{2-6}$$

ehk

$$U = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\mathrm{k}NT - \frac{a}{v}. \tag{2-7}$$

Ideaalgaas koosneb teatavasti elastsetest molekulidest, millel puudub vastastikune mõju – nendel on küll mass, kuid maht on tühiselt väike. Ideaalgaasi siseenergia on kõigi molekulide kulgliikumise, molekuli aatomite pöörlemise ja võnkumise energia summa, sõltudes ainult temperatuurist.

Keha igas olekus on tema siseenergial teatud kindel väärtus, seega on siseenergia nagu teisedki energialiikide vormid olekufunktsioon ning keha üleminekul ühest olekust teise määrab siseenergia muutuse ainult süsteemi alg- ja lõppolek, mitte aga teekond algolekust lõppolekusse.

Nagu energia üldse, on ka siseenergia mõiste seotud tööga. Tõestuseks vaatleme mehaaniliselt elastsete seintega suletud termodünaamilist süsteemi, mis on ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud (s.o adiabaatne). Ümbruskeskkonna rõhu muutudes süsteem deformeerub ning sooritab mehaanilist tööd. Kui süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel valitseb üksnes mehaaniline vastastikmõju, siis vastavalt energia jäävuse ja muundumise seadusele saab süsteemi siseenergia muutus võrduda ainult süsteemi poolt tehtava tööga. Võrdeliselt süsteemi tehtava tööga muutub ka keha temperatuur (ideaalgaasi korral).

Keha siseenergia absoluutväärtust määrata on üpris keerukas, mistõttu siseenergiat loetakse leppelise algoleku suhtes.

Seega üldisemalt on siseenergia võrdne välisjõudude tööga materiaalselt suletud süsteemi tagastataval adiabaatsel siirdumisel leppelisest algolekust antud seisundisse.

Siseenergia arvväärtuse teoreetiline määramine tema olemusele tuginedes on samuti ülimalt keerukas ülesanne. Sel viisil saadavad tulemused võimaldavad küll esile tuua ainet iseloomustava üksiku olekuparameetri mõju siseenergiale, kuid kvantitatiivselt võib tulemus osutuda suuresti hälbivaks. Seetõttu hangitakse inseneriarvutuses vajalikud siseenergia väärtused otsese mõõtmise teel, lähtudes termodünaamikas kehtivatest seostest.

Homogeense termodünaamilise süsteemi tasakaaluolek on teatavasti määratud kahe suvalise sõltumatu olekuparameetri kaudu. Seetõttu on ka siseenergia funktsioon kolme võimaliku termilise olekuparameetri $p$, $T$ ja $v$ suvalisest paarist

$$\left.\begin{aligned} u &= \mathrm{u}(T,v), \quad \mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v \\ u &= \mathrm{u}(T,p), \quad \mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p \\ u &= \mathrm{u}(p,v), \quad \mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}v. \end{aligned}\right\} \tag{2-8}$$

Valemites (2-8) tähistavad $(\partial u/\partial T)_{\mathrm{v}}$, $(\partial u/\partial v)_{\mathrm{T}}$, ... vastavalt siseenergia püsimahulist osatuletist temperatuuri järgi, siseenergia püsitemperatuurset osatuletist erimahu järgi jne.

Kuna ideaalgaasi siseenergia sõltub ainult temperatuurist, siis valemites (2-8) esinevatest liikmetest $(\partial u/\partial v)_{\mathrm{T}} = (\partial u/\partial p)_{\mathrm{T}} = 0$. Järelikult ideaalgaasi puhul

$$\mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T. \tag{2-9}$$

Termodünaamilise süsteemi üleminekul olekust *1* olekusse *2* siseenergia muutus

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{(1)}^{(2)} \mathrm{d}u, \tag{2-10}$$

kus $u_1$ ja $u_2$ tähistavad vastavalt termodünaamilise süsteemi siseenergiat olekus *1* ja *2*.

Kuna siseenergia on olekufunktsioon, siis $\Delta u$ väärtus ei sõltu sellest, millised vahepealsed olekud läbib keha üleminekul algolekust lõppolekusse, ning integraali $\int_{(1)}^{(2)} \mathrm{d}u$ väärtus ei sõltu integreerimise teest.

Samuti

$$\oint \mathrm{d}u = 0. \tag{2-11}$$

Järelikult, siseenergia kui olekufunktsiooni muutus ringprotsessis võrdub nulliga.

### 2.1.3 Mehaaniline töö

Mehaanilise töö mõiste termodünaamikas on seotud materiaalselt suletud süsteemiga.

Olgu antud materiaalselt suletud süsteem mahuga $V$, millel puudub termodünaamilise keha juurde- ja äravool (joonis 2.1). Sellise süsteemi näiteks võib olla liikuva kolviga silindrisse suletud gaas. Eeldame süsteemisisest mehaanilist tasakaalu (rõhk süsteemis on võrdne ümbruskeskkonna rõhuga). Muutugu süsteemi maht kvaasistaatilises protsessis $\mathrm{d}V$ võrra. Eraldame termodünaamilist süsteemi ümbruskeskkonnast lahutaval pinnal pinnaelemendi suurusega $\mathrm{d}F$.

Süsteemi mahu muutumisel nihkub märgitud pinnaelement pinnanormaali suunas pikkuse $\mathrm{d}n$ võrra. Pinnaelemendi $\mathrm{d}F$ liikumisel pikkuse $\mathrm{d}n$ võrra teeb süsteem elementaarset tööd

$$\mathrm{d}L = \int_F p\mathrm{d}F\mathrm{d}n\,. \tag{2-12}$$

Et $\int_F \mathrm{d}F\mathrm{d}n = \mathrm{d}V,$ siis elementaarse mahumuutuse $\mathrm{d}V$ tagajärjel süsteemi sooritatav töö

$$\mathrm{d}L = p\mathrm{d}V. \tag{2-13}$$

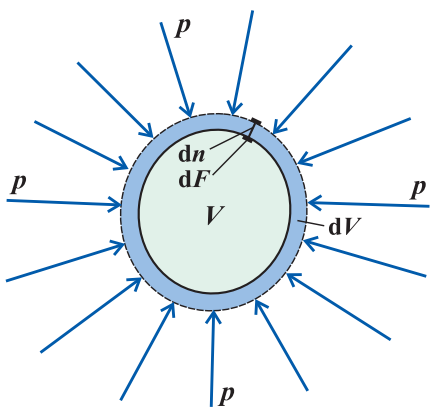
Tavaliselt arvutatakse töö keha massiühiku kohta. Sellisel juhul ($l = L/M$)

$$\mathrm{d}l = p\mathrm{d}v\,, \tag{2-14}$$

ehk kui keha erimaht muutub ulatuses $v_1$ kuni $v_2$, siis

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v\,. \tag{2-15}$$

Valemite (2-13) – (2-15) kaudu avalduvat tööd nimetatakse termodünaamikas mehaaniliseks tööks.




**Joonis 2.1. Mehaanilise töö valemi tuletamist selgitav skeem**

Tuleb kindlalt meeles pidada, et mehaanilise töö mõiste on seotud materiaalselt suletud termodünaamilise süsteemiga, niisiis sellisega, kus puudub keha juurde- ja äravool. Kuna suletud süsteem teeb mehaanilist tööd teda ümbruskeskkonnast lahutava pinna ümberpaigutuse teel (süsteemi deformatsioon), siis nimetatakse mehaanilist tööd ka deformatsioonitööks.

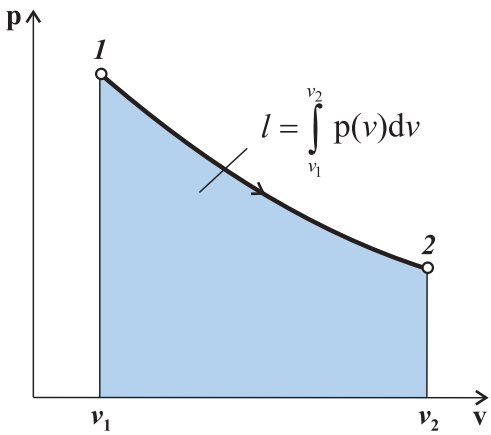
Termodünaamilise süsteemi tehtava mehaanilise töö arvutamiseks peame teadma sõltuvust rõhu ja erimahu (või mahu) vahel vaadeldavas protsessis. Kui selline sõltuvus on teada, näiteks analüütilise funktsioonina $p = \mathrm{p}(v)$, siis mehaaniline töö

$$l = \int_{v_1}^{v_2} \mathrm{p}(v)\,\mathrm{d}v. \qquad (2\text{-}16)$$

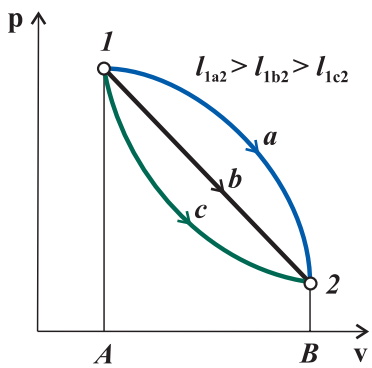
Sõltuvuse $p = \mathrm{p}(v)$ graafiliseks kujutamiseks kasutatakse termodünaamikas ulatuslikult *pv*-diagrammi (ka *pV*-diagrammi). Tähistagu punkt *1* joonisel 2.2 termodünaamilise keha alg- ning punkt *2* lõppolekut. Punkti *1* punktiga *2* ühendav joon näitab rõhu muutust protsessis olenevalt süsteemi erimahust. Valemi (2-16) kohaselt kujutab termodünaamilise keha tehtavat mehaanilist tööd *pv*-tasapinnal pindala protsessijoone *1 2* ja horisontaaltelje vahel.

Mehaaniline töö loetakse positiivseks, kui sellega kaasneb termodünaamilise keha paisumine ($\mathrm{d}v > 0$), ja negatiivseks, kui süsteemi maht väheneb ($\mathrm{d}v < 0$). Termodünaamilise protsessi kulgedes *pv*-diagrammil vasakult paremale on töö positiivne, kulgemisel paremalt vasakule aga negatiivne.

Joonisel 2.3 esitatud *pv*-diagrammilt selgub, et erinevates termodünaamilistes protsessides (*1a2, 1b2, 1c2*) sooritatav töö on erinev, kuigi seejuures keha alg- ja lõppolekud ühtivad. Ilmselt $l_{1a2} > l_{1b2} > l_{1c2}$. Seetõttu ei sõltu töö mitte ainult keha alg- ja lõppolekust, vaid ka termodünaamilise protsessi olemusest, sellest, kuidas keha siirdub algolekust lõppolekusse. Öeldust selgub otseselt, et töö on protsessifunktsioon.




**Joonis 2.2. Mehaaniline töö pindalana *pv*-diagrammil**




**Joonis 2.3. Mehaanilist tööd kui protsessifunktsiooni selgitav diagramm**

### 2.1.4 Tehniline töö

Tehnilise töö mõiste termodünaamikas on seotud materiaalselt avatud süsteemiga. Avatud süsteem on selline, kuhu termodünaamiline keha võib juurde voolata või sellest lahkuda. Allpool vaatleme süsteemi, mida läbib statsionaarne, s.o ajas muutumatu voolus. Selline süsteem on näiteks turbiin, turbiinkompressor ja tsentrifugaalpump.

Jälgime joonisel 2.4 toodud skeemi. Sisenegu vaadeldavasse süsteemi kanali I kaudu termodünaamiline keha algrõhul $p_1$ ja erimahul $v_1$ ning väljugu süsteemist läbi kanali II rõhul $p_2$ ja erimahul $v_2$. Süsteemi läbimisel töökeha kas teeb tööd või tarbib seda. Sellises avatud süsteemis toimuvat tööd nimetatakse tehniliseks tööks ja tähistatakse üldiselt $L_t$ või $l_t$ võetuna 1 kg keha kohta (eritöö). Kui süsteem (nt turbiin) väljastab tööd, siis loetakse see nagu mehaaniline töögi leppeliselt positiivseks, kui aga süsteem (nt kompressor) tarbib tööd, siis loetakse see negatiivseks.

Tehniline töö on vaadeldav kolmest osast koosnevana, avaldudes algebralise summana

$$l_t = l_s + l + l_v , \tag{2-17}$$

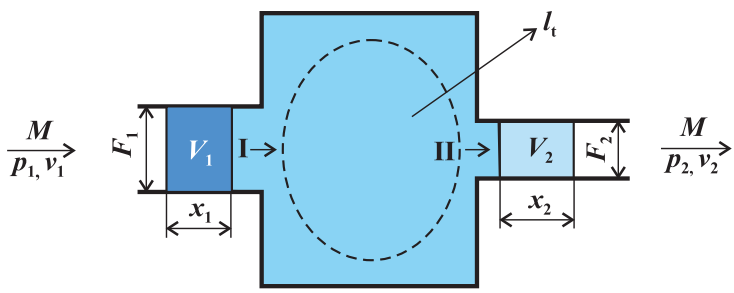
kus $l_s$ – sisenemistöö, $l$ – mehaaniline töö, $l_v$ – väljumistöö.

Termodünaamilise keha töö süsteemi sisenemisel

$$l_s = p_1 \frac{F_1 x_1}{M_1} = p_1 \frac{V_1}{M_1} = p_1 v_1 . \tag{2-18}$$

Valemi (2-18) tuletamisel eeldatakse, et süsteemi sisenemisel mõjub voolusele jõud $p_1F_1$, mis läbib teekonna $x_1$. Seega vooluse sisenemistöö $L_s$ on nende liikmete korrutis $p_1F_1x_1$. Keha hõivab teekonnal mahu $V_1 = F_1x_1$ (erimahuga $v_1 = V_1/M_1$) ning sisenemistöö keha massiühiku kohta $l_s = p_1v_1$. $M_1$ on siin mahus $V_1$ sisalduv aine mass, $F_1$ kanali ristlõikepind.

Süsteemist väljudes peab keha tegema tööd ületamaks protsessi lõpus temale mõjuvat jõudu. Väljumistöö saab leida sisenemistöö puhul kasutatud arutlusviisil.




**Joonis 2.4. Tehnilise töö valemi tuletamist selgitav skeem**

Seega

$$l_{\mathrm{v}} = -p_2 v_2 . \tag{2-19}$$

Väljumistöö on negatiivne, sest on vajalik keha väljumiseks (väljasurumiseks) süsteemist.

Kuna mehaaniline töö avaldub valemiga (2-15), siis arvestades seoseid (2-18) ja (2-19), saame tehnilise töö avaldise

$$l_{\mathrm{t}} = p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v - p_2 v_2 . \tag{2-20}$$

Statsionaarsel voolamisel on avatud termodünaamilisse süsteemi siseneva keha mass ajaühikus võrdne süsteemist väljuva massiga.

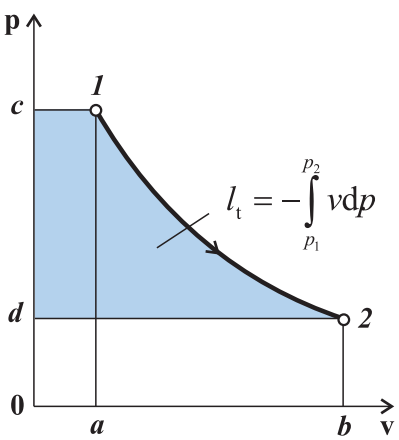
Esitame tehnilise töö graafilise kujutise *pv*-diagrammil (joonis 2.5). Sisenemistöö kui korrutis $p_1 v_1$ väljendub *pv*-diagrammil pindalana $\square 0c1a0$, mehaaniline ja väljumistöö vastavalt pindaladena $\square a12ba$ ja $\square b2d0b$. Järelikult võrdub valemiga (2-20) avaldatud tehniline töö *pv*-diagrammil protsessijoone *1 2* ja rõhutelje vahelise pindalaga $\square c12dc$. Graafilise tõlgenduse alusel avaldub tehniline töö analüütiliselt valemina

$$l_{\mathrm{t}} = -\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p . \tag{2-21}$$

Siit tehnilise töö diferentsiaal

$$\mathrm{d}l_{\mathrm{t}} = -v\mathrm{d}p . \tag{2-22}$$

Tehniline töö nagu mehaanilinegi on protsessifunktsioon, sõltudes protsessi kulgemise teekonnast.




**Joonis 2.5. Tehniline töö *pv*-diagrammil**

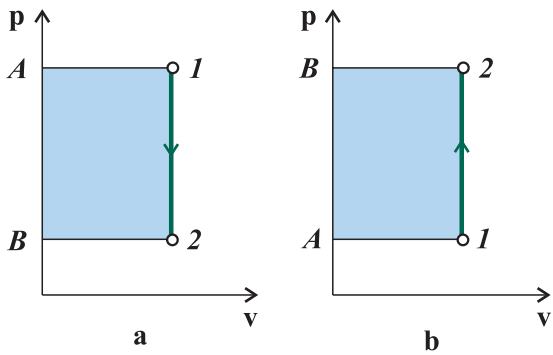
Termodünaamiline keha teeb positiivset tehnilist tööd siis, kui protsessi jooksul rõhk langeb, seega valemites (2-21) ja (2-22) esinebki miinusmärk. Kui keha tarbib tehnilist tööd, siis rõhk protsessi jooksul tõuseb ja töö loetakse negatiivseks.

Kui süsteemi läbib kokkusurumatu vedelik, siis osutub keha tehnilise töö valem (2-21) üpris lihtsaks:

$$l_{\mathrm{t}} = v(p_1 - p_2). \tag{2-23}$$

Valem (2-23) on rakendatav näiteks hüdroturbiini ja pumba puhul.

Joonisel 2.6 on *pv*-tasapinnal esitatud hüdroturbiinist saadav töö, kus rõhulangu protsessis kujutab langev vertikaaljoon *1 2*, ning pumbale vajalik töö, kus protsessi rõhutõusu kujutab püstsuunaline vertikaaljoon. Mõlemal juhul näitab protsessi tehnilist tööd *pv*-diagrammil pindala □*A12BA*.




**Joonis 2.6. Hüdroturbiinist saadav (a) ja pumba tarbitav (b) tehniline töö *pv*-diagrammil**

### 2.1.5 Mittemehaaniliste jõudude töö

Valem (2-16) väljendab keha tehtavat mehaanilist tööd, kus süsteemi liikumapanev jõud on rõhk, mille toimel muutub süsteemi maht. Säärast tööd nimetatakse kas paisumis- või komprimeerimistööks. Paisumistöö kõrval võib keha teha tööd veel pinna suurenemisest pindpinevusjõu toimel, ka liikudes gravitatsiooni-, elektri- või magnetväljas jne. Kõigil mainitud juhtudel väljendub töö valemiga, mis struktuurilt sarnaneb avaldisega (2-16). Meelevaldse töö diferentsiaal

$$\mathrm{d}l = X\mathrm{d}x. \tag{2-24}$$

Samuti

$$l = \int_{(1)}^{(2)} X\mathrm{d}x, \tag{2-25}$$

kus $X$ – süsteemile mõjuv üldistatud jõud, $x$ – üldistatud koordinaat (nihe).

Kui süsteemile toimivad erinevad jõud, siis on süsteemi töö võrdne nende jõudude tööde summaga:

$$\mathrm{d}l = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} \tag{2-26}$$

ning

$$l = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \int_{(1)}^{(2)} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}\,, \tag{2-27}$$

kus indeks i märgib i-ndat jõudu ja sellele vastavat üldistatud koordinaati.

Mehaanilise töö korral ilmselt $X = p$ ja $x = v$. Pindpinevusjõu töö korral $X_{\mathrm{i}} = \sigma$ ja $x_{\mathrm{i}} = F$, kus $\sigma$ on pindpinevus ja $F$ pindala.

Sageli on otstarbekas mehaanilise jõu töö eraldada teistest töödest, misjuhul süsteemi kogu töö diferentsiaal

$$\mathrm{d}l = p\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}\,. \tag{2-28}$$

Elektriline töö väljendub elektrilaenguga keha liikumises elektriväljas, kus üldistatud jõud on elektriline potentsiaal ja üldistatud koordinaat laengu liikumisteekond.

### 2.1.6 Soojus

Üks kehade vastastikmõju ilminguid on energiavahetus, millega muutub protsessis osalevate kehade olek. Süsteem ja ümbruskeskkond võivad energiat vahetada kahes vormis.

Esiteks, energia kandub üle töö kujul, mis kutsub esile süsteemiväliste parameetrite muutuse või kehade ümberpaiknemise ruumis. Töö ise on makrosuurus.

Teiseks, energia läheb soojemalt kehalt jahedamale kehale otse, kas kehade vahetu kokkupuute või nn termilise nähtavuse (kiirguse) vahendusel, ilma et süsteemivälised parameetrid muutuksid. Säärases vormis üle kantud energia on tuntud soojusena, protsess ise aga on soojusülekanne ehk soojusvahetus. Soojusena ülekantavat energia kogust nimetatakse soojushulgaks ($Q$), mille põhimõõtühik on džaul, 1 kg termodünaamilise keha kohta antuna $q = Q/M$ J/kg. Ümbruskeskkonnast termodünaamilisse süsteemi kandunud soojushulk loetakse positiivseks, süsteemist ümbruskeskkonda siirdunu – negatiivseks. Energia ülekanne soojusena on mikroprotsess (toimub molekulide kokkupõrgete kaudu). Esitatud soojuse definitsioonist järeldub, et energiat on võimalik soojuse kujul ühelt kehalt teisele üle kanda ainult temperatuurivahe ajendil.

Energia (nt termodünaamilise keha siseenergia) ei sõltu sellest, kuidas keha saavutas mingi oleku, mida iseloomustab täisdiferentsiaaliga olekufunktsioon. Soojus ja töö aga ei ole energia liigid, vaid teatud vormis ülekantud energia, olles seega protsessifunktsioonid. Termodünaamiline süsteem (keha) ei saa sisaldada tööd ega soojust.

Vaatleme soojuse mõistet ideaalgaasi seisukohast. Kahe erineva temperatuuriga ideaalgaasi kokkupuutesse viimisel (gaaside vahel võib olla soojust vabalt läbilaskev sein) ümbruskeskkonnast mehaaniliselt isoleeritud süsteemis hakkab süsteemi ühe keha temperatuur alanema, teise oma aga samal ajal tõusma. Ideaalgaasi molekulaarkineetilise teooria kohaselt esimese keha siseenergia seejuures kahaneb (molekulide keskmine kineetiline energia väheneb), teise keha siseenergia tõuseb (molekulide keskmine kineetiline energia suureneb). Seega on ideaalgaasi temperatuuri käitumine alati seotud siseenergia muutusega. Rõhutame, et see järeldus kehtib ainult ideaalgaasile. Näiteks vedeliku isobaarne aurustumine toimub püsitemperatuuril, kuigi süsteemi siseenergia suureneb.

Energia ülekanne soojuse või töö näol ei ole samaväärne. Kui töö võib minna otse üle mis tahes teiseks energialiigiks (elektriline, kineetiline, siseenergia jt), siis soojusena üleantav energia võib muunduda otseselt ainult keha siseenergiaks. Selleks et muundada soojust mingiks teiseks energialiigiks peale siseenergia, peab ta läbima töö vormi.

Adiabaatne termodünaamiline süsteem on ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud. Sellisesse süsteemi ei ole võimalik suunata soojust ümbruskeskkonnast ega ka vastupidi. Energiavahetus adiabaatse süsteemi ja ümbruskeskkonna vahel on võimalik ainult tööna.

### 2.1.7 Tagastatavad ja tagastamatud protsessid

Tagastatava ja tagastamatu termodünaamilise protsessi olemus on tihedalt seotud süsteemi termodünaamilise tasakaaluga protsessi vältel. Eespool sedastati, et termodünaamilises tasakaalus oleva süsteemi jaoks kindlaks määratud parameetrilisi seoseid saab üle kanda protsessile, milles keha olek igal ajahetkel on väga lähedane tasakaaluolekule (kvaasistaatiline protsess).

Termodünaamiline protsess on süsteemi olekumuutuste jada siirdumisel algolekust lõppolekusse. Süsteemi kahe oleku vahel võib ühte ja sama teed mööda kulgeda kaks erisuunalist protsessi. Olgu üks nendest nimetatud päripidiseks, teine aga selle pöördprotsessiks. Sellises süsteemis toimuv päripidine protsess loetakse tagastatavaks, kui süsteemi saab pöördprotsessiga sama teekonda mööda tagasi algolekusse tuua ilma ümbruskeskkonna sekkumiseta. Kui aga süsteemi algolekut ei ole võimalik pöördprotsessiga taastada või kui süsteem vajab selleks täiendavalt energeetilist suhtlemist ümbruskeskkonnaga (vastastikmõju), on protsess tagastamatu. Tagastamatu protsessi korral termodünaamilise süsteemi algolek ei taastu. Pöördprotsess on päripidise protsessi peegelpilt igas punktis. Kui näiteks päripidises protsessis keha paisub, siis pöördprotsessis ta

komprimeeritakse. Samuti, kui päripidises protsessis on vaja süsteemi suunata teatud soojushulk, siis protsessi tagastatavuse korral on süsteemist vaja eemaldada sama hulk soojust. Seesama kehtib ka töö kohta. Kui päripidises protsessis sooritatakse ümbruskeskkonna suhtes tööd, siis tagastatava protsessi korral peab ümbruskeskkond tegema süsteemi suhtes tööd samas absoluutväärtuses.

Tagastatav protsess on võimalik ainult siis, kui termodünaamiline süsteem on protsessi igal ajahetkel tasakaalus või sellele lähedases seisundis, s.o kvaasistaatilisel üleminekul algolekust lõppolekusse.

Tagastatavus on ideaalse protsessi tunnus. Tegelikkuses tagastatavaid protsesse ei esine, kõik looduses toimuvad reaalsed protsessid on mingil määral tagastamatud. Samuti ei ole võimalik luua soojustehnilist seadet või masinat, milles toimuvad termodünaamilised protsessid oleksid tagastatavad. Seega on tagastatav termodünaamiline protsess täiuslikkuse piirprotsess, millest ei ole võimalik üle astuda. Tehnilise progressi suund on alati olnud lähendada tegelikke soojustehnilisi protsesse tagastatavatele protsessidele.

Protsessi tagastamatuse tüüpiline põhjus on hõõrdumisnähtused süsteemis. Hõõrdejõu ületamine nõuab alati tööd, nn hõõrdetööd, mis soojuse kujul kandub üle kehale. Hõõrdetöö ja hõõrdesoojus on alati võrdväärsed ning loetakse märgilt positiivseks.

Tagastatava protsessi töö on hõõrde puudumisest tingituna alati suurem tagastamatu protsessi tööst, selle erinevuse põhjustab hõõrdejõu ületamiseks vajalik töö.

Termodünaamilise protsessi tagastamatuse olemus võib peituda ka termodünaamilise keha osakeste massi inertsis. Selgitame seda järgmise näitega. Olgu meil liikuva kolviga silinder, mis on täidetud gaasiga ja ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud, s.t adiabaatne. Oletame, et silindris olev gaas on algseisundis termodünaamilises tasakaalus (süsteemi algolek). Suurendame väga aeglaselt kolvile mõjuvat jõudu. Nüüd jaguneb rõhk gaasis ühtlaselt üle kogu silindri ja oleme esile kutsunud kvaasistaatilise adiabaatse komprimeerimisprotsessi. On ilmne, et gaasi komprimeerimiseks tarbitud töö määramisel ei ole praegusel juhul oluline, kas see arvutada kolvile mõjuva jõu või silindrisisese rõhu kaudu. Samuti on tõenäoline, et kolvile mõjuva jõu väga aeglasel kahanemisel (esialgse mahuni) toimuva pöördprotsessiga on võimalik taastada gaasi algolek. Seejuures on keha tarbitud töö võrdne komprimeerimistööga. Sel viisil toimuv protsess on tagastatav.

Tulemus kujuneb erinevaks, kui gaasi rõhku kolbkompressoris tõstetakse kiiresti. Nii toimuv gaasi komprimeerimine ei ole kvaasistaatiline, sest keha rõhk ja temperatuur jaotuvad silindriruumis ebaühtlaselt, kolvi kiirel liikumisel ületab gaasi rõhk kolvile silindri põhjale mõjuva rõhu gaasimolekulide inertsi tõttu. On ilmne, et kolvile ja silindri põhjale mõjuvate rõhkude vahe sõltub kolvi kiirusest, vähenedes kiiruse kahanemisel ja lähenedes nullile kolvi üliaeglasel liikumisel.

Termodünaamilise keha komprimeerimiseks vajalik töö tasakaalustamatus (tagastamatus) protsessis on suurem kvaasistaatilises (tagastatavas) protsessis tarbitavast tööst. Kui võtta tagastatava protsessi töö tähiseks $l$ ja tagastamatu protsessi töö tähiseks $l'$, siis

$$l' \geq \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v = l, \tag{2-29}$$

kus $p$ – gaasi rõhk kvaasistaatilises protsessis.

Võrdus on tagastatava protsessi tunnus, võrratus vihjab protsessi tagastamatusele.

Samalaadne olukord kordub ka keha tagastamatu adiabaatse paisumise puhul, sest siis on kolvile mõjuv gaasi rõhk ja ühtlasi ka selle protsessi töö väiksem kui tagastatava protsessi töö:

$$l' \leq \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v = l. \tag{2-30}$$

Kvaasistaatilisus on ka isotermse protsessi tagastatavuse tingimus, nii nagu see oli adiabaatse protsessi korral. Kuid sel juhul sõltub protsessi tagastatavus, lisaks keha komprimeerimise või paisumise kiirusele, veel ka ümbruskeskkonna ja termodünaamilise keha temperatuurivahest. Selleks et isotermne protsess oleks tagastatav, peab mainitud temperatuurivahe olema kaduvväike. See on võimalik ainult siis, kui soojusülekanne kehalt ümbruskeskkonnale või vastupidi toimub lõpmata aeglaselt (kvaasistaatiliselt). Kui tähendatud tingimused ei ole täidetud, on isotermne protsess tagastamatu.

Nii saab iga muutuva rõhu ja temperatuuriga toimuv protsess olla tagastatav ainult juhul, kui kogu protsessi vältel on rõhk termodünaamilise süsteemi igas punktis üks ja seesama ning mis tahes punkti temperatuur võrdub ümbruskeskkonna temperatuuriga, ehk teisiti – nende temperatuurivahe on kaduvväike.

Tagastamatu protsessi näiteks on samuti soojuse iseeneslik siirdumine kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale. Soojus ei saa kunagi iseeneslikult siirduda jahedamalt kehalt kuumemale, selline moodus oleks võimalik vaid välisenergia sekkumisel.

### 2.1.8 Termodünaamika esimene seadus

Termodünaamika esimene seadus on energia jäävuse ja muundumise seadus. Selle avastamisele eelnes mitmekülgne eksperimentaalne ja teoreetiline uurimistöö, mille käigus selgus ka töö ja soojuse kvantitatiivne ekvivalentsus.

Olgu vaatluse objektiks materiaalselt suletud ja termodünaamilises tasakaalus süsteem. Suuname süsteemi elementaarse soojushulga d$Q$ ning eeldame, et tulemuseks on süsteemi siseenergia ja mahu muutus. Kuna viimane väljendab mehaanilist tööd, siis vastavalt energia jäävuse ja muundumise seadusele

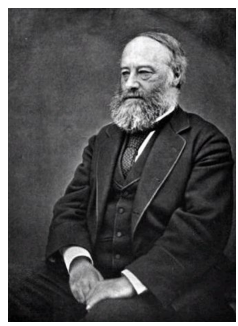
$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}L \tag{2-31}$$

või esitatuna termodünaamilise keha massiühiku kohta

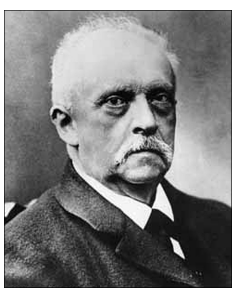
$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}l\,. \tag{2-32}$$



**Julius Robert von Mayer** (25.11.1814 Heilbronn – 20.03.1878 Heilbronn), saksa arst ja füüsik. Omandas arstihariduse Tübingenis, töötas peamiselt laevaarstina, kuid tegeles selle kõrval füüsikaga, mis saigi hiljem tema põhitegevuseks. Laevareisil tegi vaatlusi selgitamaks lainete tekkemehhanismi. Avastas energia jäävuse seaduse (1841–1842) ja määras soojuse töö mehaanilise ekvivalendi 365 kgf·m/kcal, mida hiljem täpsustas, sidudes sellega potentsiaalse ja kineetilise ning elektromagnetilise ja keemilise energia. Termodünaamika esimese seaduse avastamise prioriteedi osas oli tal pikaajaline vaidlus Joule'iga, kuni saavutas tunnustuse. ***Mayeri seaduse*** (valemi) nime kannab ideaalgaasi isobaarse ja isohoorse erisoojuse vahe seos gaasikonstandiga. Tuntud on Mayeri teesid – universumi energia on konstantne; energia ei teki ega hävi.



**James Prescott Joule** (24.12.1818, Salford, Lancashire – 11.10.1889 Sale, Cheshire), inglise füüsik, üks energia jäävuse seaduse avastajatest. Uuris peamiselt soojusega seonduvaid nähtusi, gaaside omadusi ja elektromagnetismi. Õppis Manchesteris. Tegi katseid hõõrdetöö muundumise kohta soojuseks, konstrueerides selleks sobiva aparatuuri. Määras kindlaks töö ja soojuse kvantitatiivse ekvivalentsuse (1845), millest kujunes termodünaamika esimese seaduse alus. Kummutas lõplikult soojuse kui teatud mateeria väärkäsituse. Avastas elektrivoolu soojuseks muundumise seaduspärasuse takistuse ja voolutugevuse kaudu (***Joule'i soojus***). Koostöös Thomsoniga (lord Kelviniga) avastas ***Joule'i-Thomsoni efekti*** – reaalgaasi temperatuurimuutuse püsientalpilisel drosseldamisel ilma tööd tegemata. Tema nime kannab energiaühik džaul (J).



**Hermann Ludvig Ferdinand von Helmholtz** (31.08.1821 Potsdam – 8.09.1894 Charlottenburg, Berliin), saksa arst, füsioloog, füüsik, üks 19. saj mitmekülgsemaid teadlasi. Oli füsioloogiaprofessor Königsbergi (1849–1857), Bonni (1855–1857), Heidelbergi (1857–1870) ülikoolis. A-st 1871 füüsikaprofessor Berliini ülikoolis ja Berliini TA liige, a-st 1888 Berliini füüsika-tehnikainstituudi (nüüd Helmholtzi nim) president. Füsioloogina uuris füsioloogilise optika ja akustika probleeme (ruumi- ja värvitaju, helilevi ja -aistingut), lõi akommodatsiooniteooria, uuris lihaste kontraktsiooni (1845–1847), impulsi levimise kiirust närvisüsteemis (1850–1854), seostas lihaste töö energiakuluga. 1847 andis mehhanistliku seletuse energia jäävuse seadusele ja kasutas seda keemiliste, elektriliste ja füsioloogiliste protsesside uurimisel. Tõestas mehaanilise töö, soojuse, valguse, elektri ja magnetismi ekvivalentsust. Arendas ja süvendas termodünaamilise potentsiaali kasutamist (***Helmholtzi potentsiaal, Gibbsi-Helmholtzi võrrand***). Uurimusi dispersiooniteoorias, hüdromehaanikas, mehaanikas, elektrodünaamikas (tema õpilane oli ms Heinrich Hertz, kes avastas elektromagnetilise lainetuse).

Valem (2-31) ja ka (2-32) on termodünaamika esimese seaduse matemaatiline väljendus diferentsiaalkujul. Lõplike vahede kaudu avaldub seadus kujul

$$\Delta q = \Delta u + l. \tag{2-33}$$

Termodünaamika esimese seaduse võib sõnastada ka nii: materiaalselt suletud termodünaamilisse süsteemi sisestatud soojushulk kulub siseenergia muutmiseks ja tööks.

Kuna vaadeldaval juhul toimub süsteemis ainult mehaaniline töö (valem (2-14)), siis omandab seos (2-32) kuju

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v. \tag{2-34}$$

Üldjuhul, kui termodünaamilises süsteemis teevad tööd ka mittemehaanilised jõud, siis võime vastavalt valemile (2-28) kirjutada termodünaamika esimese seaduse nii:

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}. \tag{2-35}$$

Adiabaatne termodünaamiline süsteem võib sooritada tööd ainult süsteemi siseenergia vähenemise arvel, seepärast $\mathrm{d}l = -\mathrm{d}u$.

Juhul kui süsteemi maht ei muutu (isohoorne protsess), kulub süsteemi viidud soojus täielikult termodünaamilise keha siseenergia suurendamiseks (valem (2-35), kui $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = 0$) ning seetõttu $\mathrm{d}q = \mathrm{d}u$.

Termodünaamika esimese seaduse võrrand kujul (2-32) on otseselt rakendatav ka tagastamatutele protsessidele. Tähistame tagastamatust protsessist osavõtva välissoojuse $q'$, hõõrdesoojuse $q_{\mathrm{h}}$, välistöö $l'$ ja hõõrdetöö $l_{\mathrm{h}}$, siis

$$\mathrm{d}q' + \mathrm{d}q_{\mathrm{h}} = \mathrm{d}u + \mathrm{d}l' + \mathrm{d}l_{\mathrm{h}}. \tag{2-36}$$

Et hõõrdesoojus on võrdne hõõrdetööga ($q_{\mathrm{h}} = l_{\mathrm{h}}$), siis võtab viimane võrrand kuju

$$\mathrm{d}q' = \mathrm{d}u + \mathrm{d}l'. \tag{2-37}$$

Vaadeldes termodünaamilise süsteemi siseenergiat temperatuuri ja erimahu funktsioonina $u = \mathrm{u}(T, v)$, võime termodünaamika esimese seaduse avaldada kujul (vt valem (2-8))

$$\mathrm{d}q = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right]\mathrm{d}v, \tag{2-38}$$

üldjuhul aga

$$\mathrm{d}q = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right]\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\,\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}. \tag{2-39}$$

Ideaalgaasi puhul

$$(\partial u/\partial v)_{\mathrm{T}} = 0,$$

siis saab võrrand (2-38) kuju

$$\mathrm{d}q = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}T + p\mathrm{d}v. \tag{2-40}$$

Kuna $v = \mathrm{v}(p, T)$ korral

$$\mathrm{d}v = \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T$$

ning ideaalgaasile

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -\frac{v}{p} = -\frac{\mathrm{R}T}{p^2}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{v}{T} = \frac{\mathrm{R}}{p},$$

siis võib valemi (2-40) avaldada kujul

$$\mathrm{d}q = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} + \mathrm{R}\right]\mathrm{d}T - v\mathrm{d}p. \tag{2-41}$$

Kui lähtuda funktsioonist $u = \mathrm{u}(p,v)$, siis kooskõlas esitatuga

$$\mathrm{d}q = \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}p + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} + p\right]\mathrm{d}v. \tag{2-42}$$

Kui $u = \mathrm{u}(T, p)$, siis pärast avaldise

$$\mathrm{d}v = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p$$

asendamist valemisse (2-34) väljendub termodünaamika esimene seadus kujul

$$\mathrm{d}q = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} + p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\right]\mathrm{d}T + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}\right]\mathrm{d}p. \tag{2-43}$$

Järgnevalt käsitleme materiaalselt avatud süsteemi. Lähtume joonisel 2.7 kujutatud skeemist. Eeldame statsionaarset voolamisrežiimi, seega läbib süsteemi ajas termodünaamilise keha konstantne mass. Sisenegu keha süsteemi läbi kanali ristlõike I-I kõrgusel $z_1$ ja väljugu sellest kõrgusel $z_2$ ristlõike II-II kaudu. Keha parameetrid süsteemi sisenemisel olgu tähistatud indeksiga 1, sellest väljumisel indeksiga 2, süsteemist väljugu tehniline töö $l_{\mathrm{t}}$ ja süsteemi suundugu soojushulk $q$. Termodünaamiline keha siseneb süsteemi kiirusega $w_1$ ja väljub kiirusega $w_2$. Kui mittemehaaniliste jõudude töö puudub, siis on termodünaamika esimene seadus materiaalselt avatud süsteemi jaoks

$$q = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + l_t + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + g(z_2 - z_1).$$

Siin $(u_2 - u_1)$ – siseenergia muutus, $p_1 v_1$ – sisenemistöö, $p_2 v_2$ – väljumistöö, $(w_2^2 - w_1^2)/2$ – kineetilise energia muutus, $g(z_2 - z_1)$ – potentsiaalse energia muutus.

Tähistame siseenergia ($u$) ja rõhuenergia ($pv$) summa $h = u + pv$. Suurust $h$ nimetatakse termodünaamilise keha entalpiaks (p 2.2.6), mille abil eelmine valem omandab kuju

$$q = (h_2 - h_1) + l_t + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + g(z_2 - z_1). \qquad (2\text{-}44)$$

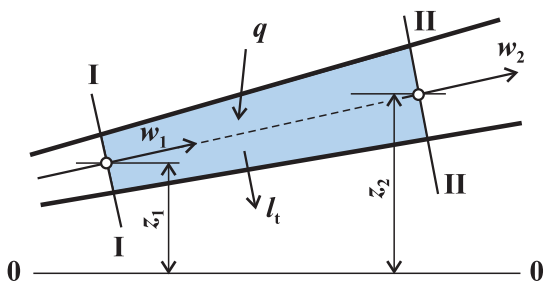
Rõhutame, et võrrandi (2-44) liikmed tuleb määrata süsteemi sisenevale ja sealt väljuvale voolusele.

Viimasest avaldisest nähtub, et materiaalselt avatud termodünaamilisse süsteemi suunduv soojus võrdub süsteemi tehnilise tööga ning süsteemi läbiva keha entalpia, kineetilise ja potentsiaalse energia muutusega. See võrrand kehtib suvalisele tagastatavale ja tagastamatule protsessile keha statsionaarsel voolamisel.

Kui süsteemis teevad tööd ka mittemehaanilised jõud, siis lisandub võrrandile (2-44) liige $\sum_{i=2}^{n} l_i$.

Valem (2-44) diferentsiaalkujul:

$$dq = dh + dl_t + w dw + g dz. \qquad (2\text{-}45)$$




**Joonis 2.7. Materiaalselt avatud süsteemi selgitav skeem**

## 2.1.9 Entroopia

Termodünaamika kui teaduse arengus on väga tähtis olnud entroopia mõiste, mille võttis kasutusse Rudolf Clausius 1865. aastal. Entroopia kaudu on võimalik anda termodünaamika teisele seadusele üldistav sõnastus, lihtsustada mitmeid arvutusi, defineerida termodünaamilise süsteemi olekut iseloomustavaid funkt-

sioone jne. Samuti võimaldavad mitmed entroopiadiagrammid otstarbekalt analüüsida termodünaamilisi protsesse.

Termodünaamilisest protsessist osavõttev soojus on protsessifunktsioon ega allu võrrandile (1-54). Vastavalt avaldisele (1-63) on võimalik diferentsiaal-kaksliiget (antud juhul $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V$ või $\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v$) esitada täisdiferentsiaalina, kui selle üksikuid liikmeid korrutada integreerimiskordajaga $\mu$. Selliseks integreerimiskordajaks on vaadeldava avaldise korral absoluutse temperatuuri pöördväärtus $\mu = 1/T$.

Vastavalt öeldule

$$\frac{\mathrm{d}Q}{T} = \frac{\mathrm{d}U + p\mathrm{d}V}{T}$$

ehk termodünaamilise keha massiühiku kohta

$$\frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{\mathrm{d}u + p\mathrm{d}v}{T}. \qquad (2\text{-}46)$$

Avaldised $\mathrm{d}Q/T$ ja $\mathrm{d}q/T$ on täisdiferentsiaalid ning tähistatakse vastavalt $\mathrm{d}S$ ja $\mathrm{d}s$.

Funktsiooni $s$ (samuti $S$) nimetatakse entroopiaks. Seega

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T}. \qquad (2\text{-}47)$$

Entroopia $S$ põhimõõtühik on J/K, keha 1 kg kohta antuna $s = S/M$ J/(kg·K).

Entroopia $S$ on ekstensiivne suurus, keha ühiku kohta avaldatuna aga aktiivne parameeter.

See, et valemis (2-46) on integreerimiskordajaks absoluutse temperatuuri pöördväärtus, on lihtsasti tõestatav, kui termodünaamiliseks kehaks on ideaalgaas. Kuivõrd

$$\mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v$$



**Rudolf Julius Emanuel Clausius** (2.01.1822 Köslin, Preisimaa – 24.08.1888 Bonn), saksa füüsik, a-st 1855 professor Zürichis, a-st 1867 Würzburgis, a-st 1869 Bonnis. ***Täpsustas termodünaamika teise seaduse sõnastust*** (1850) väites, et ei ole protsessi, mille ainus tagajärg oleks soojuse ülekanne madalama temperatuuriga kehalt kõrgema temperatuuriga kehale. Võttis kasutusse siseenergia ja entroopia mõisted (1865) termodünaamikas ning ringprotsessi iseloomustava integraali, nn ***Clausiuse integraali***, mida kasutatakse ringprotsesside teoreetilisel analüüsimisel; põhjendas ***Clapeyroni-Clausiuse võrrandi***.

Uurimusi ka teistes füüsikaharudes (termoelektrilised nähtused, elektrolüüs, dielektrikute polarisatsioon, elastsus). Põhiteos klassikaline „Mehaaniline soojusteooria" kolmes köites (1876–1891). Aitas loovalt kaasa gaaside kineetilise teooria evitamisele. Talle kuuluvad väited „maailma energia on konstantne suurus" ja „universumi entroopia püüdleb maksimumväärtuse poole".

ja ideaalgaasi korral osatuletis $(\partial u/\partial T)_v$ sõltub ainult temperatuurist, mistõttu

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = 0, \text{ ja kuna } p = \frac{RT}{v},$$

siis vastavalt võrrandile (1-63) järeldub avaldisest (2-34), et

$$\frac{\partial}{\partial v}(konst \cdot \mu)_T = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{RT}{v}\mu\right)_v$$

ja

$$\mu = \frac{1}{T},$$

sest

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(konst \cdot \frac{1}{T}\right)_T = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{RT}{v}\frac{1}{T}\right)_v = 0. \tag{2-48}$$

Sama on tõestatav ka meelevaldsete omadustega termodünaamilise keha jaoks ning juhul, kui termodünaamika esimene seadus avaldada üldistatud kujul

$$dq = du + \sum_{i=1}^{n} X_i dx_i .$$

Nagu mis tahes teine olekufunktsioon on entroopia $s$ esitatav kahe suvalise olekuparameetri funktsioonina: $s = s(x, y)$.

Entroopia absoluutväärtus võrdub nulliga 0 K juures (p 2.6). Tehniliste arvutuste jaoks valitakse entroopia nullväärtus harilikult leppeliselt, vedeliku ja auru korral on selleks sageli aine kolmikpunkt, gaasi puhul aga temperatuur 0 °C ja rõhk 760 mm Hg. Tehnilistes arvutustes huvitab meid enamasti siiski entroopia muutus protsessi käigus, see aga ei sõltu lugemi alguspunktist.

Kuna absoluutne temperatuur on alati positiivne, siis soojusvoo suund määrab selle, kas entroopia kasvab või kahaneb. Kui süsteemi lisandub soojust ($dq > 0$), siis entroopia suureneb, kui ta aga loovutab soojust ($dq < 0$), siis entroopia väheneb.

Keha siirdumisel algolekust *1* lõppolekusse *2* entroopia muutus

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{(1)}^{(2)} ds = \int_{(1)}^{(2)} \frac{dq}{T}. \tag{2-49}$$

Entroopia muutus süsteemis sõltub ainult termodünaamilise keha alg- ja lõppolekust, üleminekutee ühest olekust teise seda ei mõjuta. Siit järeldub ühtlasi, et ringprotsessis keha entroopia ei muutu, s.o

$$\oint ds = 0.$$

Kui käsitada entroopiat funktsioonina keha termilistest olekuparameetritest, siis

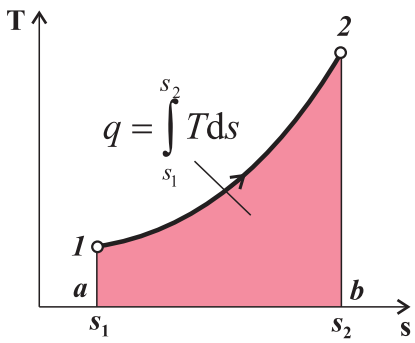
$$\left.\begin{aligned} s &= \mathrm{s}(T,v),\ \mathrm{d}s = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v \\ s &= \mathrm{s}(T,p),\ \mathrm{d}s = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p \\ s &= \mathrm{s}(p,v),\ \mathrm{d}s = \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}v. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}50)$$

Kuna entroopia on ühene funktsioon termodünaamilise süsteemi olekuparameetritest, siis entroopia muutus termodünaamilises protsessis ei sõltu sellest, kuidas süsteem läheb algolekust lõppolekusse, kas tagastatavalt või tagastamatult, määrav on ainuüksi süsteemi alg- ja lõppolek.

Tuleb pidada silmas, et entroopia muutus tagastatavas termodünaamilises protsessis arvutatakse selles osaleva soojuse kaudu. Tagastamatus protsessis osaleva välissoojuse kaudu määratud suurus ei ole entroopia, vaid nn taandatud soojus. Taandatud soojuse muutus kattub entroopia muutusega ainult tagastatavas termodünaamilises protsessis, sest hõõrdumise tõttu on tagastamatus protsessis osalev soojus välissoojuse ja hõõrdesoojuse summa.

Kui valida termodünaamilise keha olekuparameetriteks entroopia ja absoluutne temperatuur, vastab *Ts*-tasapinnal kujutatud protsessi iga punkt termodünaamilise keha mingile kindlale tasakaaluolekule. (Nii nagu *pv*-diagrammilgi, saab ka *Ts*-diagrammil termodünaamilist protsessi kujutada joonena.) Termodünaamilise keha siirdumisel olekust *1* olekusse *2* (joonis 2.8) avaldub tagastatavas protsessis osalev soojushulk võrrandi (2-47) põhjal

$$q = \int_{s_1}^{s_2} T\mathrm{d}s. \qquad (2\text{-}51)$$




**Joonis 2.8. Soojushulga määramine *Ts*-diagrammil**

Valemist (2-51) nähtub, et protsessist osavõttev soojushulk avaldub *Ts*-diagrammil pindalana protsessijoone ja entroopia telje vahel:

$$q = \int_{s_1}^{s_2} T\mathrm{d}s = \square a12ba .$$

Soojuse suundumisel süsteemi (positiivne soojushulk) termodünaamilise keha entroopia suureneb (protsessijoon kulgeb *Ts*-diagrammil vasakult paremale), soojuse eemaldumisel (negatiivne soojushulk) aga väheneb (protsessijoon kulgeb paremalt vasakule). Seega on termodünaamilise protsessi esitamisel *Ts*-tasapinnal otseselt nähtav ka soojusvoo suund.

### 2.1.10 Entroopia muutus tagastamatutes protsessides

Jälgime termodünaamilise süsteemi üleminekut ühest tasakaaluolekust *1* teise tasakaaluolekusse *2* (joonis 2.9) nii tagastatava (joon *1a2*) kui ka tagastamatu protsessi (joon *1b2*) vahendusel. Esimest juhtumit kirjeldab valem (2-32), teist aga (2-37).

Kuna siseenergia muutus protsessis sõltub ainult süsteemi alg- ja lõppolekust ning on vaadeldavatel juhtudel üks ja seesama, siis valemite (2-32) ja (2-37) alusel

$$\mathrm{d}q' - \mathrm{d}q = \mathrm{d}l' - \mathrm{d}l . \qquad (2\text{-}52)$$

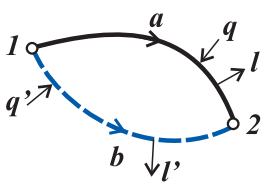
Siin tähistavad $q$ ja $q'$ vastavalt tagastatavast ja tagastamatust protsessist osavõtvat välist soojushulka ning $l$ ja $l'$ tagastatavas ja tagastamatus protsessis tehtavat mehaanilist tööd.

Valemiga (2-52) määratud vahe ei või olla võrdne nulliga ega positiivse väärtusega. Esimesel juhul, kui vahe võrduks nulliga, siis $\mathrm{d}l' = \mathrm{d}l$ ja $\mathrm{d}q' = \mathrm{d}q$, mis aga vihjab süsteemi kvaasistaatilisele üleminekule algolekust lõppolekusse. Kui aga $\mathrm{d}l' - \mathrm{d}l > 0$, siis oleks tagastatava protsessi töö väiksem tagastamatu protsessi tööst. Järelikult peab kehtima tingimus $\mathrm{d}q' - \mathrm{d}q = \mathrm{d}l' - \mathrm{d}l < 0$, mille põhjal

$$\mathrm{d}q > \mathrm{d}q'$$

ja

$$\mathrm{d}l > \mathrm{d}l' .$$




**Joonis 2.9. Termodünaamilise keha tagastatav (*a*) ja tagastamatu (*b*) üleminek algolekust *1* lõppolekusse *2***

Kuna tagastatava protsessi korral $\mathrm{d}q = T\mathrm{d}s$, siis

$$T\mathrm{d}s > \mathrm{d}q' \tag{2-53}$$

ehk

$$\mathrm{d}s > \frac{\mathrm{d}q'}{T}. \tag{2-54}$$

Kui protsessi tagastamatus on seotud hõõrdenähtustega termodünaamilises süsteemis, siis lisandub protsessi siirduvale välissoojusele $\mathrm{d}q'$ ka hõõrdesoojus $\mathrm{d}q_\mathrm{h}$ (sest $\mathrm{d}q = \mathrm{d}q' + (\mathrm{d}l - \mathrm{d}l') = \mathrm{d}q' + \mathrm{d}q_\mathrm{h}$) ning valem (2-54) hõlmab mõlemat:

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q' + \mathrm{d}q_\mathrm{h}}{T} > \frac{\mathrm{d}q'}{T}.$$

Samuti

$$\Delta s = s_2 - s_1 > \int_{(1)}^{(2)} \frac{\mathrm{d}q'}{T}. \tag{2-55}$$

Tähistagu $q$ nii tagastatavas kui ka tagastamatus protsessis osalevat välissoojust, see võimaldab valemitega (2-54) ja (2-55) esitatud seosed koondada ühte valemisse

$$\mathrm{d}s \geq \frac{\mathrm{d}q}{T} \tag{2-56}$$

ja

$$\Delta s \geq \int_{(1)}^{(2)} \frac{\mathrm{d}q}{T}. \tag{2-57}$$

Võrdus kehtib tagastatavale, võrratus tagastamatule protsessile.

Et $\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v$, siis võib avaldise (2-56) esitada kujul

$$T\mathrm{d}s \geq \mathrm{d}u + \mathrm{d}l. \tag{2-58}$$

Veelgi üldisemalt, kui arvesse võtta ka mittemehaaniliste jõudude töö (valem (2-35)), siis

$$T\mathrm{d}s \geq \mathrm{d}u + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_\mathrm{i}\mathrm{d}x_\mathrm{i} = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_\mathrm{i}\mathrm{d}x_\mathrm{i}. \tag{2-59}$$

Valemist (2-56) nähtub, et süsteemi (keha) tagastataval adiabaatsel üleminekul ($\mathrm{d}q = 0$) algolekust lõppolekusse tema entroopia ei muutu ($\mathrm{d}s = 0$, $s = konst$), mistõttu tagastatav adiabaatne protsess on ühtlasi isoentroopne protsess. Adiabaatse süsteemi tagastamatu siirdumisega algolekust lõppolekusse kaasneb alati entroopia kasv ($\mathrm{d}s > 0$, $\Delta s > 0$). Kui protsessi tagastamatus on tingitud hõõrdumisest, siis entroooopia kasv $\Delta s = q_\mathrm{h}/T$. Seega adiabaatse süsteemi entroopia kas jääb muutumatuks (tagastatavad protsessid) või kasvab (tagastamatud protsessid), kuid ei saa kunagi kahaneda.

Tagastamatu protsessi ühe näitena vaatleme kehade energiavahetust, mis toimub iseeneslikult soojuse kujul kuumemalt kehalt jahedamale, kuid mitte kunagi vastupidi. Energia siirdumine soojusena madalama temperatuuriga kehalt kõrgema temperatuuriga kehale nõuab välisenergia või töö tarbimist.

Selgitame soojusülekande seost entroopiaga. Olgu vaatluse all süsteem kahest kehast temperatuuriga $T_1$ ja $T_2$, kusjuures $T_1 > T_2$. Kehad on väliskeskkonnast soojuslikult isoleeritud. Siirdugu esimeselt kehalt teisele soojushulk d$Q$. Selle tagajärjel esimese keha entroopia kahaneb d$S_1$ = d$Q$/$T_1$ võrra ja teise keha entroopia kasvab d$S_2$ = d$Q$/$T_2$ võrra. Kuna entroopia $S$ on ekstensiivne suurus, siis entroopia muutus käsitletavas kahekehalises adiabaatses süsteemis

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}S_2 - \mathrm{d}S_1 = \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\mathrm{d}Q. \tag{2-60}$$

Et $T_1 > T_2$, siis d$S > 0$. Seega adiabaatse süsteemi kui terviku entroopia kasvab. Vastupidi, kui oleks täidetud tingimus d$S < 0$, võiks soojus iseenesest üle minna jahedamalt kehalt kuumemale kehale. Säärane juhtum on aga vastuolus objektiivse loodusseadusega.

Valemitega (2-59), (2-60) jt esitatavas mõttes, mis väljendab soojuse ülekande võimalikkust ainult kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale, peitub ühtlasi termodünaamika teise seaduse sisu. Temperatuuride $T_1$ ja $T_2$ pideval lähenemisel teineteisele soojusülekande käigus kasvab soojuslikult isoleeritud süsteemi entroopia ning saavutab maksimumi olukorras $T_1 = T_2$. Seesama nähtub valemist (2-60): $T_1 = T_2$ korral d$S$ = 0 ja süsteemi entroopia on saavutanud maksimumväärtuse. Soojuslikult isoleeritud süsteemi entroopia kahanemine ei ole võimalik, sest sellisel juhul peaks pärast kehade temperatuuri võrdsustumist teise keha temperatuur ületama esimese keha oma. Järelikult on termilises tasakaalus oleva adiabaatse termodünaamilise süsteemi entroopia maksimaalne ja sellises olukorras ($S = max$) lakkab ühtlasi kehadevaheline soojusvahetus. Järeldus kehtib ka siis, kui süsteemis on kehi enam kui kaks.

### 2.1.11 Ringprotsessi mõiste

Seade, mis pidevalt muundab soojust kasulikuks (enamasti mehaaniliseks) tööks, on tuntud kui soojusjõuseade. Soojus muundatakse siin kasulikuks tööks termodünaamilise keha ringluse, s.o termodünaamilise ringprotsessi vahendusel.

Et muundada soojust tööks, on vaja vähemalt kahte erineva temperatuuriga keha. Sellise süsteemi kõrgema temperatuuriga ($T_\mathrm{I}$) keha nimetatakse soojendiks (soojusallikaks) ning madalama temperatuuriga ($T_\mathrm{II}$) keha jahutiks.

Soojusjõuseadme katkematu talitlus eeldab termodünaamilise keha paisumistööd, millest osa kulub paratamatult komprimeerimistööks, et taastada keha algolek. Kasulikku tööd väljastab soojusjõuseade ainult siis, kui paisumistöö $l_\mathrm{p}$ ületab komprimeerimistöö $l_\mathrm{k}$. Seega toimub soojusjõuseadme ringprotsessis termodünaamilise keha paisumine, millele järgneb keha algolekut taastav kompri-

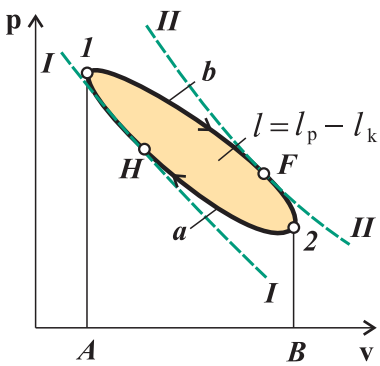
meerimine. Ringprotsesse saab väljendada keha olekudiagrammidel (nt *pv*-, *Ts*-diagramm) kinniste kontuuridena. Soojusjõuseadme ringprotsess on päripidine ($l_p > l_k$), moodustades olekudiagrammidel päripäeva kulgeva kontuuri. Pöördringprotsess ($l_p < l_k$) on külmutus- ja jahutusseadme töö alus, see näeb olekudiagrammidel välja vastupäeva kulgeva kinnise kontuurina.

Väljendagu soojusjõuseadmes toimuvat termodünaamilise keha paisumist *pv*-diagrammil joon *1b2* (joonis 2.10). Keha paisumistööd (positiivne töö) kujutab pindala $l_p = \square A1b2BA$.

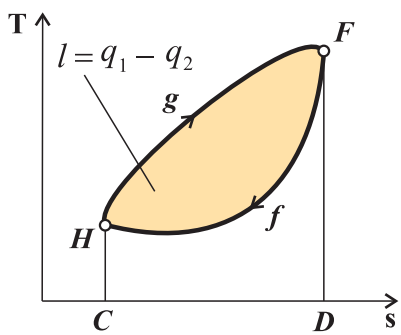
Kordamaks ringprotsessi käigus paisumistegevust, tuleb keha tuua tagasi lähteolekusse komprimeerimisprotsessi kaudu, mille töö absoluutne väärtus, nagu juba mainitud, peab olema paisumistööst väiksem. Seetõttu ei tohi komprimeerimist väljendav joon kattuda paisumisprotsessi joonega ega asetseda sellest kõrgemal. Keha komprimeerimist kujutab *pv*-diagrammil joon *2a1*, selleks vajalikku tööd (negatiivne töö) esindab *pv*-diagrammil pindala $l_k = \square B2a1AB$. Kasulik töö võrdub paisumis- ja komprimeerimistöö vahega (algebraline summa): $l = l_p - l_k = \square 1b2a1$.

Samamoodi on päripidine ringprotsess kujutatav ka *Ts*-diagrammil (joonis 2.11). Joon *HgF* vastab ringprotsessi osale, mille kestel soojus voolab protsessi (entroopia kasvab). Ringprotsessi suunduvat soojuse hulka tähistab $q_1$ ning joonisel kujutab pindala $\square CHgFDC$. Joon *FfH* vastab ringprotsessi osale, mille vältel soojus lahkub ringprotsessist (entroopia kahaneb) koguses $q_2$, mida esindab pindala $\square DFfHCD$.

Joonistame *pv*-diagrammil (joonis 2.10) ringprotsessi kujutavale kontuurile puutujateks kaks isoentroopjoont I-I ja II-II (puutepunktid vastavalt *H* ja *F)*. Need puutepunktid jagavad ringprotsessi kaheks osaks *H1F* ja *F2H*. Esimene osa vastab soojuse juurdevoolule ringprotsessi, teine aga soojuse äravoolule.




**Joonis 2.10. Ringprotsess *pv*-diagrammil**




**Joonis 2.11. Ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Et ringprotsessi käigus taastub keha lähteolek ja moodustub suletud kontuur, siis näeb termodünaamika esimene seadus (valem (2-32)) ringprotsessile rakendatuna välja nii:

$$\oint \mathrm{d}q = \oint \mathrm{d}u + \oint \mathrm{d}l. \tag{2-61}$$

Kuna ringprotsessis siseenergia muutus võrdub nulliga, järeldub valemist (2-61), et ringprotsessi töö

$$l = q_1 - q_2. \tag{2-62}$$

Seega võrdub ringprotsessist saadav kasulik töö ringprotsessi siseneva ja sealt eemalduva soojushulga vahega.

Vastavalt valemile (2-62) väljendab ringprotsessi kujutava kontuuri sisene pindala nii *Ts*- kui ka *pv*-diagrammil ringprotsessist saadavat kasulikku tööd.

Tagastatavast ringprotsessist saadava töö ja ringprotsessi suunatud soojushulga suhe on ringprotsessi termiline kasutegur:

$$\eta_\mathrm{t} = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \tag{2-63}$$

Termiline kasutegur väljendab soojuse tööks teisendamise efektiivsust tagastatavas ringprotsessis ehk ideaalses soojusjõuseadmes. Mida kõrgem on termiline kasutegur, seda suurem osa ringprotsessi sisenevast soojusest muundub kasulikuks tööks.

Pöördringprotsessis kasutatakse tööd suunamaks soojust jahedamalt kehalt kuumemale (soojuse transformatsioon). Pöördringprotsessi efektiivsust iseloomustab jahutustegur. Viimane väljendab kehalt eemaldatava soojushulga $q_0$ suhet ringprotsessis tarbitavasse töösse, mida vajatakse selle soojushulga siirmiseks kõrgema temperatuuriga kehale:

$$\varepsilon = \frac{q_0}{l}. \tag{2-64}$$

Jahutusseadet iseloomustav jahutustegur ja sellele vastava päripidise ringprotsessi termiline kasutegur on omavahel seotud:

$$\varepsilon = \frac{1}{\eta_\mathrm{t}} - 1. \tag{2-65}$$

### 2.1.12 Carnot' ringprotsess

Vaatleme Carnot' ringprotsessi. Esmakordselt kirjeldas seda 1824. aastal prantsuse insener ja õpetlane Nicolas Léonard Sadi Carnot. Carnot' ringprotsessil on kõrgeim termiline kasutegur kõigist võimalikest ringprotsessidest, mis kulgevad soojusallika ja jahuti ühes ja samas etteantud temperatuurivahemikus. Seega on Carnot' ringprotsess teatud etalon, millega sageli võrreldakse teisi ringprotsesse.

Tagastatava Carnot' ringprotsessi moodustavad kaks isotermset ja kaks isoentroopset protsessi.



**Nicolas Léonard Sadi Carnot** (1.06.1796 Pariis – 24.08.1832 Pariis), prantsuse füüsik, sõjaväeinsener, termodünaamika rajajaid. Tema isa oli väljapaistev sõjaväelane, vennapoeg aga Prantsuse president 1887–1894.

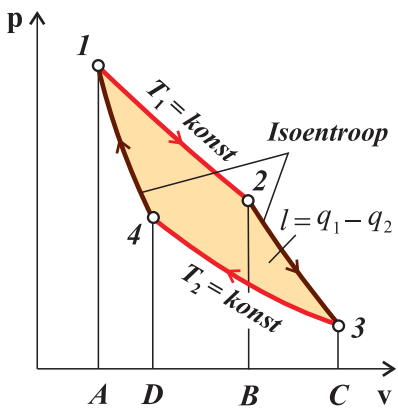
Carnot alustas 1812 loengute kuulamist École Polytechnique'is. 1814–1828 teenis sõjaväeinsenerina armees, samal ajal tegeles teadustööga, ilmutades sügavat huvi soojusmootori loomise vastu. 1824 avaldas põhjapaneva töö soojusmootori (aurumasina) põhimõttest. Suri 1832 koolerasse ja koos temaga põletati ka mõned tema käsikirjad.

Carnot'd kutsutakse ka „termodünaamika isaks", kuigi soojuse olemusest ei olnud tal päris õiget ettekujutust (pidas soojust teatud eriomadustega mateeriaks).

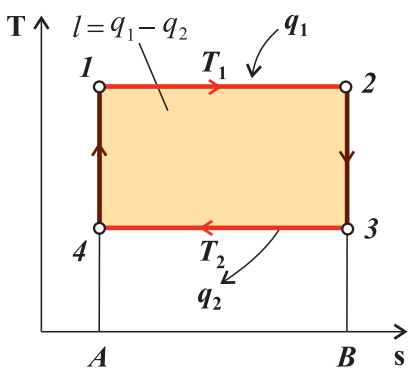
1824 avaldatud raamatus esitas ringprotsessi, mille abil tõestas, et soojuse tööks muundamise määr on piiratud, sõltudes kahe temperatuuri suhtest. Siit tulenevalt sõnastas Carnot termodünaamika teise seaduse (matemaatilise vormi andis sellele 1834 Clapeyron). Tema tööst johtuvad mõisted ***Carnot' ringprotsess***, ***Carnot' pöördringprotsess***, ***Carnot' ringprotsessi kasutegur*** jt.

Joonisel 2.12 näeb Carnot' ringprotsessi *pv*-diagrammil, kus ringprotsessi kontuuri kuju sõltub termodünaamilise keha omadustest. Joonisel esitatud kuju eeldab, et termodünaamiline keha jääb kogu ringprotsessi käigus gaasilisse olekusse (nt ideaalgaas). *Ts*-diagrammil (joonis 2.13) on ringprotsess üldisel kujul, mis ei sõltu termodünaamilise keha omadustest.

Carnot' ringprotsess toimub termodünaamilise keha vahendusel soojendi (soojusallikas temperatuuriga $T_{\mathrm{I}}$) ja jahuti (temperatuuriga $T_{\mathrm{II}}$) vahel. Lähtume keha leppelisest algolekust punktis *1* (temperatuur $T_1$, rõhk $p_1$, erimaht $v_1$). Termodünaamilise keha temperatuur punktis *1* jääb üldjuhul soojusülekande tõttu soojendi temperatuurist madalamaks ($T_1 < T_{\mathrm{I}}$).




**Joonis 2.12. Carnot' ringprotsess *pv*-diagrammil**




**Joonis 2.13. Carnot' ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Soojendist suunatakse termodünaamilisele kehale soojust püsitemperatuuril (isotermselt), mis soojusjõumasinas avaldub keha isotermse paisumisena ning see läheb algolekust *1* olekusse *2*. Isotermset paisumistööd näitab *pv*-diagrammil pindala □*A12BA*. Paisumistöö sooritatakse protsessi juhitud soojuse $q_1$ arvel, mida *Ts*-diagrammil kujutab pindala □*A12BA*.

Alates olekust *2* lakkab soojuse juurdevool termodünaamilisele kehale ja keha paisub olekuni *3* isoentroopselt. Seejuures langeb temperatuur, sest töö sooritatakse keha siseenergia vähenemise arvel (kuna energia ülekanne soojuse kujul puudub). Isoentroopse paisumisprotsessi töö väljendub *pv*-diagrammil pindalana □*B23CB* ja protsess ise *Ts*-diagrammil vertikaaljoonena *2 3*, kuna tagastatava adiabaatse, s.o isoentroopse protsessi korral entroopia ei muutu.

Punktis *3* lõpeb keha kaheosaline paisumine saavutamaks jahuti temperatuuriga määratud temperatuuri $T_2$ ja algab keha lähteoleku taastamine komprimeerimise abil, mis jällegi on kaheetapiline – esimene nendest (*3 4*) on isotermne temperatuuril $T_2$ ning teine (*4 1*) isoentroopne. Lõikepunktis *4*, mis tekib punkti *3* läbiva isotermjoone ja punktist *1* lähtuva isoentroobi lõikumisest, katkeb soojuse lahkumine ringprotsessist ning keha edasine komprimeerimine lähteolekusse (punkt *1*) jätkub isoentroopselt temperatuuri tõusuga kuni lähteoleku temperatuurini $T_1$. Isotermse komprimeerimise soojus kandub kehalt jahutisse temperatuuriga $T_{II}$, mis üldjuhul on termodünaamilise keha temperatuurist $T_2$ mõnevõrra madalam tingituna soojusülekandest $T_2 > T_{II}$. Isotermseks komprimeerimiseks tarbitud tööd näitab *pv*-diagrammil pindala □*C34DC* ja jahutisse üleantavat soojushulka $q_2$ *Ts*-diagrammil □*B34AB*. Kuna energiat soojuse kujul ümbruskeskkonda ei lähe, siis keha isoentroopsel komprimeerimisel tõuseb temperatuur ning töö arvel keha siseenergia suureneb. Isoentroopse komprimeerimisprotsessi tööle *pv*-diagrammil vastab pindala □*D41AD.* Kuna protsess on isoentroopne, siis entroopia diferentsiaal d*s* = 0 ning vaadeldavat protsessi *Ts*-diagrammil kujutab vertikaaljoon *4 1*.

Valemi (2-62) kohaselt Carnot' ringprotsessis sooritatud kasulik töö $l = l_p - l_k = q_1 - q_2$ , mida nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil kujutab pindala □*12341*.

Jooniselt 2.13 nähtub, et soojendist tuleb ringprotsessi soojushulk

$$q_1 = \Delta s T_1 \tag{2-66}$$

ning ringprotsessist jahutile antakse üle soojushulk

$$q_2 = \Delta s T_2 , \tag{2-67}$$

kus $\Delta s = s_2 - s_1 = s_3 - s_4$.

Isotermne soojuse minek soojendist Carnot' ringprotsessi ja sealt jahutisse (vastavalt protsessid *1 2* ja *3 4*) nõuab lõplikku temperatuurivahet, s.t $T_I - T_1 > 0$ ja $T_2 - T_{II} > 0$. Sellest aga piisab, et muuta Carnot' ringprotsess väliselt tagastamatuks (p 2.1.7). Tagastamatust on võimalik vähendada vaadeldavate soojuse siir-

deprotsesside lähendamisega isotermsele protsessile ning muuta need sel viisil kvaasistaatiliseks, kus termodünaamilise keha temperatuur erineb kaduvväikselt soojendi ja jahuti temperatuurist. Carnot' ringprotsessi tagastatavus eeldab samuti hõõrdumise puudumist nii keha paisumisel kui ka komprimeerimisel (sisemiselt tagastatav protsess).

Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_{\mathrm{c}} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \tag{2-68}$$

kus $T_1$ ja $T_2$ on vastavalt termodünaamilise keha absoluutne temperatuur soojuse ringprotsessi suundumisel ja sealt eemaldumisel. Eeldatakse, et temperatuurivahe soojendi ja termodünaamilise keha, samuti jahuti ja termodünaamilise keha vahel soojuse üleminekul puudub, st $T_1 = T_{\mathrm{I}}$ ja $T_2 = T_{\mathrm{II}}$.

Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguri avaldisest nähtub, et see sõltub ainult soojendi ja jahuti temperatuuri suhtest. Mida suurem on erinevus protsessi maksimaalse ja minimaalse temperatuuri vahel, seda kõrgem on Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur ning seda suurem osa soojendist ringprotsessi siirduvast soojusest $q_1$ muudetakse ringprotsessis kasulikuks tööks. Ringprotsessi juhitava soojuse saaks muuta jäägitult tööks ($l = q_1$, $q_2 = 0$) ainult siis, kui jahuti temperatuur $T_2 = 0$ K.

Vastavalt W. Nernsti soojusteoreemile pole absoluutne nulltemperatuur ei teoreetiliselt ega ka tegelikult saavutatav, mistõttu alati $\eta_{\mathrm{c}} < 1$. Kui oleks võimalik absoluutsest nullist madalam temperatuur $T_2$ , siis oleks Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur ühest suurem, mis on aga vastuolus termodünaamika esimese seadusega.

Kui $T_1 = T_2$, siis Carnot' ringprotsess kasulikku tööd ei soorita ning ringprotsessi termiline kasutegur võrdub nulliga. Niisiis, saamaks ringprotsessist kasulikku tööd on eeltingimuseks erineva temperatuuriga kehad.

Carnot' ringprotsessi termilist kasutegurit on võimalik tõsta kas jahuti temperatuuri alandamise või soojendi temperatuuri tõstmisega. Esimene võimalus on piiratud looduslike tingimustega, kuna praktikas kasutatakse jahutusagensina vett (eelkõige looduslikest veekogudest) või õhku. Seetõttu peamine võimalus suurendada ringprotsessi termilist kasutegurit on soojendi temperatuuri tõstmine.

Soojendi ja jahuti temperatuuri muutmine mõjutab Carnot' ringprotsessi termilist kasutegurit erinevalt. Tõestuseks diferentseerime termilise kasuteguri avaldist (2-68) temperatuuride $T_1$ ja $T_2$ järgi:

$$\frac{\partial \eta_{\mathrm{c}}}{\partial T_1} = \frac{T_2}{T_1^2} \tag{2-69}$$

$$\frac{\partial \eta_{\mathrm{c}}}{\partial T_2} = -\frac{1}{T_1} = -\frac{T_1}{T_1^2}. \tag{2-70}$$

Kuna $T_1 > T_2$, siis

$$\left|\frac{\partial \eta_c}{\partial T_1}\right| < \left|\frac{\partial \eta_c}{\partial T_2}\right|. \tag{2-71}$$

Seega avaldab soojendi temperatuuri tõus Carnot' ringprotsessi termilisele kasutegurile väiksemat mõju kui jahuti temperatuuri alanemine.

Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur oleneb ainult soojendi ja jahuti temperatuurist, olles sõltumatu termodünaamilise keha omadustest (ideaalgaas, aur, vedelik, tahke keha jne).

Jahuti ja soojendi temperatuuri suhte kaudu on võimalik määrata ainult tagastatava Carnot' ringprotsessi kasutegur (termiline kasutegur, valem (2-68)). Tagastamatus ringprotsessis saadav kasulik töö on alati väiksem tagastatava ringprotsessi tööst ning seetõttu on ka tagastamatu Carnot' ringprotsessi kasutegur Carnot' ringprotsessi termilisest kasutegurist väiksem ($\eta_c' < \eta_c$) ehk

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} > 1 - \frac{q_2}{q_1}. \tag{2-72}$$

### 2.1.13 Carnot' ringprotsess termilise kasuteguri kriteeriumina

Erinevalt Carnot' ringprotsessist võib üldjuhulise ringprotsessi osades, kus d$s > 0$ ja d$s < 0$, muutuda termodünaamilise keha temperatuur. Kujutame *Ts*-tasapinnal mingisuguse tagastatava ringprotsessi *ACBDA* (joonis 2.14) ja ümbritseme ta Carnot' ringprotsessi kujutava ristkülikuga *12341* nii, et *A* ja *B* oleksid vaadeldavas üldjuhulises ringprotsessis maksimum- ja miinimumtemperatuuri punktid. Need temperatuurid ($T_{max}$ ja $T_{min}$) panevad ühtlasi kohale Carnot' ringprotsessi isotermjooned.

Ringprotsessis *ACBDA* osalevad soojushulgad

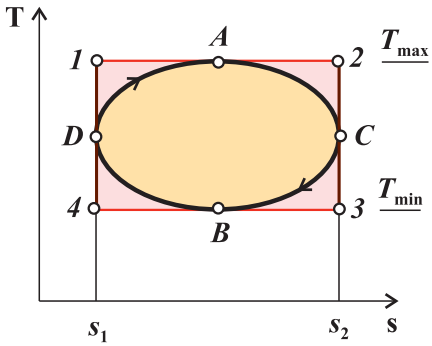
$$q_1 = \int_{(DAC)} T\mathrm{d}s \tag{2-73}$$

ja

$$q_2 = \int_{(CBD)} T\mathrm{d}s \tag{2-74}$$

ning termiline kasutegur

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{\int_{(CBD)} T\mathrm{d}s}{\int_{(DAC)} T\mathrm{d}s}. \tag{2-75}$$




**Joonis 2.14. Meelevaldse ringprotsessi võrdlus Carnot' ringprotsessiga**

Kuna

$$\int_{(DAC)} T\mathrm{d}s < T_{\max}(\mathrm{s}_2 - \mathrm{s}_1)$$

ja

$$\int_{(CBD)} T\mathrm{d}s > T_{\min}(\mathrm{s}_2 - \mathrm{s}_1),$$

siis

$$\frac{\int_{(CBD)} T\mathrm{d}s}{\int_{(DAC)} T\mathrm{d}s} > \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \qquad (2\text{-}76)$$

ning

$$\eta_{\mathrm{t}} < 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \eta_{\mathrm{c}}\,. \qquad (2\text{-}77)$$

Järelikult on suvalise tagastatava ringprotsessi termiline kasutegur alati väiksem sama ringprotsessi maksimaalse ja minimaalse temperatuuri vahemikus toimuva Carnot' ringprotsessi termilisest kasutegurist.

## 2.1.14 Carnot' pöördringprotsess

Tagastatav Carnot' pöördringprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 2.15. Termodünaamiline keha paisub olekust *1* isoentroopselt olekuni *4,* mille jooksul temperatuur langeb $T_1$-st $T_2$-ni. Sellele järgneb isotermne paisumine *4 3,* mille käigus antakse kehale üle soojushulk $q_0$, mis on võrdne pindalaga $\square A43BA$. Nüüd tõstetakse keha temperatuur isoentroopse komprimeerimisega *3 2* väärtuseni $T_1$. Sellega luuakse ühtlasi eeldus soojuse ülekandeks termodünaamiliselt kehalt ümbruskeskkonnale. Isotermsel komprimeerimisel *2 1* lahkub kehalt soojushulk $q_1 = \square B21AB$. Termodünaamika esimese seaduse kohaselt pöördringprotsessis tarbitud töö

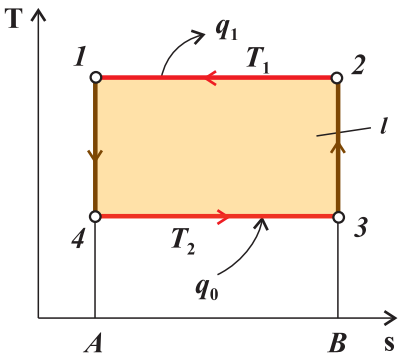
$$l = q_1 - q_0\,, \tag{2-78}$$

mida *Ts*-diagrammil esindab pindala □*12341*.

Vastavalt valemile (2-65) Carnot' pöördringprotsessi jahutustegur

$$\varepsilon_c = \frac{1}{1-\frac{T_2}{T_1}} - 1 = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \tag{2-79}$$

Viimasest avaldisest selgub, et Carnot' pöördringprotsessi jahutustegur ei sõltu termodünaamilise keha omadustest ning suureneb protsessi minimaalse temperatuuri tõustes ja maksimaalse temperatuuri alanedes.




**Joonis 2.15. Carnot' pöördringprotsess *Ts*-diagrammil**

## 2.1.15 Entroopia muutus ringprotsessis ja isoleeritud termodünaamilises süsteemis. Termodünaamika teine seadus

Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguri avaldise (2-68) kohaselt ringprotsessi suunduva ja sealt eemalduva soojushulga ja vastavate temperatuurisuhete algebraline summa (soojushulk $Q_2$ on loetud negatiivseks)

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \tag{2-80}$$

ehk

$$\sum \frac{Q}{T} = 0. \tag{2-81}$$

Rakendades eelmist mõttekäiku elementaarsele Carnot' ringprotsessile, kus $Q_1 \to \mathrm{d}Q_1$ ja $Q_2 \to \mathrm{d}Q_2$, siis

$$\sum \frac{\mathrm{d}Q}{T} = 0. \tag{2-82}$$

Viimane valem on laiendatav igale tagastatavale ringprotsessile. Tõestuseks jaotame meelevaldse ringprotsessi lõpmatult suureks hulgaks elementaarseteks

ringprotsessideks *abcda*, *befcb*, ... isoentroopjoontega, mis paiknevad üksteise lähedal (joonis 2.16). Lõigud *ab*, *be*, ... ning *dc*, *cf*, ... asetsevad üksteisele väga lähedal, seetõttu võime nad lugeda isotermideks. Iga sellise elementaarse Carnot' ringprotsessi kohta kehtib aga valem (2-82), mistõttu

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} = 0. \tag{2-83}$$

Kuna valem (2-82) kehtib tagastatava ringprotsessi kohta, siis suhe d$Q/T$ väljendab elementaarset entroopia muutust protsessis, integraal

$$\oint \mathrm{d}Q/T$$

aga entroopia muutust ringprotsessis tervikuna. Järelikult, entroopia muutus suvalises tagastatavas ringprotsessis võrdub nulliga. See tulemus järeldub ka entroopia kui olekufunktsiooni omadusest.

Tagastamatu Carnot' ringprotsessi jaoks valemi (2-72) kohaselt

$$\sum \frac{Q}{T} < 0. \tag{2-84}$$

Viimane valem üldistatuna suvalisele tagastamatule ringprotsessile:

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} < 0. \tag{2-85}$$

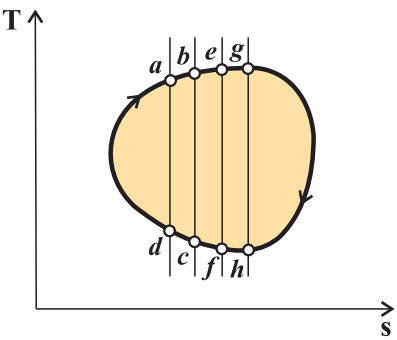
Valemite (2-83) ja (2-85) ühendkuju:

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} \le 0. \tag{2-86}$$

Siin vastab võrdus tagastatavale ja võrratus tagastamatule ringprotsessile.

Avaldist (2-86) tuntakse Clausiuse integraalina. Seega on Clausiuse integraal tagastamatu ringprotsessi korral negatiivne, tagastatava ringprotsessi puhul aga võrdub nulliga.

Tuleb silmas pidada, et Clausiuse integraal hõlmab kogu süsteemi, mis koosneb soojendist, jahutist, soojusjõumasinast ja termodünaamilisest kehast. Termodünaamiline keha naaseb iga tsükli järel algolekusse, mistõttu entroopia kui keha olekufunktsiooni muutus ringprotsessis võrdub nulliga.




**Joonis 2.16. Meelevaldse ringprotsessi jaotus elementaarseteks Carnot' ringprotsessideks**

Esitatu viib järeldusele, et kui soojendi, jahuti ja soojusjõuseadme kooslust vaadelda ümbruskeskkonnast isoleeritud süsteemina, siis sellise süsteemi entroopia (mitte ringprotsessist osavõtva termodünaamilise keha entroopia!) suureneb alati, kui soojusjõuseadme ringprotsess on tagastamatu, kuid jääb muutumatuks, kui ringprotsess on tagastatav. Kui soojusjõuseade töötab Carnot' ringprotsessi järgi, siis ringprotsessi tagastatavuse tingimus valemi (2-68) põhjal on

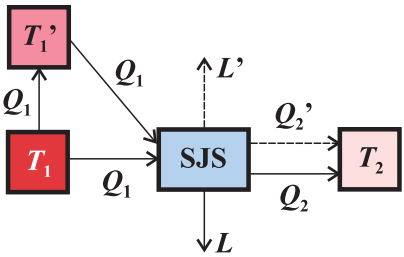
$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \tag{2-87}$$

Seega on soojendi entroopia kahanemine tagastatava Carnot' ringprotsessi puhul võrdne jahuti entroopia tõusuga. Loomulikult jääb termodünaamilise süsteemi entroopia selle võrdsuse kehtimisel muutumatuks. Viimase väite sisu võib avada ka järgmiselt: tagastatava ringprotsessi kasulikust tööst piisab, et tagastatava pöördringprotsessiga anda jahutist soojendile üle kogu soojushulk, mis päripidises ringprotsessis suunati jahutisse. See asjaolu võimaldab tagastatava pöördringprotsessiga taastada süsteemi algoleku. Tagastamatu ringprotsessi puhul tuleks aga selleks jahutile üle anda suurem soojushulk kui tagastatava protsessi korral. See jahutile siirdunud lisasoojushulk $\Delta Q_2$ on ekvivalentne töö vähenemisega tagastamatus ringprotsessis. Soojushulk $\Delta Q_2$ tingib süsteemi entroopia kasvu igas tsüklis $\Delta S = \Delta Q_2/T_2$ võrra. Termodünaamilise süsteemi entroopia kasv osutab aga soojuse tööks muundamise efektiivsuse (ringprotsessi kasuteguri) langusele, mistõttu soojusjõumasinast saadav kasulik töö on väiksem kui tagastatava ringprotsessi kasulik töö ning sellest tööst ei jätku tagastamatu päripidise ringprotsessi puhul süsteemi lähteoleku taastamiseks ka siis, kui pöördringprotsess toimuks tagastatavalt. Sellise ringprotsessi kordumine viib aga isoleeritud süsteemi entroopia jätkuvale kasvule.

Oleme jõudnud järeldusele, et kui isoleeritud termodünaamilises süsteemis toimuvad tagastamatud (reaalsed) protsessid, kasvab entroopia lakkamatult, lähenedes maksimaalväärtusele. Entroopia maksimaalväärtusel valitseb süsteemis termodünaamiline tasakaal, soojendi ja jahuti temperatuur on võrdsustunud ning energia, mis isoleeritud süsteemis on püsiv, ei ole muundatav kasulikuks tööks.

Isoleeritud süsteemis toimuvate protsessidega kaasneb alati süsteemi suundumine vähem tõenäolisest olekust suurema tõenäosusega oleku poole. Süsteemi tasakaaluolek on võimalikest olekutest kõige tõenäolisem.

Süsteemi entroopia väärtus on tema töövõime mõõt. Mida lähemal on süsteemi entroopia maksimaalväärtusele, seda väiksem on süsteemi töövõime ning seda vähem soojendist jõuseadmesse suunatavat soojust muundub kasulikuks tööks. Illustreerime viimast väidet joonisel 2.17 kujutatud soojuse tööks muundamise skeemi abil.




**Joonis 2.17. Soojuse kasulikuks tööks muundamise skeem**

Soojendist, mille temperatuur on $T_1$, antakse ringprotsessi (soojusjõuseadmesse SJS) soojushulk $Q_1$ ning ringprotsessist jahutisse, mille temperatuur on $T_2$, soojushulk $Q_2$. Tagastatava Carnot' ringprotsessi korral valemi (2-87) põhjal

$$Q_2 = T_2 \frac{Q_1}{T_1} \tag{2-88}$$

ning kasulikuks tööks muunduv soojushulk

$$L = Q_1 - Q_2 = \eta_c Q_1 = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_1 . \tag{2-89}$$

Vaatleme nüüd juhtumit, kus sama soojushulk $Q_1$ suunatakse mingile teisele kehale, mille temperatuur $T_1^{'} < T_1$, ja sealt edasi samasse soojusjõuseadmesse.

Sellisel juhul jahutisse üleantav soojushulk

$$Q_2^{'} = T_2 \frac{Q_1}{T_1^{'}} \tag{2-90}$$

ning tööks muunduv soojushulk

$$L^{'} = Q_1 - Q_2^{'} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1^{'}}\right) Q_1 . \tag{2-91}$$

Kuna mõlemal juhul jahuti temperatuur on üks ja seesama, kuid soojendi temperatuur on erinev, siis teisel juhul on ringprotsessi töö loomulikult väiksem.

Soojusjõuseadmest saadava töö vähenemine soojuse siirdumise tõttu madalama temperatuuriga kehale

$$\Delta L = L - L^{'} = \left(\frac{1}{T_1^{'}} - \frac{1}{T_1}\right) Q_1 T_2 = \Delta S T_2 . \tag{2-92}$$

Valemis esinev liige $\Delta S = \left(\frac{1}{T_1^{'}} - \frac{1}{T_1}\right) Q_1$ on ekvivalentne termodünaamilise süsteemi entroopia suurenemisega soojuse üleminekul kehalt temperatuuriga $T_1$ kehale temperatuuriga $T_1^{'}$ (valem (2-60)). Järelikult, soojuse ülekandumine ke-

halt temperatuuriga $T_1$ kehale temperatuuriga $T_1' < T_1$ ning sealt omakorda soojusjõuseadmesse põhjustaks süsteemi entroopia kasvu ja ringprotsessist saadav kasulik töö osutuks väiksemaks tööst, mida saaksime siis, kui soojusjõuseade töötaks otse soojusallikalt temperatuuriga $T_1$ saadud soojuse arvel.

Eespool kirjeldatud näide väljendab soojuse kui energia ülekandevormi põhiomadusi ning määrab kindlaks soojuse kasulikuks tööks muundamise tingimused. Oluline on, et kui isoleeritud termodünaamilises süsteemis toimuvad tagastamatud protsessid, siis süsteemi entroopia kasvades tema töövõime kahaneb, kuigi süsteemi koguenergia jääb seejuures muutumatuks. Toimub kvalitatiivne muutus – energia degradeerub, minnes üle madalama potentsiaaliga energiaks. Tasakaaluolekus aga on isoleeritud termodünaamilise süsteemi töövõime võrdne nulliga.

See ongi termodünaamika teise seaduse sisu üldistatud kujul.

Termodünaamika teist seadust võib sõnastada mitmeti, toome mõned näited.

Energia võib soojuse kujul iseenesest siirduda ainult kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale.

Kehalt soojuse kujul võetavat energiat ei ole võimalik jäägitult tööks muundada.

Isoleeritud termodünaamilises süsteemis toimuvate tagastamatute protsesside korral süsteemi entroopia kasvab ning saavutab tasakaaluolekus suurima võimaliku väärtuse.

Clausiuse integraal on termodünaamilises süsteemis toimuvate tagastamatute protsesside korral negatiivne, tagastatavate protsesside puhul aga võrdub nulliga.

### 2.1.16 Termodünaamika teise seaduse statistilisus

Kõik termodünaamikas vaadeldavad süsteemid kujutavad endast aine osakeste (molekulide, aatomite jt) suurearvulist kogumit. Sellistes süsteemides toimuvate tõenäosuslike protsesside kaudu on võimalik anda termodünaamika teisele seadusele statistiline käsitus. Termodünaamika teine seadus oma üldtähenduses määrab süsteemis toimuvate protsesside kulgemise suuna: need on alati suunatud süsteemi väiksema tõenäosusega olekust suurema tõenäosusega oleku poole. Termodünaamika seisukohalt vaadelduna tähendab see süsteemi temperatuuri, rõhu või mõne muu intensiivse olekuparameetri muutust ühtlustumise suunas.

Termodünaamika teise seaduse statistilise iseloomu selgitamiseks vaatleme ümbruskeskkonnast adiabaatselt isoleeritud süsteemi, mis koosneb kahest omavahel ühendatavast ruumist. Olgu üks ruum täidetud rõhu all oleva gaasiga, teine olgu aga tühi. Pärast ruumide ühendamist täituvad need mõne aja möödudes molekulide kaootilise liikumise tulemusena ühtlaselt gaasiga ning süsteemis saabub tasakaaluolek. Kui aga oletada, et esimeses ruumis on vaid väike arv

molekule (nt kümme), siis molekulide ühtlase jaotuse (viis molekuli kummaski ruumis) tõenäosus pärast kahe ruumi ühendamist väheneb. Ei ole võimatu olukord, kus ruumi osades on ebavõrdne arv molekule. Kahe molekuli olemasolu korral ühes ruumis piirduks kogu termodünaamiline protsess vastavalt termodünaamika teisele seadusele ühe molekuli üleminekuga teise ruumi. Kuid mõlema molekuli samaaegse oleku tõenäosus esimeses ruumis on 1/2. Toodud näitest selgub, et molekulide arvu vähendamisel nende ühtlase jaotumise tõenäosus samuti väheneb. Suure arvu molekulide puhul, mis on meie tavaelus esinev olukord, on aga molekulide ebaühtlase jaotuse tõenäosus tühiselt väike. Kui termodünaamika esimene seadus on absoluutne, siis termodünaamika teine seadus võib statistilise tõlgenduse seisukohalt teatud tõenäosusega kaotada kehtivuse.

Kõik isoleeritud süsteemis toimuvad protsessid, mis suunduvad väiksema tõenäosusega olekust suurema tõenäosusega olekusse, on tagastamatud ning seotud süsteemi entroopia tõusuga. Seepärast peab kehtima kindel seos süsteemi entroopia kasvu ja tõenäosuse vahel, et süsteem läheb vähem tõenäosest olekust suurema tõenäosusega olekusse. Süsteemi entroopia on maksimaalne tasakaalu olukorras, mis on ühtlasi ka tema tõenäoseim olek.

Vaatleme veel kord kaheks osaks jaotatud süsteemi. Tähistame süsteemi osade entroopiad ja tõenäosed olekud vastavalt $S_1$, $W_1$ ja $S_2$, $W_2$ ning süsteemi kui terviku entroopia ja tõenäosuse $S$ ja $W$. Kuna entroopia ja tõenäosuse vahel kehtib kindel seos, siis

$$S_1 = \mathrm{S}(W_1),$$

$$S_2 = \mathrm{S}(W_2)$$

ja

$$S = \mathrm{S}(W).$$

Kui tugineda entroopia aditiivsusele ja tõenäosuste korrutamise reeglile, siis

$$S = S_1 + S_2$$

ja

$$W = W_1 W_2$$

ehk

$$S = \mathrm{S}(W_1) + \mathrm{S}(W_2) = \mathrm{S}(W_1 W_2). \tag{2-93}$$

Viimase avaldise diferentseerimisel tõenäosuste $W_1$ ja $W_2$ järgi

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{S}'(W_1 W_2) W_2 &= \mathrm{S}'(W_1) \\ \mathrm{S}'(W_1 W_2) W_1 &= \mathrm{S}'(W_2), \end{aligned}\right\} \tag{2-94}$$

kuna $\mathrm{S}(W_2)$ ei sõltu $W_1$-st ning $\mathrm{S}(W_1)$ $W_2$-st.

Valemite (2-94) põhjal

$$\frac{\mathrm{S}'(W_1)}{\mathrm{S}'(W_2)} = \frac{W_2}{W_1}, \tag{2-95}$$

millest järeldub, et

$$W_1\mathrm{S}'(W_1) = W_2\mathrm{S}'(W_2) = \ldots = W\mathrm{S}'(W) = \mathrm{k} = konst \tag{2-96}$$

ning

$$W = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}W}\mathrm{S}(W) = \mathrm{k}. \tag{2-97}$$

Võrrandi (2-97) lahend on

$$S = \mathrm{S}(W) = \mathrm{k}\ln W + konst. \tag{2-98}$$

Viimane seos kannab Boltzmanni valemi nime ning tal on oluline tähtsus statistilises füüsikas. Valemis esinev konstant k on ideaalgaasi korral arvuliselt võrdne Boltzmanni konstandiga, väljendades ühe molekuli gaasikonstanti $\mathrm{k} = \overline{\mathrm{R}} / \mathrm{N}_0$ (valem (1-25)).

Oletame, et tasakaalus mitteolev termodünaamiline süsteem tõenäosusega $W_1$ siirdub tasakaaluolekusse ning omandab maksimaalse tõenäosuse $W_{2\mathrm{m}}$. Süsteemi selline siirdumine olekust *1* olekusse *2* põhjustab vastavalt valemile (2-98) entroopia juurdekasvu

$$\Delta S = \mathrm{k}\ln\frac{W_{2\mathrm{m}}}{W_1} > 0. \tag{2-99}$$

Saadud järeldus on samane termodünaamika teise seadusega.

Termodünaamika teise seaduse statistilisest tõlgendusest järeldub, et isoleeritud termodünaamilise süsteemi entroopia kasv väljendab vaid süsteemis toimuvate protsesside kõige tõenäolisemat, aga mitte kõigi võimalike protsesside suunda. Kui väike ka ei oleks süsteemi entroopia vähenemist põhjustavate protsesside tõenäosus, on see siiski olemas ning võib rakenduda ülimalt pika ajavahemiku järel.

Isoleeritud termodünaamilises süsteemis entroopiat vähendavate protsesside toimumise tõenäosus on siiski kaduvväike. Tõestame seda järgmise näitega. Määrame protsessi tõenäosuse, mille puhul soojushulk $Q$ siirduks iseenesest kehalt temperatuuriga 273 K kehale temperatuuriga 274 K ($\Delta T = 1$ K). Sellises protsessis esinev entroopia muutus (valem (2-60))

$$\Delta S = \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) Q = \left(\frac{1}{274} - \frac{1}{273}\right)\cdot 1 = -1{,}34\cdot 10^{-5}\,\mathrm{J/K}$$

ning protsessi kulgemise tõenäosus Boltzmanni valemi järgi

$$W_2 = W_1 \exp\left(\frac{\Delta S}{\mathrm{k}}\right) = W_1 \exp\left(-\frac{1{,}34 \cdot 10^{-5}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}}\right) = W_1 \mathrm{e}^{-0{,}97 \cdot 10^{18}}. \quad (2\text{-}100)$$

Seega on $W_2$ võrreldes $W_1$-ga tähtsusetult väike suurus.

Termodünaamika teise seaduse statistiline tõlgendus kehtib ainult sellistele süsteemidele, mis sisaldavad suure arvu osakesi. Siit johtuvalt erineb termodünaamika teine seadus põhimõtteliselt termodünaamika esimesest seadusest, mis on absoluutne ja kehtib kõigi füüsikaliste nähtuste puhul.

R. Clausius, üldistades termodünaamika teist seadust universumile kui isoleeritud süsteemile, väljendas mõtte, et universumis toimuvate tagastamatute protsesside tagajärjel selle entroopia kasvab pidevalt ning läheneb maksimaalväärtusele. Sellega kaasneks energia kasutus ja saabuks nn soojussurm (universumi energia jääb samaks, aga entroopia läheneks suurimale võimalikule väärtusele). Soojussurma olekus lakkavad igasugused protsessid, kehade temperatuur ja teised intensiivparameetrid ühtlustuvad.

L. Boltzmann, tuginedes termodünaamika teise seaduse statistilisusele, esitas nn fluktuatsiooni hüpoteesi. Vastavalt sellele on universum kui tervik termodünaamilises tasakaaluolekus, kuid üksikutes osades esineb fluktuatsiooni nähteid. Universumi osa, kus me asume, on fluktuatsiooni seisundis. Selles olukorras võivad universumi ühes osas maailmad tekkida, teises osas aga hävineda.

Nii R. Clausiuse kui ka L. Boltzmanni käsituses on universum isoleeritud süsteem. Esimene näeb seda kui tasakaalu poole liikuvat süsteemi, teine aga fluktuatiivseid nähteid tasakaaluolekus süsteemis.

### 2.1.17 Absoluutne termodünaamiline temperatuuriskaala

Keha temperatuuri mõõtmine põhineb termodünaamika nullseadusel ja temperatuuri mõõteseadmed tuginevad aine füüsikalistele omadustele. Viimastest on mõni küll sobiv temperatuuriskaala loomiseks, kuid see jääb olenevaks aine omadustest.

Absoluutne termodünaamiline ehk absoluutne temperatuuriskaala ei sõltu aine omadustest, vaid põhineb termodünaamika teisel seadusel. Absoluutse temperatuuri mõiste võttis kasutusele W. Thomson (Kelvin), seepärast tuntakse seda skaalat ka Kelvini temperatuuriskaalana.

Tagastatavas Carnot' ringprotsessis termodünaamiliselt kehalt jahutile üleantud soojushulga suhe soojendilt saadud soojushulka on jahuti ja soojendi antud temperatuuril konstantne suurus ega sõltu termodünaamilise keha omadustest ning soojendilt saadud soojushulga absoluutväärtusest. Öeldu väljendub avaldises

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_2'}{Q_1'} = \frac{Q_2''}{Q_1''} = \ldots = konst\,, \quad (2\text{-}101)$$

kus $Q_2$, $Q_2'$, $Q_2''$, ... – Carnot' ringprotsessis jahutisse siirdunud soojushulk, $Q_1$, $Q_1'$, $Q_1''$, ... – Carnot' ringprotsessi suunatud soojushulk.

Olgu antud rida soojendeid temperatuuriga $T_1$, $T_2$, $T_3$, ..., kusjuures iga järgnev temperatuur olgu eelmisest madalam, mistõttu soojusallikad temperatuuriga $T_2$, $T_3$, ... on temperatuuri $T_1$ omava keha suhtes jahutid. See võimaldab Carnot' ringprotsessi läbi viia temperatuurivahemikes $T_1 - T_2$, $T_1 - T_3$, ... Kui igasse sellisesse ringprotsessi anda soojendilt (kehalt temperatuuriga $T_1$) soojushulk $Q_1$, saame

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1}, \frac{T_3}{T_1} = \frac{Q_3}{Q_1}, \frac{T_4}{T_1} = \frac{Q_4}{Q_1}, \ldots \tag{2-102}$$

ehk

$$Q_1{:}Q_2{:}Q_3{:} \ldots = T_1{:}T_2{:}T_3{:} \ldots \tag{2-103}$$

Viimasest seosest järeldub, et keha temperatuuri on võimalik mõõta vastavate soojushulkade kaudu. Kuna soojushulk ei ole sõltuv termodünaamilise keha füüsikalistest omadustest, siis on ka sel viisil kujundatav temperatuuriskaala ainest sõltumatu ja absoluutne. Saadud suhete rida moodustabki absoluutse termodünaamilise temperatuuriskaala. Temperatuurile $T_1$ vabalt valitud arvväärtuse andmisega on juba määratud ka teised temperatuurid absoluutses temperatuuriskaalas.

Suhete (2-102) põhjal saab absoluutse temperatuuri mõistele anda ka järgmise seletuse. Valides Carnot' ringprotsessi antava soojushulga $Q_1$ arvuliselt võrdsena soojendi temperatuuriga, saame $T_2 = Q_2$, $T_3 = Q_3$, ... See annab võimaluse absoluutse temperatuuri arvväärtust käsitada soojushulgana, mis tagastatavas Carnot' ringprotsessis suunatakse jahutisse, kui igasse sellisesse ringprotsessi suundub sama soojushulk $Q_1$.

Termodünaamika teise seaduse abil on võimalik määrata ka absoluutse temperatuuriskaala nullpunkt. Vastavalt tagastatava Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguri avaldisele on absoluutse temperatuuri nullpunktiks temperatuur, mis oleks jahutil, kui kogu ringprotsessi antav soojus muunduks tööks, s.o $\eta_c = 1$.

Absoluutse temperatuuriskaala ülesehitamine Carnot' ringprotsessi vahendusel ei ole praktiliselt võimalik, kuna see nõuaks soojushulkade ülitäpset mõõtmist. Selleks pole ka vajadust, sest absoluutset temperatuuriskaalat saab funktsionaalselt siduda meelevaldse temperatuuriskaalaga.

## 2.2 Termodünaamilise keha erisoojus ja entalpia

### 2.2.1 Erisoojuse mõiste

Termodünaamilise keha erisoojuseks nimetatakse soojushulka, mida vajab teatud kogus ainet muutmaks oma temperatuuri ühe ühiku võrra. Erisoojus on seega kehale siirduva soojushulga tuletis temperatuuri järgi:

$$c = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T}. \tag{2-104}$$

Erisoojus on positiivne, kui soojuse suundumisel kehale temperatuur tõuseb, temperatuuri alanemisel aga negatiivne.

Asendame avaldisega (2-38) määratud $q$ valemisse (2-104), siis

$$c = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right]\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T}. \tag{2-105}$$

Erisoojust $c$ l kg aine kohta nimetatakse masserisoojuseks, selle põhimõõtühik on J/(kg·K). Kasutusel on veel mõisted mahterisoojus $c'$, mille mõõtühikuks on J/(m$^3$·K), ja moolerisoojus $C$ mõõtühikuga J/(kmol·K). Kahte viimast kasutatakse peamiselt gaasiliste kehade puhul. Mahterisoojus antakse seejuures gaasikoguse (massi) kohta, mida sisaldab l m$^3$ gaasi normaaltingimustel. Sellist gaasikogust nimetatakse normaalkuupmeetriks.

Ideaalgaasi korral kehtivad erisoojuste vahel seosed

$$c = \frac{C}{\mu} = \frac{c'}{\rho_0} \text{ J/(kg·K)},$$

$$c' = \frac{C}{22{,}413} = \rho_0 c \text{ J/(m}^3\text{·K)},$$

$$C = \mu c = 22{,}413\,c' \text{ J/(kmol·K)},$$

kus $\rho_0$ – gaasi tihedus normaaltingimustel, $\mu$ – aine moolmass.

Valemiga (2-104) on defineeritud keha tõeline erisoojus – see, mis on kehal antud olekus. Kui keha oleku määravad näiteks temperatuur ja rõhk, siis tõeline erisoojus on antud just nende olekuparameetrite juures. Üldjuhul määravadki keha erisoojuse kaks suvalist olekuparameetrit. Kuna erisoojus sõltub enim temperatuurist, siis üheks olekuparameetriks valitaksegi tavapäraselt temperatuur, teiseks aga rõhk või erimaht.

Kogu süsteemi (kehale) suunatud soojushulga tuletist temperatuuri järgi $C_{\mathrm{M}} = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}T$ tuntakse süsteemi (keha) soojusmahtuvusena, mille põhimõõtühik on J/K. Soojusmahtuvus on ekstensiivne suurus, selle kaudu avaldub masserisoojus $c = C_{\mathrm{M}}/M$ (kus $M$ on keha mass).

### 2.2.2 Isohoorne ja isobaarne erisoojus

Kuna erisoojus defineeritakse (valem (2-104)) soojushulga d$q$ abil, mis on protsessifunktsioon, siis ka keha erisoojus sõltub sellest, millise protsessiga on tegemist ehk millistel tingimustel erisoojus määratakse. Niisiis, sõltuvalt termodünaamilise protsessi olemusest (erisoojuse määramise tingimustest) võib ühel ja samal kehal olla mitu erinevat liiki erisoojust. Erisoojuse arvväärtused võivad muutuda vahemikus $-\infty$ kuni $+\infty$.

Soojustehnikas leiavad ulatuslikumat kasutust aine isohoorne ja isobaarne erisoojus. Püsimahuline ehk isohoorne erisoojus $c_\mathrm{v}$ saadakse, kui termodünaamilise keha maht erisoojuse määramisel jääb konstantseks. Sellisel juhul d$v$ = 0 ning valemi (2-105) põhjal

$$c_\mathrm{v} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\mathrm{v}. \tag{2-106}$$

Järelikult, termodünaamilise keha isohoorne erisoojus võrdub siseenergia osatuletisega temperatuuri järgi püsival mahul.

Jagades võrrandi (2-38) mõlemaid pooli absoluutse temperatuuriga, saame entroopia diferentsiaali jaoks

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\mathrm{v}\mathrm{d}T + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} + p\right]\mathrm{d}v. \tag{2-107}$$

Kuna d$s$ on täisdiferentsiaal, siis tingimuse (1-54) kohaselt

$$\frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\mathrm{v}\right]_\mathrm{T} = \frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} + p\right]\right\}_\mathrm{v} \tag{2-108}$$

ehk

$$\frac{1}{T}\frac{\partial^2 u}{\partial v \partial T} = -\frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} + p\right] + \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial v \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v}\right]. \tag{2-109}$$

Siit järeldub, et

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v} - p. \tag{2-110}$$

Asendame

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\mathrm{v} = c_\mathrm{v} \text{ (valem (2-106))}$$

ja leitud $(\partial u/\partial v)_\mathrm{T}$ siseenergia diferentsiaali d$u$ avaldisse (2-8) (esimene võrrand):

$$\mathrm{d}u = c_\mathrm{v}\mathrm{d}T + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v} - p\right]\mathrm{d}v. \tag{2-111}$$

Saadud valem on termodünaamilise keha siseenergia määramise alus:

$$u = \int c_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \int \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mathrm{v}} - p \right] \mathrm{d}v + \mathrm{konst}. \tag{2-112}$$

Ideaalgaasi puhul

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mathrm{v}} = \frac{R}{v}$$

ning

$$\mathrm{d}u = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T = c_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T. \tag{2-113}$$

Kuna ideaalgaasi siseenergia sõltub ainult temperatuurist, siis ka ideaalgaasi erisoojus on ainuüksi temperatuuri funktsioon. Vastavalt sellele avaldub siseenergia muutus ideaalgaasi üleminekul olekust *1* olekusse *2* kujul

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T. \tag{2-114}$$

Võrrandist (2-111) tuleneb isohoorse erisoojuse arvutusvalem. Kuna siseenergia on olekufunktsioon, siis

$$\left( \frac{\partial c_{\mathrm{v}}}{\partial v} \right)_{\mathrm{T}} = \frac{\partial}{\partial T} \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mathrm{v}} - p \right]_{\mathrm{v}} \tag{2-115}$$

ehk pärast diferentseerimist

$$\left( \frac{\partial c_{\mathrm{v}}}{\partial v} \right)_{\mathrm{T}} = T \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-116}$$

Arvestades seda, et püsitemperatuuril

$$\mathrm{d}v = \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p,$$

siis isohoorne erisoojus

$$c_{\mathrm{v}} = c_{\mathrm{v}_0} + T \int_{\infty}^{v} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}v = c_{\mathrm{v}_0} + T \int_{0}^{p} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_{\mathrm{v}} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p, \tag{2-117}$$

kus liige $c_{\mathrm{v}0}$ on termodünaamilise keha erisoojus olekus $p \to 0$ (isohoorne erisoojus nullrõhul). Suurus $c_{\mathrm{v}0}$ sõltub ainult temperatuurist.

Liige

$$\Delta c_{\mathrm{v}} = T \int_{0}^{p} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_{\mathrm{v}} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p$$

sõltub termodünaamilise keha omadustest ja need määrab kindlaks termiline olekuvõrrand. Nii ideaalsele kui ka van der Waalsi gaasile $(\partial^2 p/\partial T^2)_v = 0$ ning $\Delta c_v = 0$.

Püsirõhuline ehk isobaarne erisoojus $c_p$ saadakse tingimusel, et selle määramisel termodünaamilise keha rõhk jääb püsivaks.

Võrrandist (2-43) järeldub, et

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right]\mathrm{d}T + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T\right]\mathrm{d}p. \qquad (2\text{-}118)$$

Viimase seose põhjal

$$\frac{\partial}{\partial p}\left\{\frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right]\right\}_T = \frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T\right]\right\}_p \qquad (2\text{-}119)$$

ehk

$$\frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial p \partial T} + \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + p\frac{\partial^2 v}{\partial p \partial T}\right] =$$

$$= -\frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T\right] + \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial T \partial p} + p\frac{\partial^2 v}{\partial T \partial p}\right], \qquad (2\text{-}120)$$

millest

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T. \qquad (2\text{-}121)$$

Isobaarse protsessi korral $p = konst$ ja $\mathrm{d}p = 0$, mistõttu võrrandi (2-43) alusel

$$c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \qquad (2\text{-}122)$$

ehk

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p = c_p - p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \qquad (2\text{-}123)$$

Asetades leitud $(\partial u/\partial p)_T$ ja $(\partial u/\partial T)_p$ väärtused võrrandisse (2-43) ning jagades selle läbi absoluutse temperatuuriga, saame

$$\mathrm{d}s = \frac{c_p}{T}\mathrm{d}T - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}p. \qquad (2\text{-}124)$$

Valemi (2-124) põhjal

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{c_p}{T}\right)_T = -\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p \qquad (2\text{-}125)$$

ehk

$$\left(\frac{\partial c_{\mathrm{p}}}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -T\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-126}$$

Järelikult

$$c_{\mathrm{p}} = c_{\mathrm{p0}} - T\int_0^p \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}p. \tag{2-127}$$

Viimases valemis väljendab liige $c_{\mathrm{p0}}$ termodünaamilise keha isobaarset erisoojust juhul, kui $p \to 0$ (isobaarne erisoojus nullrõhul). Nagu $c_{\mathrm{v0}}$ nii ka $c_{\mathrm{p0}}$ sõltub ainult temperatuurist.

Liige

$$\Delta c_{\mathrm{p}} = -T\int_0^p \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}p$$

väljendab erisoojuse sõltuvust rõhust. $\Delta c_{\mathrm{p}}$ on määratav keha termilise olekuvõrrandi kaudu. Ideaalgaasile $\Delta c_{\mathrm{p}} = 0$.

### 2.2.3 Isohoorse ja isobaarse erisoojuse vaheline seos

Termodünaamilise keha isohoorne ja isobaarne erisoojus on omavahel seotud. Teades neist ühte, on teine arvutatav keha termilist olekuvõrrandit kasutades. Seetõttu võime piirduda ainult ühe erisoojuse katselise määramisega.

Termodünaamilise keha isobaarne erisoojus avaldub võrrandi (2-105) põhjal

$$c_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right]\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}, \tag{2-128}$$

seejuures

$$c_{\mathrm{v}} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}.$$

Asetades avaldisega (2-110) määratud $(\partial u/\partial v)_{\mathrm{T}}$ valemisse (2-128), saame

$$c_{\mathrm{p}} - c_{\mathrm{v}} = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-129}$$

Arvestades, et

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}},$$

võime valemi (2-129) esitada kujul

$$c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} = -T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v}^2 \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_\mathrm{T} \tag{2-130}$$

ja

$$c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\mathrm{p}^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\mathrm{T} . \tag{2-131}$$

Osatuletised $(\partial p/\partial T)_\mathrm{v}$, $(\partial v/\partial T)_\mathrm{p}$, ... on määratavad termodünaamilise keha olekuvõrrandist.

Kui (enamikul juhtudel) $(\partial p/\partial v)_\mathrm{T} < 0$, siis järeldub valemist (2-131), et $c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} > 0$. Sellisel korral kulub soojus keha isohoorsel kuumutamisel ainult siseenergia tõstmiseks, isobaarsel kuumutamisel aga nii siseenergia tõstmiseks kui ka paisumistööks. Siit tulenebki, et kui $(\partial p/\partial v)_\mathrm{T} < 0$, siis $c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} > 0$.

Ideaalgaasi puhul

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v} = \frac{\mathrm{R}}{v}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\mathrm{p} = \frac{v}{T} = \frac{\mathrm{R}}{p}$$

ning

$$c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} = \mathrm{R} \tag{2-132}$$

ehk samuti

$$C_\mathrm{p} - C_\mathrm{v} = \mu\mathrm{R} = \overline{\mathrm{R}}.$$

Valemit (2-132) tuntakse Mayeri võrrandina.

Mayeri võrrandist selgub, et keha alludes ideaalgaasi termilisele olekuvõrrandile $pv = \mathrm{R}T$ on erisoojuste vahe $c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v}$ püsisuurus. Keerukamate olekuvõrrandite puhul sõltub see vahe keha termilistest olekuparameetritest.

Juhul kui termodünaamiline keha allub van der Waalsi võrrandile

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\mathrm{v} = \frac{\mathrm{R}}{v-b} = \frac{p + \dfrac{a}{v^2}}{T} \tag{2-133}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\mathrm{p} = \frac{\mathrm{R}}{p - \dfrac{a}{v^2} + \dfrac{2ab}{v^3}} \tag{2-134}$$

ning võrrandi (2-129) põhjal

$$c_{\mathrm{p}} - c_{\mathrm{v}} = \mathrm{R}\,\frac{p + \dfrac{a}{v^2}}{p - \dfrac{a}{v^2} + \dfrac{2ab}{v^3}}. \tag{2-135}$$

Termodünaamikas rakendatakse ulatuslikult suhet

$$k = \frac{c_{\mathrm{p}}}{c_{\mathrm{v}}}. \tag{2-136}$$

Suhte $k$ väärtusi temperatuuril 20 °C: õhk – 1,410; $O_2$ – 1,398; $N_2$ – 1,410; $H_2$ – 1,408; $H_2O$ – 1,330; $CO_2$ – 1,305.

Et nii $c_{\mathrm{p}}$ kui ka $c_{\mathrm{v}}$ sõltuvad keha olekuparameetritest, siis järelikult sõltub ka suhe $c_{\mathrm{p}}/c_{\mathrm{v}}$ samadest parameetritest.

Mayeri võrrandi põhjal avalduvad $c_{\mathrm{p}}$ ja $c_{\mathrm{v}}$ suhte $k$ kaudu

$$\left.\begin{aligned} c_{\mathrm{p}} &= \frac{k}{k-1}\mathrm{R} \\ c_{\mathrm{v}} &= \frac{1}{k-1}\mathrm{R}. \end{aligned}\right\} \tag{2-137}$$

### 2.2.4 Erisoojuse molekulaarkineetiline tõlgendus

Vaatleme ideaalset gaasi molekulaarkineetilise teooria seisukohalt, niisiis kui kulgevas ja pöörlevas liikumises olevat elastsete molekulide kogumit. Molekuli kulgliikumise energia on lahutatav kolmeks ristkomponendiks ehk teisiti öeldes – kulgliikumisel on kolm vabadusastet. Pöörleva liikumise vabadusastmete arv sõltub aga aatomite arvust molekulis (aatomsusest). Üheaatomilisel gaasil on kolm vabadusastet (i = 3). Kaheaatomilise gaasi molekul võib peale translatoorse liikumise ka pöörelda ümber aatomite ühendussirgel paikneva raskuskeskme (i = 5). Kolme- ja enama-aatomilistel gaasidel on kolm kulgliikumise ja kolm pöörleva liikumise vabadusastet (i = 6).

Gaasi molekulaarkineetilise teooria seisukohalt jaguneb siseenergia võrdeliselt molekuli vabadusastmete arvuga (p 2.1.2). Siit johtub, et ka gaasi erisoojus peab sõltuma molekulide vabadusastmete arvust.

Tuginedes gaasi molekulaarkineetilise teooria põhivõrrandile antuna ühe kilomooli gaasi kohta (2-5) ja arvestades, et $N_0 k = \mu R$, saame ideaalgaasi siseenergia

$$U = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\mathrm{N}_0\mathrm{k}T = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\mu\mathrm{R}T$$

ning avaldise (2-106) põhjal

$$C_{\mathrm{v}} = \mu c_{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{d}(\mu u)}{\mathrm{d}T} = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\overline{\mathrm{R}}, \tag{2-138}$$

kus $N_0$ – molekulide arv ühes kilomoolis gaasis, k – Boltzmanni konstant, $\mu$ – moolmass, j – molekulide pöördliikumise vabadusastmete arv, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant.

Molekulaarkineetilise teooria järgi ei sõltu ideaalgaasi erisoojus temperatuurist, vaid molekuli vabadusastmete arvust.

Üheaatomilisele gaasile (j = 0)

$$C_{\mathrm{v}} = \frac{3}{2} \cdot 8,314 = 12,5 \text{ kJ/(kmol·K)}.$$

Seega energia ühe vabadusastme kohta

12,5/3 = 4,16 kJ/(kmol·K).

Asetame $C_{\mathrm{v}}$ väärtuse erisoojusi omavahel siduvasse võrrandisse, siis

$$C_{\mathrm{p}} = \overline{\mathrm{R}} + \frac{3+\mathrm{j}}{2}\overline{\mathrm{R}} = \frac{5+\mathrm{j}}{2}\overline{\mathrm{R}} \tag{2-139}$$

ning üheaatomilisele gaasile

$$C_{\mathrm{p}} = \frac{5}{2} \cdot 8,314 = 20,8 \text{ kJ/(kmol·K)}.$$

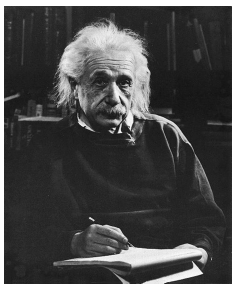
Analoogiliselt võime arvutada erisoojuste väärtused ka kahe- või enamaaatomilisele gaasile.

Saadud arvud on kooskõlas madalal temperatuuril määratud erisoojusega. Kõrgel temperatuuril lisandub mitmeaatomilistes molekulides kulgevale ja pöörlevale liikumisele veel aatomite võnkumine. Aatomite võnkumist molekulis vaadeldakse erisoojuste kvantteooria kaudu. Vastavalt kvantteooriale sõltuvad kahe- ja enama-aatomiliste gaaside aatomite molekulisisesed võnkumised ja seepärast ka nende erisoojused temperatuurist. Ideaalgaasi isohoorne erisoojus A. Einsteini võrrandi järgi

$$C_{\mathrm{v}} = \frac{3+\mathrm{j}}{2}\overline{\mathrm{R}} + \sum_{\mathrm{i}=3+\mathrm{j}}^{\mathrm{r}} \mu \mathrm{R} \left(\frac{\Theta}{T}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\Theta}{T}\right)}{\left[\exp\left(\frac{\Theta}{T}\right)-1\right]^2}, \tag{2-140}$$

kus j – pöördliikumise vabadusastmete arv, r – molekulisiseste võnkumiste vabadusastmete arv, $\theta = \mathrm{h}/\omega\mathrm{k}$ – võnkliikumist iseloomustav temperatuur (h – Plancki konstant, k – Boltzmanni konstant, $\omega$ – võngete arv ajaühikus), $T$ – temperatuur.

Valemi (2-140) esimene liige väljendab energia hulka molekulide kulgeval ja pöörleval liikumisel (valem (2-138)), teine liige aga molekulisiseste võnkumiste energiat.



**Albert Einstein** (14.03.1879 Ulm, Saksamaa – 18.04.1955 Princeton, USA), füüsikateoreetik, nüüdisfüüsika rajajaid, paljud peavad teda 20. saj suurimaks teadlaseks. Lõpetas 1900 Zürichi tehnikaülikooli, 1902–1909 Bernis patendibüroo ekspert, seejärel füüsikaprofessor Zürichis ja Prahas. 1914–1933 Berliini ülikooli professor ja füüsikainstituudi direktor. Emigreeris 1933 USA-sse ning asus tööle Princetoni Kõrgemas Uurimisinstituudis. Mitme TA liige ja auliige, Nobeli füüsikapreemia 1921 (fotoefekti seletuse eest).

A. Einstein lõi ***relatiivsusteooria*** ning aitas kaasa kvantmehaanika, statistilise mehaanika ja kosmoloogia arengule.

Maailmakuulsuse tõi Einsteinile ***üldrelatiivsusteooria*** formuleerimine 1915. Tema teadusideed olid nii uudsed ja võõrad, et nende mõistmine ei olnud jõukohane ka tavateadlastele. Einsteini teooriate mõjul muutusid peaaegu kõik füüsikaharud. Töid fotoefekti teooria (1905), Browni liikumise teooria (1905), tahkete kehade soojusmahtuvuse kvantteooria (1907), fotokeemia jm aladelt. Einsteini elutöö keskmesse jääb ***erirelatiivsusteooria*** (1905–1916) loomine, hiljem üritas ta luua ühtset väljateooriat.

## 2.2.5 Keskmine erisoojus

Nagu märkisime, sõltub termodünaamilise keha tõeline erisoojus termilistest olekuparameetritest, seejuures enim keha temperatuurist. Tavaliselt antakse tõelise erisoojuse temperatuuriolenevus polünoomina

$$c = \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{n}} \psi_{\mathrm{j}}\, t^{\mathrm{j}}. \tag{2-141}$$

Liikmete arv valemis (2-141) valitakse olenevalt aatomite arvust molekulis ning tulemuse soovitud täpsusest. Enamasti piirdutakse siiski erisoojuse lineaarse olenevusega temperatuurist.

Mõne gaasi tõeliste erisoojuste olenevus temperatuurist on toodud tabelis 2.1.

Tõelise erisoojuse kõrval kasutatakse ülesannete lahendamisel laialdaselt keha keskmist erisoojust, mida me siinkohal käsitleme, eeldades erisoojuse sõltuvust ainult temperatuurist.

Keskmine erisoojus on teatud temperatuurivahemikus kehale siirdunud soojushulga suhe sellesse samasse temperatuurivahemikku vaadeldavas termodünaamilises protsessis. Vaatleme keskmise erisoojuse arvutuskäiku.

Võrrandi (2-104) alusel avaldub kehale siirdunud soojushulk temperatuuri tõusul $t_1$-st $t_2$-ni kujul

$$c = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{c}(t)\,\mathrm{d}t. \tag{2-142}$$

Kui erisoojus temperatuurist ei sõltu, siis

$$q = c(t_2 - t_1). \tag{2-143}$$

Kehale siirduv soojushulk kui tõeline erisoojus on temperatuuri funktsioon ja avaldub polünoomina (valem (2-141)):

$$q = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{n}} \psi_{\mathrm{j}} t^{\mathrm{j}} \mathrm{d}t = \left(\psi_0 + \psi_1 \frac{t_1 + t_2}{2} + \psi_2 \frac{t_1^2 + t_1 t_2 + t_2^2}{3} + \ldots\right) \times$$

$$\times (t_2 - t_1) = c_{\mathrm{m}}|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1). \qquad (2\text{-}144)$$

Valem (2-144) sisaldab liiget

$$\psi_0 + \psi_1 \frac{t_1 + t_2}{2} + \psi_2 \frac{t_1^2 + t_1 t_2 + t_2^2}{3} + \ldots ,$$

mis väljendab keha keskmist erisoojust temperatuurivahemikus $t_1$ kuni $t_2$.

Keha keskmine erisoojus antakse kas valemite või tabelite kujul. Kuna enamasti valitakse tabelite koostamisel temperatuuri alumiseks väärtuseks 0 °C, ülemiseks võetakse aga antud temperatuur, siis avaldub keskmine erisoojus temperatuurivahemiku $t_1$ kuni $t_2$ jaoks tabeliandmete abil valemina

$$c_{\mathrm{m}}|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_{\mathrm{m}}|_0^{t_2} t_2 - c_{\mathrm{m}}|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} \qquad (2\text{-}145)$$

ning kehale siirduv soojushulk sama temperatuurivahemiku kohta kujul

$$q = c_{\mathrm{m}}|_0^{t_2} t_2 - c_{\mathrm{m}}|_0^{t_1} t_1 , \qquad (2\text{-}146)$$

kus $c_{\mathrm{m}}|_0^{t_2}$ ja $c_{\mathrm{m}}|_0^{t_1}$ on keskmine erisoojus vastavalt temperatuurivahemikule 0 °C kuni $t_1$ ning 0 °C kuni $t_2$.

**Tabel 2.1. Gaaside tõelised erisoojused (temperatuurivahemikus 0–1500 °C)**

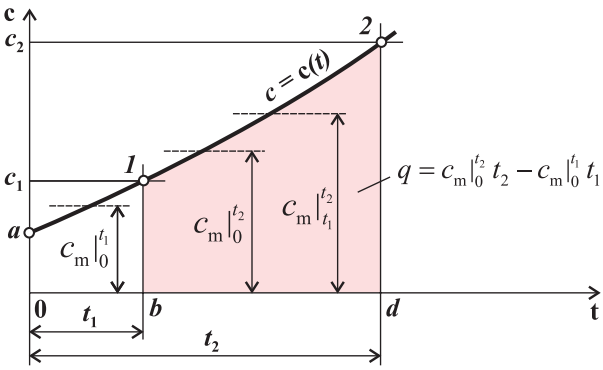
| Gaas | Masserisoojus kJ/(kg·K) | Mahterisoojus kJ/(m$^3$·K) |
|---|---|---|
| $O_2$ | $c_{\mathrm{v}} = 0{,}6603 + 2{,}130\cdot10^{-4}t$<br>$c_{\mathrm{p}} = 0{,}9203 + 2{,}130\cdot10^{-4}t$ | $c'_{\mathrm{v}} = 0{,}9429 + 3{,}154\cdot10^{-4}t$<br>$c'_{\mathrm{p}} = 1{,}3138 + 3{,}154\cdot10^{-4}t$ |
| $N_2$ | $c_{\mathrm{v}} = 0{,}7272 + 1{,}771\cdot10^{-4}t$<br>$c_{\mathrm{p}} = 1{,}0240 + 1{,}771\cdot10^{-4}t$ | $c'_{\mathrm{v}} = 0{,}9089 + 2{,}214\cdot10^{-4}t$<br>$c'_{\mathrm{p}} = 1{,}2799 + 2{,}214\cdot10^{-4}t$ |
| $CO_2$ | $c_{\mathrm{v}} = 0{,}6764 + 4{,}886\cdot10^{-4}t$<br>$c_{\mathrm{p}} = 0{,}8654 + 4{,}886\cdot10^{-4}t$ | $c'_{\mathrm{v}} = 1{,}3281 + 9{,}596\cdot10^{-4}t$<br>$c'_{\mathrm{p}} = 1{,}6990 + 9{,}596\cdot10^{-4}t$ |
| $H_2O$ | $c_{\mathrm{v}} = 1{,}3716 + 6{,}222\cdot10^{-4}t$<br>$c_{\mathrm{p}} = 1{,}8330 + 6{,}222\cdot10^{-4}t$ | $c'_{\mathrm{v}} = 1{,}1024 + 4{,}996\cdot10^{-4}t$<br>$c'_{\mathrm{p}} = 1{,}4733 + 4{,}996\cdot10^{-4}t$ |
| Õhk | $c_{\mathrm{v}} = 0{,}7088 + 1{,}860\cdot10^{-4}t$<br>$c_{\mathrm{p}} = 0{,}9956 + 1{,}860\cdot10^{-4}t$ | $c'_{\mathrm{v}} = 0{,}9157 + 2{,}402\cdot10^{-4}t$<br>$c'_{\mathrm{p}} = 1{,}2866 + 2{,}402\cdot10^{-4}t$ |

Tõelise erisoojuse temperatuurisõltuvus $c = c(t)$ ja valemiga (2-146) määratud soojushulk on graafiliselt kujutatud joonisel 2.18. Pindala □0*a2d*0 on võrdne soojushulgaga, mis suundub kehale kuumutamisel nulltemperatuurist kuni temperatuurini $t_2$, pindala □0*a1b*0 aga soojushulgaga, mis suunduks kehale kuumutamisel alates nulltemperatuurist kuni temperatuurini $t_1$. Nende pindalade vahe määrab keha kuumutamiseks tarbitud soojushulga temperatuuri tõusul $t_1$-st kuni $t_2$-ni.

Erisoojuste rõhusõltuvust (hakkab olulist mõju avaldama kõrgel rõhul) väljendavad valemid (2-117) ja (2-127). Viimaste kasutamine eeldab keha termilise olekuvõrrandi teadmist. Sagedamini määratakse erisoojuse sõltuvus rõhust selleks koostatud tabelite või diagrammide põhjal.

**Tabel 2.2. Gaaside keskmine isobaarne mahterisoojus kJ/(m$^3$·K)**

| °C | $O_2$ | $N_2$ | $CO_2$ | $H_2O$ | Kuiv õhk |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,306 | 1,295 | 1,600 | 1,494 | 1,297 |
| 100 | 1,318 | 1,296 | 1,700 | 1,505 | 1,300 |
| 200 | 1,335 | 1,300 | 1,787 | 1,522 | 1,307 |
| 300 | 1,356 | 1,307 | 1, 863 | 1,524 | 1,317 |
| 400 | 1,378 | 1,316 | 1,930 | 1,565 | 1,329 |
| 500 | 1,398 | 1,328 | 1,989 | 1,590 | 1,343 |
| 600 | 1,417 | 1,340 | 2,041 | 1,615 | 1,357 |
| 700 | 1,434 | 1,354 | 2,088 | 1,641 | 1,371 |
| 800 | 1,450 | 1,367 | 2,131 | 1,668 | 1,384 |
| 900 | 1,465 | 1,380 | 2,169 | 1,696 | 1,398 |
| 1000 | 1,478 | 1,392 | 2,204 | 1,723 | 1,410 |
| 1100 | 1,489 | 1,403 | 2,235 | 1,750 | 1,421 |
| 1200 | 1,501 | 1,414 | 2,264 | 1,777 | 1,433 |
| 1300 | 1,511 | 1,425 | 2,290 | 1,803 | 1,443 |
| 1400 | 1,520 | 1,435 | 2,314 | 1828 | 1,453 |
| 1500 | 1,529 | 1,444 | 2,335 | 1,853 | 1,462 |
| 1600 | 1,538 | 1,453 | 2,356 | 1,876 | 1,471 |
| 1700 | 1,546 | 1,461 | 2,374 | 1,900 | 1,479 |
| 1800 | 1,554 | 1,469 | 2,392 | 1,921 | 1,487 |
| 1900 | 1,562 | 1,476 | 2,407 | 1,942 | 1,494 |
| 2000 | 1,569 | 1,483 | 2,422 | 1,963 | 1,501 |
| 2100 | 1,576 | 1,489 | 2,436 | 1,982 | 1,507 |
| 2200 | 1,583 | 1,495 | 2,448 | 2,001 | 1,514 |




**Joonis 2.18. Keha erisoojuse temperatuurisõltuvus**

## 2.2.6 Entalpia

Termodünaamilise keha entalpiaks $H$ nimetatakse siseenergia ($U$) ja rõhuenergia ($pV$) summat. Entalpia põhimõõtühik on džaul (J). Entalpia antakse tavaliselt keha 1 kg kohta (erientalpia): $h = H/M$ J/kg ($M$ on keha mass).

Süsteemi entalpia on ekstensiivne suurus, keha ühiku kohta antuna aga intensiivparameeter.

Seega

$$h = u + pv. \tag{2-147}$$

Diferentseerides viimast avaldist, saame

$$\mathrm{d}h = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v + v\mathrm{d}p \tag{2-148}$$

ehk

$$\mathrm{d}u + p\mathrm{d}v = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p. \tag{2-149}$$

Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v$$

ning

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p,$$

mistõttu

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}l_{\mathrm{t}}, \tag{2-150}$$

kus $\mathrm{d}l_{\mathrm{t}}$ tähistab tehnilise töö diferentsiaali ($\mathrm{d}l_{\mathrm{t}} = -v\mathrm{d}p$).

Üldisemal juhul, kui

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}},$$

siis

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}. \tag{2-151}$$

Võrrandid (2-150) ja (2-151) on termodünaamika esimese seaduse matemaatilised avaldised entalpia ja tehnilise töö kaudu. Võrrandist (2-150) järeldub, et

$$c_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T}\right)_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-152}$$

Seega on entalpia püsirõhuline tuletis temperatuuri järgi võrdne keha isobaarse erisoojusega.

Entalpia $h$ on olekufunktsioon, s.t termodünaamilise keha entalpia muutuse termodünaamilises protsessis määrab ainult süsteemi lõpp- ja algolek. Käsitame entalpiat kui termiliste olekuparameetrite funktsiooni, siis

$$\left.\begin{aligned} h &= \mathrm{h}(T,p),\ \mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p \\ h &= \mathrm{h}(T,v),\ \mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v \\ h &= \mathrm{h}(p,v),\ \mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}v. \end{aligned}\right\} \tag{2-153}$$

Seose (2-152) kaasabil omandab esimene valem valemireas (2-153) kuju

$$\mathrm{d}h = c_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p. \tag{2-154}$$

Valemist (2-154) nähtub, et keha entalpia sõltub peale isobaarse erisoojuse veel osatuletisest $(\partial h/\partial p)_{\mathrm{T}}$, mis aga omakorda oleneb termodünaamilise keha omadustest. Osatuletise $(\partial h/\partial p)_{\mathrm{T}}$ määramiseks termiliste olekuparameetrite kaudu asetame valemitega (2-123) ja (2-121) määratud osatuletised $(\partial u/\partial T)_{\mathrm{p}}$ ja $(\partial u/\partial p)_{\mathrm{T}}$ võrrandisse (2-43):

$$\begin{aligned} \mathrm{d}q = &\left[c_{\mathrm{p}} - p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} + p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\right]\mathrm{d}T + \\ &+\left[-T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}\right]\mathrm{d}p \end{aligned} \tag{2-155}$$

ehk

$$\mathrm{d}q = c_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}p. \tag{2-156}$$

Kuna aga

$$\mathrm{d}h = \mathrm{d}q + v\mathrm{d}p,$$

siis

$$\mathrm{d}h = c_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T + \left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\right]\mathrm{d}p. \tag{2-157}$$

Ideaalgaasi puhul

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{R}}{p}$$

ning

$$\left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\right] = 0,$$

siis järelikult

$$\mathrm{d}h = c_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T \tag{2-158}$$

ning entalpia muutus süsteemi üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T\,. \tag{2-159}$$

Kuna ideaalgaasi erisoojus sõltub ainult temperatuurist, siis määrab ka entalpia üksnes temperatuur.

Entalpia kui olekufunktsiooni muutus ringprotsessis

$$\Delta h = \oint \mathrm{d}h = 0.$$

## 2.3 Entroopia arvutusvalemid

Entroopiat ei ole võimalik otseselt mõõta. Küll on aga võimalik entroopiat etteantud tingimustel ja vajalike andmete olemasolul arvutada. Vaatleme entroopia arvutusvalemeid ja nende tuletamist ning esitame lisaks mõned entroopia arvutusvalemitest tulenevad järeldused.

Vastavalt valemitele (2-38) ja (2-50)

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}s &= \frac{1}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\mathrm{d}T + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right]\mathrm{d}v\\ \mathrm{d}s &= \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}\mathrm{d}v.\end{aligned}\right\} \tag{2-160}$$

Esitatud võrrandite võrdlemisest järeldub, et

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial \mathrm{s}}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} &= \frac{1}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\\ \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} &= \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right].\end{aligned}\right\} \tag{2-161}$$

Diferentseerime esimest võrrandit erimahu ning teist võrrandit temperatuuri järgi:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 s}{\partial T\partial v} &= \frac{1}{T}\frac{\partial^2 u}{\partial T\partial v}\\ \frac{\partial^2 s}{\partial T\partial v} &= \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial v\partial T}+\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\right]-\frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}+p\right].\end{aligned}\right\} \tag{2-162}$$

Võrrandite (2-162) võrdsustamisest tuleneb

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} - p. \tag{2-163}$$

Võttes arvestades, et

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = c_{\mathrm{v}},$$

asetame avaldisega (2-163) määratud osatuletise esimesse võrrandisse (2-160):

$$\mathrm{d}s = \frac{c_{\mathrm{v}}}{T}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\mathrm{d}v. \tag{2-164}$$

Viimane avaldis on entroopia arvutamise põhivõrrand, kui sõltumatud muutujad on temperatuur ja erimaht.

Võrrandist (2-164) järeldub, et

$$c_{\mathrm{v}} = -T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{s}} \tag{2-165}$$

ja

$$c_{\mathrm{v}} = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-166}$$

Termodünaamika esimese seaduse ja valemirea (2-153) esimese võrrandi alusel

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T + \left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} - v\right]\mathrm{d}p \tag{2-167}$$

ning

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\mathrm{d}T + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} - v\right]\mathrm{d}p. \tag{2-168}$$

Arvestades esimest seost valemireas (2-153) ning kasutades eespool esitatud mõttekäiku, saame

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} + v \tag{2-169}$$

ning

$$\mathrm{d}s = \frac{c_{\mathrm{p}}}{T}\mathrm{d}T - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\mathrm{d}p. \tag{2-170}$$

Avaldis (2-170) on entroopia arvutamise põhivõrrand, kui sõltumatud muutujad on temperatuur ja rõhk. Ilmselt

$$c_{\mathrm{p}} = T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{s}}. \tag{2-171}$$

Samuti

$$c_{\mathrm{p}} = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-172}$$

Kuna valemi (1-65) põhjal

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = -\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}},$$

siis järeldub seostest (2-165) ja (2-171) ning (2-166) ja (2-172) erisoojuste suhte määramise valem

$$k = \frac{c_{\mathrm{p}}}{c_{\mathrm{v}}} = \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}} = \frac{\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}}{\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}}. \tag{2-173}$$

Võrranditest (2-164) ja (2-170) on tuletatavad entroopia muutuse arvutusvalemid termodünaamilise keha üleminekul algolekust lõppolekusse. Ideaalgaasi korral

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{R}}{v}$$

ning võrrandi (2-164) põhjal

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{\mathrm{v}}}{T}\mathrm{d}T + \int_{v_1}^{v_2} \frac{\mathrm{R}}{v}\mathrm{d}v. \tag{2-174}$$

Lugedes erisoojuse temperatuurist sõltumatuks, saame pärast integreerimist

$$\Delta s = c_{\mathrm{v}} \ln\frac{T_2}{T_1} + \mathrm{R}\ln\frac{v_2}{v_1}. \tag{2-175}$$

Asetame

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{R}}{p}$$

võrrandisse (2-170):

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{\mathrm{p}}}{T}\mathrm{d}T - \int_{p_1}^{p_2} \frac{\mathrm{R}}{p}\mathrm{d}p \tag{2-176}$$

ning $c_{\mathrm{p}} = konst$ korral

$$\Delta s = c_{\mathrm{p}} \ln \frac{T_2}{T_1} - \mathrm{R} \ln \frac{p_2}{p_1}. \qquad (2\text{-}177)$$

Kuna ideaalgaasi jaoks

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1},$$

saame avaldisest (2-177) entroopia muutuse arvutusvalemi termodünaamilise keha rõhu ja erimahu kaudu:

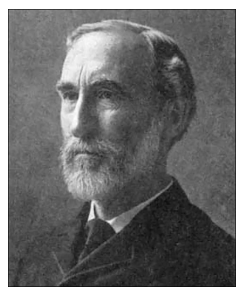
$$\Delta s = c_{\mathrm{v}} \ln \frac{p_2}{p_1} + c_{\mathrm{p}} \ln \frac{v_2}{v_1}. \qquad (2\text{-}178)$$

## 2.4 Termodünaamilised potentsiaalid

### 2.4.1 Termodünaamiliste potentsiaalide mõiste

Termodünaamiliste potentsiaalide ehk termodünaamilise süsteemi karakteersete funktsioonide mõiste võttis kasutusele W. Gibbs.

Termodünaamilistel potentsiaalidel põhinev meetod on analüütiline ning tugineb termodünaamika põhivõrrandile (2-59). Meetod on osutunud võimsaks matemaatiliseks vahendiks termodünaamiliste nähtuste kirjeldamisel ja analüüsil.



**Josiah Willard Gibbs** (11.02.1839 New Haven, Connecticut – 28.04. 1903 New Haven), USA matemaatik, füüsikateoreetik, keemik. Füüsikalise keemia rajajaid. Õppis 1854–1858 Yale'i kolledžis, seejärel füüsikat ja keemiat Yale'i ülikoolis. Siirdus 1866 Euroopasse, kus õppis ning tutvus Pariisis, Berliinis ja Heidelbergis Kirchhoffi ja Helmholtzi teadustegevusega. Naasis 1869 USA-sse ja alates 1871 oli matemaatilise füüsika professor Yale'i ülikoolis, kuhu jäi elu lõpuni.

Matemaatikas oli tema huviobjektiks vektoranalüüs ja perioodiliste funktsioonide teooria. Peamised teadusuuringud hõlmasid statistilist mehaanikat, füüsikalist keemiat ja keemilist termodünaamikat.

Esitas ***keemilise potentsiaali*** ja ***vabaenergia kontseptsiooni***, rajas termodünaamilise süsteemi tasakaaluõpetuse, esitades nn faaside reegli (***Gibbsi faaside reegel***). Analüüsis keerulisi keemiasüsteeme (1876–1878). Keemiliste reaktsioonide termodünaamilise arvutuse põhivõrrandi kaaskoostaja (***Gibbsi-Helmholtzi võrrand***). Tegeles ka optikaga, arendades uut valguse elektrilist teooriat. Uurimusi veel kristallograafias ning taevakehade orbiitide arvutamises.

Termodünaamiliste potentsiaalide meetodi aluseks on termodünaamika põhivõrrandist järelduvad süsteemi seisundit iseloomustavad olekufunktsioonid ehk kitsamalt termodünaamilised potentsiaalid. Termodünaamilist süsteemi iseloomustava potentsiaali kaudu on analüütiliselt määratavad kõik tema termilised ja energeetilised parameetrid. Vastava termodünaamilise potentsiaali vähenemine antud termodünaamilises protsessis on võrdne süsteemile mõjuvate jõudude tööga. Termodünaamilise potentsiaali omadusi on veel see, et tema ekstreem-

väärtus määrab süsteemi tasakaalutingimused antud potentsiaalile omastel sõltumatutel olekuparameetritel.

Allpool käsitleme termodünaamilist süsteemi (keha) iseloomustavaid potentsiaale aktiivsete suurustena, antuna keha massiühiku kohta.

### 2.4.2 Isohoorne termodünaamiline potentsiaal

Isohoorseks termodünaamiliseks ehk Helmholtzi potentsiaaliks või ka Helmholtzi funktsiooniks ehk Helmholtzi vabaenergiaks nimetatakse suurust

$$F = u - Ts\,, \tag{2-179}$$

kus $u$ – siseenergia, $T$ – absoluutne temperatuur, $s$ – entroopia.

Isohoorse termodünaamilise potentsiaali põhimõõtühik on J/kg.

Diferentseerides avaldist (2-179), saame

$$\mathrm{d}F = \mathrm{d}u - T\mathrm{d}s - s\mathrm{d}T\,. \tag{2-180}$$

Kui süsteemile ei mõju teisi jõude peale mehaaniliste, siis vastavalt võrrandile (2-58)

$$\mathrm{d}u = T\mathrm{d}s - \mathrm{d}l = T\mathrm{d}s - p\mathrm{d}v$$

ning

$$\mathrm{d}F = -s\mathrm{d}T - \mathrm{d}l = -s\mathrm{d}T - p\mathrm{d}v\,. \tag{2-181}$$

Viimasest avaldisest järeldub, et püsitemperatuuril $\mathrm{d}l = -\mathrm{d}F$ ja $l = F_1 - F_2$. Seega võrdub mehaaniline töö tagastatavas isotermses termodünaamilises protsessis süsteemi isohoorse termodünaamilise potentsiaali vähenemisega. Tagastamatu isotermse protsessi korral $l < F_1 - F_2$. Vahet $\Delta F = F_1 - F_2$ nimetatakse maksimaalseks isotermseks mehaaniliseks tööks.

Kui süsteemile mõjuvad peale mehaaniliste veel mittemehaanilised jõud, siis liites võrrandi

$$s\mathrm{d}T = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v + \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}$$

mõlemale poolele liikme $\mathrm{d}(-Ts)$ ja arvestades avaldist (2-180), saame

$$\mathrm{d}F = -s\mathrm{d}T - p\mathrm{d}v - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}\,. \tag{2-182}$$

Viimasest võrrandist nähtub, et süsteemis toimuvate isotermsete-isohoorsete protsesside korral on isohoorse termodünaamilise potentsiaali vähenemine ekvivalentne mittemehaaniliste jõudude poolt tehtava tööga:

$$\sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = -(\mathrm{d}F)_{\mathrm{v,T}}\,.$$

Isohoorse termodünaamilise potentsiaali korral iseloomustavad süsteemi sõltumatud parameetrid temperatuur ja erimaht. Vastavalt sellele

$$F = \mathrm{F}(T, v),\ \mathrm{d}F = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v. \tag{2-183}$$

Võrrandist (2-181) järeldub, et

$$s = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \tag{2-184}$$

ja

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{2-185}$$

Valemi (2-184) põhjal isotermse protsessi maksimaalne mehaaniline töö

$$l = F_1 - F_2 = (u_1 - u_2) - T(s_1 - s_2) = (u_1 - u_2) + T\frac{\partial}{\partial T}(F_1 - F_2)_{\mathrm{v}} \tag{2-186}$$

ehk

$$l = -\Delta u + T\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-187}$$

Kui isohoorse termodünaamilise potentsiaali esimese tuletise kaudu on määratavad süsteemi entroopia ja rõhk, siis teise tuletise abil avalduvad isohoorne erisoojus ja isotermne kokkusurutavustegur. Diferentseerides avaldist (2-184) temperatuuri järgi ning arvestades valemit (2-166), saame

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = -\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{v}} = \frac{c_{\mathrm{v}}}{T} \tag{2-188}$$

ehk

$$\mathrm{c}_{\mathrm{v}} = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-189}$$

Valemist (2-185) tuleneb, et

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = -\left(\frac{\partial^2 F}{\partial v^2}\right)_{\mathrm{T}}$$

ning isotermne kokkusurutavustegur (valem (1-68)) avaldub kujul

$$\chi = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = \frac{1}{v\left(\frac{\partial^2 F}{\partial v^2}\right)_{\mathrm{T}}}. \tag{2-190}$$

Avaldiste (2-184) ja (2-185) diferentseerimisest tuleneb, et

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial v} = -\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}$$

ja

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial v} = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}.$$

Järelikult

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-191}$$

Kui arvestada valemit (2-184), siis siseenergia

$$u = F + Ts = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-192}$$

Viimati saadud valemit võib kasutada isohoorse termodünaamilise potentsiaali arvutamiseks siseenergia kaudu. Selleks anname võrrandile (2-192) kuju

$$\frac{u}{T^2} = \frac{F}{T^2} - \frac{1}{T}\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = -\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{F}{T}\right)_{\mathrm{v}}, \tag{2-193}$$

millest

$$\frac{F}{T} = -\int \frac{u}{T^2}\,dT + konst \tag{2-194}$$

ehk

$$F = -T\int \frac{u}{T^2}\,dT + konst. \tag{2-195}$$

Entalpia avaldub isohoorse termodünaamilise potentsiaali kaudu:

$$h = u + pv = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} - v\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{2-196}$$

### 2.4.3 Isobaarne termodünaamiline potentsiaal

Isobaarseks termodünaamiliseks ehk Gibbsi potentsiaaliks, Gibbsi funktsiooniks või Gibbsi vabaenergiaks nimetatakse suurust

$$\Phi = h - Ts. \tag{2-197}$$

Diferentseerides avaldist (2-197), saame

$$\mathrm{d}\Phi = \mathrm{d}h - T\mathrm{d}s - s\mathrm{d}T. \tag{2-198}$$

Kui süsteemis ei mõju teisi jõude peale mehaaniliste, siis

$$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p$$

ning

$$\mathrm{d}\Phi = -s\mathrm{d}T + v\mathrm{d}p. \tag{2-199}$$

Viimasest võrrandist järeldub, et püsitemperatuuril

$$\mathrm{d}l_\mathrm{t} = -\mathrm{d}\Phi$$

ja

$$l_\mathrm{t} = \Phi_1 - \Phi_2 .$$

Seega on tehniline töö tagastatavas isotermses protsessis võrdne süsteemi isobaarse termodünaamilise potentsiaali vähenemisega. Tagastamatu isotermse protsessi puhul

$$l_\mathrm{t} < \Phi_1 - \Phi_2 .$$

Järelikult määrab vahe

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$$

isotermses protsessis tehtava maksimaalse tehnilise töö.

Kui süsteemile mõjuvad peale mehaaniliste ka mittemehaanilised jõud, siis

$$\mathrm{d}\Phi = -s\,\mathrm{d}T + v\,\mathrm{d}p - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_\mathrm{i}\mathrm{d}x_\mathrm{i} . \tag{2-200}$$

Viimasest võrrandist nähtub, et süsteemis toimuvate isotermsete-isobaarsete protsesside korral on isobaarse termodünaamilise potentsiaali vähenemine võrdne mittemehaaniliste jõudude tehtava tööga:

$$\sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_i\mathrm{d}x_\mathrm{i} = -(\mathrm{d}\Phi)_{\mathrm{T,\,p}} .$$

Isobaarse termodünaamilise potentsiaali korral on süsteemi iseloomustavad sõltumatud parameetrid temperatuur ja rõhk. Vastavalt

$$\Phi = \Phi(T, p),\ \mathrm{d}\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial T}\right)_\mathrm{p}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial p}\right)_\mathrm{T}\mathrm{d}p . \tag{2-201}$$

Võrrandist (2-199) järeldub, et

$$s = -\left(\frac{\partial\Phi}{\partial T}\right)_\mathrm{p} \tag{2-202}$$

ja

$$v = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial p}\right)_\mathrm{T} . \tag{2-203}$$

Valemi (2-202) kohaselt avaldub isotermse protsessi maksimaalne tehniline töö

$$\begin{aligned} l_\mathrm{t} &= \Phi_1 - \Phi_2 = (h_1 - h_2) - T(s_1 - s_2) = \\ &= (h_1 - h_2) + T\frac{\partial}{\partial T}(\Phi_1 - \Phi_2)_\mathrm{p} \end{aligned} \tag{2-204}$$

ehk

$$l_{\mathrm{t}} = -\Delta h + T\left(\frac{\partial l_{\mathrm{t}}}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-205}$$

Võrrandid (2-187) ja (2-205) kannavad Gibbsi-Helmholtzi võrrandite nime.

Diferentseerides avaldist (2-202) temperatuuri järgi püsival rõhul ja arvestades seda, et

$c_{\mathrm{p}} = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}$ (valem (2-172)),

saame

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = -\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{c_{\mathrm{p}}}{T} \tag{2-206}$$

ehk

$$c_{\mathrm{p}} = -T\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-207}$$

Valemi (2-203) põhjal

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p^2}\right)_{\mathrm{T}} \tag{2-208}$$

ning isotermse kokkusurutavusteguri avaldis võtab kuju

$$\chi = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p^2}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{2-209}$$

Avaldiste (2-202) ja (2-203) diferentseerimisest järeldub, et

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p \partial T} = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}$$

ja

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p \partial T} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}.$$

Järelikult

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-210}$$

Kui arvestada valemit (2-202), siis entalpia

$$h = \Phi + Ts = \Phi - T\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{2-211}$$

Samalaadselt eespool toodud teisendustega

$$\Phi = -T\int \frac{h}{T^2}\,\mathrm{d}T + konst. \tag{2-212}$$

Siseenergia avaldub isobaarse termodünaamilise potentsiaali kaudu:

$$u = h - pv = \Phi - T\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - p\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{2-213}$$

### 2.4.4 Siseenergia termodünaamilise potentsiaalina

Siseenergia on termodünaamilise süsteemi (keha) potentsiaaliks juhul, kui sõltumatud parameetrid on entroopia ja erimaht.

Lähtume termodünaamika põhivõrrandist

$$\mathrm{d}u = T\mathrm{d}s - p\mathrm{d}v = T\mathrm{d}s - \mathrm{d}l, \tag{2-214}$$

millest järeldub, et isoentroopses protsessis

$$\mathrm{d}l = -\mathrm{d}u$$

ja

$$l = u_1 - u_2.$$

Niisiis teeb adiabaatne süsteem termodünaamilises protsessis mehaanilist tööd süsteemi siseenergia vähenemise arvel. Tagastamatu adiabaatse protsessi korral

$$l < u_1 - u_2.$$

Seega määrab vahe

$$\Delta u = u_1 - u_2$$

adiabaatse protsessi maksimaalse mehaanilise töö.

Kui süsteemile mõjuvad peale mehaaniliste ka veel mittemehaanilised jõud, siis sellises süsteemis toimuvate isoentroopsete-isohoorsete protsesside korral on siseenergia vähenemine võrdne mittemehaaniliste jõudude tööga:

$$\sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = -(\mathrm{d}u)_{\mathrm{s,v}}.$$

Võrrandist (2-214)

$$T = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} \tag{2-215}$$

ja

$$p = -\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}. \tag{2-216}$$

Diferentseerides avaldist (2-215), saame

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{v}} = \frac{T}{c_{\mathrm{v}}} \tag{2-217}$$

ehk isohoorne erisoojus

$$c_{\mathrm{v}} = \frac{T}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{v}}} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}}}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{v}}}. \tag{2-218}$$

Valemite (2-215) ja (2-216) alusel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} = \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial v}$$

ja

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} = -\frac{\partial^2 u}{\partial s \partial v}$$

ning

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}}. \tag{2-219}$$

Entalpia

$$h = u + pv = u - v\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}. \tag{2-220}$$

Vaatleme ühe võimaliku näitena saadud matemaatiliste seoste rakendamist ideaalgaasile.

Ideaalgaasi korral siseenergia

$$u = c_{\mathrm{v}} T + u_0,$$

kus $u_0$ – siseenergia väärtus temperatuuril $T_0$.

Esitatud siseenergia avaldis ei väljenda termodünaamilist potentsiaali, sest ta ei kajasta $u$ sõltuvust entroopiast ja erimahust. Tuletamaks funktsiooni $u = \mathrm{u}(s, v)$ avaldame valemist (2-175) temperatuuri

$$T = T_0 \exp\left[\frac{(s - s_0) - \mathrm{R} \ln \frac{v}{v_0}}{c_{\mathrm{v}}}\right]$$

ja asetame selle siseenergia avaldisse

$$u = \mathrm{u}(s,v) = c_\mathrm{v} T_0 \exp\left[\frac{(s-s_0) - \mathrm{R}\ln\dfrac{v}{v_0}}{c_\mathrm{v}}\right] + u_0\,,$$

kus $T_0$ ja $v_0$ vastavad $s_0$ ja $u_0$ väärtustele.

Valemite (2-215) ja (2-216) põhjal

$$T = \left(\frac{\partial u}{\partial \mathrm{s}}\right)_\mathrm{v} = c_\mathrm{v} T_0 \exp\left[\frac{(s-s_0) - \mathrm{R}\ln\dfrac{v}{v_0}}{c_\mathrm{v}}\right]$$

ja

$$p = -\left(\frac{\partial u}{\partial \mathrm{v}}\right)_\mathrm{s} = c_\mathrm{v} T_0 \frac{\mathrm{R}}{v} \exp\left[\frac{(s-s_0) - \mathrm{R}\ln\dfrac{v}{v_0}}{c_\mathrm{v}}\right].$$

Jagades esimese avaldise teisega, saame

$$\frac{T}{p} = \frac{v}{\mathrm{R}}$$

ehk

$$pv = \mathrm{R}T.$$

Seega on funktsiooni $u = \mathrm{u}(s, v)$ kaudu järeldatav termodünaamilise keha termiline olekuvõrrand. Analoogiliselt tooduga võime saada ka avaldised isohoorse ja isobaarse termodünaamilise potentsiaali ja entalpia jaoks.

### 2.4.5 Entalpia termodünaamilise potentsiaalina

Entalpia on termodünaamiline potentsiaal, kui sõltumatuteks muutujateks on entroopia ja rõhk.

Lähtume võrrandist

$$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p = T\mathrm{d}s - \mathrm{d}l_\mathrm{t}\,. \qquad (2\text{-}221)$$

Siit järeldub, et isoentroopses protsessis

$$\mathrm{d}l_\mathrm{t} = -\mathrm{d}h$$

ja

$$l_\mathrm{t} = h_1 - h_2.$$

Seega tehakse isoentroopses termodünaamilises protsessis tehniline töö süsteemi entalpia vähenemise arvel. Tagastamatu adiabaatse protsessi korral

$$l_\mathrm{t} < h_1 - h_2\,.$$

Vahe

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

määrab adiabaatse protsessi maksimaalse tehnilise töö. Kui süsteemile mõjuvad lisaks mehaanilistele jõududele veel mittemehaanilised jõud, siis võrrandi (2-151) kohaselt

$$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p \; - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} \,. \tag{2-222}$$

Seega on mittemehaaniliste jõudude töö tagastatavas isoentroopses-isobaarses protsessis võrdne süsteemi entalpia vähenemisega:

$$\sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = -(\mathrm{d}h)_{\mathrm{s,p}} \,.$$

Võrrandi (2-221) põhjal

$$T = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} \tag{2-223}$$

ja

$$v = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{s}} \,. \tag{2-224}$$

Isobaarse erisoojuse määramiseks diferentseerime avaldist (2-223) entroopia järgi:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{T}{c_{\mathrm{p}}},$$

millest

$$c_{\mathrm{p}} = \frac{T}{\left(\frac{\partial^2 h}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{p}}} = \frac{\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}}}{\left(\frac{\partial^2 h}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{p}}}. \tag{2-225}$$

Valemite (2-223) ja (2-224) alusel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\mathrm{s}} = \frac{\partial^2 h}{\partial s \partial p}$$

ja

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{\partial^2 h}{\partial s \partial p}$$

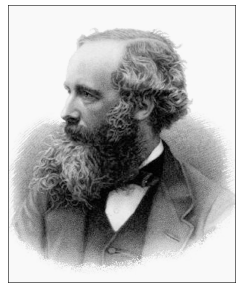
ning

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\mathrm{s}} = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} \,. \tag{2-226}$$

Siseenergia

$$u = h - pv = h - p\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{s}} . \tag{2-227}$$

Termodünaamiliste potentsiaalide $F, \Phi$, $u$ ja $h$ põhiomadused kokkuvõtlikul kujul leiab tabelist 2.3



**James Clerk Maxwell** (13.06.1831 Edinburgh – 5.11.1879 Cambridge), šoti füüsik ja matemaatik, elektromagnetvälja teooria rajaja. Maxwelli tähtsaimaid saavutusi on elektromagnetismi ühtse teooria põhivõrrandite koostamine.

Oli 14-aastane, kui tema geomeetriasisuline töö loeti ette Edinburghi Kuningliku Seltsi liikmeile. Õppis Edinburghi ja Cambridge'i ülikoolis. 25-aastasena sai Aberdeeni Marischali kolledži professoriks. Teaduslikult tulemusrikkaimad olid aastad 1860–1865 Londoni King's College'is. 1871 sai esimeseks eksperimentaalfüüsika professoriks Cambridge'i ülikoolis, kus pühendus elektri ja magnetismi uurimisele. Tema osalusel rajati kuulus Cavendishi laboratoorium.

***Maxwelli võrrandite*** nime kannavad seosed termodünaamiliste olekuparameetrite vahel. Arendas ka ***Maxwelli jaotuse***, statistilise vahendi kirjeldamaks gaaside kineetilist teooriat. Tuli välja seisukohaga, et valgus kujutab endast ülikiireid laineid (neid hakati nimetama elektromagnetlaineteks). Tõestas oma leidu ka matemaatiliselt. Ühtlasi eeldas ettenägelikult, et on olemas veel teist laadi laineid, millel on valguslainetest erinev pikkus. Maxwelli avastused rajasid tee relatiivsusteooriale ja kvantmehaanikale.

## 2.4.6 Termodünaamilise potentsiaali mõiste üldistamine

Kui termodünaamilises süsteemis toimivad nii mehaanilised kui ka mittemehaanilised jõud, tuleb süsteemi iseloomustavate termodünaamiliste potentsiaalide leidmiseks lähtuda järgmistest võrranditest:

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{d}u &= T\mathrm{d}s - p\mathrm{d}v - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} \\
\mathrm{d}h &= T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} \\
\mathrm{d}F &= -s\mathrm{d}T - p\mathrm{d}v - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} \\
\mathrm{d}\Phi &= -s\mathrm{d}T + v\mathrm{d}p - \sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} .
\end{aligned}\right\} \tag{2-228}$$

**Tabel 2.3. Termodünaamiliste potentsiaalide $F$, $\Phi$, $u$ ja $h$ põhiomadused**

| Potentsiaal | Sõltumatud muutujad | Rõhk $p$ | Erimaht $v$ | Temperatuur $T$ | Entroopia $s$ | Erisoojus $c$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $F$ | $T, v$ | $-\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_T$ | – | – | $-\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v$ | $c_v = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_v$ |
| $\Phi$ | $T, p$ | – | $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_T$ | – | $-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_p$ | $c_p = -T\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}\right)_p$ |
| $u$ | $v, s$ | $-\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s$ | – | $\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v$ | – | $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v \Big/ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_v$ |
| $h$ | $p, s$ | – | $\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s$ | $\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p$ | – | $c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p \Big/ \left(\frac{\partial^2 h}{\partial s^2}\right)_p$ |

**Tabeli 2.3 (järg)**

| Potentsiaal | Isobaarne potentsiaal $\Phi$ | Siseenergia $u$ | Entalpia $h$ | Isohoorne potentsiaal $F$ |
|---|---|---|---|---|
| $F$ | $F - v\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_T$ | $F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v$ | $F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v - v\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_T$ | – |
| $\Phi$ | – | $\Phi - T\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_T$ | $\Phi - T\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_p$ | $\Phi - p\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_T$ |
| $u$ | $u - v\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s - s\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v$ | – | $u - v\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s$ | $u - s\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v$ |
| $h$ | $h - s\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p$ | $h - p\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s$ | – | $h - p\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s - s\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p$ |

Võrranditest (2-228) järgneb, et

$$
\left.
\begin{aligned}
T &= \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_{\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} \\
p &= -\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} = -\left(\frac{\partial F}{\partial s}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} \\
v &= \left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} \\
s &= -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_{\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_3,\ldots} \\
X_2 &= -\left(\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{v},\mathrm{x}_3,\ldots} = -\left(\frac{\partial h}{\partial x_2}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{p},\mathrm{x}_3,\ldots} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{v},\mathrm{x}_3,\ldots} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{p},\mathrm{x}_3,\ldots} \\
X_3 &= -\left(\frac{\partial u}{\partial x_3}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_4,\ldots} = -\left(\frac{\partial h}{\partial x_3}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_4,\ldots} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x_3}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_4,\ldots} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_3}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\mathrm{x}_4,\ldots} \\
&\ldots \\
X_\mathrm{n} &= -\left(\frac{\partial u}{\partial x_\mathrm{n}}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\ldots} = -\left(\frac{\partial h}{\partial x_\mathrm{n}}\right)_{\mathrm{s},\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\ldots} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x_\mathrm{n}}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{v},\mathrm{x}_2,\ldots} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_\mathrm{n}}\right)_{\mathrm{T},\mathrm{p},\mathrm{x}_2,\ldots}.
\end{aligned}
\right\} \quad (2\text{-}229)
$$

Siin $x_1 \equiv v$ ja $X_1 \equiv p$.

Termodünaamilist süsteemi iseloomustavate potentsiaalide $F$, $\Phi$, $u$ ja $h$ kõrval on võimalik kasutada veel mitmeid süsteemi kirjeldavaid karakteristlikke funktsioone. Neid saadakse järgmiselt. Liidame näiteks valemirea (2-228) viimase võrrandi paremale ja vasemale poolele liikme $\mathrm{d}(X_2 x_2)$:

$$\mathrm{d}(\Phi + X_2 x_2) = -s\mathrm{d}T + v\mathrm{d}p - \sum_{\mathrm{i}=3}^{\mathrm{n}} X_\mathrm{i}\mathrm{d}x_\mathrm{i} + \mathrm{d}(X_2 x_2). \qquad (2\text{-}230)$$

Tähistame

$$\Omega_2 = \Phi + X_2 x_2,$$

siis on suurus $\Omega_2$ süsteemi termodünaamiliseks potentsiaaliks. Näiteks

$$\left.\begin{aligned} s &= -\left(\frac{\partial \Omega_2}{\partial T}\right)_{\mathrm{p,X_2,x_3,...}} \\ v &= \left(\frac{\partial \Omega_2}{\partial p}\right)_{\mathrm{T,X_2,x_3,...}} \\ x_2 &= \left(\frac{\partial \Omega_2}{\partial X_2}\right)_{\mathrm{T,p,x_3,...}} \\ X_3 &= -\left(\frac{\partial \Omega_2}{\partial x_3}\right)_{\mathrm{T,p,X_3,...}}. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}231)$$

## 2.5 Maxwelli võrrandid

Kui

$$\sum_{\mathrm{i}=2}^{\mathrm{n}} X_{\mathrm{i}}\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = 0,$$

siis järeldub termodünaamika põhivõrrandist, et

$$\mathrm{d}u = T\mathrm{d}s - p\mathrm{d}v. \qquad (2\text{-}232)$$

Tähistagu $\xi$ ja $\varphi$ tinglikult muutujaid, mille all mõistame suvalist paari suurustest *p, v, T* ja *s*. Sellisel juhul tuleneb võrrandist (2-232), et

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\varphi} &= T\left(\frac{\partial s}{\partial \xi}\right)_{\varphi} - p\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)_{\varphi} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right)_{\xi} &= T\left(\frac{\partial s}{\partial \varphi}\right)_{\xi} - p\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)_{\xi}. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}233)$$

Diferentseerides võrrandeid (2-233) $\varphi$ ja $\xi$ järgi, saame

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} &= \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)_{\xi}\left(\frac{\partial s}{\partial \xi}\right)_{\varphi} + T\frac{\partial^2 s}{\partial \xi \partial \varphi} - \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{\xi}\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)_{\varphi} - p\frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi \partial \xi} &= \left(\frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_{\varphi}\left(\frac{\partial s}{\partial \varphi}\right)_{\xi} + T\frac{\partial^2 s}{\partial \xi \partial \varphi} - \left(\frac{\partial p}{\partial \xi}\right)_{\varphi}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)_{\xi} - p\frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \varphi}. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}234)$$

Kuna $\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi \partial \xi}$, siis

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)_{\xi}\left(\frac{\partial s}{\partial \xi}\right)_{\varphi} - \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{\xi}\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)_{\varphi} = \left(\frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_{\varphi}\left(\frac{\partial s}{\partial \varphi}\right)_{\xi} - \left(\frac{\partial p}{\partial \xi}\right)_{\varphi}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)_{\xi}. \qquad (2\text{-}235)$$

Asendame $\xi = T$ ja $\varphi = v$, siis

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} - \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial v}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}. \qquad (2\text{-}236)$$

Samuti

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = 0$$

ja

$$\left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = \left(\frac{\partial v}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}},$$

seega

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}. \qquad (2\text{-}237)$$

Samal moel saame ka seosed

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}, \qquad (2\text{-}238)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{s}} = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{v}}, \qquad (2\text{-}239)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\mathrm{s}}. \qquad (2\text{-}240)$$

Valemid (2-237)–(2-240) kannavad Maxwelli võrrandite nime.

## 2.6 Nernsti soojusteoreem

Nernsti soojusteoreem ehk termodünaamika kolmas seadus iseloomustab aine omadusi absoluutse nulli lähedasel temperatuuril ($T \to 0$). Selles temperatuuripiirkonnas on kõik ained normaalrõhul tahkes kondenseerunud olekus, välja arvatud heelium II, mis jääb vedelikuks kuni 0 K. Heelium võib esineda ka tahkisena, kuid kõrgemal rõhul. See teoreem ei ole järeldatav termodünaamika esimesest ja teisest seadusest, vaid tal on iseseisev tähendus.

Termodünaamika teisest seadusest tuleneb entroopia mõiste ja avaldis $\mathrm{d}q/T$, kuid seadus ei võimalda määrata entroopia absoluutväärtust 0 K juures ega leida integreerimiskonstanti $s_0$. Samuti ei luba termodünaamika esimene ja teine seadus määrata siseenergia, entalpia jm suuruste absoluutväärtusi ega leida konstante $u_0$, $h_0$ jt. Kõike seda võimaldab termodünaamika kolmas seadus.

W. Nernst, uurides ainete käitumist ülimadalatel temperatuuridel, tuli järeldusele, et temperatuuri lähenemisel absoluutsele nullile väheneb Gibbsi-Helmholtzi võrrandiga (2-187) määratud vahe

$$\Delta F - \Delta u = T\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}}$$

kiiremini kui lineaarse seaduse järgi. Selline muutus on võimalik ainult siis, kui $T \to 0$ korral tuletis

$$T\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \to 0.$$

Seega termodünaamilises tasakaalus olevas süsteemis, kus $T \to 0$, lakkab ka Helmholtzi potentsiaali muutus olenemast temperatuurist:

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = 0. \qquad (2\text{-}241)$$

Kui

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} = 0,$$

siis ka

$$\Delta F = \Delta u \left(T \to 0\,\text{korral}\right).$$

Suuruste $\Delta F$ ja $\Delta u$ absoluutsele nulltemperatuurile lähenemise iseloom on kujutatud joonisel 2.19. Joonte $\Delta F$ ja $\Delta u$ ühine puutuja kohas $T = 0$ on temperatuuriteljega paralleelne sirge.

Et

$$s = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\mathrm{v}} \text{ (valem (2-184))},$$

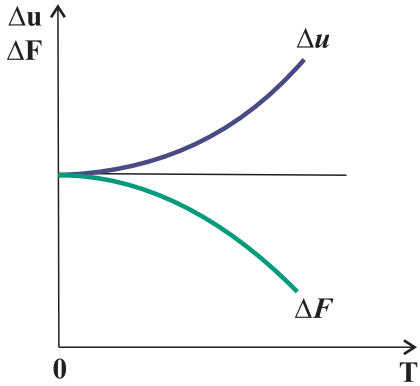
siis ka

$$\lim_{T\to 0} \Delta s = 0.$$



**Walther Hermann Nernst** (25.06.1864 Briesen, Preisimaa – 18.11.1941 Zibelle, Saksamaa), saksa füüsik ja füsikokeemik, keemilise afiinsuse teooria loojaid. Õppis Zürichi, Berliini, Grazi ülikoolis füüsikat ja matemaatikat. Doktorikraad Würzburgi ülikoolist. Assistent Leipzigi ülikoolis, professor Göttingeni ja Berliini ülikoolis. Viimastes asutas füüsikalise keemia instituudi. Nobeli keemiapreemia 1920. Peamine töövaldkond elektrokeemia. Uuris muu hulgas potentsiaalide tekkemehhanismi. Termodünaamikas süvendas termodünaamiliste potentsiaalide mõisteid (nt Gibbsi vabaenergia).

Kirjeldas 1905 matemaatiliselt aine käitumist absoluutse nulltemperatuuri lähipiirkonnas, tõestades ühtlasi nulltemperatuuri saavutamatust (***Nernsti soojusteoreem***), mis on termodünaamika kolmanda seaduse sisuks.




**Joonis 2.19. Δ*u* ja Δ*F* sõltuvus temperatuurist 0 K piirkonnas**

Järelikult toimuvad termodünaamilises süsteemis asetleidvad protsessid absoluutsele nullile lähedastel temperatuuridel isoentroopsetes tingimustes. Entroopia läheneb püsiväärtusele ning lakkab olemast olekufunktsioon, mistõttu

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial \mathrm{s}}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = \lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial \mathrm{s}}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = 0. \qquad (2\text{-}242)$$

Siit tuleneb, et $T \to 0$ korral ei ole võimalik süsteemi olekut välismõjutustega muuta. Näiteks rõhu muutudes entroopia väärtus ei muutu.

Kui viimast tulemust võib vaadelda nullisotermi ühtimisena adiabaadiga, siis M. Plancki väitel ühtib nullisoterm ($T = 0$ korral) ka nulladiabaadiga. Niisugusel kujul tuntaksegi Nernsti soojusteoreemi ehk termodünaamika kolmandat seadust. Selline entroopia käitumine on seotud reaalsete ainete kvantolemusega. Absoluutsel nulltemperatuuril võib tasakaalus oleval süsteemil olla ainult minimaalne energia. Süsteemi sellise oleku termodünaamiline tõenäosus $W = 1$ ning Boltzmanni valemi $S = \mathrm{k}\ \ln W$ põhjal ka $S = 0$.

Üksikasjalised uurimused Nernsti soojusteoreemi kehtivuse piiridest näitavad, et absoluutse nulltemperatuuri lähikonnas võrdub süsteemi entroopia nulliga ainult siis, kui aineosakesed on orienteeritud ühes suunas.

Aine ebakorrapärasel osakeste orientatsioonil läheneb entroopia $T \to 0$ puhul lõplikule positiivsele väärtusele (erineb vähe nullist). Öeldu ei ole vastuolus Nernsti soojusteoreemiga, sest osakeste mitmesuunaline orientatsioon vihjab süsteemi ebakorrapärasusele, mille termodünaamiline tõenäosus ei saa olla võrdne ühega.

Nernsti soojusteoreemist on võimalik teha mitmeid olulisi järeldusi aine omaduste ja käitumise kohta absoluutse nulltemperatuuri lähikonnas. Nendest mõningad olulisemad.

1. *Aine elastsustegur ja isobaarne paisumistegur on absoluutsel nulltemperatuuril võrdsed nulliga*. Kui kasutada valemeid (2-191) ja (2-210), omandavad aine elastsustegur ja isobaarne paisumistegur kuju (valemid (1-69) ja (1-67))

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}}, \tag{2-243}$$

$$\alpha = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{2-244}$$

Vastavalt Nernsti soojusteoreemile $T \to 0$ korral süsteemi entroopia ei muutu ning $\beta \to 0$ ja ka $\alpha \to 0$.

2. *Aine erisoojus absoluutsel nulltemperatuuril on võrdne nulliga.* Samalaadselt eeltooduga järeldub valemitest (2-166) ja (2-172), et absoluutse nulltemperatuuri ümbruses võrdub aine erisoojus nulliga.

3. *Absoluutse nulltemperatuuri saavutamatus.* Vaatleme Carnot' ringprotsessi soojusallika temperatuuril $T_1 = T$ ja jahuti temperatuuril $T_2 = 0$ K (joonis 2.20).

Tagastatava ringprotsessi korral (valem (2-83))

$$\oint \frac{\mathrm{d}q}{T} = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} + \Delta s_{34} + \Delta s_{41} = 0. \tag{2-245}$$

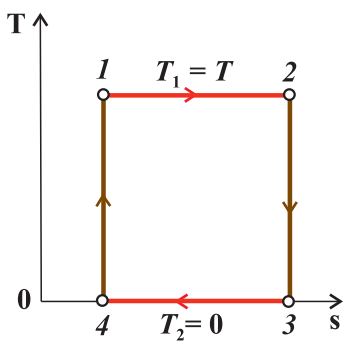
Valemi üksikud liikmed: $\Delta s_{12} = (q_1/T)$, $\Delta s_{23} = 0$ (isoentroopne paisumisprotsess), $\Delta s_{34} = 0$ (Nernsti soojusteoreemi kohaselt) ja $\Delta s_{41} = 0$ (isoentroopne komprimeerimisprotsess).

Järelikult

$$\oint \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{q_1}{T} \neq 0.$$

Seega on absoluutne nulltemperatuur saavutamatu. Sageli tuntaksegi Nernsti soojusteoreemi sellise lause kujul. Seni laboratooriumis saadud madalaim temperatuur on $2 \cdot 10^{-9}$ K.

Niisiis võrdub kondenseerunud aine entroopia absoluutsel nulltemperatuuril (0 K) nulliga, kuid absoluutne nulltemperatuur on saavutamatu.




**Joonis 2.20. Carnot' ringprotsess *Ts*-diagrammil, kui $T_2 = 0$ K**

4. *Ideaalgaasi entroopia absoluutväärtus avaldub vastavalt valemile (2-176) kujul*

$$s = \int \frac{\mathrm{d}q}{T} = \int \frac{c_\mathrm{p}}{T}\,\mathrm{d}T - \int \frac{\mathrm{R}}{p}\,\mathrm{d}p = c_\mathrm{p} \ln T - \mathrm{R} \ln p + s_0 . \qquad (2\text{-}246)$$

Viimases valemis vastab $s_0$ ideaalgaasi entroopia väärtusele absoluutsel nulltemperatuuril.

Valemist (2-246) nähtub, et ideaalgaas ei allu Nernsti soojusteoreemile, sest $T \to 0$ korral $s \to -\infty$. Järelikult ei rahulda ideaalgaas madalal temperatuuril ka Clapeyroni võrrandit. Küll aga võib Nernsti soojusteoreemi kasutada võrrandi (2-246) integreerimiskonstandi $s_0$ leidmiseks. Selleks vaatleme kondenseerunud kehast ja ideaalgaasist koosnevat süsteemi. Säärase süsteemi termodünaamilise tasakaalu korral on komponentide isobaarsed termodünaamilised potentsiaalid võrdsed (valem (4-11)):

$$\Phi_1 = \Phi_2 .$$

Ideaalgaasi isobaarne termodünaamiline potentsiaal (valemid (2-197) ja (2-177))

$$\Phi_1 = h_1 - Ts_1 = h_1 - T\left(c_\mathrm{p} \ln T - \mathrm{R} \ln p + s_0\right).$$

Kondenseerunud faasi isobaarne termodünaamiline potentsiaal

$$\Phi_2 = h_2 - Ts_2 .$$

Järelikult

$$s_0 = \frac{h_1 - h_2}{T} - c_\mathrm{p} \ln T + \mathrm{R} \ln p + \int_0^T \frac{c_\mathrm{p}}{T}\,\mathrm{d}T ,$$

sest Nernsti soojusteoreemi põhjal

$$s_2 = \int_0^T \frac{c_\mathrm{p}}{T}\,\mathrm{d}T .$$

Kolmas peatükk

# TERMODÜNAAMILISED PÕHIPROTSESSID. EKSERGIA

## 3.1 Termodünaamilised põhiprotsessid

### 3.1.1 Põhiprotsessi mõiste

Termodünaamilise põhiprotsessina käsitatakse protsessi, mille kulgemisel üks parameeter püsib muutumatuna. Tavakohaselt võetakse vaatluse alla neli järgnevat. *Isohoorne* e *püsimahuline* protsess, mis kulgeb tingimusel, et süsteemi maht või termodünaamilise keha erimaht ei muutu ($V = konst$, $\mathrm{d}V = 0$; $v = konst$, $\mathrm{d}v = 0$). *Isobaarne* e *püsirõhuline* protsess, mille jooksul süsteemi (keha) rõhk on püsiv ($p = konst$, $\mathrm{d}p = 0$). *Isotermne* e *püsitemperatuurne* protsess, mille käigus ei muutu süsteemi (keha) temperatuur ($T = konst$, $\mathrm{d}T = 0$). *Adiabaatne* protsess, mis toimub soojuslikult isoleeritud süsteemis ($Q = 0$, $\mathrm{d}Q = 0$, $q = 0$, $\mathrm{d}q = 0$). Kui see kulgeb lisaks veel tagastatavalt, siis on ta ühtlasi *isoentroopne* ($s = konst$, $\mathrm{d}s = 0$). Nimetatuid tuntakse isoparameetriliste protsessidena. Viienda termodünaamilise põhiprotsessina vaadeldakse sageli polütroopset protsessi, mille tunnuseks on keha erisoojuse muutumatus protsessi vältel ($c = konst$).

Termiliste olekuparameetrite $p$, $v$ ja $T$ vaheline seos termodünaamilises protsessis on tuntud kui protsessi võrrand. Isohoorse, isobaarse ja isotermse protsessi võrrandid on tuletatavad keha termilisest olekuvõrrandist, sest see sisaldab protsessi tunnusparameetreid. Adiabaatse ja polütroopse protsessi võrrandid ei ole termilisest olekuvõrrandist tuletatavad, kuna see ei sisalda soojushulka ega erisoojust. Nii tuleb adiabaatse ja polütroopse protsessi võrrandite saamiseks teada peale termilise olekuvõrrandi ka seost soojuslike parameetrite vahel.

Põhiprotsessid on olulise tähtsusega keerukamate termodünaamiliste protsesside (nt ringprotsesside) käsitlusel, sest viimaseid saab paljudel juhtudel võtta kui üksteisele järgnevaid põhiprotsesse. Samuti on võimalik mitmeid tegelikke protsesse käsitluse lihtsuse huvides polütroopsetena vaadelda.

Allpool käsitleme termodünaamilisi põhiprotsesse üldjuhtumina, andes konkreetse lahenduse ideaalgaasiga toimuvate puhul ja piirdudes protsessidega, kus termodünaamilisele süsteemile mõjuvad ainult mehaanilised jõud.

### 3.1.2 Isohoorne protsess

Isohoorne e püsimahuline on selline termodünaamiline protsess, mille käigus süsteemi maht ei muutu ($V = konst$, $\mathrm{d}V = 0$) või termodünaamilise keha erimaht on püsiv suurus ($v = konst$, $\mathrm{d}v = 0$).

Kuna $\mathrm{d}v = 0$, siis valemi (2-14) kohaselt mehaanilist tööd protsessis ei tehta ning süsteemi üleminekul olekust *1* (algolek) olekusse *2* (lõppolek) termodünaamilisele kehale siirduv soojushulk

$$q = \Delta u = u_2 - u_1 . \tag{3-1}$$

Seega võrdub isohoorses protsessis termodünaamilisse süsteemi juhitav või sellest ärajuhitav soojushulk siseenergia muutusega protsessis. Järeldus kehtib nii tagastatavale kui ka tagastamatule protsessile, kuid viimasel juhul eeldusel, et termodünaamiline keha on nii protsessi alguses kui ka lõpus tasakaaluseisundis.

Tagastatavas isohoorses protsessis osalev soojushulk (valem (2-9))

$$q = \int_{(1)}^{(2)} \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T = \int_{(1)}^{(2)} c_{\mathrm{v}} \mathrm{d}T. \tag{3-2}$$

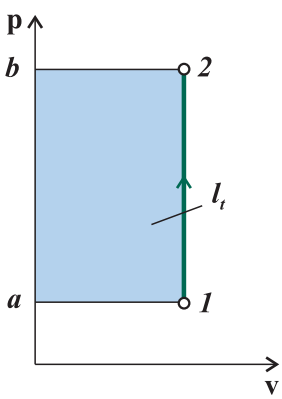
Isohoorse protsessi võrrandil on kuju

$$F\left( p, T, v = konst \right) = 0 . \tag{3-3}$$

Isohoorne protsess *pv*-tasandil on kujutatav vertikaalse sirglõiguna (joonis 3.1). Kui süsteemi antakse soojust ($q$ on positiivne), kulgeb isohoorjoon alt üles, kui aga süsteem loovutab soojust, siis ülalt alla.

Tehnilise töö avaldisest (2-22) nähtub, et

$$l_{\mathrm{t}} = -v\left( p_2 - p_1 \right) = vp_1 - vp_2 . \tag{3-4}$$




**Joonis 3.1. Isohoorne protsess *pv*-diagrammil**

Tehnilist tööd $l_t$ *pv*-tasandil väljendab pindala □*a12ba*. Tehnilise töö võimalikkus eeldab materiaalselt avatud termodünaamilist süsteemi, olgu see nii ka käsiteldaval juhul. Valemist (3-4) selgub, et isohoorse protsessi tehniline töö võrdub sisenemis- ja väljumistöö vahega ($vp_1 - vp_2$). Tehnilise töö olemust isohoorses protsessis võib selgitada näitega, kus termodünaamiline keha toimib liikuva kolviga silindris. Silindrisse sisenedes teeb keha kolvi liikumisel sisenemistööd $vp_1$. Kui seejärel antakse kolvi paigalseisul silindrisse soojushulk $q = \Delta u$, siis tõuseb keha rõhk algväärtuselt $p_1$ lõppväärtuseni $p_2$. Keha väljatõukamiseks silindrist vajatakse tööd, mis on võrdne väljumistööga $pv_2$.

Kuna vedelike maht sõltub rõhust vähe (kokkusurumatu vedelik), siis on valem (3-4) rakendatav näiteks pumba tarbitava töö arvutamiseks, niisamuti ka vedelikul töötavalt läbivoolumasinalt (nt hüdroturbiin) saadava töö määramiseks.

*Isohoorne protsess ideaalgaasiga.* Clapeyroni võrrandist (1-27) järeldub, et isohoorse protsessi korral

$$\frac{p}{T} = \frac{\mathrm{R}}{v} = konst. \tag{3-5}$$

Seega on isohoorses protsessis gaasi rõhk võrdeline temperatuuriga. Viimast näidet tuntakse ka Gay-Lussac'i seadusena.



**Louis Joseph Gay-Lussac** (6.12.1778 Haute-Vienne'i departemang, Prantsusmaa – 9.05.1850 Pariis), prantsuse füüsik ja keemik, mahtanalüüsi rajajaid, Prantsuse TA liige (1806). Siirdus 1794 Pariisi, et astuda École Polytechnique'i, kuhu pääses 1797. Pärast kooli lõpetamist töötas sealsamas assistendi ja demonstraatorina, kuni 1809 sai keemiaprofessoriks. 1808–1832 füüsikaprofessor Sorbonne'is.

1802 avastas seaduspära, et gaasihulga ruumala on võrdeline temperatuuriga, kui rõhk ja mass on konstantsed (***Gay-Lussaci seadus***). Seadus kehtib rangelt ideaalgaasile, reaalgaasile vaid ligikaudu. 1804 ehitas koos Biot'ga soojaõhupalli, mis tõusis 6,4 km kõrgusele, seal sooritas atmosfäärivaatlusi ja mõõtmisi. Avastas (koostöös Alexander von Humboldtiga), et vesi koosneb kahest osast vesinikust ja ühest osast hapnikust.

Gaasi isohoorsel üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{3-6}$$

Protsessis osalev soojushulk ($c_v = konst$)

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{v} \mathrm{d}T = c_\mathrm{v}(T_2 - T_1). \tag{3-7}$$

Entroopia muutus püsimahulises protsessis (valemitest (2-175), (2-137) ja (3-6))

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_\mathrm{v} \ln \frac{T_2}{T_1} = c_\mathrm{v} \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{\mathrm{R}}{k-1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \qquad (3\text{-}8)$$

Loeme entroopia väärtuse temperatuuril $T_0$ (nt 273,15 K) tinglikult võrdseks nulliga:

$$s = c_\mathrm{v} \ln \frac{T}{T_0}. \qquad (3\text{-}9)$$

Valemist (3-9) nähtub, et ideaalgaasi korral kujutab isohoorjoon *Ts*-tasandil eksponentkõverat (joonis 3.2). Isohoorjoone suvalist punkti läbiva puutuja tõusunurga $\alpha$ kootangensi ja absoluutse temperatuuri korrutis võrdub gaasi tõelise erisoojusega samas punktis. Kuna isohoorne erisoojus $c_\mathrm{v} = T(\partial s/\partial T)_\mathrm{v}$, siis lõik $\overline{\mathrm{AB}} = T \operatorname{ctg} \alpha = c_\mathrm{v}$. Seega võrdub isohoorne erisoojus punktis *H Ts*-tasandil puutujaaluse lõiguga $\overline{\mathrm{AB}}$.

Ideaalgaasi isohoorjooned paiknevad *Ts*-tasandil ekvidistantselt. Nad on püsitemperatuuril keha erimahu kahel väärtusel teineteise suhtes rõhtsuunas nihutatud entroopia muutuse püsiväärtuse võrra. Kui kaks naaberjoont vastavad $v_1$ ja $v_2$ väärtustele, siis vastavalt valemile (2-175)

$$\Delta s_{\mathrm{T}_1} = \Delta s_{\mathrm{T}_2} = \ldots = \mathrm{R} \ln \frac{v_2}{v_1} = konst.$$

*Ts*-diagrammil vastab pindala isohoorjoone all protsessis osalevale soojushulgale. Termodünaamilise keha üleminekul olekust *1* olekusse *2* $q = \Delta u =$ □*a12ba* (see võrdus kehtib samuti meelevaldse keha korral).

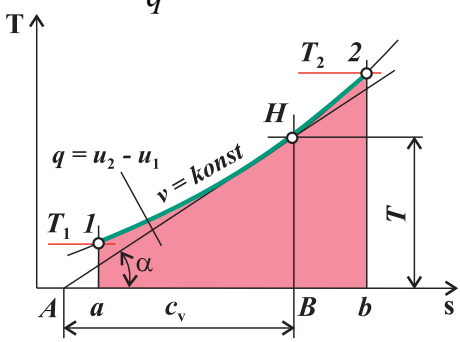
Iseloomustamaks termodünaamilisi protsesse, kasutatakse sageli siseenergia- ja entalpiateguri mõisteid, mis väljendavad vastavalt protsessi termodünaamilise keha siseenergia ja entalpia muutuse ning protsessis osaleva soojushulga suhet.

Siseenergiategur

$$\beta_\mathrm{u} = \frac{\Delta u}{q} \qquad (3\text{-}10)$$

ja entalpiategur

$$\beta_\mathrm{h} = \frac{\Delta h}{q}. \qquad (3\text{-}11)$$




**Joonis 3.2. Isohoorne protsess *Ts*-diagrammil**

Isohoorse protsessi korral

$$\beta_{\mathrm{u}} = 1$$

ja

$$\beta_{\mathrm{h}} = k\,.$$

### 3.1.3 Isobaarne protsess

Isobaarse e püsirõhulise termodünaamilise protsessi tunnuseks on termodünaamilise süsteemi rõhu muutumatus protsessi käigus ($p = konst$, $\mathrm{d}p = 0$).

Kuna $\mathrm{d}p = 0$, siis vastavalt valemile (2-21) tehnilist tööd ei tehta ning süsteemi üleminekul olekust *1* (algolek) olekusse *2* (lõppolek) termodünaamilisele kehale siirduv soojushulk

$$q = \Delta h = h_2 - h_1\,. \tag{3-12}$$

Seega on isobaarses termodünaamilises protsessis kehale lisanduv või selle loovutatav soojushulk võrdne entalpia muutusega protsessis. Järeldus on kehtiv nii tagastatava kui ka tagastamatu protsessi kohta, kuid viimasel juhul peab süsteem olema nii protsessi alguses kui ka lõpus termodünaamilises tasakaalus.

Tagastatava isobaarse protsessi korral (valem (2-152))

$$q = \int_{(1)}^{(2)} \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}T = \int_{(1)}^{(2)} c_{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}T. \tag{3-13}$$

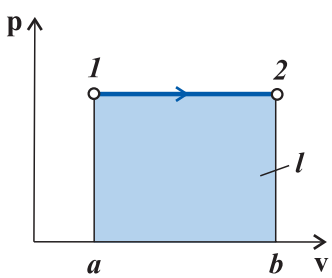
Isobaarse protsessi võrrand

$$\mathrm{F}\left(v, T, p = konst\right) = 0\,. \tag{3-14}$$

Isobaarset protsessi väljendab *pv*-tasandil rõhtne sirglõik (joonis 3.3). Kui süsteemi suundub soojust ($q$ on positiivne), kulgeb isobaarjoon vasakult paremale, kui aga loovutab soojust, siis paremalt vasakule.

Mehaanilise töö võrrandist (2-14) nähtub, et

$$l = p\left(v_2 - v_1\right). \tag{3-15}$$




**Joonis 3.3. Isobaarne protsess *pv*-tasandil**

Mehaaniline töö eeldab materiaalselt suletud termodünaamilist süsteemi, *pv*-tasandil esindab seda tööd pindala □*a12ba*.

*Isobaarne protsess ideaalgaasiga.* Clapeyroni võrrandist (1-27) järeldub, et isobaarse protsessi korral

$$\frac{v}{T} = \frac{\mathrm{R}}{p} = konst. \tag{3-16}$$

Seega on isobaarses protsessis ideaalgaasi maht võrdeline temperatuuriga. Paisumisel gaasi temperatuur tõuseb, komprimeerimisel aga alaneb.

Gaasi isobaarsel üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{3-17}$$

Protsessist osavõttev soojushulk ($c_\mathrm{p} = konst$)

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{p}\,\mathrm{d}T = c_\mathrm{p}(T_2 - T_1). \tag{3-18}$$

Termodünaamilise keha siseenergia muutus isobaarses protsessis vastavalt valemile (2-113)

$$\Delta u = c_\mathrm{v}\left(T_2 - T_1\right).$$

Protsessi mehaanilist tööd (ideaalgaas) saab arvutada ka valemiga

$$l = \mathrm{R}\left(T_2 - T_1\right), \tag{3-19}$$

sest $pv_1 = \mathrm{R}T_1$ ja $pv_2 = \mathrm{R}T_2$.

Entroopia muutus isobaarses protsessis (valemitest (2-177), (2-137) ja (3-17))

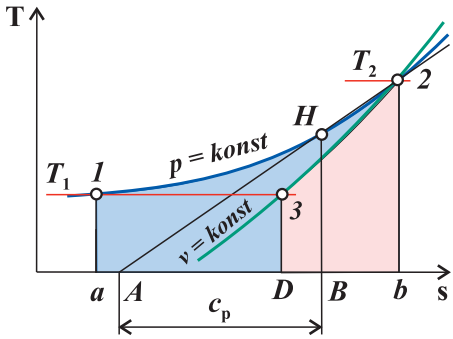
$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_\mathrm{p} \ln\frac{T_2}{T_1} = c_\mathrm{p} \ln\frac{v_2}{v_1} = \frac{k\,\mathrm{R}}{k-1} \ln\frac{T_2}{T_1}. \tag{3-20}$$

Võtame entroopia väärtuse temperatuuril $T_0$ (273,15 K) tinglikult võrdseks nulliga:

$$s = c_\mathrm{p} \ln\frac{T}{T_0}. \tag{3-21}$$

Samalaadselt isohoorjoontega kujutavad ka ideaalgaasi isobaarjooned *Ts*-diagrammil eksponentkõveraid (joonis 3.4).

Kuna $c_\mathrm{p} > c_\mathrm{v}$, on isobaarjoonte tõus *Ts*-diagrammil väiksem kui isohoorjoontel. Kui isohoorses protsessis lõik $\overline{\mathrm{AB}}$ võrdus isohoorse erisoojusega, siis antud juhul on ta võrdne gaasi isobaarse erisoojusega.




**Joonis 3.4. Isobaarne protsess *Ts*-diagrammil**

Ideaalgaasi isobaarjooned asetsevad *Ts*-diagrammil ekvidistantselt, olles püsitemperatuuril $T$ rõhtsuunas teineteise suhtes nihutatud $\Delta s$ püsiväärtuse võrra. Kui kaks naaberjoont esindavad rõhke $p_1$ ja $p_2$, siis valemi (2-177) kohaselt

$$\Delta s_{T_1} = \Delta s_{T_2} = \ldots = R \ln \frac{p_2}{p_1} = konst.$$

*Ts*-diagrammil avaldub isobaarsest protsessist osavõttev soojushulk isobaarjoone lõigu *1 2* aluse pindalana: $q = \Delta h = \square a12ba$.

Läbi punkti *2* joonestatud isohoorjoone ja entroopiatelje vaheline pindala $\square D32bD$ võrdub temperatuurivahemikus $T_1$ kuni $T_2$ isohoorses protsessis esineva siseenergia muutusega. Kuna isobaarses protsessis $q = \Delta h$, siis $l = \square a123Da$ ja vastavalt termodünaamika esimesele seadusele

$$l = \Delta h - \Delta u.$$

Isobaarse protsessi siseenergiategur

$$\beta_u = \frac{\Delta u}{q} = \frac{c_v}{c_p} = \frac{1}{k} \qquad (3\text{-}22)$$

ja entalpiategur

$$\beta_h = \frac{\Delta h}{q} = 1. \qquad (3\text{-}23)$$

### 3.1.4 Isotermne protsess

Isotermses e püsitemperatuurses protsessis püsib termodünaamilise keha temperatuur muutumatuna ($T = konst$, $dT = 0$).

Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele osaleb isotermses protsessis soojushulk

$$q = \int_{(1)}^{(2)} (du + dl) = \int_{(1)}^{(2)} (dh + dl_t) \qquad (3\text{-}24)$$

ehk

$$q = \Delta u + l = \Delta h + l_{\mathrm{t}} = T\left(s_2 - s_1\right). \tag{3-25}$$

Isotermse protsessi korral (valemid (2-8) ja (2-153))

$$\Delta u = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v$$

ja

$$\Delta h = \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p$$

ning

$$\left.\begin{aligned} q &= \int_{v_1}^{v_2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}v + p\mathrm{d}v\right] = \int_{v_1}^{v_2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} + p\right] \mathrm{d}v \\ q &= \int_{p_1}^{p_2} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \mathrm{d}p - v\mathrm{d}p\right] = \int_{p_1}^{p_2} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} - v\right] \mathrm{d}p. \end{aligned}\right\} \tag{3-26}$$

Isotermse protsessi võrrandi üldkuju:

$$\mathrm{F}(v, p, T = konst) = 0. \tag{3-27}$$

Mehaaniline ja tehniline töö isotermses protsessis (valemid (2-186) ja (2-204))

$$l = F_1 - F_2 = \left(u_1 - Ts_1\right) - \left(u_2 - Ts_2\right) = T\left(s_2 - s_1\right) - \left(u_2 - u_1\right) \tag{3-28}$$

ja

$$l_{\mathrm{t}} = \Phi_1 - \Phi_2 = \left(h_1 - Ts_1\right) - \left(h_2 - Ts_2\right) = T\left(s_2 - s_1\right) - \left(h_2 - h_1\right). \tag{3-29}$$

Isotermne erisoojus $c = (\mathrm{d}q/\mathrm{d}T)_{\mathrm{T}} = \pm\infty$.

*Isotermne protsess ideaalgaasiga*. Võrrandist $pv = \mathrm{R}T$ nähtub, et isotermses protsessis

$$pv = \mathrm{R}T = konst \tag{3-30}$$

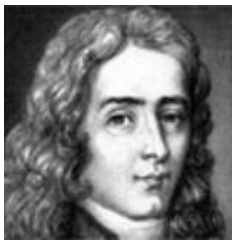
ehk üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 . \tag{3-31}$$

Järelikult on ideaalgaasiga toimuvas isotermses protsessis gaasi rõhk pöördvõrdeline mahuga. Öeldu on tuntud kui Boyle'i-Mariotte'i seadus.

Kuna ideaalgaasi siseenergia ja entalpia sõltuvad ainult temperatuurist, siis isotermses protsessis $\Delta u = \Delta h = 0$ ja valemi (3-25) põhjal

$$q = l = l_{\mathrm{t}} = T\left(s_2 - s_1\right). \tag{3-32}$$



**Edme Mariotte** (1620(?) Dijon – 12.05.1684 Pariis), prantsuse füüsik. Tegeles füüsika ja füsioloogiaga, pidades preestriametit kodulinnas. Prantsuse TA esimesi liikmeid (1666). Mariotte'i huvidering oli väga lai: tema uuringud hõlmasid hüdro- ja aerostaatikat, vedeliku hõõrdega voolamist torus ja muid nähtusi. Esitas baromeetrilise kõrguse arvutusvalemi (1679). Tunnustas 1676 Boyle'i poolt varem (1660) avastatud seaduspärasust, et ideaalgaasi ruumala on pöördvõrdelises sõltuvuses rõhust (***Boyle'i-Mariotte'i seadus***). Avastas silmas pimetähni.

Tegeles üsna põhjalikult värvustega, värvuse füsioloogilise olemusega. Tema teaduslik pärand sisaldab kirjutisi mitmelt alalt: vee külmumine, kuuli põrkumine, kehade langemine, muusikariistad (trompet) jms.

Seega ideaalgaasi isotermsel siirdumisel olekust *1* olekusse *2* on protsessist osavõttev soojushulk, mehaaniline ja tehniline töö omavahel võrdsed ning kogu isotermsesse protsessi antud soojus muundub tööks.

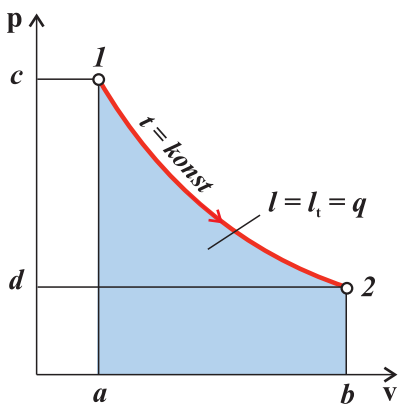
Isotermse protsessi töö (ideaalgaas)

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v = \mathrm{R}T\int_{v_1}^{v_2}\frac{\mathrm{d}v}{v} = \mathrm{R}T\ln\frac{v_2}{v_1}. \qquad (3\text{-}33)$$

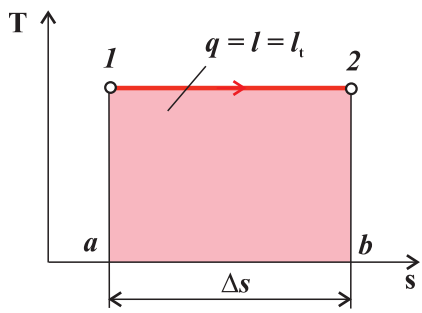
Et $p_1v_1 = p_2v_2$, siis

$$l = \mathrm{R}T\ln\frac{p_1}{p_2} = p_1v_1\ln\frac{p_1}{p_2} = p_1v_1\ln\frac{v_2}{v_1}. \qquad (3\text{-}34)$$

Ideaalgaasi isotermjoon *pv*-koordinaadistikus on võrdhaarne hüperbool. Vastavalt valemile (3-32) $q = l = l_t =$ □*a12ba* = □*c12dc* (joonis 3.5). *Ts*-tasandil on isotermne protsess rõhtjoone kujul (joonis 3.6).




**Joonis 3.5. Isotermne protsess *pv*-diagrammil**




**Joonis 3.6. Isotermne protsess *Ts*-diagrammil**

Protsessijoone ja entroopiatelje vaheline pindala □*a12ba* esindab nii üheaegselt protsessis osalevat soojushulka kui ka protsessis sooritatavat tööd.

Isotermses protsessis esinev entroopia muutus (valem (2-175))

$$\Delta s = \mathrm{R} \ln \frac{v_2}{v_1} = \mathrm{R} \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{3-35}$$

Isotermse protsessi siseenergia- ja entalpiategur

$$\beta_\mathrm{u} = \beta_\mathrm{h} = 0.$$

### 3.1.5 Adiabaatne protsess

Adiabaatne termodünaamiline protsess on selline, mis kulgeb soojuslikult isoleeritud süsteemis ($q = 0$, $\mathrm{d}q = 0$). Kuna $\mathrm{d}q = 0$, siis kooskõlas termodünaamika esimese seadusega adiabaatses protsessis sooritatakse mehaanilist tööd

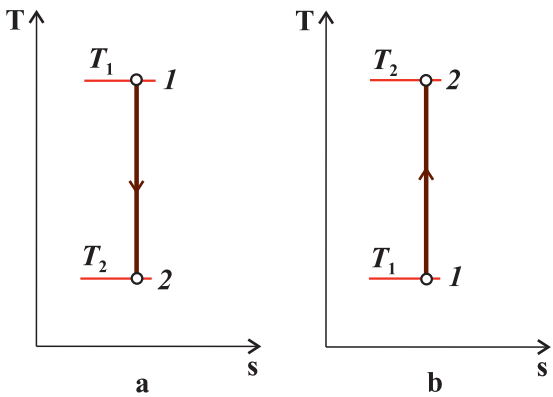
$$l = -\Delta u = u_1 - u_2 \tag{3-36}$$

ja tehnilist tööd

$$l_\mathrm{t} = -\Delta h_1 = h_1 - h_2 . \tag{3-37}$$

Seega võrdub adiabaatses termodünaamilises protsessis tehtav mehaaniline töö keha siseenergia vähenemisega, tehniline töö aga vastava entalpia langusega. See tulemus kehtib ühtviisi nii tagastatavale kui ka tagastamatule protsessile, kuid viimasel juhul peab keha olema nii protsessi alguses kui ka lõpus termodünaamilises tasakaalus.

Tagastatava adiabaatse protsessi entroopia diferentsiaal $\mathrm{d}s = (\mathrm{d}q/T) = 0$. Seda protsessi nimetatakse sagedamini isoentroopseks protsessiks, kuna entroopia siin ei muutu: $s = konst$. Isoentroopset protsessi *Ts*-diagrammil kujutab püstjoon (joonis 3.7). Isoentroopsel paisumisel keha temperatuur alati langeb ning isoentroopjoon kulgeb *Ts*-tasandil ülalt alla, keha isoentroopsel komprimeerimisel aga vastupidi, temperatuur tõuseb ja protsessijoon läheb alt üles.




**Joonis 3.7. Isoentroopne protsess *Ts*-diagrammil:**
**a) isoentroopne paisumine,**
**b) isoentroopne komprimeerimine**

Et kirjeldada isoentroopset protsessi matemaatiliselt, lähtume võrranditest (2-129) ja (2-165). Avaldades võrrandist (2-129) osatuletise $(\partial p/\partial T)_v$ ja asendades selle avaldisse (2-165), saame

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = (1-k)\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p \tag{3-38}$$

ehk

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}v} = (1-k)\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p, \tag{3-39}$$

kus $k = \frac{c_p}{c_v}$.

Valem (3-39) on adiabaatse protsessi põhivõrrand. Selle analüütiliseks lahendamiseks on vaja teada keha termilist olekuvõrrandit ning $k$ funktsionaalset seost termiliste olekuparameetritega.

Adiabaatne erisoojus $c = 0$.

*Adiabaatne protsess ideaalgaasiga*. Ideaalgaasi puhul

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p = \frac{T}{v}$$

ja võrrandist (3-39)

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = (1-k)\frac{\mathrm{d}v}{v}. \tag{3-40}$$

Kui isobaarse ja isohoorse erisoojuse suhe $k$ on konstantne, siis võrrandi (3-40) lahend keha isoentroopsel üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}. \tag{3-41}$$

Kuna

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 v_1}{p_2 v_2}, \tag{3-42}$$

siis valemist (3-41) tuleneb, et

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{3-43}$$

Samuti

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k} \tag{3-44}$$

ehk

$$\left.\begin{aligned} pv^k &= konst \\ Tv^{k-1} &= konst \\ Tp^{\frac{k}{k-1}} &= konst. \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}45)$$

Valemit

$$pv^k = konst$$

tuntakse Poissoni võrrandina.

Poissoni võrrandi võib tuletada ka teisiti. Kuna adiabaatses protsessis d$q$ = 0, siis

$$\mathrm{d}h = c_\mathrm{p}\mathrm{d}T = v\mathrm{d}p \qquad (3\text{-}46)$$

ja

$$\mathrm{d}u = c_\mathrm{v}\mathrm{d}T = -p\mathrm{d}v. \qquad (3\text{-}47)$$

Jagame esimese võrrandi teisega, siis

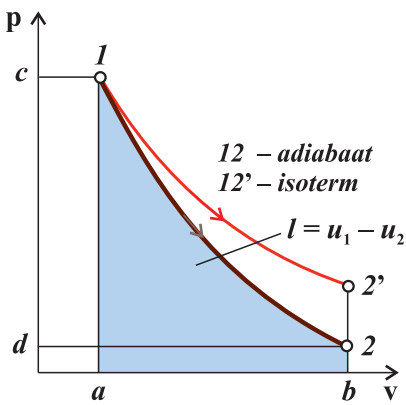
$$k = -\frac{v}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}v} \qquad (3\text{-}48)$$

ehk

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + k\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0, \qquad (3\text{-}49)$$

mille integreerimine $k = konst$ korral annab protsessi võrrandiks $pv^k = konst.$

Kui $k = 1$, siis Poissoni võrrand ühtib isotermi võrrandiga. Et üldiselt $k > 1$, siis muutub gaasi rõhk isoentroopses protsessis järsemalt kui isotermses protsessis, mistõttu ühest ja samast algolekust lähtuv isoentroopne paisumisjoon kulgeb *pv*-diagrammil allpool isotermse paisumise joont (joonis 3.8).




**Joonis 3.8. Ideaalgaasi isoentroopne paisumisprotsess *pv*-diagrammil**

Valemi (3-36) alusel mehaaniline töö ideaalgaasi isoentroopsel üleminekul olekust *1* olekusse *2*

$$l = u_1 - u_2 = c_\mathrm{v}(T_1 - T_2). \tag{3-50}$$

Asendades $c_\mathrm{v}$ avaldisega (2-137), võime mehaanilise töö avaldada

$$l = \frac{\mathrm{R}}{1-k}(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{\mathrm{R}T_1}{k-1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right). \tag{3-51}$$

Arvestades seda, et

$p_1 v_1 = \mathrm{R}T_1$, siis

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right] = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \tag{3-52}$$

Tehniline töö (valem (3-37))

$$l_\mathrm{t} = h_1 - h_2 = c_\mathrm{p}(T_1 - T_2). \tag{3-53}$$

Teisalt, kuna

$$c_\mathrm{p} = kc_\mathrm{v},$$

siis

$$l_\mathrm{t} = kl. \tag{3-54}$$

Järelikult on isoentroopse protsessi tehniline töö mehaanilisest tööst $k$ korda suurem.

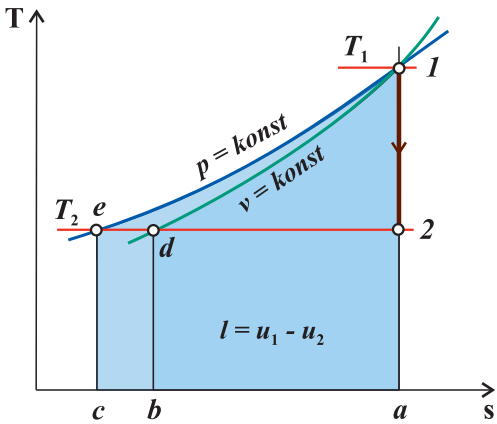
Mehaanilist tööd väljendab *pv*-diagrammil pindala □*a12ba* ja tehnilist tööd □*c12dc*. Ühtlasi selgub jooniselt, et isoentroopses protsessis tehtav nii mehaaniline kui ka tehniline töö on väiksemad isotermse protsessi tööst (kui protsessid kulgevad ühe ja sama mahu- või rõhumuutuse vahemikus). Põhjuseks on asjaolu, et püsitemperatuurses protsessis tehakse tööd välissoojuse arvel ($u = konst$), tagastatavas adiabaatses protsessis aga ainult siseenergia kahanemisel.

Tagastatavat adiabaatset (s.o isoentroopset) protsessi *Ts*-diagrammil kujutab püstjoon (sõltumatult termodünaamilise keha omadustest, joonis 3.7). See on õige ka ideaalgaasiga toimuva isoentroopse protsessi kohta, nagu on kujutatud joonisel 3.9. Keha paisumisel kulgeb joon ülalt alla, komprimeerimisel aga alt üles. Tõmmates temperatuurivahemikule $T_1$ kuni $T_2$ läbi algpunkti *1* isohoor- ja isobaarjoone, võime otse *Ts*-diagrammilt määrata protsessi siseenergia ja entalpia muutuse.

Siseenergia muutus $\Delta u = l =$ □*bd1ab*, entalpia muutus $\Delta h = l_\mathrm{t} =$ □*ce1ac*.

Adiabaatse protsessi siseenergia- ja entalpiategur

$$\beta_\mathrm{u} = \beta_\mathrm{h} = \infty.$$




**Joonis 3.9. Ideaalgaasi isoentroopne protsess *Ts*-diagrammil**

### 3.1.6 Polütroopne protsess

Termodünaamilise keha erisoojuse võib üldjuhul avaldada võrrandiga

$$c = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T} = T\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}T}. \tag{3-55}$$

Entroopia tuletis temperatuuri järgi d$s$/d$T$ sõltub termodünaamilise protsessi olemusest ja keha omadustest. Isohoorse protsessi puhul on tuletise d$s$/d$T$ leidmise tingimus jääv maht, isobaarse protsessi korral aga muutumatu rõhk jne. Kompleks $T$(d$s$/d$T$), mis väljendab keha erisoojust, on kas konstantne või keha olekuparameetritest sõltuv suurus, määravad on siin termodünaamilise protsessi iseloom ja keha omadused. Polütroopse termodünaamilise protsessi käigus erisoojus ei muutu ning see protsess allub tingimusele

$$c = T\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}T} = konst. \tag{3-56}$$

Seega on polütroopse protsessi toimumise matemaatiline tingimus võrrandi (3-56) erijuhtum $c = T$(d$s$/d$T$) = c($T$, $p$), mistõttu eespool vaadeldud termodünaamilised põhiprotsessid on polütroopse protsessi erijuhtumid. Seda muidugi ainult siis, kui protsessile omane keha erisoojus on püsisuurus.

Tuletamaks polütroopse protsessi võrrandi, lähtume valemist (2-105), mille kohaselt

$$c = c_\mathrm{v} + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} + p\right]\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T}. \tag{3-57}$$

Kui arvestada seda, et

$$\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_\mathrm{T} + p\right] = (c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v})\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} \text{ (valem (2-128)),}$$

omandab seos (3-57) kuju

$$\mathrm{d}T + \frac{c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v}}{c_\mathrm{v} - c}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}v = 0. \tag{3-58}$$

Tähistame

$$n = 1 + \frac{c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v}}{c_\mathrm{v} - c}, \tag{3-59}$$

kus $n$ on polütroobi astendaja, siis

$$\mathrm{d}T + (n-1)\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}v = 0. \tag{3-60}$$

Avaldis (3-60) on polütroopse protsessi võrrand, sisaldades sõltumatuid muutujaid $T$ ja $v$. Asendades d$T$ väärtuse avaldisega

$$\mathrm{d}T = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\mathrm{v} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}v,$$

saame

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\mathrm{v} \mathrm{d}p + n\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}v = 0. \tag{3-61}$$

Siin on polütroopse protsessi võrrand antud sõltumatute muutujate $p$ ja $v$ kaudu.

Kuna ideaalgaasi korral

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\mathrm{v} = \frac{v}{\mathrm{R}}$$

ja

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_\mathrm{p} = \frac{p}{\mathrm{R}},$$

siis järeldub võrrandist (3-61), et

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + n\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0. \tag{3-62}$$

Viimase võrrandi lahend

$$pv^n = konst, \tag{3-63}$$

kus

$$n = \frac{c_\mathrm{p} - c}{c_\mathrm{v} - c}. \tag{3-64}$$

Eelviimane avaldis on polütroopse protsessi võrrand ideaalgaasi puhul. Kuna valem (3-63) on kujult sarnane isoentroopse protsessi võrrandiga, siis analoogia põhjal kehtivad ka ideaalgaasi polütroopsel üleminekul olekust *1* olekusse *2* seosed

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n \tag{3-65}$$

ja

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \tag{3-66}$$

Valemist (3-58) tuleneb, et

$$Tv^{n-1} = konst$$

ja

$$Tp^{\frac{n}{n-1}} = konst.$$

Tuginedes veel kord võrrandite $pv^n = konst$ ja $pv^k = konst$ sarnasusele, saame polütroopse protsessi mehaanilise töö

$$l = \frac{\mathrm{R}T_1}{n-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{p_1v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] = \frac{p_1v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] \tag{3-67}$$

ja tehnilise töö

$$l_\mathrm{t} = nl. \tag{3-68}$$

Polütroopses protsessis osalev soojushulk

$$q = c(T_2 - T_1) = c_\mathrm{v}\frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1), \tag{3-69}$$

sest

$$c = c_\mathrm{v}\frac{n-k}{n-1}. \tag{3-70}$$

Entroopia muutus polütroopses protsessis

$$\Delta\mathrm{s} = \int_{T_1}^{T_2} c\frac{\mathrm{d}T}{T} = c\,\ln\frac{T_2}{T_1} = c_\mathrm{v}\frac{n-k}{n-1}\,\ln\frac{T_2}{T_1}. \tag{3-71}$$

Polütroopse protsessi siseenergiategur

$$\beta_\mathrm{u} = \frac{\Delta u}{q} = \frac{c_\mathrm{v}}{\mathrm{c}} = \frac{n-1}{n-k} \tag{3-72}$$

ja entalpiategur

$$\beta_\mathrm{h} = \frac{\Delta h}{q} = \frac{c_\mathrm{p}}{c} = k\frac{n-1}{n-k}. \tag{3-73}$$

Siseenergia muutus polütroopses protsessis

$$\Delta u = \beta_{\mathrm{u}} q = \frac{n-1}{n-k} q \tag{3-74}$$

ja protsessi mehaaniline töö

$$l = (1-\beta_{\mathrm{u}}) q = \frac{1-k}{n-k} q = \frac{1-\beta_{\mathrm{u}}}{\beta_{\mathrm{u}}} \Delta u . \tag{3-75}$$

Entalpia muutus polütroopses protsessis

$$\Delta h = \beta_{\mathrm{h}} q = k \frac{n-1}{n-k} q \tag{3-76}$$

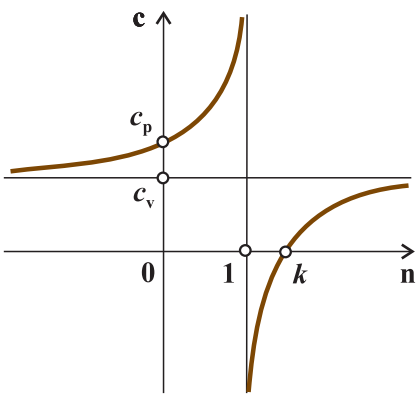
ja protsessi tehniline töö

$$l_{\mathrm{t}} = (1-\beta_{\mathrm{h}})\, q = k \frac{1-k}{n-k} q = \frac{1-\beta_{\mathrm{h}}}{\beta_{\mathrm{h}}} \Delta h . \tag{3-77}$$

Võrrandile (3-63) alluvad üheselt kõik eespool käsitletud ideaalgaasiga toimuvad põhiprotsessid eeldusel, et keha erisoojus on muutumatu. Polütroobi astendaja isohoorsele protsessile $n = \pm\infty$, isobaarsele $n = 0$, isotermsele $n = 1$ ja isoentroopsele $n = k$. Seega, kui erisoojuse avaldises (3-70) polütroobi astendaja vastavalt asendada, selgub, et isohoorses protsessis $c = c_{\mathrm{v}}$, isobaarses $c = c_{\mathrm{p}}$, isotermses $c = \pm\infty$ ja isoentroopses $c = 0$.

Erisoojuse sõltuvust polütroobi astendajast kujutab joonis 3.10.

Üldjuhul võib polütroobi astendaja olla vahemikus $-\infty$ kuni $+\infty$ ja ka erisoojus saab muutuda samades piirides. Polütroobi astendaja negatiivse väärtuse puhul on erisoojus positiivne ning asetseb isohoorse ja isobaarse erisoojuse väärtuste vahel. Piirjuhtumitel, kui $n \to -\infty$, läheneb erisoojus $c_{\mathrm{v}}$ väärtusele ja $n = 0$ puhul $c = c_{\mathrm{p}}$. Negatiivse polütroobiastendaja korral kaasneb keha rõhu tõusuga alati mahu suurenemine, mis on ainuvõimalik välissoojuse suundumisel protsessi ehk positiivse erisoojuse puhul. Erisoojus on samuti positiivne polütroobi astendaja väärtustel vahemikus 0 kuni 1, mis samuti vihjab soojuse suundumisele süsteemi.




**Joonis 3.10. Erisoojuse sõltuvus polütroobi astendajast**

Polütroopse protsessi erisoojus on negatiivne polütroobi astendaja $n$ väärtustel vahemikus 1 kuni $k$. Selles piirkonnas toimuvate protsesside korral soojus lahkub süsteemist. Polütroobi astendaja vahemikus $k$ kuni $+\infty$ on erisoojus positiivne, sest protsessi suundub soojust.

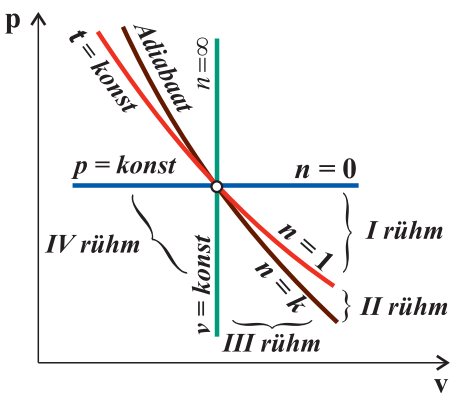
Erisoojuse väärtuse $\pm\infty$ positiivsus või negatiivsus polütroobi astendaja $n = 1$ puhul sõltub sellest, kummalt poolt $n = 1$ väärtusele läheneda. Kui läheneda polütroobi astendaja suurenemise suunas, on erisoojus positiivne, vähenemise suunas lähenedes aga negatiivne.

Joonisel 3.11 on kujutatud ühisest lähtepunktist algava nelja eespool vaadeldud põhiprotsessi kulgemisjoon *pv*-tasandil. Kui käsitada neid jooni kui protsessivahelisi piirjooni, võib polütroopsed protsessid jagada nelja rühma, igale rühmale vastaks tema polütroobiastendaja kindel vahemik.

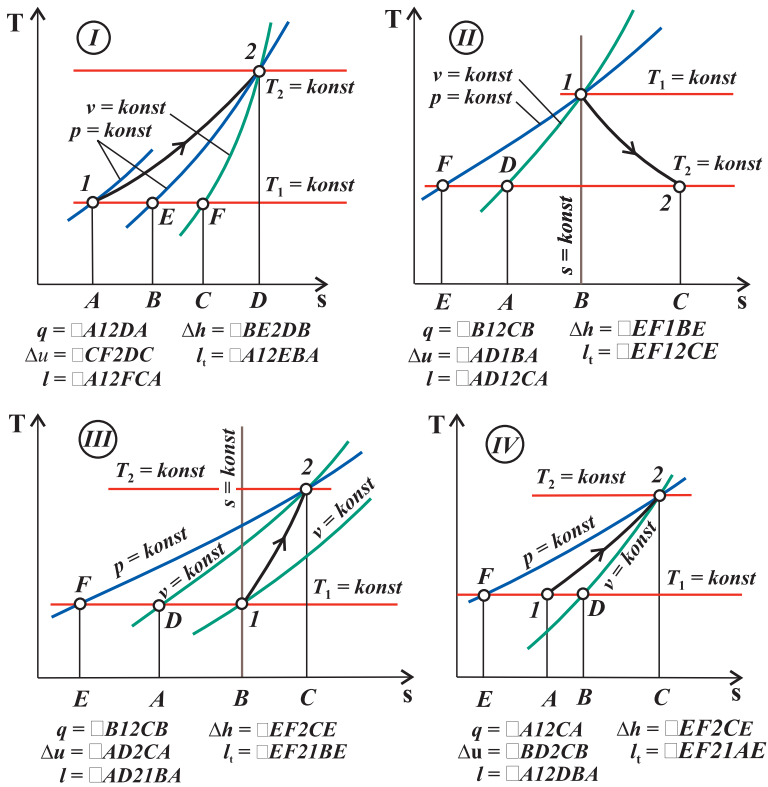
Joonisel 3.12 on kujutatud eri piirkondades toimuvate olekust *1* olekusse *2* suunduvate protsesside jooned *Ts*-diagrammil, kui protsessis osalev soojus on positiivne.

*Esimese rühma* moodustavad protsessid, mis asetsevad isobaari ($n = 0$) ja isotermi ($n = 1$) vahepeal. Protsessist osavõtva positiivse soojuse korral on positiivsed nii siseenergia muutus kui ka protsessis tehtav töö (joonis 3.12, I). Seega kulub protsessi suunatud soojus nii keha siseenergia suurendamiseks (temperatuur tõuseb) kui ka mehaaniliseks tööks. Samuti suureneb protsessi jooksul keha entalpia ning protsessis tehtav tehniline töö on positiivne.

*Teise rühma* protsessid paiknevad isotermi ($n = 1$) ja isoentroobi ($n = k$) vahepeal. Protsessist osavõtva positiivse soojuse korral on siseenergia muutus negatiivne, mehaaniline töö aga positiivne. Järelikult tehakse mehaaniline töö nii protsessi antava soojuse kui ka siseenergia vähenemise arvel (joonis 3.12, II), keha temperatuur seejuures langeb. Protsessi jooksul väheneb samuti keha entalpia, tehniline töö on positiivne.




**Joonis 3.11. Termodünaamiliste protsesside jagunemine *pv*-diagrammil**




**Joonis 3.12. Protsessirühmad *Ts*-diagrammina**

*Kolmanda rühma* protsessid paiknevad adiabaadi ($n = k$) ja isohoori $n = \infty$ vahepeal. Protsessis osaleva positiivse soojuse korral on siseenergia muutus positiivne (keha temperatuur tõuseb) ja mehaaniline töö negatiivne (joonis 3.12, III). Vaadeldaval juhul läheb kogu protsessi antav soojus ja ka komprimeerimistöö keha siseenergia tõstmiseks. Keha entalpia protsessi käigus kasvab, tehniline töö on negatiivne.

*Neljanda rühma* moodustavad protsessid, mis asetsevad isobaari ($n = 0$) ja isohoori ($n = -\infty$) vahepeal. Neid protsesse iseloomustab negatiivne polütroobiastendaja ja rõhu tõusuga kaasnev mahu suurenemine. Kui protsessist osavõttev soojus on positiivne, siis on positiivne nii siseenergia muutus kui ka mehaaniline töö (joonis 3.12, IV), samuti nagu esimeses rühmas. Keha entalpia protsessi jooksul kasvab, tehniline töö on negatiivne.

Kui tavaülesande lahendamise mooduseks on vaadelda kirjeldatavat termodünaamilist protsessi polütroopsena, tuleb leida polütroobi astendaja. Siin lähtutakse enamjaolt katseandmeist, mille alusel on otstarbekas esitada polütroopne protsessijoon logaritmilises koordinaadistikus ln *p*–ln *v,* kus ta osutub enamasti ligilähedaselt sirgjooneks (vastavalt polütroobi võrrandile (3-63)). Siis

$$\ln p = -n \ln v + konst\,. \qquad (3\text{-}78)$$

Joone asukoha täpsustamisel on tulemuslik kasutada üldtuntud vähimruutude meetodit matemaatikast.

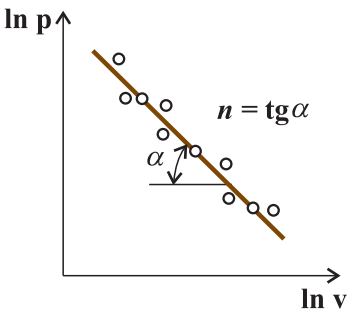
Niimoodi saadud sirgjoone kaldenurga tangens võrdub otsitava suuruse, s.o polütroobi astendajaga (joonis 3.13).

Kui on teada polütroopse protsessi olekuparameetrid kahes suvalises punktis, saab selle protsessi astendaja *n* leida võrrandist (3-78):

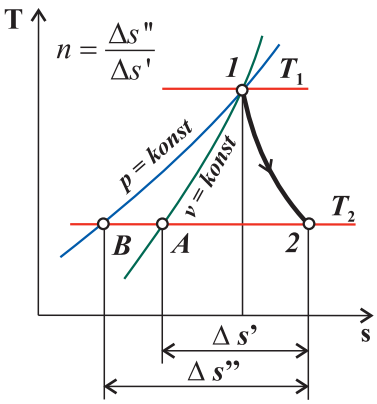
$$n = \frac{\ln \dfrac{p_2}{p_1}}{\ln \dfrac{v_1}{v_2}} = \left[ 1 - \frac{\ln \dfrac{T_2}{T_1}}{\ln \dfrac{p_2}{p_1}} \right]^{-1} . \qquad (3\text{-}79)$$

Polütroobi astendajat on põhimõtteliselt võimalik määrata ka *Ts*-diagrammi abil (joonis 3.14). Kujutagu polütroopset protsessi joon *1 2*. Läbi punkti *1* tõmbame nii isohoor- kui ka isobaarjoone kuni isotermjooneni $T_2$ (vastavalt lõik $\overline{A2} = \Delta s' = \mathrm{R} \ln (v_2 / v_1)$ ja $\overline{B2} = \Delta s'' = \mathrm{R} \ln (p_1 / p_2)$). Asetame $\ln (v_2/v_1)$ ja $\ln (p_1/p_2)$ väärtused avaldisse (3-79), siis

$$n = \frac{\overline{B2}}{\overline{A2}} = \frac{\Delta s''}{\Delta s'} . \qquad (3\text{-}80)$$




**Joonis 3.13. Polütroopne protsess tasandil ln *p*–ln *v***




**Joonis 3.14. Polütroobi astendaja määramine *Ts*-diagrammi vahendusel**

## 3.2 Eksergia

### 3.2.1 Gouy-Stodola seadus

Termodünaamika esimesel seadusel põhinev soojusjõuseadme kasutegur näitab seda osa ringprotsessi suunatud soojusest, mis soojusjõuseadmes toimuvate protsesside vahendusel muundub kasulikuks tööks. Soojusjõuseadme kasutegur kätkeb endas nii termodünaamika teisest seadusest johtuvat vältimatult ringprotsessist lahkuvat soojust kui ka protsesside tagastamatusest põhjustatud kadusid.

Soojusjõuseadme kasulik väljund on tema sooritatav töö. Teatavasti tõestab termodünaamika teine seadus, et saamaks soojusjõuseadmes kasulikku tööd, tuleb paratamatult osa soojust loovutada soojusallika temperatuurist madalama temperatuuriga kehale ehk jahutile. Jahutile loovutatav soojushulk on seda väiksem, mida kõrgem on soojusallika temperatuur ehk soojuse „kvaliteet". Eksergiline meetod, erinevalt eelmisest nn energeetilisest meetodist, ei käsita soojusjõuseadme ringprotsessis jahutile ülekantavat soojushulka kaona, vaid kui termodünaamika teisest seadusest ilmnevat paratamatut nähtust, mille tingivad ümbruskeskkonna meist sõltumatud parameetrid. Kaona käsitatakse vaid protsesside tagastamatusest lähtuvaid nähtusi.

Soojuslikult isoleeritud (adiabaatses) termodünaamilises süsteemis tehakse tööd ainult juhul, kui süsteem ei ole tasakaaluseisundis. Selleks on vaja, et süsteemi kuuluvatel kehadel ei oleks võrdne temperatuur ega rõhk või üks nendest. Süsteem, milles on erineva rõhuga kehi, ei ole mehaaniliselt tasakaalus. Samuti, kui süsteemis olevate kehade temperatuur on erinev, siis on tema termiline (soojuslik) tasakaal rikutud. Isoleeritud süsteemist on võimalik saada tööd ainult süsteemi üleminekul tasakaalutust olekust tasakaaluoleku suunas.

Oletame, et isoleeritud süsteemi moodustavad suuremahuline püsiva temperatuuri ja rõhuga ümbruskeskkond ja rõhu all olev gaas, mille temperatuur on võrdne ümbruskeskkonna omaga, kuid rõhk on kõrgem. Selline süsteem on termilises, kuid mitte mehaanilises tasakaalus. Süsteem on suuteline tegema tööd: näiteks turbiinmasin, kui turbiini siseneva keha rõhk on kõrgem kui masinast väljumisel.

Kui süsteemis on kaks erineva temperatuuri, kuid võrdse rõhuga keha (üheks võib olla ka ümbruskeskkond), siis on süsteem mehaanilises tasakaalus, termiline tasakaal aga puudub. Seegi süsteem võib sooritada tööd, näiteks Carnot' ringprotsessi vahendusel, kuid teatud osa energiast tuleb kuumemalt kehalt võetud soojuse näol loovutada jahedamale kehale.

Isoleeritud termodünaamilisest süsteemist saadav töö on maksimaalne siis, kui energia siirde- ja muundusprotsess on tagastatav ning protsessi lõppedes on termodünaamilise keha rõhk ja temperatuur võrdsustunud ümbruskeskkonnas valitsevaga.

Süsteemist saadav töö sõltub seal toimuva termodünaamilise protsessi tagastamatuse määrast. Tuginedes termodünaamika teisele seadusele, on võimalik mää-

rata süsteemi antud algoleku puhul tehtava töö kvantitatiivne erinevus tagastataval ja tagastamatul üleminekul. Selleks vaatleme soojuslikult isoleeritud termodünaamilist süsteemi, mis koosneb suure mahtuvusega keskkonnast ja termodünaamilisest kehast, mille vahendusel toimub energia muundamine tööks. Eeldame, et termodünaamilised protsessid toimuvad materiaalselt avatud ruumis (süsteemis), mistõttu on tegemist tehnilise tööga.

Tähistame keskkonna temperatuuri ja rõhu vastavalt $T_0$ ja $p_0$ ning keskkonna suure mahtuvuse tõttu eeldame, et need on toimuvatest protsessidest sõltumatud. Olgu keha parameetrid protsessi algul $p_1$ ja $T_1$ ning protsessi lõppedes $p_2$ ja $T_2$.

Et vaadeldaval juhul termodünaamiline keha (voolus) koos keskkonnaga moodustavad soojuslikult isoleeritud süsteemi, siis võib soojusülekanne siin toimuda ainult keha ja keskkonna vahel. Kuna keskkonna temperatuur on püsiv, siis keha ja keskkonna vahelises energiasiirdes üleantav soojushulk (valem (3-25))

$$q = -T_0(s'_{20} - s'_{10}), \tag{3-81}$$

kus $s'_{10}$ ja $s'_{20}$ – keskkonna entroopia termodünaamilise protsessi algul ja lõpul.

Siin ja edaspidi anname soojushulga, entroopia, entalpia, töö jt suurused keha massiühiku kohta.

Soojushulk on positiivne, kui keha saab soojust keskkonnalt. Kehalt keskkonda kanduv soojushulk on negatiivne.

Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele on keha sooritatav tehniline töö (valem (2-150))

$$l_\mathrm{t} = (h_1 - h_2) + q = (h_1 - h_2) - T_0(s'_{20} - s'_{10}). \tag{3-82}$$

Keskkond koos termodünaamilise kehaga moodustab ühtse soojuslikult isoleeritud süsteemi, mille entroopia $s^*$ koosneb keskkonna entroopia $s'$ ja keha entroopia $s$ summast. Seega keskkonna entroopia muutus

$$\Delta s'_0 = s'_{20} - s'_{10} = (s^*_2 - s^*_1) - (s_2 - s_1) = \Delta s^* - \Delta s \tag{3-83}$$

ning

$$l_\mathrm{t} = (h_1 - h_2) + T_0\Delta s - T_0\Delta s^*. \tag{3-84}$$

Siin $\Delta s = s_2 - s_1$ ja $\Delta s^* = s^*_2 - s^*_1$ tähistavad vastavalt termodünaamilise keha ja süsteemi entroopia muutust.

Adiabaatse süsteemi kui terviku entroopia muutus $\Delta s^*$ võib olla kas võrdne nulliga või sellest suurem: $\Delta s^* \geq 0$ (p 2.1.10). Seega

$$l_\mathrm{t} \leq (h_1 - h_2) + T_0\Delta s. \tag{3-85}$$

Soojuslikult isoleeritud süsteemis toimuvate tagastatavate protsesside korral $\Delta s^* = 0$ ning keha tehtav töö on maksimaalne:

$$l_{\mathrm{t,max}} = (h_1 - h_2) + T_0\Delta s = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2). \qquad (3\text{-}86)$$

Viimasest valemist näeme, et süsteemi maksimaalne töö termodünaamilise keha üleminekul olekust *1* olekusse *2* on määratud ainult keha alg- ja lõppolekuga ning keskkonna parameetritega ega sõltu termodünaamilise protsessi käigust.

Valemis (3-86) sisalduv esimene liige $(h_1 - h_2)$ väljendab tagastatavas adiabaatses (isoentroopses) protsessis keha tehnilist tööd, teine liige $T_0\Delta s$ aga tagastatava isotermse protsessi tööd.

On võimalik näidata, et valem (3-86) kehtib ka siis, kui termodünaamilised protsessid toimuvad materiaalselt suletud ruumis. Sellisel juhul sooritab süsteem mehaanilist tööd.

Süsteemis toimuvate tagastamatute protsesside korral

$$l_{\mathrm{t}} = l_{\mathrm{t,max}} - T_0\Delta s^{*}. \qquad (3\text{-}87)$$

Rõhutame, et $l_{\mathrm{t,max}}$ on maksimaalselt võimalik tehniline töö, mida võib sooritada soojuslikult isoleeritud termodünaamiline süsteem seal toimuvate tagastatavate protsesside korral keha üleminekul algolekust *1* lõppolekusse *2*, suurus $l_{\mathrm{t}}$ on aga samas süsteemis sooritatav tehniline töö tagastamatute protsesside puhul. Mainitud tööde vahe väljendab süsteemi töövõime vähenemist (kadu) termodünaamiliste protsesside tagastamatuse tõttu. Mida ulatuslikum on protsesside tagastamatus, seda väiksem on ka süsteemi töövõime.

Valem (3-87) väljendab Gouy-Stodola seadust, mille kohaselt soojuslikult isoleeritud süsteemis tehtav tehniline töö on maksimaalsest tööst väiksem positiivse suuruse $T_0\Delta s^{*}$ võrra. Süsteemi töö on seda suurem, mida madalam on keskkonna temperatuur ja mida väiksem süsteemi entroopia juurdekasv protsesside tagastamatusest.

### 3.2.2 Termodünaamilise keha eksergia

Kogu olemasolevat energiat ei ole võimalik muuta kasulikuks tööks. Nimelt sõltub energia kasutatavuse (kasulikuks tööks muundatavuse) määr ümbruskeskkonna olekust. Termodünaamilise süsteemi energeetilise ressursi hindamisel tuleb seega arvesse võtta ka ümbruskeskkonna parameetreid. Näiteks on veekogudesse akumuleerunud tohutut siseenergiat praktiliselt võimatu muundada tööks, sest sealne temperatuur on ligilähedane keskkonna temperatuurile. Järelikult puudub veekogudes peituval energial tehniline väärtus. Siit johtub vajadus hinnata energiavaru suurusega, mis toob esile ainult selle osa energiast, mis ümbruskeskkonna antud tingimustel võib muunduda kasulikuks tööks. Et olemasolev energia muunduks maksimaalsel määral kasulikuks tööks, peab energiamuundusprotsessis osalev keha omandama väliskeskkonna parameetritele vastava tasakaaluoleku. Süsteemi energiaressurssi, mis on võimeline tööks

muunduma, nimetatakse eksergiaks. Öeldule tuginedes võime defineerida eksergia mõiste. Süsteemi eksergia all mõistetakse maksimaalselt võimalikku tehnilist tööd, mis saadakse süsteemi üleminekul antud olekust tasakaaluolekusse ümbruskeskkonna suhtes.

Eksergia mõiste võttis kasutusse Zoran Rant 1956. aastal.

Kui käsitada meie poolt jälgitavat suure mahuga keskkonnast ja termodünaamilisest kehast koosnevat süsteemi soojuslikult isoleerituna, siis on selle keha eksergia maksimaalselt võimalik tehniline töö keha tagastataval üleminekul algolekust keskkonnaga tasakaalu, kus protsessi lõppedes keha ning keskkonna rõhk ja temperatuur ühtlustuvad. Niisiis ei sõltu termodünaamilise keha maksimaalne töö soojuslikult isoleeritud süsteemis vaid keha algolekust, vaid ka keskkonna parameetritest. Termodünaamilise keha eksergia tähistatakse tähega $e$ ja antakse tavaliselt keha massiühiku kohta.

Tähistame termodünaamilise keha entalpia ja entroopia algolekus $h$ ja $s$ ning keskkonnaga tasakaaluolekus $h_0$ ja $s_0$, siis sooritab keha tehnilist tööd vastavalt Gouy-Stodola seadusele

$$l_\mathrm{t} = (h - h_0) - T_0 (s - s_0) - T_0 \Delta s^*, \tag{3-88}$$

kus $\Delta s^*$ – entroopia muutus soojuslikult isoleeritud termodünaamilises süsteemis seal toimuvate tagastamatute protsesside tagajärjel.

Kuna adiabaatses süsteemis esinevate tagastatavate protsesside korral süsteemi entroopia ei muutu ($\Delta s^* = 0$), siis vastavalt definitsioonile avaldub keha eksergia valemi (3-88) põhjal

$$e = (h - h_0) - T_0 (s - s_0). \tag{3-89}$$

Valem tõestab öeldut, et keha eksergia ei sõltu termodünaamilise protsessi olemusest, vaid on määratud keha algoleku ja keskkonna parameetritega. Eksergia nagu energiagi on olekufunktsioon ning tal on kõik sellest järelduvad iseloomulikud omadused. Eksergia väärtus sõltub peale energiat iseloomustavate parameetrite ka keskkonna parameetritest.

Termodünaamiliste protsesside tagastamatuse määr avaldub korrutisena $T_0 \Delta s^*$, mis tegelikult on süsteemi eksergia (töövõime) kadu.

Kui kasutada eksergia mõistet, siis soojuslikult isoleeritud süsteemi tehniline töö

$$l_\mathrm{t} = e - T_0 \Delta s^*. \tag{3-90}$$

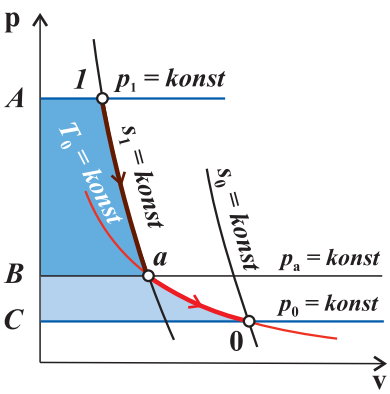
See valem väljendab termodünaamilise keha poolt soojuslikult isoleeritud süsteemis tehtava maksimaalselt võimaliku kasuliku tehnilise töö (eksergia) ja süsteemi töövõime kao (eksergia kao) vahet. Valem on (3-90) kehtiv kõigile adiabaatsetele süsteemidele. Selle alusel on süsteemi lõpp- ja algoleku kaudu

arvutatav maksimaalselt võimaliku ja tegeliku kasuliku töö vahe, s.o protsesside tagastamatusest tingitud süsteemi töövõime kadu. Süsteemi eksergia kadu (mis tagastatava protsessi puhul muutuks kasulikuks tööks) kas antakse üle keskkonnale soojuse kujul või jääb süsteemis kasutamata.

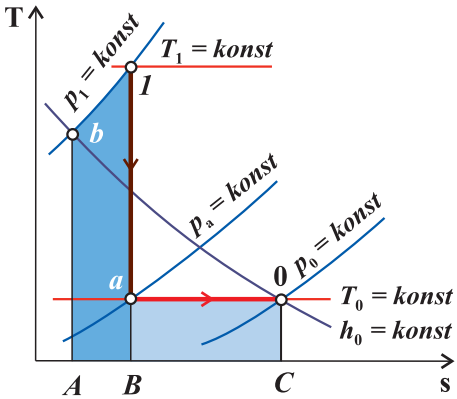
Termodünaamilise keha eksergia on avaldatav ka pindalana aine *pv*-diagrammil (joonis 3.15). Olgu keha algolekus *1* rõhk $p_1$ ja erimaht $v_1$ ning keskkonna iseloomulikud parameetrid rõhk $p_0$ ja temperatuur $T_0$. Keha lõppolek (tasakaalus keskkonnaga) on määratud joonte $T_0 = konst$ ja $p_0 = konst$ lõikepunktiga (punkt 0). Punkt *a* on algpunkti läbiva isoentroopjoone $s_1 = konst$ ja isotermjoone $T_0 = konst$ ühispunkt. Keha sooritatavat tehnilist tööd $l_{t,1a} = (h_1 - h_a)$ siirdumisel olekust *1* olekusse *a* väljendab pindala $\square A1aBA$ ning tehnilist tööd $l_{t,\,a0} = [T_0(s_a - s_0) - (h_a - h_0)]$ isotermsel üleminekul olekust *a* olekusse 0 pindala $\square Ba0CB$. Seega olekus *1* keha eksergia $e_1 = l_{t,1a} + l_{t,\,a0} = (h_1 - h_a) + [T_0(s_a - s_0) - (h_a - h_0)] = [(h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0)] = \square A1a0CA$.

Niisiis, eksergia kui keha algolekust keskkonnaga tasakaalu siirdumisel tehtav tehniline töö $e = -\int_{(1)}^{(0)} v\mathrm{d}p$ avaldub *pv*-diagrammil pindalana $\square A1a0CA$ ning koosneb üldjuhul algebralisest summast $\square A1aBA + \square Ba0CB$.

Analoogselt ülalesitatuga saab keha üleminekut keskkonnaga tasakaalu kujutada ka *Ts*-diagrammil (joonis 3.16). Punkt *1* tähistab keha algolekut ja punkt 0 keha ja keskkonna tasakaaluolekut. Joon *1 a* väljendab keha isoentroopset üleminekut algolekust kuni keskkonna temperatuurini $T_0$ ning joon *a* 0 keha isotermset üleminekut olekust *a* väliskeskkonnaga tasakaalu. Tähistame punkti 0 läbiva isoentalpjoone ja punkti *1* läbiva isobaarjoone lõikepunkti tähega *b*, kus $h_b = h_0$. Pindala $\square Ab1BA$ esitab keha entalpia muutust üleminekul algolekust *1* olekusse *a* ehk isoentroopses protsessis *1a* tehtavat tehnilist tööd. Teine liige eksergia avaldises $T_0\,(s_0 - s_1)$ on aga *Ts*-diagrammil võrdne pindalaga $\square Ba0CB$. Seega olekus *1* termodünaamilise keha eksergia $e_1 = \square Ab1a0CA$.




**Joonis 3.15. Termodünaamilise keha eksergia määramine *pv*-diagrammi abil**




**Joonis 3.16. Termodünaamilise keha eksergia määramine *Ts*-diagrammi abil**

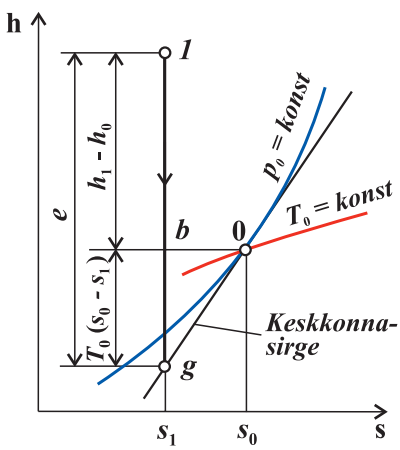
Vaatleme eksergia määramise võimalust *hs*-diagrammi kaasabil, nagu on näidatud joonisel 3.17. Tähistagu punkt *1*, nagu eelmistelgi kordadel, keha algolekut ning keskkonna isobaarjoone $p_0$ ja isotermjoone $T_0$ lõikepunkt 0 keha ja keskkonna tasakaalu. Sirglõigu $\overline{1b}$ pikkus väljendab keha entalpia isoentroopset muutust $(h_1 - h_0)$ algolekust kuni keskkonna temperatuurini $T_0$. Eksergia valemi teine liige $T_0\,(s_0 - s_1)$ saadakse järgmiselt. Punkti 0 läbiva isobaarjoone puutuja tõus vastavalt valemile (2-223) on võrdne temperatuuriga samas punktis.

Seega

$$T_0 = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = \frac{h_0 - h_g}{s_0 - s_1}.$$

Ilmselt $\overline{bg} = T_0\,(s_0 - s_1) = h_0 - h_g$. Seega, keha eksergia *hs*-diagrammil avaldub sirglõigu $\overline{1g}$ pikkusena.

Punkti 0 läbivat isobaarjoone puutujat nimetatakse ka keskkonnasirgeks. Nii väljendab termodünaamilise keha eksergiat *hs*-diagrammil püstsirge lõigu pikkus keha algolekut määravast punktist kuni lõikumiseni keskkonnasirgega.




**Joonis 3.17. Termodünaamilise keha eksergia määramine *hs*-diagrammi abil**

### 3.2.3 Soojusvoo eksergia

Soojusvoo eksergia all mõistetakse termodünaamilisest süsteemist saadavat maksimaalset kasulikku tööd keskkonnavälise soojusvoo suundumisel protsessi ja süsteemi üleminekul keskkonnaga tasakaalu. Mida kõrgemal temperatuuril soojus protsessi siirdub, seda suurem osa sellest muutub kasulikuks tööks. Öeldu selgitamiseks kasutame *Ts*-diagrammi abi joonisel 3.18 näidatud kujul. Eeldame energiasiirdeprotsesside tagastatavust.

Olgu antud termodünaamiline keha algolekus *1*. Suuname kehale soojusallikast isotermselt soojushulga $q$, mille tulemusena keha läheb olekusse *2*. Kehale siirdunud soojushulk $q = T_1(s_2 - s_1)$, mis on *Ts*-diagrammil pindalana □*A12BA*. Selle soojushulga sooritatav tehniline töö keha siirdumisel olekust *1* olekusse *2* $l_{t,1\,2} = [T_1(s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)]$ (valem (3-29)). Üleminekul olekust *2* keskkonnaga tasakaalu teeb keha tehnilist tööd (valem (3-89)) $l_{t,2\,0} = [(h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0)]$. Seega avaldub keha tehtav maksimaalselt võimalik kasulik töö summana

$$l_t = l_{t,1\,2} + l_{t,2\,0} = [T_1(s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)] + \\ + [(h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0)] = e + (T_1 - T_0)(s_2 - s_1). \tag{3-91}$$

Siinjuures

$$e = [(h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0)]$$

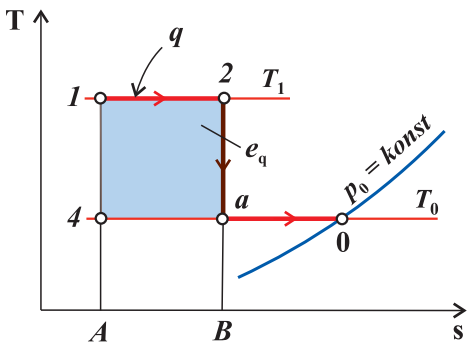
tähistab keha eksergiat olekus *1*.

Arvestades, et

$$q = T_1(s_2 - s_1),$$

saame

$$l_{t,1\,0} = e + \frac{T_1 - T_0}{T_1} q = e + e_q. \tag{3-92}$$




**Joonis 3.18. Soojusvoo eksergia *Ts*-diagrammil**

Suurust

$$e_{\mathrm{q}} = \frac{T_1 - T_0}{T_1} q \tag{3-93}$$

nimetatakse soojusvoo (soojushulga) eksergiaks, mis *Ts*-diagrammil väljendub ristküliku *12a41* pindalana. Kuna suhe $(T_1 - T_0)/T_1$ on võrdne Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguriga, siis on soojusvoo eksergia temperatuurivahemikus $T_1$ kuni $T_0$ võrdne samast soojushulgast $q$ saadava tööga tagastatavas Carnot' ringprotsessis.

Et ringprotsessi tsükli jooksul keha siseenergia ei muutu ning naaseb lähteolekusse, siis saadakse töö ainult soojushulga $q$ arvelt. Samuti näeme, et soojushulga eksergia $e_{\mathrm{q}}$ ei sõltu keskkonna rõhust.

Soojuse töövõime on seda suurem, mida väiksem on suhe $T_0/T_1$. Kui soojusallika temperatuur on võrdne keskkonna temperatuuriga, võrdub soojushulga eksergia nulliga.

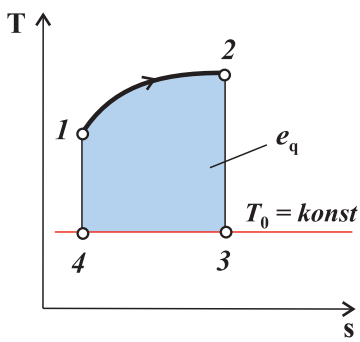
Valemist (3-92) nähtub, et keskkonnavälise soojuse suundumisel kehale on keha eksergia algeksergia ja sellele lisanduva soojusvoo eksergia summa. Viimane, nagu mainitud, on ekvivalentne protsessi siirdunud soojushulgast saadud kasuliku tööga tagastatavas Carnot' ringprotsessis.

Üldisemal juhul, kui soojusallika temperatuur protsessi käigus muutub, siis soojusvoo eksergia

$$e_{\mathrm{q}} = \int_{(1)}^{(2)} \frac{T - T_0}{T} \mathrm{d}q, \tag{3-94}$$

olles *Ts*-diagrammil võrdne pindalaga □*12341* (joonis 3.19).

Soojusallikalt kehale ülekantud soojusest saadav kasulik töö on maksimaalne ainult siis, kui protsessid süsteemis on tagastatavad. Protsessi mis tahes tagastamatus viib alati süsteemi töövõime vähenemisele. Mida ulatuslikum on süsteemis toimuvate protsesside tagastamatus, mille määraks on süsteemi entroopia kasv, seda väiksem on süsteemist saadav kasulik töö.




**Joonis 3.19. Soojusvoo eksergia *Ts*-diagrammil**

Kui termodünaamilise keha üleminek algolekust *1* lõppolekusse *2* on tagastamatu ning keha saab soojust välissoojusallikalt, siis avaldub süsteemi tehniline töö üldjuhul kujul

$$l'_{\mathrm{t},1\,2} = (e_1 - e_2) + e_{\mathrm{q}} - T_0 \Delta s^*, \tag{3-95}$$

süsteemis toimuvate tagastatavate protsesside korral aga

$$l_{\mathrm{t},1\,2} = (e_1 - e_2) + e_{\mathrm{q}}, \tag{3-96}$$

kus $e_1$ ja $e_2$ – vastavalt termodünaamilise keha eksergia protsessi algul ja lõpul, $e_{\mathrm{q}}$ – protsessi viidud süsteemivälise soojuse eksergia, $T_0\Delta s^*$ – eksergiakadu protsesside tagastamatusest süsteemis.

Eksergiakadu tagastamatutes protsessides avaldub vahena

$$T_0 \Delta s^* = l_{\mathrm{t},1\,2} - l'_{\mathrm{t},1\,2}.$$

Juhul kui soojusallikas puudub, on valemites (3-95) ja (3-96) liige $e_{\mathrm{q}} = 0$ ning

$$l'_{\mathrm{t},1\,2} = (e_1 - e_2) - T_0 \Delta s^* \tag{3-97}$$

ja

$$l_{\mathrm{t},1\,2} = e_1 - e_2. \tag{3-98}$$

Viimane valem väljendab termodünaamilisest süsteemist saadavat kasulikku tööd keha tagastataval siirdumisel algolekust *1* lõppolekusse *2*.

### 3.2.4 Eksergiakadu soojusülekandel

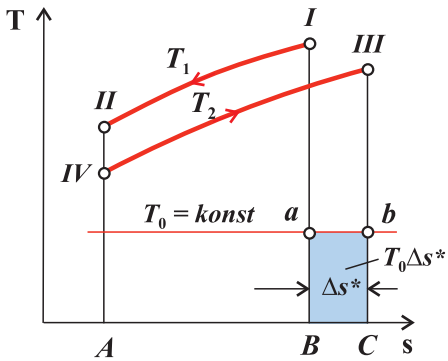
Termodünaamika teise seaduse kohaselt võib energia soojuse kujul iseeneslikult siirduda ainult kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale. Kõrgema temperatuuriga keha eksergia on alati suurem madalama temperatuuriga keha eksergiast. Soojuse siirdumine kuumemalt kehalt jahedamale kehale tähendab keha töövõime vähenemist ehk eksergiakadu.

Soojusülekanne erineva temperatuuriga kehade vahel on termodünaamiliselt tagastamatu protsess. Tagastamatuse määr sõltub temperatuuri erinevusest. Protsess võib olla tagastatav ainult soojuse kvaasistaatilis-isotermsel ülekandel.

Vaatleme soojusülekannet kahest erineva temperatuuriga kehast koosnevas süsteemis. Süsteem olgu ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud. Muutugu soojust üleandva keha temperatuur $T_1$ vahemikus $T_{\mathrm{I}}$ kuni $T_{\mathrm{II}}$ ning soojust vastuvõtva keha temperatuur $T_2$ vahemikus $T_{\mathrm{IV}}$ kuni $T_{\mathrm{III}}$ (joonis 3.20). Kuna süsteem on soojuslikult isoleeritud, siis on kuumema keha loovutatud soojushulk võrdne jahedama keha poolt vastuvõetud soojushulgaga: $q = \square BI\,IIAB = AIV\,IIICA$.

Esimese keha soojushulga eksergia vastavalt valemile (3-94)

$$e_{\mathrm{q_I}} = \int_{(\mathrm{I})}^{(\mathrm{II})} \frac{T_1 - T_0}{T_1}\,\mathrm{d}q \tag{3-99}$$




**Joonis 3.20. Eksergiakadu *Ts*-diagrammil**

ja teise keha soojushulga eksergia

$$e_{q_2} = \int_{(IV)}^{(III)} \frac{T_2 - T_0}{T_2} \mathrm{d}q . \tag{3-100}$$

Eksergiakadu Gouy-Stodola seaduse põhjal (valem (3-87))

$$\Delta e = \left(e_{q_1} - e_{q_2}\right) = T_0 \Delta s^* . \tag{3-101}$$

Eksergiakadu soojuse siirdumisel kuumemalt kehalt jahedamale väljendub *Ts*-diagrammil süsteemi entroopia kasvu $\Delta s^*$ kaudu pindalana $\Delta e = \square BabCB$. Eksergiakadu soojusülekandel seisneb soojuse „kvaliteedi" alanemises temperatuuri languse tõttu.

Kui süsteemist siirdub soojust ka ümbruskeskkonda (soojuskadu ümbruskeskkonda), siis lisandub eksergiakao võrrandile seda arvestav liige. Et vaadeldavas süsteemis on soojusallikaks keha *1*, siis ümbruskeskkonda kanduvast soojusest $q_0$ tulenev eksergiakadu

$$\Delta e_0 = \int_{(I)}^{(II)} \frac{T_1 - T_0}{T_1} \mathrm{d}q_0 \tag{3-102}$$

ning

$$\Delta e = (e_{q_1} - e_{q_2}) + \Delta e_0 = T_0(\Delta s_1^* + \Delta s_2^*), \tag{3-103}$$

kus $\Delta s_1^*$ – entroopia suurenemine tagastamatust soojusülekandest, $\Delta s_2^*$ – entroopia suurenemine soojusülekandest ümbruskeskkonda.

Kui kogu soojus $q$ kanduks ümbruskeskkonda, siis oleks eksergiakadu $\Delta e = e_q$.

### 3.2.5 Kütuse põlemisel vabaneva soojuse eksergia

Toimugu kütuse põlemine ja soojuse eraldumine soojuslikult isoleeritud süsteemis. Tähistame kütuse põlemisel vabaneva soojushulga $q$. Sõltuvalt süsteemis oleva oksüdandi ja kütuse vahekorrast ning põlemistingimustest omandavad põlemissaadused protsessi lõpul kindla temperatuuri $T_t$.

Kütuse põlemisel vabaneva soojuse eksergia saab arvutada valemiga (3-94). Arvestades seda, et põlemisgaasile ülekantav soojushulk $dq = c dT$ ($c$ on põlemisgaasi erisoojus), siis

$$e_q = \int_{(1)}^{(2)} \frac{T - T_0}{T} c\,dT$$

ehk

$$e_q = \int_{(1)}^{(2)} c\,dT - \int_{(1)}^{(2)} T_0 \frac{dq}{T} = q - T_0 (s_2 - s_1). \qquad (3\text{-}104)$$

Viimasest tulemusest ilmneb kütuse põlemisel vabaneva soojuse eksergia sõltuvus kütuse põlemistingimustest, mis määrab entroopia muutuse ($s_2 - s_1$) põlemisprotsessi käigus. Samuti on põlemisel vabaneva soojuse eksergia sõltuv keskkonna temperatuurist.

Kütuse põlemine, nagu mainitud, võib toimuda erinevates tingimustes. Võrdleme omavahel isohoorset ja isobaarset põlemist. Kuna mõlemal korral on põlemisel vabanev soojushulk seesama, siis

$$c_v (T_{t_v} - T_0) = c_p (T_{t_p} - T_0), \qquad (3\text{-}105)$$

kus $T_{t_v}$ ja $T_{t_p}$ – põlemisgaasi lõpptemperatuur kütuse isohoorsel ja isobaarsel põlemisel.

Teatavasti $c_p > c_v$, seepärast $T_{t_v} > T_{t_p}$ ja $e_{q_v} > e_{q_p}$. Seega ületab isohoorsel põlemisel vabaneva soojushulga eksergia isobaarsel põlemisel saadava soojushulga oma.

### 3.2.6 Eksergiakadu ringprotsessis

Eksergiakadu ringprotsessis on seotud koostisprotsesside tagastamatusega, mis seisneb nende välises (termodünaamilise keha temperatuuri erinevus soojusallika ja jahuti temperatuurist soojuse juhtimisel protsessi ja sealt eemaldamisel) ning sisemises (tagastamatud protsessid soojusjõumasinas ringprotsessi jooksul) tagastamatuses.

Vaatleme tagastamatut ringprotsessi *I II III IV* (joonis 3.21). Tähistame soojusallika ja jahuti temperatuuri vastavalt $T_1$ ja $T_2$. Olgu ringprotsess soojuse protsessi

siirdumisel (*I II*) ja sealt lahkumisel (*III IV*) väliselt tagastamatu. See tähendab, et soojuse siirdumisel protsessi jääb termodünaamilise keha temperatuur madalamaks soojusallika omast ning soojuse eemaldamisel kõrgemaks jahuti omast. Ülejäänud osades, kus ei toimu soojuse siiret soojusallika ja jahuti vahel, olgu ringprotsess sisemiselt tagastamatu.

Eksergiakadu ringprotsessis puuduks, kui soojusallika ja jahuti temperatuuri vahemikus toimuks tagastatav Carnot' ringprotsess *12341*. Seetõttu võrdleme ringprotsessi *I II III IV* tagastatava Carnot' ringprotsessiga. Võrdluse aluseks võtame protsessi siirduva soojushulga

$$q_1 = \int_{(I)}^{(II)} T\mathrm{d}s = T_1(s_2 - s_1). \tag{3-106}$$

Ilmselt $\square B12AB = \square CI\,II\,DC$.

Tagastamatust ringprotsessist eemaldatav soojushulk

$$q_2' = \int_{(IV)}^{(III)} T\mathrm{d}s = T_2(s_\mathrm{a} - s_4) = T_2(s_3 - s_4) + T_2(s_\mathrm{a} - s_3) = \\ = q_2 + T_2(s_\mathrm{a} - s_3), \tag{3-107}$$

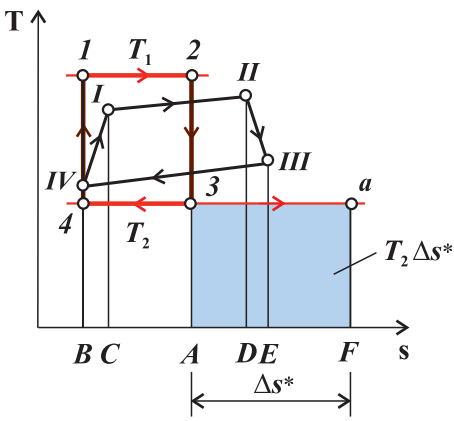
kusjuures tagastatavast Carnot' ringprotsessist eemalduv soojus

$$q_2 = T_2(s_3 - s_4). \tag{3-108}$$

Punkti *a* asukoht joonisel 3.21 on määratav tingimusest $\square BIV\,IIIEB = \square B4aFB$.

Süsteemi entroopia muutus

$$\Delta s^* = -\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2'}{T_2}. \tag{3-109}$$




**Joonis 3.21. Ringprotsessi eksergiakao määramine *Ts*-diagrammil**

Seose (3-107) põhjal

$$\Delta s^* = -\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} + (s_\mathrm{a} - s_3). \tag{3-110}$$

Valemi liige

$$-\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0$$

väljendab entroopia muutust tagastatavas Carnot' ringprotsessis *12341*. Seetõttu

$$\Delta s^* = s_\mathrm{a} - s_3 . \tag{3-111}$$

Valemist järeldub lihtne võimalus süsteemi tagastamatutest protsessidest põhjustatud entroopia suurenemise $\Delta s^*$ ja eksergiakao $T_2\,\Delta s^*$ kujutamiseks *T*s-diagrammil (joonis 3.21). Selleks kantakse joonisele joon $T_2 = konst$ ja leitakse ülalkirjeldatud moodusel punktid *4* ja *3*. Nüüd määratakse tingimuse $q_2 = T_2\,(s_\mathrm{a} - s_4)$ kohaselt lõigu *3a* pikkus, mis on arvuliselt võrdne kogu süsteemi entroopia juurdekasvuga $\Delta s^*$. Eksergiakadu $T_2\,\Delta s^*$ on aga ekvivalentne pindalaga □*A3aFA*.

Esitatud meetod eksergiakao määramiseks on üldine ja rakendatav nii ringprotsessile tervikuna kui ka selle üksikutele osadele. Seejuures tuleb silmas pidada, et entroopia juurdekasv ringprotsessis on võrdne entroopia juurdekasvude summaga protsessi üksikutes osades.

Gouy-Stodola seaduse põhjal on tagastamatu ringprotsessi kasulik töö

$$l = l_{\mathrm{t,max}} - T_2 \Delta s^* \tag{3-112}$$

ehk

$$l = \left(e_{\mathrm{q_1}} - e_{\mathrm{q_2}}\right) - T_2\,(s_\mathrm{a} - s_3). \tag{3-113}$$

### 3.2.7 Eksergiline kasutegur

Tagastatava ringprotsessi tõhusust soojuse muundamisel tööks iseloomustatakse ringprotsessi termilise kasuteguriga. Viimane võrdub ringprotsessi kasuliku töö ja ringprotsessi suunatud soojushulga suhtega. Ringprotsessi termiline kasutegur põhineb seadme soojusbilansil (termodünaamika esimesel seadusel) ega arvesta soojuse kvaliteeti, mis määrab sellest saadava võimaliku töö. Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur võib võrduda ühega ainult siis, kui jahuti temperatuur $T_2 = 0$ K. Sellisel juhul ringprotsessi kasulik töö $l = q_1$. Vastavalt Nernsti soojusteoreemile on 0 K saavutamatu ning kogu soojushulka $q_1$ kasulikuks tööks muundada ei ole võimalik. Tegelikult võimalik minimaalne (jahuti) temperatuur, mis määrab süsteemi maksimaalse töö ehk eksergia, on keskkonna temperatuur. Soojushulga $q_1$ kasulikuks tööks muundatav osa sõltub keskkonna parameetritest. Viimased ei ole aga omatahtsi reguleeritavad. Sellest ajendatult kasutatakse

ringprotsessi efektiivsuse väljendamiseks ka eksergilist kasutegurit, mis arvestab termodünaamika teisest seadusest lähtuvalt seda soojuse osa, mida saab muundada kasulikuks tööks, s.o arvestab soojuse nn kvaliteeti.

Eksergiline kasutegur on soojusjõuseadmest saadava kasuliku töö suhe maksimaalselt võimalikku töösse keha üleminekul algolekust lõppolekusse. Vastavalt öeldule avaldub soojusjõuseadme eksergiline kasutegur valemiga

$$\eta_{\mathrm{ex}} = \frac{l}{(e_1 - e_2) + e_{\mathrm{q}}}, \tag{3-114}$$

kus $l$ – soojusjõuseadmest saadav kasulik töö, $e_1$ ja $e_2$ – termodünaamilise keha eksergia vastavalt soojusjõuseadmesse sisenemisel ja sealt väljumisel, $e_{\mathrm{q}}$ – soojushulga eksergia.

Võttes arvesse, et eksergiakadu $T_0\Delta s^* = (e_1 + e_2) + e_{\mathrm{q}} - l$, saame

$$\eta_{\mathrm{ex}} = 1 - \frac{T_0\Delta s^*}{(e_1 - e_2) + e_{\mathrm{q}}}. \tag{3-115}$$

Kui kõik protsessid soojusjõumasinas kulgevad tagastatavalt eeldusel, et $e_{\mathrm{q}} = 0$, siis $l = l_{\mathrm{t,\,max}}$ ja $\eta_{\mathrm{ex}} = 1$.

Eksergilise kasuteguri mõistet kasutatakse ka nende seadmete iseloomustamiseks, mis kasulikku tööd ei tee. Sellisel juhul

$$\eta_{\mathrm{ex}} = \frac{e_2}{e_1 + e_{\mathrm{q}}}. \tag{3-116}$$

Viimase valemiga leitud eksergiline kasutegur väljendab termodünaamiliste protsesside tagastamatuse määra, näidates, mil määral väheneb seadmes toimuvate protsesside tulemusel keha töövõime.

Eksergiline kasutegur on sobiv soojusvahetusseadmete efektiivsuse iseloomustamiseks soojuse kasulikuks tööks muundamise seisukohalt. Soojuse ülekandumisel kehalt temperatuuriga $T_1$ kehale temperatuuriga $T_2$ (soojuskaod ümbruskeskkonda puuduvad) võrdub esimeselt kehalt saadav soojushulk teisele kehale üleantava soojushulgaga. Kuid sama soojushulk ei ole temperatuuril $T_2$ töövõimelt enam samaväärne sellega, mis tal oli temperatuuril $T_1$. Esitatud kasutegur hõlmabki soojuse töövõime vähenemist siirdumisel kuumemalt kehalt jahedamale.

Neljas peatükk

# TERMODÜNAAMILINE TASAKAAL. VESI JA VEEAUR

## 4.1 Termodünaamilise süsteemi tasakaal

### 4.1.1 Isoleeritud homogeense süsteemi tasakaal

Homogeenseks nimetatakse termodünaamilist süsteemi, mille igas punktis on aine keemiline koostis ühesugune ja tema füüsikaline seisund ei muutu või muutub sujuvalt üleminekul süsteemi ühest punktist teise. Niisuguse süsteemi näiteks võib olla aine mingis ruumi osas gravitatsiooniväljas, kus ta on püsivalt samas olekus, kuid tema rõhk eri punktides on molekulidele mõjuva gravitatsioonijõu tõttu erinev.

Süsteemi tasakaaluolek on seisund, mille ta omandab teatud välistingimuste puhul. Eristatakse stabiilset ja labiilset tasakaalu. Stabiilse tasakaalu korral taastub süsteemi algolek pärast seda, kui süsteemi tasakaalust välja viinud häiring lakkab. Labiilses tasakaalus süsteem ei pruugi pärast välishäiringu lakkamist enam esialgsesse olekusse tagasi pöörduda, stabiliseerudes mingis uues seisundis. Järgnevas käsitluses eeldame süsteemi stabiilset tasakaalu.

Vaatleme tasakaalus olevat isoleeritud termodünaamilist süsteemi välisjõudude puudumisel. Seega on süsteem nii soojuslikult kui ka mehaaniliselt ümbruskeskkonnast eraldatud. Niisuguse süsteemi maht $V$ on püsiv ($\mathrm{d}V = 0$), samuti siseenergia $U$ ($\mathrm{d}U = 0$). Valemi (2-58) kohaselt tagastamatute protsesside korral süsteemis (selle suundumisel tasakaaluolekusse)

$$T\mathrm{d}S \geq \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V, \tag{4-1}$$

millest järeldub, et kui $\mathrm{d}V = 0$ ja $\mathrm{d}U = 0$, siis tasakaaluolekus $\mathrm{d}S = 0$. Seega omandab isoleeritud süsteemi entroopia tasakaaluolekus maksimaalväärtuse ja süsteemi tasakaalu tingimus on

$$S = S_{\max},\ \mathrm{d}S = 0,\ \mathrm{d}^2S < 0. \tag{4-2}$$

Selgitamaks süsteemi üksikute osade omavahelisi termodünaamilisi tasakaalutingimusi, jagame süsteemi tinglikult kaheks alasüsteemiks *1* ja *2*. Kujutleme, et nendes alasüsteemides toimuvate protsesside tulemusena muutub nende maht ja siseenergia. Tähistame mainitud muutused esimeses alasüsteemis vastavalt $\mathrm{d}V_1$

ja $\mathrm{d}U_1$ ning teises alasüsteemis $\mathrm{d}V_2$ ja $\mathrm{d}U_2$. Kuna süsteemi kogumaht ja siseenergia ei muutu, siis $\mathrm{d}V_1 + \mathrm{d}V_2 = 0$ ja $\mathrm{d}U_1 + \mathrm{d}U_2 = 0$. Tasakaalutingimuse $S = konst$ kohaselt ka $\mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = 0$. Arvestades seda, et

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}U}{T} + \frac{p}{T}\mathrm{d}V \quad \text{(valem (2-46))},$$

siis

$$\mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = \frac{\mathrm{d}U_1}{T_1} + \frac{p_1}{T_1}\mathrm{d}V_1 + \frac{\mathrm{d}U_2}{T_2} + \frac{p_2}{T_2}\mathrm{d}V_2 = 0 \tag{4-3}$$

ehk

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\mathrm{d}U_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right)\mathrm{d}V_1 = 0. \tag{4-4}$$

Viimane tingimus saab olla täidetud ainult siis, kui

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = 0$$

ja

$$\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} = 0.$$

Siit järeldub, et $T_1 = T_2$ ja $p_1 = p_2$. Seega on termodünaamilises tasakaalus oleva isoleeritud süsteemi kõigis osades ühesugune temperatuur ja rõhk.

### 4.1.2 Aine faasidevaheline tasakaal. Gibbsi faaside reegel

Kõik looduses esinevad ained võivad olla eri faasides, s.t neil võivad olla erinevad agregaatolekud (tahke, vedel, gaasiline) või kristallilise oleku alavormid. Aine faasi mõiste alla mahub nii aine agregaatoleku vorm kui ka tahkefaasi erinevad olekud. Näiteks võib jääl olla sõltuvalt rõhust ja temperatuurist mitmesuguseid kristallilisi struktuure.

Heterogeenne süsteem koosneb ainest eri faasides, kusjuures iga faas moodustab omaette homogeense süsteemi (alasüsteemi). Mitmefaasilises süsteemis on kõik faasid omavahel kontaktis. Heterogeense süsteemi näide on keev vesi, mis ühes faasis on vedelas (vesi), teises aga gaasilises olekus (aur). Mõlema faasi keemiline koostis on sama, kuid füüsikalised omadused erinevad järsult.

Aine läheb ühest faasist teise faasisiirde kaudu. Võimalikud on järgmised faasisiirded: vedelik–gaas (aurustumine, kondensatsioon), tahkis–gaas (sublimatsioon, desublimatsioon), tahkis–vedelik (sulamine, hangumine e tahkestumine) ja tahkis–tahkis (rekristallisatsioon). Vedel- ja tahkefaas moodustavad aine kondenseerunud faasi. Aine faasisiirdega kaasneb alati soojusefekt, kas soojuse neeldumine või eraldumine.

On üldtuntud tõde, et olenevalt rõhust ja temperatuurist võib üks ja seesama aine olla erinevates agregaatolekutes. Tüüpiline näide on vee käitumine atmosfäärirõhul. Temperatuurivahemikus 0–100 °C on vesi vedelas olekus, 100 °C juures aurustub ja läheb üle gaasilisse faasi. Temperatuuril alla 0 °C vesi tahkestub – tekib jää. Samuti on hästi teada, et nii keemis- kui ka hangumistemperatuur on rõhusõltuvuses.

Aine erinevatel agregaatolekutel on oma eripärased füüsikalised omadused. See seletub molekulidevaheliste jõudude mõjuga aine struktuurile. Rõhu ja temperatuuri toimel aine molekulid ühinevad omavahel kas suuremateks või väiksemateks kooslusteks, leiab aset molekulide assotsiatsioon. Kui aine läheb vedelfaasist üle gaasilisse, siis kulub faasisiirdesoojus nii paisumistööks kui ka assotsieerunud molekulide vaheliste jõudude ületamiseks. Sellise faasisiirdega kaasneb aine tiheduse järsk langus. Aine sulamisel ja sublimeerumisel läheb faasisiirdesoojus peamiselt kristallvõre struktuuri lõhkumiseks.

Ühtlase keemilise koostisega ainest (ehe aine, puhasaine) moodustuv heterogeenne süsteem saab olla tasakaalus ainult süsteemile iseloomulike kindlate olekuparameetrite juures. Aine faasidevahelist tasakaalu ja üleminekut ühest faasist teise väljendab Gibbsi faaside reegel, mis seob omavahel tasakaalus oleva heterogeense süsteemi olekut määravate sõltumatute intensiivparameetrite arvu, faaside arvu ja süsteemi aine komponentide arvu. Gibbsi faaside reegel:

$$\psi = n - r + 2, \tag{4-5}$$

kus $\psi$ – süsteemi olekut määravate sõltumatute parameetrite arv (vabadusastmete arv), $n$ – aine komponentide arv süsteemis, $r$ – faaside arv süsteemis.

Aine komponentide arv omab tähtsust süsteemide korral, mis koosnevad erineva keemilise koostisega ainetest (nt ammoniaagi vesilahus absorptsioonkülmutusseadmes). Puhasaine korral, milleks on ka vesi, aine komponentide arv $n = 1$ ja valemil (4-5) on kuju

$$\psi = 3 - r. \tag{4-6}$$

Valemist järeldub, et ühefaasilise süsteemi ($r = 1$) korral on sõltumatute intensiivparameetrite arv $\psi = 2$ ning nendeks valitakse sageli rõhk ja temperatuur. Kaks mainitud sõltumatut parameetrit määravad kõik ülejäänud intensiivolekuparameetrid (erimahu, siseenergia, entalpia, entroopia jt).

Kui ühekomponendilises süsteemis on omavahel tasakaalus kaks faasi ($r = 2$), siis on süsteemi olek määratud ainult ühe sõltumatu parameetriga, s.t $\psi = 1$. Seega saab termodünaamilises tasakaalus olevat kahefaasilist süsteemi iseloomustada ainult ühe sõltumatu parameetri abil, milleks on tavaliselt rõhk või temperatuur. Näiteks kui valida sõltumatuks parameetriks rõhk, siis määrab see ka faasisiirde temperatuuri ning mõlema faasi intensiivparameetrid eraldi (faaside erimaht, siseenergia, entalpia, entroopia jt).

Kui ühekomponendilises süsteemis on omavahel tasakaalus kolm faasi, siis $r = 3$ ja Gibbsi faaside reegli kohaselt $\psi = 0$. Seega süsteemil ei ole sõltumatuid parameetreid ning meil puudub võimalus neid ka vabalt valida. Süsteem saab eksisteerida üheaegselt kolmes faasis korraga ainult antud ainele omasel kindlal rõhul ja temperatuuril, mis on ühtlasi aineoleku kolmikpunkt. Selline süsteem kaotab tasakaalu, kui muuta rõhku või temperatuuri võrreldes kolmikpunktis olevatega.

Järgnevalt käsitleme ühekomponendilise aine kahefaasilise oleku termodünaamilist tasakaalu.

Kahefaasilise süsteemi termodünaamilise tasakaalu vajalik tingimus on, et mõlema faasi rõhk ja temperatuur peavad olema võrdsed. Seega $p_1 = p_2$ ja $T_1 = T_2$, kus $p_1$ ja $T_1$ ning $p_2$ ja $T_2$ on vastavalt esimese ja teise faasi rõhk ja temperatuur. Püstitatud tingimused väljendavad süsteemi mehaanilist ja termilist tasakaalu, kuid need ei ole veel piisavad tagamaks faasidevahelist tasakaalu ega välista aine võimalikku üleminekut ühest faasist teise.

Vaadeldaval juhul, süsteemi ja väliskeskkonna vastastikmõju olukorras, jäävad rõhk ja temperatuur püsivaks, mistõttu sellise süsteemi kirjeldamiseks on sobiv lähtuda isobaarse termodünaamilise potentsiaali muutusest (p 2.4.3)

$$\mathrm{d}\Phi \le -s\mathrm{d}T + v\mathrm{d}p. \tag{4-7}$$

Kuna püsival rõhul ja temperatuuril nii $\mathrm{d}p = 0$ kui ka $\mathrm{d}T = 0$, siis ilmselt $\mathrm{d}\Phi \le 0$. Seega isotermset-isobaarset termodünaamilist süsteemi iseloomustav potentsiaal $\Phi$ tagastamatus protsessis väheneb ning omandab süsteemi tasakaaluolekus miinimumväärtuse. Niisiis on isotermse-isobaarse süsteemi tasakaalutingimuseks

$$\Phi = \Phi_{\min},\ \mathrm{d}\Phi = 0,\ \mathrm{d}^2\Phi > 0. \tag{4-8}$$

Olgu süsteemi kogumass $M = M_1 + M_2$ ning üksikfaaside suhtelised massid vastavalt

$$m_1 = \frac{M_1}{M}$$

ja

$$m_2 = \frac{M_2}{M},$$

siis

$$\Phi = m_1\Phi_1(p, T) + m_2\Phi_2(p, T). \tag{4-9}$$

Isobaarset termodünaamilist potentsiaali, mis on antud vastava faasi ühe massiühiku kohta, nimetatakse sageli keemiliseks potentsiaaliks (p 12.4.2).

Vastavalt tasakaalutingimusele $\mathrm{d}\Phi = 0$ ja seetõttu

$$\Phi_1(p, T)\mathrm{d}m_1 + \Phi_2(p, T)\mathrm{d}m_2 = 0. \tag{4-10}$$

Et

$$\mathrm{d}m_1 + \mathrm{d}m_2 = 0$$

ja

$$\mathrm{d}m_1 = -\mathrm{d}m_2 ,$$

siis

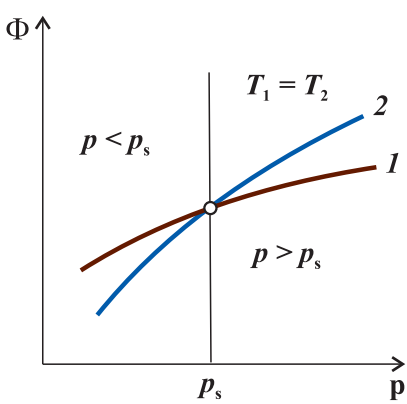
$$\Phi_1(p, T) = \Phi_2(p, T). \qquad (4\text{-}11)$$

Järelikult on kahefaasilise süsteemi faasidevahelise tasakaalu tingimuseks, et mõlema faasi rõhk ja temperatuur ning ka isobaarne termodünaamiline potentsiaal peavad olema võrdsed. Seega ei saa aine faasid olla omavahel tasakaalus mis tahes rõhu ja temperatuuri puhul, vaid ainult antud rõhule vastaval kindlal temperatuuril. Viimane on määratud võrrandi (4-11) lahendiga $p_s = p(T)$, kusjuures $p_s$ on süsteemi tasakaalurõhk antud temperatuuril. Teades näiteks temperatuuri, saab võrrandist $p_s = p(T)$ otseselt määrata ka sellele temperatuurile vastava tasakaalurõhu. Öeldu kehtib ka üksikfaaside erimahu kohta. Viimane on tasakaaluolekus samuti funktsionaalselt seotud temperatuuri või rõhuga. Need seosed on leitavad vastava aine faasi termilisest olekuvõrrandist asendusega $p_s = p(T)$.

Kujutagu joonisel 4.1 jooned *1* ja *2* vastavalt aine esimese ja teise faasi isobaarse termodünaamilise potentsiaali sõltuvust süsteemi rõhust mingil kindlal temperatuuril ($T = T_1 = T_2$). Tingimuse (4-11) kohaselt on tasakaaluolek joonisel määratud joonte ühise punktina, millele vastab tasakaalurõhk $p_s$. Süsteemi temperatuuri muutumisel joonte asukoht $\Phi p$-diagrammil muutub ning koos sellega muutub ka tasakaalurõhk. Kui $p \neq p_s$, siis isotermse-isobaarse süsteemi isobaarse termodünaamilise potentsiaali diferentsiaal $\mathrm{d}\Phi \neq 0$ ning süsteemis on võimalikud protsessid, mis viivad $\Phi$ muutusele.

Vastavalt tingimusele $\mathrm{d}\Phi < 0$

$$\Phi_1(p, T)\,\mathrm{d}m_1 + \Phi_2(p, T)\,\mathrm{d}m_2 < 0.$$




**Joonis 4.1. Aine faaside isobaarse termodünaamilise potentsiaali sõltuvus rõhust**

Kuna

$$\mathrm{d}m_1 = -\mathrm{d}m_2 ,$$

siis viimane avaldis omandab kuju

$$(\Phi_1 - \Phi_2)\,\mathrm{d}m_1 < 0. \tag{4-12}$$

Sellest võrratusest järeldub, et kui $\Phi_1 > \Phi_2$, siis $\mathrm{d}m_1 < 0$, ning $\Phi_1 < \Phi_2$ korral $\mathrm{d}m_1 > 0$. Seega on süsteemi kõrgema isobaarse potentsiaaliga faasil alati tung üleminekuks väiksema isobaarse potentsiaaliga faasi. Piirkonnas $p > p_s$ on esimese faasi isobaarne termodünaamiline potentsiaal väiksem teise faasi isobaarsest potentsiaalist ning asub alas, kus $p < p_s$, seega $\Phi_1 > \Phi_2$. Järelikult on esimesel juhul püsivam esimene faas, teisel juhul aga teine faas. Tasakaaluolekus $\Phi_1 = \Phi_2$, mistõttu kumbki faas püsivuse mõttes mingeid eeliseid ei oma.

### 4.1.3 Aine faasisiirde diagrammid

Sõltuvalt tingimustest (rõhk, temperatuur) võib aine olla erinevates agregaatolekutes või samaaegselt mitmes faasis korraga.

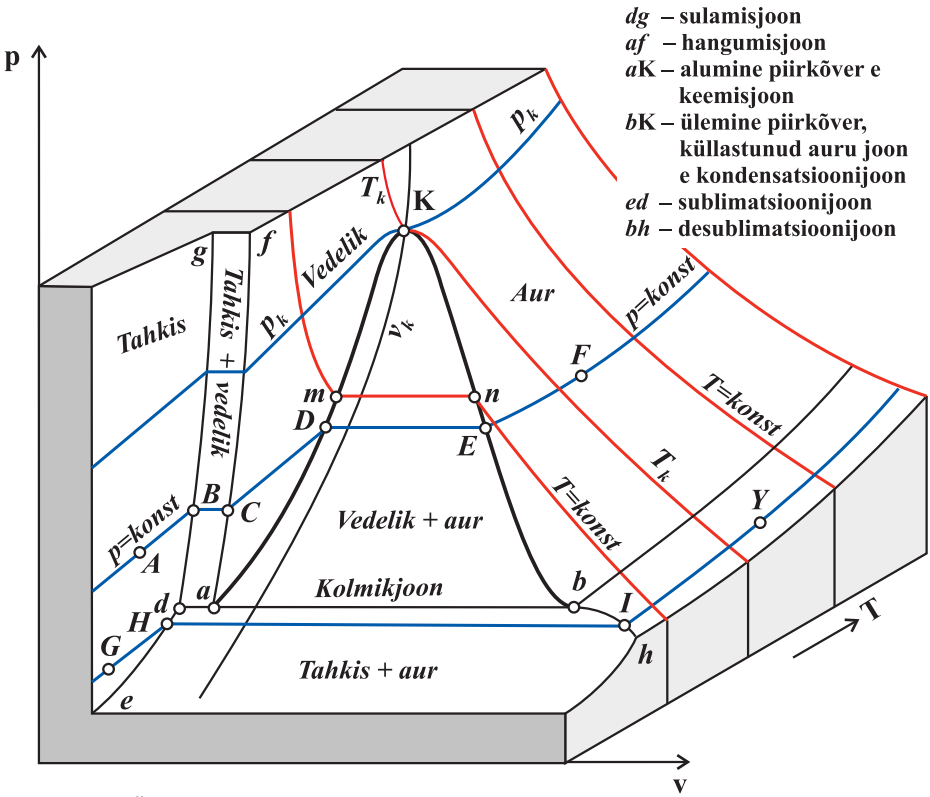
Ühekomponendilise kokkusurutava aine tasakaaluolekuid on võimalik väljendada ruumilises ristkoordinaadistikus kolme intensiivparameetri kaudu. Sageli moodustavad sellise koordinaadistiku keha termilised olekuparameetrid rõhk ($p$), temperatuur ($T$) ja erimaht ($v$). Ka aine termodünaamiliseks pinnaks nimetatav $pTv$-pind (joonis 4.2) annab üldpildi aine käitumise kohta olekuparameetrite eri piirkondades. Olemuslikult on $pTv$-koordinaadistikus esitatud pind aine termilise olekuvõrrandi $F(p,T,v)$ (valem (1-22)) graafiline väljendus.

Aine $pTv$-diagrammil eristuvad aine ühe- ja kahefaasilise oleku piirkonnad. Ühefaasilises piirkonnas on aine kas gaasilises (aur), vedelas või tahkes olekus. Aine kahefaasilised olekupiirkonnad on sulamispiirkond, kus tahkefaas on tasakaalus vedelfaasiga, niiske auru piirkond, kus vedelfaas on tasakaalus aurufaasiga, ja sublimatsioonipiirkond, kus aurufaas on tasakaalus tahkefaasiga.

Aine tahke oleku ala asub keha väikese erimahu piirkonnas, kus nii rõhk kui ka temperatuur mõjutavad aine erimahtu üsna vähe.

Jälgime, mis juhtub tahkes olekus ainega isobaarsel kuumutamisel kolmikpunkti rõhust kõrgemal väärtusel. Alustame tahkest olekust punktis $A$, kust liigume mööda isobaarjoont punkti $B$. Seal hakkavad ilmnema aine sulamise esimesed tundemärgid. Soojendusprotsessi jooksul aine temperatuur tõuseb ja ka erimaht mõnevõrra suureneb.

Edasisel isobaarsel kuumutamisel hakkab aine sulama, kusjuures temperatuur ei muutu. Tekib vedela ja tahke aine segu, kus tahke aine väheneb pidevalt, kuni kaob täielikult (punkt $C$).




**Joonis 4.2. Ühekomponendilise kokkusurutava aine termodünaamiline pind**

Piirjoont *af* nimetatakse hangumisjooneks, kuna sellest vasakul suureneb segus pidevalt tahkefaas (süveneb tahkestumis- e hangumisprotsess). Hangumisjoone ületamisel vasakult paremale on kogu aine vedelas olekus. Piirjoont *dg* nimetatakse sulamisjooneks. Sellest eemaldumisel paremale kasvab järk-järgult vedelfaasi osatähtsus segus, kuni aine on täielikult üle läinud vedelasse olekusse. Sulamisjoone ületamisel paremalt vasakule on kogu aine tahkes olekus. Hangumis- ja sulamisjoone vahelist ala nimetatakse sulamispiirkonnaks. Siin on aine kahefaasilises olekus, kus tahkefaas on tasakaalus vedelfaasiga. Rõhutame, et segu isobaarsel kuumutamisel (jahtumisel) sulamispiirkonnas temperatuur ei muutu. Punktides *B* ja *C* on aine vastavalt tahke- ja vedelfaasis süsteemi rõhu kohasel sulamistemperatuuril.

Kui jätkata aine isobaarset kuumutamist punktist *C*, siis vedelas olekus keha temperatuur tõuseb ja erimaht veidi suureneb, kuni punktis *D* saavutab vedelik keemistemperatuuri. Piirjoon *a*K on tuntud kui alumine piirkõver või keemisjoon, sellel joonel on aine vedelfaasis ja tal on antud rõhule vastav küllastustemperatuur. Aine edasisel isobaarsel kuumutamisel hakkab tekkima vedeliku ja auru segu (niiske aur), temperatuur jääb seejuures püsima, kuid segu erimaht kasvab pidevalt.

Vedeliku aurustumine lõpeb punktis *E*, aine edasisel isobaarsel kuumutamisel hakkab temperatuur taas tõusma. Punktis *E* (samuti ka joonel *b*K) on tegemist kuiva küllastunud auruga, mis vedelfaasi ei sisalda. Eraldusjoon *b*K niiske auru ja aurufaasi vahel on tuntud kui ülemine piirkõver või küllastunud auru joon (nimetatakse ka kondensatsioonijooneks). Suletud piirkond *a*K*ba* on niiske auru piirkond. Selles on aine kahes faasis korraga ning vedel- ja aurufaas on tasakaalus.

Ülemine ja alumine piirkõver koonduvad ühises punktis K, mis on aine kriitiline punkt (p 1.6.1). Siin on ainel kriitilised termilised olekuparameetrid $p_k$, $T_k$ ja $v_k$. Kriitilist punkti läbivad kriitiline isobaarjoon, kriitiline temperatuurijoon ja kriitiline erimahu joon. Aine samaaegne mitmes faasis olek ja faasidevaheline tasakaal on ainuvõimalik kriitilisest madalamal temperatuuril. Kriitilisest kõrgemal temperatuuril, sõltumata rõhust, on ainet võimatu kondenseerida. Siin kaob ühtlasi erinevus aine vedela ja aurulise oleku vahel. Aine olekut kriitilisest kõrgemal rõhul nimetatakse sageli ka aine ülekriitiliseks olekuks.

Joonest *b*K paremal on aine aurufaasis, s.o ülekuumendatud auruna.

On ka neid autoreid, kes ainet kriitilisest isotermist paremal pool loevad gaasiks ning aine olekut kriitilise isotermi ja ülemise piirkõvera vahel auruks. Käesolevas õpikus püütakse jälgida põhimõtet, et kui aine kriitiline temperatuur on madalam meid ümbritseva keskkonna (atmosfääri) temperatuurist, siis on tegemist aine gaasilise olekuga, vastasel korral aga auruga. Selle seisukoha alusel eristuvad näiteks gaasiturbiinseade ja aurujõuseade. Kuid seda printsiipi ei saa rakendada eriti rangelt, sest üldtähenduses auru ja gaasi mõiste kattuvad. Kui ei ole aga võimalik aurulist ja gaasilist olekut rangelt eristada, eelistatakse sõna gaas kui tähenduslikult üldisemat.

Kriitilisest kõrgemal rõhul on aine vedel- ja aurufaasi vaheliseks tinglikuks piiriks kriitilisest punktist lähtuv kriitiline isotermjoon $T_k$. Selle joone ületamine on sujuv, aine faasisiirdest tingitud parameetrite hüpet ei esine, kuna süsteem on homogeenne.

Kui tahkist madalal püsirõhul kuumutada olekust *G* kuni lõikumiseni joonega *ed*, siis ta ei veeldu punktis *H*, vaid läheb otse üle gaasilisse olekusse. Säärast tahkefaasi otsest üleminekut gaasiliseks nimetatakse sublimatsiooniks ning joont *ed* sublimatsioonijooneks. Tekib tahke aine ja gaasi segu, mis on termodünaamilises tasakaalus. Edasisel isobaarsel kuumutamisel segu temperatuur ei muutu, kuid gaasifaasi osatähtsus suureneb pidevalt kuni lõikumiseni desublimatsioonijoonega *bh*. Selle joone ületanud aine on taas ühefaasiline aur. Aine jätkuval isobaarsel kuumutamisel tema temperatuur tõuseb. Desublimatsioonijoon lahutab ühefaasilise auru kahefaasilisest tasakaalus olevast segust, mis on moodustunud tahke- ja aurufaasis olevast ainest. Aurufaasi üleminek tahkefaasiks on aine desublimatsioon. Ühefaasilise gaasilise aine isobaarsel jahtumisel punktist *Y* kuni isobaarjoone lõikumiseni desublimatsioonijoonega temperatuur langeb.

Edasisel soojuse isobaarsel eemaldamisel (desublimatsioonijoone ületamisel) temperatuuri langus lakkab, segus suureneb tahke aine osa, kuni kogu aine on kondenseerunud (muutunud tahkeks, punkt *H*).

Erimahu telje paralleeljoon *db* on piiriks kahefaasiliste aineolekute vahel. Seda joont nimetatakse kolmikjooneks ning sellel on aine korraga kolmes tasakaalulises olekus, tahkena punktis *d*, vedelikuna punktis *a* ja gaasina punktis *b*. Joone ristprojektsioon *pT*-tasapinnal väljendub punktina, see on aine kolmikpunkt.

Mõne aine kolmikpunkti termilised olekuparameetrid on toodud tabelis 4.1.

Piirkonnas *edbh* on aine kahefaasiline, tahke- ja aurufaasi vahel valitseb tasakaal, see on aine sublimatsioonipiirkond. Sublimatsioon on võimalik ainult siis, kui aine temperatuur on tema kolmikpunkti temperatuurist madalam.

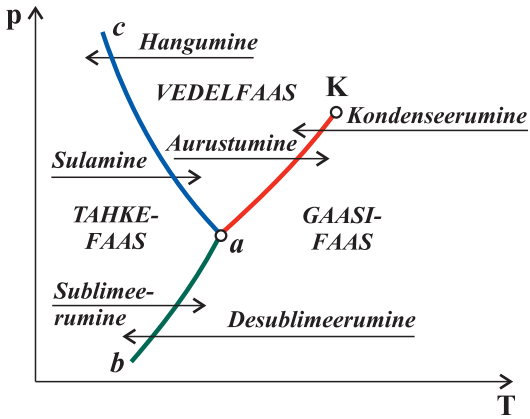
Ühtlasi nähtub *pTv*-diagrammilt oluline seaduspärasus ühefaasilise aine käitumises: isobaarsel kuumutamisel (jahutamisel) tema temperatuur alati tõuseb (langeb), olenemata agregaatolekust. Kui aga aine on kahefaasilises tasakaaluolekus (vedel- ja tahkefaas, vedel- ja aurufaas, tahke- ja gaasifaas), siis isobaarsel kuumutamisel (jahutamisel), segu temperatuur ei muutu.

Aine termodünaamilisi omadusi ruumiliselt esitava *pTv*-koordinaadistiku kõrval on veel mitmeid tasapinnalisi olekudiagramme. Nendest allpool mõned olulisemad.

Aine oleku *pT*-diagramm on termodünaamilise ruumilise pinna (eespool kujutatud *pTv*-koordinaadistikus) projektsioon *pT*-tasandile. Näidisdiagrammi joonisel 4.3 tuntakse ka kui aine faasisiirde diagrammi. Jooned sellel iseloomustavad aine faasidevahelist tasakaalu, kujutades sõltuvust temperatuuri ja rõhu vahel aine kahefaasilistes süsteemides nende tasakaaluolekus.

**Tabel 4.1. Aine kolmikpunkti parameetrid**

| Aine | Rõhk kPa | Temperatuur °C |
|---|---|---|
| Ammoniaak | 6,1 | –78 |
| Hapnik | 0,15 | –219 |
| Heelium | 5,1 | –271 |
| Lämmastik | 12,5 | –210 |
| Metaan | 11,7 | –182,5 |
| Süsihappegaas | 517 | –57 |
| Vesi | 0,611 | 0,01 |
| Vesinik | 7,0 | –259 |




**Joonis 4.3. Aine faasisiirde *pT*-diagramm**

Kõik kolm aine tasakaaluseisundit väljendavat joont lähtuvad kolmikpunktist *a*, mis on varem *pTv*-koordinaadistikus esitatud kolmikpunktijoone projektsioon *pT*-tasandile. Kuna aine püsirõhulises faasisiirdeprotsessis temperatuur ei muutu, siis ei ole *pT*-diagrammil võimalik väljendada aine eri faaside kvantitatiivset vahekorda.

Diagramm koosneb kolmest osast, igas osas on aine kindlas agregaatolekus. Vedelat ja gaasilist olekut eraldab joon *a*K, mis saab alguse kolmikpunktis ja lõpeb kriitilises punktis K. Kriitilisest rõhust (punktis K) kõrgemal rõhul kaob erinevus vedeliku ja auru vahel ning aine saab olla ainult ühes faasis. Joon *a*K on alumise ja ülemise piirkõvera kokkulangev projektsioon *pT*-tasandil. Kui aine faasisiirdeprotsess lõikub joonega *a*K paremalt vasakule, siis läheb aurufaasis olev aine üle vedelfaasi ning aur kondenseerub. Vastupidine toiming avaldub vedeliku siirdumisega aurufaasi. Joone *a*K kalle on positiivne ($\mathrm{d}p_\mathrm{s}/\mathrm{d}T > 0$), see vihjab vedeliku keemistemperatuuri tõusule rõhu suurenemisel.

Sulamisjoon (hangumisjoon) *ac* eraldab aine tahke- ja vedelfaasi. Sulamisjoone tõus *pT*-tasapinnal võib olla nii positiivne kui ka negatiivne. Joone positiivse tõusu korral temperatuuri kerkides keha paisub, negatiivse tõusu puhul aga kahaneb. Viimane juhtum kehtib näiteks veele, mis külmumisel paisub. Kui aine faasisiirdel toimub lõikumine joonega *ac* paremalt vasakule, siis vedelfaasis olev aine hakkab tahkestuma, vedelik külmub. Vastupidise suunaga toiming on seotud tahke keha sulamisega.

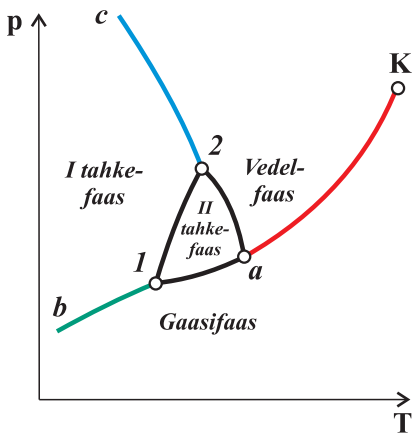
Sublimatsioonijoon *ab* eraldab aine gaasifaasi tahkest. Sublimatsioonijoone kalle *pT*-tasandil on alati positiivne, mis tähendab, et rõhu kasvuga kaasneb sublimatsioonitemperatuuri tõus.

Tahke aine sublimatsioon või gaasifaasis oleva aine desublimatsioon võib esineda ainult tingimusel, et temperatuur oleks madalam aine kolmikpunkti temperatuurist. Kui aine faasisiirdel toimub lõikumine joonega *ab* paremalt vasakule, siis gaasifaasis olev aine tahkestub. Vastupidine toiming on seotud tahke keha desublimatsiooniga.

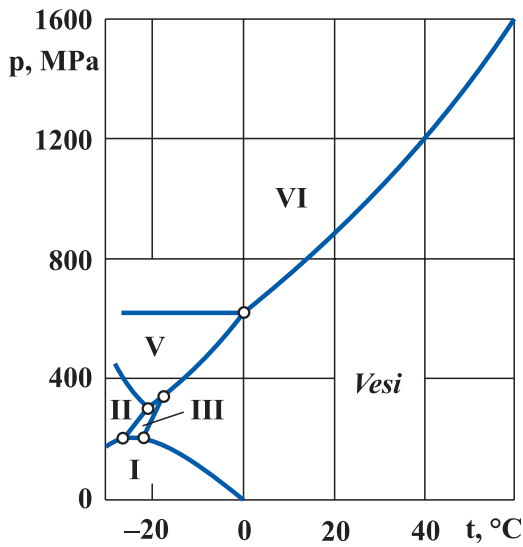
Kui ainel on tahkes olekus mitu kristallilist erivormi (nt võib jääl olla mitu kristallistruktuuri), saab vastavate kristalliliste faaside esinemispiirkonnad kujutada ka *pT*-diagrammil iseseisvate aladena, nagu on näidatud joonisel 4.4.

Joonisel 4.5 on vee-jää *pT*-diagramm, kus on eraldi veeala ning jää viis erineva kristallistruktuuriga olekut I, II, III, V ja VI. Tavaelu jää on piirkonnas I, ülejäänud struktuurid moodustuvad ülikõrgetel rõhkudel.

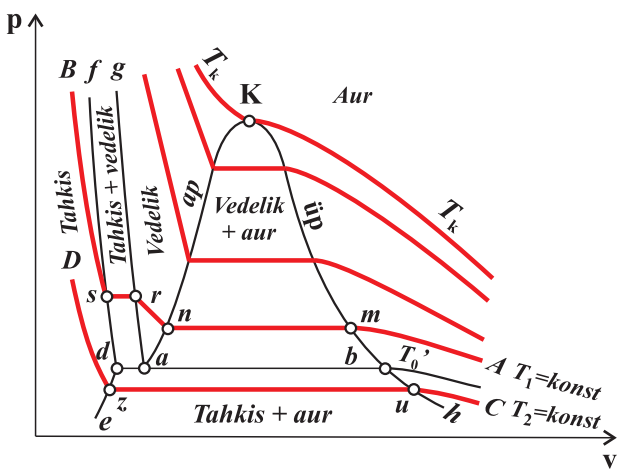
Aine oleku *pv*-diagramm on *pTv*-koordinaadistikus esitatud termodünaamilise pinna projektsioon *pv*-tasandile, selle näidis on joonisel 4.6.




**Joonis 4.4. Aine faasisiirde *pT*-diagramm**




**Joonis 4.5. Vee faasisiirde *pT*-diagramm**




**Joonis 4.6. Aine faasisiirde *pv*-diagramm**

Kui *pT*-diagrammil iseloomustab aine faasidevahelist tasakaalu joon, siis *pv*-diagrammil laotub aine olek pinnana, olgu aine seejuures ühe- või kahefaasiline. See võimaldab väljendada tasakaalus oleva kahefaasilise süsteemi eri faaside kvantitatiivset vahekorda (kõige sagedamini massisuhtena).

Ala *a*K*ba* kujutab tasakaalu piirkonda vedel- ja aurufaasi vahel ning jooned *a*K ja *b*K alumist (*ap*) ja ülemist (*üp*) piirkõverat. Nii alumise kui ka ülemise piirkõvera suvaline punkt määrab vastava faasi erimahu faasidevahelises tasakaaluolukorras. Seega esitavad jooned *a*K ja *b*K vastavalt vedeliku erimahu $v'$ ja kuiva küllastunud auru erimahu $v''$ rõhusõltuvust. Kriitilises punktis erimaht $v_k = v' = v''$. Ülemisest piirkõverast paremal asuval alal on aine auruna. Alumisest piirkõverast vasakul on aine vedel. Aine olekute (vedeliku ja auru) vaheliseks tinglikuks piiriks loetakse kriitilist isotermjoont $T_k$. Üleminekul aurust vedelasse olekusse ei täheldata aine omaduste hüppelist muutust. Joonega *edbh* hõlmatud ala väljendab tahke- ja gaasifaasi vahelise tasakaalu piirkonda. Joonest *edf* vasakul asub aine tahke oleku ala.

Uurime rõhu muutust aine isotermsel kokkusurumisel (komprimeerimisel) kolmikpunkti temperatuurist kõrgemal temperatuuril $T_1$ (joonis 4.6, joon *AB*), alustades auru piirkonnast.

Isotermsel kokkusurumisel auru rõhk tõuseb, kuni jõuab punkti *m* ülemisel piirkõveral, millest alates hakkab aur kondenseeruma (veelduma) ning tekib segu vedelikust ja aurust ehk niiske aur. Niiske auru edasine isotermne kokkusurumine kulgeb püsirõhuliselt, kusjuures vedelfaasi osa segus pidevalt kasvab, kuni aur veeldub täielikult, millele vastab olekupunkt *n* alumisel piirkõveral. Vedeliku jätkuval isotermsel kokkusurumisel hakkab rõhk uuesti tõusma, kuni saavutab küllastusrõhu hangumisjoonel punktis *r*. Edasise isotermse kokkusurumisega kaasneb erimahu vähenemine, rõhk ei muutu ning segus algab tahkefaasi pidev suurenemine ehk vedeliku tahkestumine. Lõpeb see protsess sulamisjoonel punktis *s*, kus vedelik on täielikult tahkestunud. Tahke keha kokkusurumisel väheneb maht, rõhk hakkab järsult tõusma.

Kui aurufaasis ainet isotermselt komprimeerida kolmikpunkti temperatuurist madalamal temperatuuril $T_2$ (joon *CD*), saavutab aine küllastusrõhu desublimatsioonijoonel punktis *u* ja seejärel algab üleminek gaasifaasist tahkefaasi. Moodustub kahes faasis oleva aine segu, mille rõhk edasi ei muutu, kuid erimaht väheneb. Aine tahkestub täielikult sublimatsioonijoonel punktis *z*, seejärel isotermse kokkusurumise jätkudes rõhk tõuseb järsult.

Aine erifaasiliste hulkade vahekorda faasidevahelise tasakaalu ala igas punktis väljendab suhe

$$x = \frac{M_1}{M_1 + M_2} = \frac{M_1}{M}, \tag{4-13}$$

kus $M_1$ ja $M_2$ on aine mass eri faasides termodünaamilises tasakaalus olevas kahefaasilises süsteemis.

Näiteks kui tasakaalus olev süsteem on niiske aur ning $M_1$ tähistab auru massi ja $M_2$ vedeliku massi selles, siis nende kaudu avaldatud suhet $x$ nimetatakse auru kuivusastmeks. Ilmselt alumisel piirkõveral $x = 0$ ja ülemisel piirkõveral $x = 1$. Nii nagu niiske auru näites on võimalik avaldada ka teistes olekutes aine hulga suhet tasakaalulises süsteemis. Olgu selleks süsteem faasidega vedelik-tahkis ning tahkis-aur.

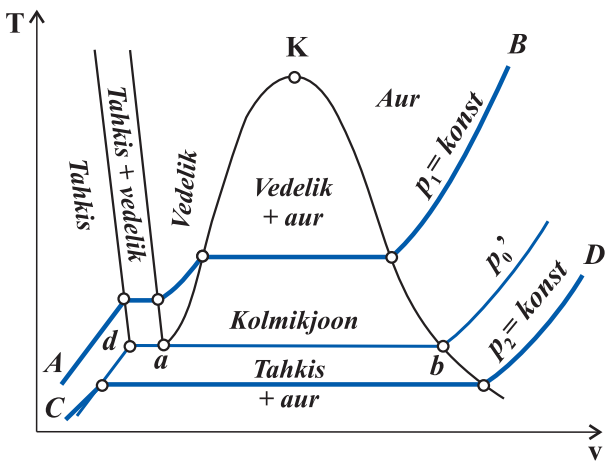
Aine oleku *Tv*-diagramm (joonis 4.7) on *pTv*-koordinaadistikus kujutatud ruumilise termodünaamilise pinna projektsioon *Tv*-tasandile. *Tv*-diagrammil nagu *pv*-tasandilgi avaldub aine nii ühe- kui ka kahefaasiline olek pinnana, võimaldades tasakaalus olevat kahefaasilist olekut kvantitatiivselt iseloomustada. Aine kahefaasilist olekut väljendavad piirkonnad on tahkis-vedelik, vedelik-aur, tahkis-aur. Ülejäänud alal on aine ühefaasiline.

Joonisel on näidatud aine oleku muutus kuumutamisel kahel erineval rõhul $p_1$ (joon *AB*) ja $p_2$ (joon *CD*). Rõhk $p_1$ on kolmikpunkti rõhust kõrgem, rõhk $p_2$ aga madalam. Piirjoontevahelises alas on isobaarjooned rõhtsad, ühtides isotermjoontega, sest kahefaasilises piirkonnas ei ole rõhk ega ka temperatuur aine sõltumatud olekuparameetrid. Ühefaasilises alas keha isobaarsel kuumutamisel tõuseb temperatuur alati.

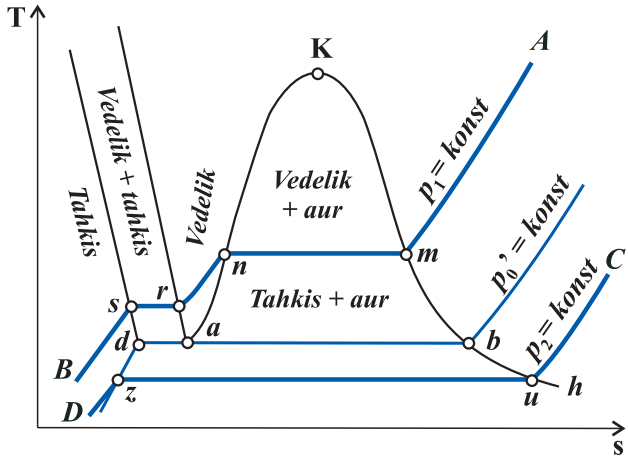
*Ts*-diagrammil (joonis 4.8), nagu kahel eelmiselgi, esindab aine nii ühe- kui ka kahefaasilise oleku ala pind, võimaldades väljendada keha faaside vahekorda kvantitatiivselt. Tähised joonisel ühtivad joonistel 4.6 ja 4.7 kasutatutega.

*Ts*-diagrammil on aine isobaarjoontel ühefaasilises alas positiivne tõus. Üldisemal juhul aga kehtib tingimus

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} \geq 0.$$




**Joonis 4.7. Aine faasisiirde *Tv*-diagramm**




**Joonis 4.8. Aine faasisiirde *Ts*-diagramm**

Märk ≥ kehtib kriitilise punkti ja aine kahefaasilise piirkonna kohta, kuna aine kriitilist punkti läbib *Ts*-diagrammil rõhtne puutuja ning isobaarjooned on aine kahefaasilises alas samuti horisontaalsed. Kriitilist punkti läbival isobaarjoonel on käänupunkt, mistõttu kriitilises punktis

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial s^2}\right)_{\mathrm{k}} = 0.$$

### 4.1.4 Clapeyroni-Clausiuse võrrand

Aine üleminekuga ühest faasist teise kaasneb alati soojusefekt. Soojushulka, mis eraldub või neeldub aine täielikul isobaarsel-isotermsel üleminekul ühest faasist teise massiühiku kohta antuna, nimetatakse faasisiirdesoojuseks. Üldjuhul võib aine faasisiirdesoojuse anda kilogrammi kõrval ka mõne muu ainehulga, näiteks mooli aine kohta. Sõltuvalt faasisiirde tüübist eristatakse aurustumis- (kondenseerumis-), sulamis- (hangumis-), sublimatsiooni- (desublimatsiooni-) ja rekristallisatsioonisoojust. Faasisiirdesoojus on aine termodünaamiline omadus.

Kuna isobaarne faasisiire on ühtlasi ka isotermne protsess, siis siirdesoojus

$$z = h_2 - h_1 = T(s_2 - s_1). \tag{4-14}$$

Kuna $h = u + pv$, siis

$$z = (u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1). \tag{4-15}$$

(Indeksid l ja 2 tähistavad vastavalt faasisiirde algust ja lõppu.)

Valemist (4-15) nähtub, et aine faasisiirdesoojus on kaheosaline. Esimene liige $(u_2 - u_1)$ väljendab aine siseenergia muutust faasisiirdel ja seda nimetatakse sisemiseks siirdesoojuseks. Teine liige $p(v_2 - v_1)$ näitab faasisiirdeprotsessi sisemist tööd erimahu muutuse $(v_2 - v_1)$ tõttu, see on tuntud kui välimine faasisiirdesoojus. Esimene nendest on seotud tööga molekulidevaheliste jõudude ületamiseks aines (või assotsieerumisega), teine aga aine paisumisega (või kahanemisega) faasisiirdel.

Aine isobaarse faasisiirdeprotsessi temperatuur ja ka aine üksikfaaside olekuparameetrid, nagu erimaht, entroopia, entalpia jt, sõltuvad ainult rõhust. Samuti määrab aine siirdesoojuse ainuüksi rõhk või temperatuur. Muidugi võib selle vajadusel avaldada ka mõnest muust olekuparameetrist sõltuvana.

Joonisel 4.9 on kolm faasisiirdeprotsessi *Ts*-diagrammi kujul, kus joon *ef* tähistab sulamist, *gc* aurustumist ja *kh* sublimeerumist. Siirdesoojusi esindavad pindalad: sulamissoojus $\lambda = \square EefFE$, aurustumissoojus $r = \square GgcCG$, sublimatsioonisoojus $\varepsilon = \square DkhBD$.

Aine faasidevaheline termodünaamiline tasakaal etteantud rõhul on võimalik ainult sellele vastaval temperatuuril. Seda seost kirjeldabki Clapeyroni-Clausiuse võrrand, olles aine küllastuskõvera matemaatiline avaldis. Täpsemalt, ta seob omavahel tasakaalurõhu kõvera tõusu $\mathrm{d}p_s/\mathrm{d}T$ ja siirdesoojuse.

Clapeyroni-Clausiuse võrrandi tuletamiseks lähtume aine faaside isobaarsete termodünaamiliste potentsiaalide võrdsusest (valem (4-11)):

$$\Phi_1(p,T) = \Phi_2(p,T)$$

ehk

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \mathrm{d}\Phi_2 .$$

Kuna isobaarne termodünaamiline potentsiaal on olekufunktsioon ja tal on täisdiferentsiaal, siis

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial p}\right)_\mathrm{T} \mathrm{d}p_\mathrm{s} + \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial T}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}T$$

ja

$$\mathrm{d}\Phi_2 = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial p}\right)_\mathrm{T} \mathrm{d}p_\mathrm{s} + \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial T}\right)_\mathrm{p} \mathrm{d}T$$

ehk

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial p}\right)_\mathrm{T} \frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} + \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial T}\right)_\mathrm{p} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial p}\right)_\mathrm{T} \frac{\mathrm{d}p_s}{\mathrm{d}T} + \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial T}\right)_\mathrm{p} .$$

Kuna

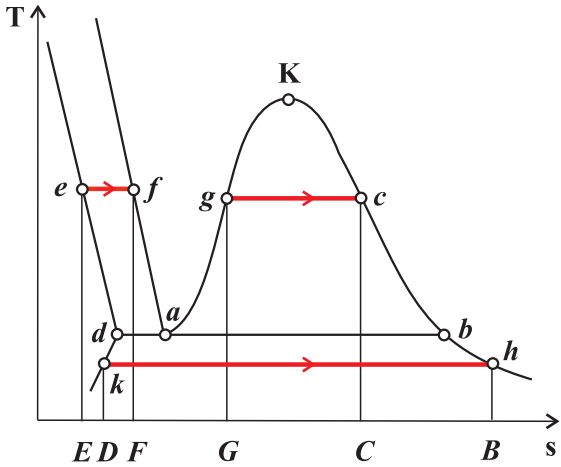
$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_p = -s$$

ja

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_T = v ,$$

siis

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1}. \qquad (4\text{-}16)$$




**Joonis 4.9. Aine faasisiirded *Ts*-diagrammil**

Arvestades seda, et

$$s_2 - s_1 = \frac{z}{T},$$

saame

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{z}{T(v_2 - v_1)}. \tag{4-17}$$

Valem (4-17) kannabki Clapeyroni-Clausiuse võrrandi nime.

*Aurustumine.* Vedeliku aurustamisel asendub siirdesoojus $z$ võrrandis (4-17) aurustumissoojusega $r$, erimahud $v_1$ ja $v_2$ vastavalt vedeliku erimahuga $v'$ alumisel piirkõveral ja küllastunud auru erimahuga $v''$ ülemisel piirkõveral.

Sellisel juhul

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{r}{T(v'' - v')}. \tag{4-18}$$

Kuna vedeliku erimaht $v'$ on alati väiksem auru erimahust $v''$, siis vedeliku aurustumisel $(\mathrm{d}p_\mathrm{s}/\mathrm{d}T) > 0$, mis osutab auru küllastusrõhu suurenemisele temperatuuri tõusul.

Madala aururõhu korral on auru erimaht vedeliku erimahust palju kordi suurem ($v'' >> v'$) ja valemis (4-18) olevat vahet $(v'' - v')$ asendab küllaldaselt täpselt üksnes auru erimaht $v''$:

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{r}{Tv''}. \tag{4-19}$$

Kuna on tegemist auruga madalal rõhul, siis võib teda käsitada kui ideaalgaasi, mis allub võrrandile

$$v'' = \frac{\mathrm{R}T}{p_\mathrm{s}}$$

ja valemile (4-19) võib anda kuju

$$\frac{\mathrm{d}\ln p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{r}{\mathrm{R}T^2} \tag{4-20}$$

ehk

$$\ln p_\mathrm{s} = \int \frac{r}{\mathrm{R}T^2}\mathrm{d}T + konst. \tag{4-21}$$

Madalal rõhul oleneb aurustumissoojus $r$ temperatuurist vaid vähesel määral ja seetõttu võib teatud ligikaudsusega loobuda arvestamast tema temperatuurisõltuvust. Sel juhul on võrrandil (4-21) lahend

$$\ln p_\mathrm{s} = -\frac{r}{\mathrm{R}T} + konst. \tag{4-22}$$

Integreerimiskonstandi leidmiseks selles võrrandis on vaja teada küllastusrõhule vastavat temperatuuri mingis punktis. Olgu teadaolevale küllastusrõhule $p_{\mathrm{s}_0}$ vastav temperatuur $T_\mathrm{a}$, siis võrrandist (4-22)

$$\ln\frac{p_\mathrm{s}}{p_{\mathrm{s}_0}} = \frac{r}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{T_\mathrm{a}} - \frac{1}{T}\right). \tag{4-23}$$

Tavaliselt kasutatakse $T_\mathrm{a}$ rollis keemistemperatuuri normaalrõhul.

Võrrandi (4-22) rakenduspiirkonda võib laiendada, kui aurustumissoojuse $r$ temperatuurisõltuvus lugeda lineaarseks ($r = a - bT$):

$$\ln p_\mathrm{s} = -\frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{a}{T} + b\ln T\right) + konst. \tag{4-24}$$

Lähtuvalt valemist (4-24) omandab võrrand (4-23) kuju

$$\ln\frac{p_\mathrm{s}}{p_{\mathrm{s}_0}} = \frac{a}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{T_\mathrm{a}} - \frac{1}{T}\right) + \frac{b}{\mathrm{R}}\ln\frac{T_\mathrm{a}}{T}. \tag{4-25}$$

*Sulamine.* Tahkefaasi üleminekul vedelfaasi avaldub Clapeyroni-Clausiuse võrrand kujul

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{\lambda}{T(v_\mathrm{v} - v_\mathrm{t})}, \tag{4-26}$$

kus $\lambda$ – sulamissoojus; $v_\mathrm{v}$, $v_\mathrm{t}$ – vedel- ja tahkefaasi erimaht hangumis- ja sulamisjoonel.

Vedel- ja tahkefaasi erimahul on võrdne suurusjärk. Seetõttu võib esineda kaks juhtumit: kui $v_\mathrm{v} > v_\mathrm{t}$, siis $(\mathrm{d}p_\mathrm{s}/\mathrm{d}T) > 0$ ja rõhu kasvades sulamistemperatuur tõu-

seb, kui aga $v_v < v_t$, siis $(dp_s/dT) < 0$ ning rõhu kasvades sulamistemperatuur langeb. Seepärast võivad teatud ainete (sh ka vee) sulamis- (hangumis-) jooned *pT*-diagrammil olla negatiivse kaldega.

*Sublimatsioon.* Tahkefaasi üleminekul aurufaasi on võrrandil (4-17) kuju

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{\varepsilon}{T(v_\mathrm{a} - v_\mathrm{t})}, \tag{4-27}$$

kus $\varepsilon$ – aine sublimatsioonisoojus; $v_a$, $v_t$ – auru- ja tahkefaasi erimaht desublimatsiooni- ja sublimatsioonijoonel.

Tahkefaasi erimaht on aurufaasi erimahust alati väiksem, mistõttu tahkefaasi üleminekul aurufaasi rõhu suurenedes sublimatsioonitemperatuur tõuseb. Sublimatsioon toimub alati kolmikpunkti rõhust madalamal rõhul, mistõttu aine sublimatsioonirõhk on üldiselt väike. Kuna aurufaasi tihedus on tahkefaasi tihedusest palju kordi väiksem ($v_a >> v_t$), siis võib võrrandis (4-27) liikmest $v_t$ loobuda. Madala rõhu tõttu allub aurufaas suure täpsusega ideaalgaasi võrrandile

$$v_\mathrm{a} = \frac{\mathrm{R}T}{p_\mathrm{s}},$$

millest

$$\frac{\mathrm{d}\ln p_\mathrm{s}}{\mathrm{d}T} = \frac{\varepsilon}{\mathrm{R}T^2}. \tag{4-28}$$

*Rekristallisatsioon*. Tahkefaasi rekristallisatsiooni korral asendub siirdesoojus võrrandis (4-17) rekristallisatsioonisoojusega. Sõltuvalt rekristallisatsioonijoone asukohast *pT*-diagrammil võib rekristallisatsioonitemperatuur rõhu kasvades kas tõusta või langeda.

### 4.1.5 Tahkise termilised omadused

Tahketele kehadele on iseloomulik väike kokkusurutavus. Nende isotermne kokkusurutavustegur

$$\chi = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_\mathrm{T}$$

on suurusjärgus $10^{-4}$–$10^{-6}$ 1/MPa. Tahkise mahtu saab märgatavalt vähendada vaid ülikõrge rõhu toimel. Tahkise suhtelisel mahumuutusel $\Delta v/\Delta v_0$ esineb hüppeid rekristallisatsioonipunktides. Üks raskemini kokkusurutavaid tahkeid kehi on teemant (rõhu tõstmisel piires $10^{-1}$ kuni $10^4$ MPa väheneb teemandi maht ainult 1,5%).

Kuumutamisel tahkised paisuvad, mistõttu nende isobaarne paisumistegur

$$\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}$$

on positiivne, s.t temperatuuri tõustes tahke keha maht suureneb.

Iseloomustamaks tahkiste paisumist kasutatakse isobaarse paisumisteguri $\alpha$ kõrval ka joonpaisumistegurit (vt tabel 4.2), mis kirjeldab keha lineaarmõõtme muutust sõltuvalt temperatuurist:

$$\alpha_{\mathrm{l}} = \frac{1}{l}\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}, \tag{4-29}$$

kus $l$ – keha lineaarmõõde.

Kuna maht on võrdeline lineaarmõõtmega kuubis, siis isotroopse keha korral

$$\alpha = 3\alpha_{\mathrm{l}}. \tag{4-30}$$

Anisotroopsed kehad paisuvad eri suundades ebavõrdselt. Teada on ka anisotroopseid kehi, mille suure ühesuunalise paisumisega võib kaasneda keha mõõtmete teatud vähenemine teistes suundades.

Et joonpaisumisteguri sõltuvus temperatuurist on nõrk, võib selle arvestamisest paljude tehniliste ülesannete lahendamisel loobuda.

Tahke keha isohoorne erisoojus kõrgemal temperatuuril kui 0 °C on ligikaudu arvutatav võrdusest

$$c_{\mathrm{v}} = 3\mathrm{R}, \tag{4-31}$$

kus R – aine gaasikonstant.

Tahke keha isohoorne moolerisoojus on ligilähedaselt püsisuurus:

$$\mu c_{\mathrm{v}} = 3\overline{\mathrm{R}} = 3 \cdot 8{,}314 = 24{,}9\,\mathrm{kJ/(kmol \cdot K)}. \tag{4-32}$$

**Tabel 4.2. Ainete joonpaisumistegureid 0 °C juures**

| Aine | Joonpaisumistegur $\alpha_{\mathrm{l}} \cdot 10^6$ 1/K |
|---|---|
| Alumiinium | 23,0 |
| Germaanium | 5,5 |
| Hõbe | 18,3 |
| Kuld | 14,2 |
| Nikkel | 12,5 |
| Raud | 11,7 |
| Räni | 2,3 |
| Seatina | 28,3 |
| Teemant | 0,9 |
| Vask | 16,1 |
| Volfram | 4,3 |

Täpsetel arvutustel tuleb erisoojuse leidmiseks kasutada kas sellekohaseid tabeleid või diagramme.

Keha isobaarse ja isohoorse erisoojuse vahe on avaldatav valemiga (2-131). Teeme sinna valemite (1-67) ja (1-68) kaudu vajalikud asendused:

$$c_\mathrm{p} - c_\mathrm{v} = \frac{vT\alpha^2}{\chi} = \frac{9vT\alpha_\mathrm{l}^2}{\chi}. \tag{4-33}$$

Tahke keha isobaarne erisoojus ei erine isohoorsest rohkem kui 3–5%.

Isobaarse paisumisteguri ja erisoojuse suhe antud metalli jaoks on ligikaudselt püsisuurus ega sõltu temperatuurist:

$$\zeta = \frac{\alpha}{c_\mathrm{p}} = \frac{3\alpha_\mathrm{l}}{c_\mathrm{p}}, \tag{4-34}$$

kus $\zeta$ – metalli tüübist sõltuv konstant.

Konstandi $\zeta$ väärtus mõnele metallile temperatuuril 0 °C, kg/kJ: alumiinium – $78{,}9\cdot10^{-6}$, nikkel – $86{,}1\cdot10^{-6}$, raud – $78{,}0\cdot10^{-6}$.

### 4.1.6 Vedeliku termilised omadused

Vedeliku kokkusurutavus on väike, kuid siiski suurem kui tahkel ainel. Tänu teguri $(\partial v/\partial p)_\mathrm{T}$ väikesele väärtusele on $(\partial p/\partial T)_\mathrm{v}$ väärtus enamikul vedelikel siiski küllalt suur, mistõttu nende isohoorsel kuumutamisel rõhk tõuseb märgatavalt.

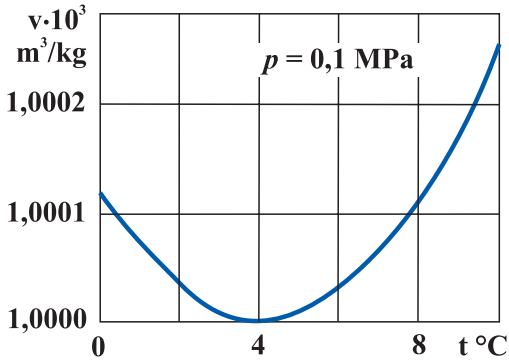
Üldiselt vedelikud kuumutamisel paisuvad, mida kõige paremini iseloomustab isobaarne paisumistegur

$$\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\mathrm{p}.$$

Kuid tuntakse ka vedelikke (nt vesi), mille termilistel teguritel on anomaaliaid. See nähtub jooniselt 4.10, kus on toodud vee erimahu sõltuvus temperatuurist. Rõhul 0,l MPa ja temperatuuril 3,98 °C on vee erimaht minimaalne. Seepärast isobaarsel kuumutamisel temperatuurivahemikus 0–3,98 °C vee maht ei suurene, vaid vastupidi väheneb, mistõttu tuletis $(\partial v/\partial T)_\mathrm{p} < 0$. Joonisel toodud kõvera miinimumpunktis $(\partial v/\partial T)_\mathrm{p} = 0$. Temperatuuril üle 3,98 °C on tuletis $(\partial v/\partial T)_\mathrm{p}$ positiivne ning temperatuuri tõus tingib vee erimahu suurenemise.

Vedeliku erisoojus sõltub rõhust nõrgalt. Näiteks temperatuuril 20 °C rõhu tõstmisel 0,1–100 MPa vee erisoojus langeb ligikaudu 5%, mistõttu enamikus tehnilistes arvutustes võib rõhu mõju vedeliku erisoojusele jätta arvestamata.

Vedeliku erisoojus $c_\mathrm{p}$ võib temperatuuri tõustes kas suureneda või väheneda. Näiteks on vee erisoojus minimaalne 20 °C lähedal, küllastuspiirile lähenemisel aga suureneb märgatavalt.




**Joonis 4.10. Vee erimahu sõltuvus temperatuurist rõhul 0,1 MPa**

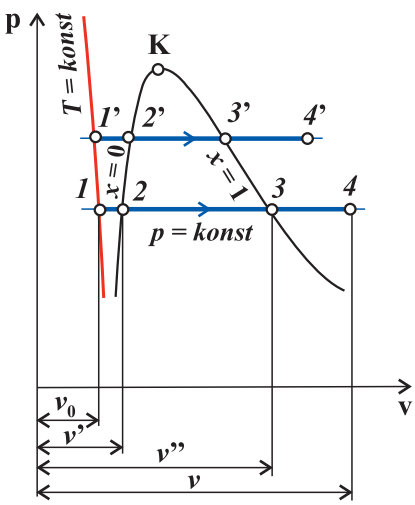
Vedeliku vähese kokkusurutavuse tõttu ei ole isohoorse ja isobaarse erisoojuse erinevus väga suur. Temperatuuri tõusuga vahe ($c_p - c_v$) tavaliselt kasvab.

Kuna $c_v$ eksperimentaalne määramine vedelikule on seotud suuremate raskustega kui $c_p$ puhul, siis arvutatakse esimene tavaliselt isobaarse erisoojuse ja termilise olekuvõrrandi abil. Vee erimahu anomaaliapunktis temperatuuril 3,98 °C, kus $(\partial v/\partial T)_p = 0$, on võrrandi (2-131) kohaselt $c_p = c_v$.

### 4.1.7 Aine omadused alumisel ja ülemisel piirkõveral. Niiske aur

Jälgime vedeliku isobaarset aurustumist. Olgu antud 1 kg vedelikku temperatuuril $T$ ja rõhul $p$, millele vastab vedeliku algoleku erimaht $v_o$ (joonis 4.11).

Vedeliku isobaarsel kuumutamisel lähtudes olekust *1* tõuseb temperatuur, kuni jõuab rõhule $p$ vastava küllastustemperatuurini $t_s$ (punkt *2* ). Küllastustemperatuur (keemistemperatuur) sõltub muidugi rõhust, tõustes viimase suurenedes.




**Joonis 4.11. Vedeliku isobaarne kuumutamine *pv*-diagrammil**

Küllastustemperatuuril oleva vedeliku edasisel isobaarsel kuumutamisel algab aurustumine, hakkab tekkima vedeliku ja auru segu ehk niiske aur. Vaatamata vedeliku vähenemisele segus, jääb niiske auru temperatuur püsima (võrdne $t_s$). Vedeliku aurustumisprotsessi väljendab joonisel lõik *23*. Vedeliku aurustumine kestab, kuni vedelik segus on täielikult aurustunud. Seejuures isobaarsel aurustumisel ühtivad isobaar- ja isotermjooned piirkõverate vahelisel lõigul.

Vedeliku aurustumisel niiske auru erimaht suureneb, kuid erimahtude vahe ($v'' - v'$) rõhu suurenedes väheneb, võrdudes kriitilises punktis nulliga. Seejuures $(\mathrm{d}(v'' - v')/\mathrm{d}T)_k = -\infty$. Samuti väheneb rõhu suurenedes vedeliku aurustumissoojus $r$. Kriitilises punktis $r = 0$ ja $(\mathrm{d}r/\mathrm{d}T)_k = -\infty$.

Auru suhtelist osamassi niiskes aurus iseloomustab auru kuivusaste $x$ (valem (4-13)).

Kuiva küllastunud auru ($x = 1$) isobaarsel kuumutamisel hakkab tema temperatuur tõusma.

Küllastustemperatuuril oleva vedeliku (alumine piirkõver) ja kuiva küllastunud auru (ülemine piirkõver) olekut iseloomustavad parameetrid on vastavalt Gibbsi faaside reeglile määratavad ühe sõltumatu olekuparameetri kaudu, millena sagedamini kasutatakse kas rõhku või temperatuuri. Vajadus teise sõltumatu parameetri järele langeb ära, sest piirkõveratel on püsiv auru kuivusaste kui teine parameeter. Kasutades eespool sisseviidud tähiseid, siis $p_s = p' = p''$ ja $t_s = t' = t''$. Seega
$v' = \mathrm{f}_1(p_s)$, $h' = \mathrm{f}_2(p_s)$, $s' = \mathrm{f}_3(p_s)$, ...; $v' = \mathrm{F}_1(t_s)$, $h' = \mathrm{F}_2(t_s)$, $s' = \mathrm{F}_3(t_s)$, ...; $v'' = \varphi_1(p_s)$, $h'' = \varphi_2(p_s)$, $s'' = \varphi_3(p_s)$, ...; $v'' = \xi_1(t_s)$, $h'' = \xi_2(t_s)$, $s'' = \xi_3(t_s)$,... Samuti $p_s = \gamma(t)$ ja $t_s = \eta(p)$.

Niiske auru mitmed olekuparameetrid on määratavad kahe olekuparameetri kaudu, milleks võib olla näiteks suvaline paar muutujatest $p$, $t$, $v$, $x$, välja arvatud paar $p$ ja $t$. Sagedamini kasutatakse sellises muutujapaaris ühena rõhku või temperatuuri ja teisena kuivusastet. Näiteks: $h_x = \psi_1(p_s, x)$, $s_x = \psi_2(p_s, x)$; $h_x = \delta_1(t_s, x)$, $s_x = \delta_2(t_s, x)$.

Kuna niiske aur koosneb $x$ osast kuivast küllastunud aurust erimahuga $v''$ ja $(1 - x)$ osast vedelikust erimahuga $v'$, siis niiske auru erimaht

$$v_x = xv'' + (1 - x)v'$$

ehk

$$v_x = v' + x(v'' - v'). \tag{4-35}$$

Samuti niiske auru siseenergia auru kuivusastmel $x$

$$u_x = u' + x(u'' - u'), \tag{4-36}$$

entalpia

$$h_x = h' + x(h'' - h') = h' + xr \tag{4-37}$$

ja entroopia

$$s_x = s' + x(s'' - s'). \tag{4-38}$$

Niiske auru piirkonnas

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} = 0. \tag{4-39}$$

Niiske auru isobaarne erisoojus (vt valem (2-172))

$$c_{\mathrm{p,x}} = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \infty.$$

Piirkõvera läbimisel isotermjooned *pv*-diagrammil, isobaarjooned *Tv*-diagrammil ning isohoorjooned *pT*-diagrammil murduvad. Seetõttu on tuletis $(\partial p/\partial v)_{\mathrm{T}}$ lähenemise suunast sõltuv. Kui läheneda piirkõveratele ühefaasilisest piirkonnast (vedelik, ülekuumendatud aur), on tuletise $(\partial p/\partial v)_{\mathrm{T}}$ väärtused lõplikud; kui läheneda aine kahefaasilisest piirkonnast (niiske aur), siis võrdub tuletise väärtus nulliga (valem (4-39)).

Niiske auru soojuslikke omadusi võib iseloomustada selle erisoojuse mõistet rakendades. Niiske auru erisoojus on soojushulk, mis on vajalik tõstmaks ühe massiühiku niiske auru temperatuuri ühe ühiku võrra, jättes muutmata auru kuivusastme. Vastavalt sellele

$$c_{\mathrm{x}} = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{x}}. \tag{4-40}$$

Erisoojus alumisel piirkõveral

$$c' = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{x}=0},$$

ülemisel piirkõveral

$$c'' = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{x}=1}.$$

Kuna tuletised $(\partial s/\partial T)_{\mathrm{x}=0}$ ja $(\partial s/\partial T)_{\mathrm{x}=1}$ sõltuvad ainult temperatuurist, siis on nad võrdväärsed ka tuletistega d$s'$/d$T$ ja d$s''$/d$T$. Erisoojuste $c''$ ja $c'$ vahe

$$c'' - c' = T\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}(s'' - s'). \tag{4-41}$$

Kuna

$$s'' - s' = \frac{r}{T},$$

siis

$$c'' - c' = T\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left(\frac{r}{T}\right) = -\frac{r}{T} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}T}, \tag{4-42}$$

kus $r$ – vedeliku aurustumissoojus.

Viimane võrrand seob aine erisoojuse ülemisel ja alumisel piirkõveral aurustumissoojuse ning temperatuuriga.

Tuletame *c*' ja *c*" arvutusvalemid. Selleks määrame funktsiooni s(*p*, *T*) tuletise temperatuuri järgi kuivusastme *x* püsiväärtusel, lähtudes teisest valemist valemite reas (2-50):

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{x}} = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{x}}. \tag{4-43}$$

Et

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{c_{\mathrm{p}}}{T},$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{x=1} = \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}T},$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{x=0} = \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}T},$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \text{ (valem (2-210)),}$$

siis seosest (4-43)

$$\left.\begin{aligned} c' &= c'_{\mathrm{p}} - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)'_{\mathrm{p}} \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}T} \\ c'' &= c''_{\mathrm{p}} - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)''_{\mathrm{p}} \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}T}. \end{aligned}\right\} \tag{4-44}$$

Kasutades sama metoodikat, siis samuti

$$\left.\begin{aligned} c' &= c'_{\mathrm{v}} + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)'_{\mathrm{v}} \frac{\mathrm{d}v'}{\mathrm{d}T} \\ c'' &= c''_{\mathrm{v}} + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)''_{\mathrm{v}} \frac{\mathrm{d}v''}{\mathrm{d}T}. \end{aligned}\right\} \tag{4-45}$$

Indeksid (') ja (") osutavad sellele, et vastavad osatuletised arvutatakse, lähenedes piirkõverale aine ühefaasilisest piirkonnast (kas vedeliku või auru poolt).

Aine kriitilises punktis on tuletisel $(\partial p / \partial T)'_{\mathrm{k,v}} = (\mathrm{d}p_{\mathrm{s}}/\mathrm{d}T)_{\mathrm{k}}$ lõplik positiivne väärtus. Kuna $(\mathrm{d}v'/\mathrm{d}T)_{\mathrm{k}} = +\infty$, siis järeldub avaldisest (4-45), et $c'_{\mathrm{k}} \to +\infty$. Aine kriitilises punktis aga tuletis $(\mathrm{d}v''/\mathrm{d}T)_{\mathrm{k}} = -\infty$ ja $c''_{\mathrm{k}} \to -\infty$. Siit nähtub, et kui läheneda vedeliku poolt, on kriitilises punktis erisoojuse väärtuseks $+\infty$, küllastunud auru poolt lähenedes aga $-\infty$. Enamikul ainetel on küllastunud auru erisoojus kriitilise punkti läheduses negatiivne. Seega temperatuuri tõusul aur ei neela,

vaid eraldab soojust, millest nähtub, et temperatuuri tõusuga kaasneb entroopia kahanemine. Põhjuseks on asjaolu, et selles piirkonnas küllastunud auru kuumutamisel (kui $x = 1$) auru erimaht väheneb, sest tema kokkusurumiseks vajalik töö ületab siseenergia juurdekasvu.

Küllastunud auru erisoojuse $c''$ muutumise iseloom sõltuvalt temperatuurist määrab ülemise piirkõvera kuju aine olekudiagrammil. Joonisel 4.12 on kahe erineva aine piirkõverad *Ts*-diagrammil, kus joon *1* kujutab veeauru.

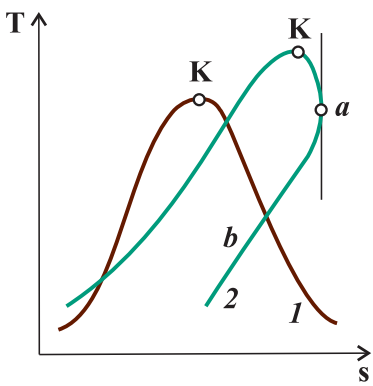
Kui liikuda mööda ülemist piirkõverat, lähtudes aine kriitilisest punktist, siis $(\mathrm{d}T/\mathrm{d}s)_{x=1} < 0$, mistõttu küllastunud auru erisoojus on negatiivne. Üldreeglina küllastunud auru erisoojuse absoluutväärtus temperatuuri (rõhu) alanedes väheneb. Kui aine ülemisel piirkõveral on joonena *2* märgitud kuju, siis punktis *a* muudab auru erisoojus märki. Piirkonnas K*a* on erisoojus $c''$ negatiivne $((\mathrm{d}s/\mathrm{d}T)_{x=1} < 0)$, piirkonnas *ab* aga positiivne $((\mathrm{d}s/\mathrm{d}T)_{x=1} > 0)$. Ekstreemumpunktis *a* on $c'' = 0$ $((\mathrm{d}s/\mathrm{d}T)_{x=1} = 0)$. Joone *1* kuju osutab, et küllastunud auru erisoojus on täies ulatuses negatiivne.

Küllastustemperatuuril on vedeliku erisoojus $c'$ positiivne.

Erisoojuste $c'$ ja $c''$ kaudu on arvutatavad küllastunud auru soojuslikud olekuparameetrid $s$, $u$ ja $h$.

Entroopia alumisel ja ülemisel piirkõveral

$$\left.\begin{aligned} s' &= \int_{T_0'}^{T} \frac{c'}{T}\,\mathrm{d}T \\ s'' &= \frac{r}{T} + \int_{T_0'}^{T} \frac{c'}{T}\,\mathrm{d}T. \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}46)$$




**Joonis 4.12. Erinevate ainete piirkõverate kuju *Ts*-diagrammil**

Kui lugeda esimeses lähenduses $c'$ ja $c''$ temperatuurist sõltumatuks, siis entroopia alumisel ja ülemisel piirkõveral

$$\left.\begin{aligned} s' &= c'\ln\frac{T}{T_0'} \\ s'' &= \frac{r}{T} + c'\ln\frac{T}{T_0'}, \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}47)$$

kus $T_0'$ – temperatuur aine kolmikpunktis.

Valemid (4-46) ning (4-47) on alumist ja ülemist piirkõverat kujundava joone võrrandid *Ts*-tasandil.

## 4.2 Vesi ja veeaur

### 4.2.1 Vee ja veeauru tabelid

Vesi on tähtsaim termodünaamiline keha energia muundamisel kasulikuks tööks ning on energiakandjaks (soojuskandjaks) paljudes tehnoloogilistes protsessides. Siin sulgudes toodud ja inseneripraktikas laialt käibel olev sõna „soojuskandja" ei ole termodünaamikas kasutatava soojuse mõiste kohaselt korrektne, kuna keha ei sisalda soojust. Keha võib aga energiat soojuse kujul juurde saada või ära anda kehade temperatuurierinevuse korral (nt ühelt keskkonnalt teisele soojusvahetis).

Vee ja veeauru (nagu paljude teistegi vedelike ja aurude) komplitseeritud struktuur tingib nende olekuparameetrite vaheliste analüütiliste seoste keerukuse, mis tunduvalt raskendab vee ja veeauruga seotud ülesannete lahendamist, muutes selle mahukaks ja töörohkeks. Ülesannete igapäevane lahendamine lihtsustub märgatavalt, kui analüütiliste valemite asemel kasutada tabelitesse koondatud näitajaid.

Vee ja veeauru tabelid jagunevad kaheks: küllastunud vee ja veeauru ning vee ja ülekuumendatud veeauru tabeliteks.

**Tabel 4.3. Küllastunud vee ja veeauru näidistabel rõhu järgi**

| $p$ | $t_s$ | $v'$ | $v''$ | $h'$ | $h''$ | $s'$ | $s''$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MPa | °C | $m^3/kg$ | $m^3/kg$ | kJ/kg | kJ/kg | kJ/(kg·K) | kJ/(kg·K) |
| 0,001 | 6,98 | 0,0010 | 129,2 | 29,30 | 2514 | 0,1059 | 8,976 |
| 0,1 | 99,63 | 0,0010 | 1,694 | 417,4 | 2675 | 1,3026 | 7,360 |
| 1,0 | 179,91 | 0,0011 | 0,1944 | 761,7 | 2778 | 2,139 | 6,587 |
| 10 | 311,06 | 0,0015 | 0,01803 | 1407,6 | 2725 | 3,360 | 5,614 |
| 20 | 365,81 | 0,0020 | 0,00583 | 1826 | 2410 | 4,014 | 4,927 |

**Tabel 4.4. Küllastunud vee ja veeauru näidistabel temperatuuri järgi**

| $t$ °C | $p_s$ MPa | $v'$ m³/kg | $v''$ m³/kg | $h'$ kJ/kg | $h''$ kJ/kg | $s'$ kJ/(kg·K) | $s''$ kJ/(kg·K) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0,0012 | 0,0010 | 106,4 | 42,01 | 2520 | 0,1510 | 8,9008 |
| 100 | 0,1013 | 0,0010 | 1,673 | 419,0 | 2676 | 1,3069 | 7,3549 |
| 180 | 1,0021 | 0,0011 | 0,1941 | 763,2 | 2778 | 2,1396 | 6,5857 |
| 300 | 8,581 | 0,0014 | 0,0217 | 1344,0 | 2749 | 3,2534 | 5,7045 |
| 370 | 21,03 | 0,0022 | 0,0049 | 1891 | 2332 | 4,1106 | 4,7971 |

Küllastunud vee ja veeauru tabelites antakse nende omadused alumisel ja ülemisel piirkõveral, hõlmates vahemikku vee kolmikpunktist kuni kriitilise punktini. Andmed nendes tabelites võivad olla esitatud kas rõhu (tabel 4.3) või temperatuuri (tabel 4.4) järgi, vastavalt sellele, milline nendest kahest parameetrist on esimeses veerus. Järgnevates veergudes tuuakse tavaliselt küllastunud vee ja veeauru erimaht, entalpia, entroopia, mõnikord lisaks vee ja veeauru tihedus ja aurustumissoojus.

Temperatuuri järgi koostatud tabeli teises veerus on küllastusrõhk, rõhu järgi koostatus aga küllastustemperatuur.

Niiske auru jaoks omaette tabeleid vaja ei ole: tarvilikud parameetrid saab leida valemitega (4-35) kuni (4-38), mis sisaldavad auru kuivusastme $x$, andmed alumisel ja ülemisel piirkõveral leiab aga ülalesitatud tabelitest.

Vee ja ülekuumendatud veeauru tabelisse (tabel 4.5) koondatakse andmed entalpia, entroopia ja erisoojuse kohta sõltuvuses temperatuurist ja rõhust, alates vee kolmikpunkti parameetritest. (Vesi ja veeaur kui ühefaasilised ained vajavad vastavalt Gibbsi faaside reeglile oleku määramiseks kahte sõltumatut parameetrit. Tabeliandmeid kahte ossa jagav rõhtjoon lahutab vee (ülal) ja ülekuumendatud auru (all) piirkonna.)

**Tabel 4.5. Vee ja ülekuumendatud veeauru näidistabel**

| $t$ | $p$ = 0,001 MPa | | | | $p$ = 10 MPa | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| °C | $v$ m³/kg | $h$ kJ/kg | $s$ kJ/(kg·K) | $c_p$ kJ/(kg·K) | $v$ m³/kg | $h$ kJ/kg | $s$ kJ/(kg·K) | $c_p$ kJ/(kg·K) |
| 0 | 0,0010 | 0 | 0 | – | 0,0010 | 10,2 | 0,0004 | – |
| 50 | 150,0 | 2594 | 9,238 | 1,87 | 0,0010 | 218,0 | 0,6980 | 4,16 |
| 100 | 173,3 | 2688 | 9,510 | 1,89 | 0,0010 | 426,5 | 1,2982 | 4,19 |
| 200 | 219,8 | 2880 | 9,963 | 1,94 | 0,0011 | 856,0 | 2,314 | 4,45 |
| 300 | 266,2 | 3077 | 10,340 | 2,00 | 0,0014 | 1342,2 | 3,244 | 5,67 |
| 500 | 359,0 | 3490 | 10,958 | 2,13 | 0,0328 | 3374 | 6,597 | 2,60 |
| 700 | 451,9 | 3931 | 11,468 | 2,27 | 0,0436 | 3871 | 7,169 | 2,44 |

**Tabeli 4.5 järg**

| $t$ °C | $p$ = 25 MPa | | | | $p$ = 50 MPa | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $v$ m³/kg | $h$ kJ/kg | $s$ kJ/(kg·K) | $c_p$ kJ/(kg·K) | $v$ m³/kg | $h$ kJ/kg | $s$ kJ/(kg·K) | $c_p$ kJ/(kg·K) |
| 0 | 0,0010 | 25,2 | 0,0013 | – | 0,0010 | 49,3 | –0,0004 | – |
| 50 | 0,0010 | 231,0 | 0,6911 | 4,13 | 0,0010 | 252,2 | 0,6794 | 4,09 |
| 100 | 0,0010 | 438,0 | 1,2873 | 4,16 | 0,0010 | 457,1 | 1,2687 | 4,12 |
| 300 | 0,0013 | 1330,7 | 3,187 | 5,19 | 0,0013 | 1326,0 | 3,120 | 4,77 |
| 500 | 0,0111 | 3162 | 5,959 | 3,78 | 0,0039 | 2722 | 5,189 | 7,24 |
| 700 | 0,0166 | 3778 | 6,671 | 2,72 | 0,0077 | 3617 | 6,219 | 3,32 |

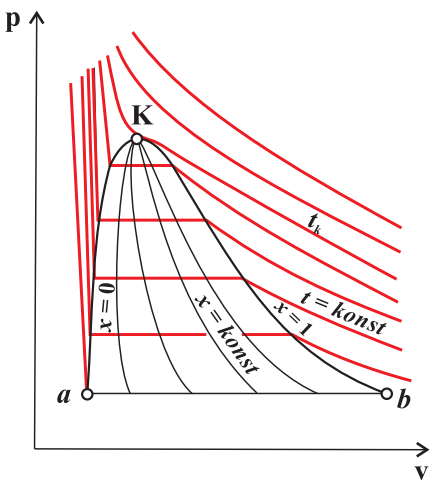
Tabel 4.6 kajastab jää ja veeauru omadusi sublimatsiooni- ja desublimatsioonijoonel.

**Tabel 4.6. Küllastunud jää ja veeauru näidistabel temperatuuri järgi**

| $t$ °C | $p_s$ kPa | $v'\cdot10^3$ m³/kg | $v''$ m³/kg | $h'$ kJ/kg | $h''$ kJ/kg | $s'$ kJ/(kg·K) | $s''$ kJ/(kg·K) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,01 | 0,611 | 1,091 | 206 | –333,4 | 2501,4 | –1,221 | 9,156 |
| –10 | 0,260 | 1,089 | 467 | –354,1 | 2482,9 | –1,299 | 9,481 |
| –20 | 0,194 | 1,087 | 1128 | –374,0 | 2464,3 | –1,377 | 9,835 |
| –30 | 0,031 | 1,086 | 2943 | –393,2 | 2445,8 | –1,455 | 10,221 |
| –40 | 0,013 | 1,084 | 8354 | –411,7 | 2427,2 | –1,532 | 10,644 |

## 4.2.2 Veeauru *pv*-diagramm

Veeauru *pv*-diagrammi üldehitus on joonisel 4.13. Diagrammi koostamise lähtekohaks on vee kolmikjoone *ab* parameetrid ( $p'_0 = 610{,}8$ Pa ja $t'_0 = 0{,}01$ °C ).



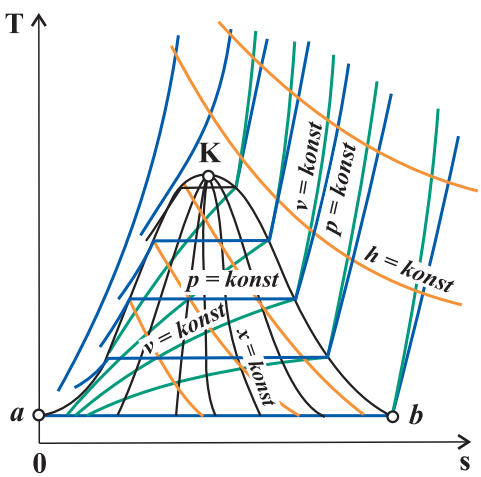

**Joonis 4.13. Veeauru *pv*-näidisdiagramm**

Alumine piirkõver algab kolmik- ja keemisjoone ühispunktist *a* (kus vee erimaht $v_0' = 0{,}0010$ m$^3$/kg), ülemine piirkõver aga kolmik- ja kondensatsioonijoone ühispunktist *b*. Punktis *b* on küllastunud auru erimaht 206,3 m$^3$/kg. Alumise ja ülemise piirkõvera saab konstrueerida, kandes diagrammile küllastunud veeauru tabelist etteantud rõhu järgi vee ja küllastunud veeauru erimahu väärtused. Nende punktide ühendamisel saamegi alumise ja ülemise piirkõvera, mis ühinevad kriitilises punktis K. Isobaarjoon *ab* ühelt poolt ja kontuur *a*K*b* teiselt poolt ümbritsevad niiske auru ala. Niisket auru kui kahefaasilist süsteemi iseloomustab auru kuivusaste *x*, mille väärtused paiknevad vahemikus $0 \le x \le 1$ (alumisel piirkõveral $x = 0$, ülemisel $x = 1$). Niiske auru alasse piirkõverate vahel kantakse auru kuivusastme $x = konst$ jooned. *pv*-diagrammile saab kanda rõhu ja erimahu abil ka isotermjooned, mis niiske auru alas on rõhtsad, ühtides isobaarjoontega.

### 4.2.3 Veeauru *Ts*-diagramm

Veeauru *Ts*-diagrammi ehitus selgub jooniselt 4.14. Diagrammi koostamise lähteolek, nagu *pv*-diagrammi korralgi, on vee kolmikpunkti parameetrid joonel *ab*. Alumine piirkõver saab alguse punktist *a*, ülemine piirkõver punktist *b*. Vee entroopia kolmikpunkti temperatuuril ja rõhul loetakse tinglikult võrdseks nulliga.

Kandes küllastunud veeauru tabelist *Ts*-tasandile vee ja veeauru temperatuuri järgi entroopia väärtused *s*' ja *s*", saame alumise ja ülemise piirkõvera, mille ühinemispunkt K vastab vee kriitilisele olekule. Diagrammi kinnine ala *a*K*ba* on niiske auru piirkond, kuhu kantakse ka kriitilisest punktist lähtuvad kuivusastme $x = konst$ jooned. Veel kantakse *Ts*-diagrammile isobaarjooned. Kuna niiske auru piirkonnas isoterm- ja isobaarjooned langevad ühte, siis kujutavad viimased *Ts*-diagrammi piirkõverate vahelises alas rõhtsirgeid. Diagrammile kantakse peale isobaarjoonte veel isohoorjooned ning harvemal juhul ka entalpia $h = konst$ jooned.




**Joonis 4.14. Veeauru *Ts*-näidisdiagramm**

Isobaarjoontel on antud punktis tõus $(\partial T/\partial s)_p = T/c_p$, mistõttu $(\partial T/\partial s)_p > 0$ ning nad on aine ühefaasilise oleku piirkonnas tõusvad jooned. Seesama kehtib ka isohoorjoonte kohta kaldega $(\partial T/\partial s)_v = T/c_v$. Teatavasti $c_p > c_v$, mistõttu isohoorjoonte tõus *Ts*-diagrammil on järsem isobaarjoonte tõusust. Püsientalpia jooned *Ts*-diagrammil on langevad, kuna $(\partial T/\partial s)_h < 0$.

### 4.2.4 Veeauru *hs*-diagramm

Veeauru *hs*-diagrammi nimetatakse ka Mollier' diagrammiks. Võrreldes eelmistega, on *hs*-diagrammil oluliselt suurem tähtsus praktiliste ülesannete lahendamisel.

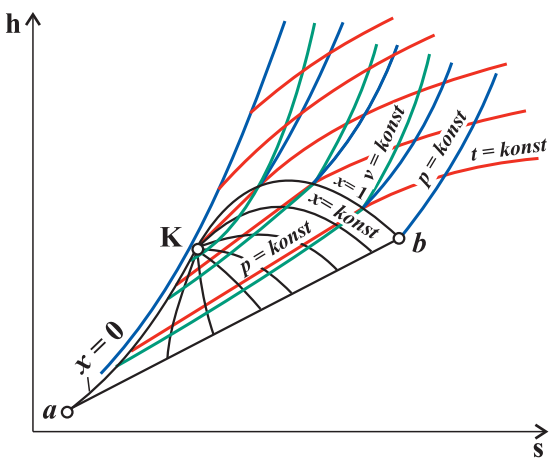
Diagrammi püstteljele on kantud entalpia *h*, rõhtteljele entroopia *s* (joonis 4.15). Diagrammi koostamise lähtekoht, nagu *Ts*-diagrammi korralgi, on vee kolmikpunktijoone *ab* parameetrid. Alumine piirkõver saab alguse punktist *a*, ülemine piirkõver punktist *b*. Vee entalpia määramisel kolmikpunktis *a* loetakse vee siseenergia selles tinglikult nulliks. Vee entalpia punktis *a*

$$h_0' = u_0' + p_0' v_0' = 0 + 610{,}8 \cdot 0{,}0010 \approx 0{,}61\,\mathrm{J/kg}$$

on väga väike suurus.

Kandes küllastunud veeauru tabelist *hs*-tasandile vee ja veeauru küllastustemperatuurile vastavad entalpia väärtused *h*' ja *h*", saame alumise (*a*K) ja ülemise (*b*K) piirkõvera. Alumise ja ülemise piirkõvera ühispunkt on vee kriitilist olekut määrav punkt K. Diagrammi suletud piirkond *a*K*ba* hõlmab niiske auru ala, millesse kantakse ka kuivusastme $x = konst$ jooned. Väljapoole *hs*-diagrammi niiske auru piirkonda jääb vee ja veeauru ühefaasilise oleku ala.

Ülemisel piirkõveral ($x = 1$) on *hs*-diagrammil maksimumpunkt, kus $(\partial h/\partial s)_{x=1} = 0$. Vee kriitiline punkt asetseb *hs*-diagrammil ülemise piirkõvera maksimumpunktist madalamal.




**Joonis 4.15. Veeauru *hs*-näidisdiagramm**

Kui jätta võrrandi (2-222) parempoolne liige arvestamata, siis on *hs*-diagrammil kujutatud piirkõvera (nii alumise kui ka ülemise) puutuja tõus meelevaldses punktis:

$$\left(\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}\right)_{\mathrm{pk}} = T + v\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s}\right)_{\mathrm{pk}}, \tag{4-48}$$

kus indeks pk tähistab piirkõverat.

Kuna kriitilises punktis $(\mathrm{d}p/\mathrm{d}s)_{\mathrm{pk}} = (\mathrm{d}p/\mathrm{d}s)_{\mathrm{k}} = 0$, siis

$$\left(\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}\right)_{\mathrm{k}} = T_{\mathrm{k}}\,. \tag{4-49}$$

Järelikult on aine kriitilist punkti (piirkõverate ühist punkti) läbiva puutuja tõus positiivne ning võrdub aine kriitilise temperatuuriga.

Vastavalt võrrandile (2-222)

$$\left(\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}\right)_{\mathrm{p}} = T\,. \tag{4-50}$$

Tulemusest nähtub, et entalpia püsirõhuline tuletis entroopia järgi on võrdne absoluutse temperatuuriga ning isobaarjooned *hs*-diagrammil on positiivse tõusuga, mistõttu entroopia kasv isobaarses protsessis tähendab alati entalpia suurenemist.

Kuna niiske auru piirkonnas isobaarjooned langevad ühte isotermjoontega, siis on mõlemad selles alas valemi (4-50) kohaselt sirgjooned. Teatavasti rõhu suurenemisel tõuseb auru küllastustemperatuur, seetõttu kasvab rõhu tõustes ka isobaarjoonte kaldenurk. Isobaarjoonte lõikumisel piirkõveraga murdelist üleminekut ei teki.

Vee aurustumissoojus

$$r = h'' - h' \tag{4-51}$$

on *hs*-diagrammil võrdne isobaarjoone sirge lõigu pikkusega piirkõverate vahel.

Avaldame entalpia püsitemperatuurse osatuletise entroopia järgi kujul

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{T}}. \tag{4-52}$$

Valemi (2-157) asenduse põhjal

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} = v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}$$

ja arvestades seda, et

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{T}} = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}} \text{ (valem (2-210)),}$$

saame

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{\mathrm{T}} = T - v\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{4-53}$$

Osatuletis $(\partial T/\partial v)_{\mathrm{p}}$ läbib piirkõvera hüppeliselt, mis tõestab, et isotermjoon lõikub piirkõveraga murdeliselt: ülemise piirkõvera ületanud isotermjoon lahkneb isobaarjoonest. Liige $(\partial T/\partial v)_{\mathrm{p}}$ valemis (4-53) väheneb temperatuuri tõusul (ideaalsele gaasile $(\partial h/\partial s)_{\mathrm{T}} = 0$) ning entroopia suurenedes lähenevad isotermjooned *hs*-diagrammil ülemist piirkõverat läbides asümptootiliselt püsientalpia horisontaaljoontele.

*hs*-diagrammile kantakse ka isohoorjooned.

Soojusjõuseadmetes toimuvaid protsesse käsitledes rakendatakse *hs*-diagrammi laialdaselt, sest adiabaatne töö on sellel ülevaatlikult kujutatav. Kui *Ts*-diagrammil avalduvad soojushulgad pindaladena, siis *hs*-diagrammilt on isobaarses protsessis osalev soojushulk leitav sirglõigu pikkusena. Ka auru voolamis- ja drosseldusprotsessi uurimisel on *hs*-diagramm tõhus abiline.

## 4.3 Protsessid vee ja veeauruga

### 4.3.1 Vee kuumutamine

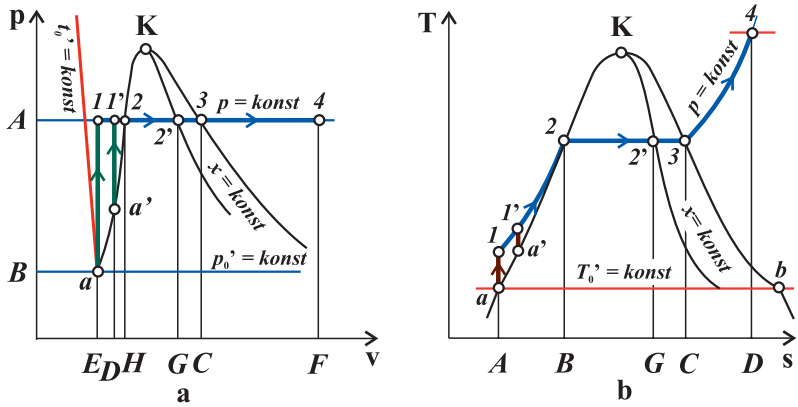
Vee täielik kuumutamine ehk lihtsalt vee kuumutamine seisneb vee temperatuuri tõstmises teatud lähteolekust kuni antud rõhule vastava küllastustemperatuurini. Selline protsess on võimalik ainult rõhul, mis on madalam kriitilisest. Kui vee rõhk on kriitilisest väärtusest kõrgem, mõistetakse vee täieliku kuumutamise all tinglikult vee temperatuuri tõstmist algolekust kuni kriitilise temperatuurini. Vee osalisel kuumutamisel kriitilisest madalamal rõhul jääb vee temperatuur madalamaks rõhule vastavast küllastustemperatuurist, kriitilisest rõhust kõrgema rõhu korral aga kriitilisest temperatuurist.

Vaatleme vee kuumutamise käiku kriitilisest madalamal rõhul, lugedes algolekuks vee oleku kolmikpunkti rõhul ja temperatuuril (punkt *a* olekudiagrammidel).

Vett võib kuumutada mitmeti, erinevate termodünaamiliste protsesside vahendusel. Kõige levinum on vee kuumutamine soovitud temperatuurini isobaarselt, millele on eelnenud vee rõhu tõstmine pumba abil. Käsitletav juhtum on kujutatud *pv*- ja *Ts*-diagrammil joonisel 4.16. Joon *a1* vastab vee isoentroopsele komprimeerimisele pumbas. Pumba tarbitav töö

$$l_{\mathrm{p}} = \int_{p_0'}^{p_1} v\,\mathrm{d}p = h_1 - h_0', \tag{4-54}$$

kus $h_1$ – vee entalpia pumbast väljumisel.




**Joonis 4.16. Vee ja veeauru oleku muutus *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Pumba tarbitavat tööd (tehnilist tööd) *pv*-diagrammil esindab pindala □*Ba1AB*. Kuna punktis *a* vee entalpia $h_0' \approx 0$, siis $l_\mathrm{p} \approx h_1$. Vee väikese kokkusurutavuse tõttu on komprimeerimisjoon *a1 pv*-diagrammil ligilähedane vertikaalsirgele ja piisava täpsusega komprimeerimistöö

$$l_\mathrm{p} = v_0'(p_1 - p_0'). \tag{4-55}$$

Komprimeerimisele järgnevat vee isobaarset kuumutamist kujutab diagrammil lõik *12*. Soojushulk vee isobaarseks kuumutamiseks

$$q' = h' - h_1, \tag{4-56}$$

kus *h*' – vee entalpia küllastustemperatuuril.

Seose (4-55) põhjal

$$q' = h' - l_\mathrm{p} = h' - \int_{p_0'}^{p_1} v\mathrm{d}p = h' - v_0'(p_1 - p_0'). \tag{4-57}$$

Kui vee kuumutamise lähteolek asetseb alumisel piirkõveral (punkt *a*'), siis vajalik soojushulk

$$q' = h' - v_{a'}(p_1 - p_{a'}). \tag{4-58}$$

*Ts*-diagrammil esindab vee kuumutamiseks vajalikku soojushulka pindala $q'$ = □*A12BA*. Kuni rõhuni $p = 1/3\ p_\mathrm{k}$ kulgevad veepiirkonna isobaarjooned *Ts*-diagrammil üksteisele väga lähedal, langedes peaaegu ühte alumise piirkõveraga. Seetõttu on pindala □*a12a* (või □*a'1'2a'*) *Ts*-diagrammil tühiselt väike, mis lubab vee kuumutamist käsitleda mööda alumist piirkõverat toimuvana.

Vee kuumutamiseks vajalik soojushulk termodünaamika esimese seaduse kohaselt

$$q' = (u' - u_1) + \int_{v_1}^{v'} p\mathrm{d}v = (u' - u_1) + p(v' - v_1), \tag{4-59}$$

kus $u'$ – vee siseenergia alumisel piirkõveral, $u_1$ – vee siseenergia punktis *1*.

Kuna $u_0' = 0$ ja samuti $u_1 \approx 0$, siis eelneva põhjal suure täpsusega

$$q' = u' + p(v' - v_1). \tag{4-60}$$

Valemis (4-60) esinev liige $p\,(v' - v_1)$ väljendab paisumistööd vee kuumutamisel, mis *pv*-diagrammil nähtub pindalana □*E12HE*. Kuni rõhuni $p = 1/3\ p_k$ vahe $v' - v_1 \approx 0$. Seetõttu võime ilma suurema veata kirjutada $q' = u' = h'$.

Vee paisumistöö kuumutamisel mööda alumist piirkõverat on pindala □*a12a* võrra väiksem tööst, mis toimuks vee isobaarsel kuumutamisel. Seetõttu on ka kuumutamiseks vajalik soojushulk suurem sellest, mis kuluks vee kuumutamiseks mööda alumist piirkõverat. Erinevus nende vahel on aga niivõrd väike, et tegelikes arvutustes võib seda eirata.

### 4.3.2 Vee aurustumine

Vesi saab aurustuda ainult siis, kui tema rõhk on madalam kriitilisest. Vee täielikku aurustumise ehk lihtsalt vee aurustumise all mõistetakse termodünaamilist protsessi, kus küllastustemperatuuril olev vesi muudetakse isobaarse (ühtlasi isotermse) kuumutamise teel kuivaks küllastunud auruks (kuivusaste $x = 1$). Osaline aurustumine piirdub sellega, et protsessi lõpul on aur niiske kuivusastmega $x < 1$. Vee täielikku aurustumisprotsessi *pv*-diagrammil kujutab rõhtne lõik *2 3* piirkõverate vahel (joonis 4.16). Vee aurustumissoojus valemi (4-14) kohaselt

$$r = h'' - h' = (u'' - u') + p(v'' - v'). \tag{4-61}$$

Valemi (4-61) võib saada ka vahetult, kuna teatavasti termodünaamilise keha isobaarne kuumutamine vajab soojust $q = \Delta h$. Olgu sisemine aurustumissoojus $\lambda = (u'' - u')$ ja väline aurustumissoojus $\psi = p\,(v'' - v')$, siis

$$r = \lambda + \psi. \tag{4-62}$$

Välist aurustumissoojust $\psi$ esindab *pv*-diagrammil pindala □*H23CH*, aurustumissoojust *r Ts*-diagrammil pindala □*B23CB*.

Entroopia juurdekasv vee aurustumisel

$$\Delta s = s'' - s' = \int_{(2)}^{(3)} \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{r}{T}. \tag{4-63}$$

Viimasest seosest küllastunud auru entroopia

$$s'' = s' + \frac{r}{T_s}, \tag{4-64}$$

kus $T_s$ – rõhule $p$ vastav küllastustemperatuur.

Vee osalist aurustumist (kuivusastmeni $x < 1$) näitab *pv*- ja *Ts*-diagrammil rõhtne lõik *22'*. Selleks tarbitav soojushulk

$$r_x = xr = h_x - h'. \tag{4-65}$$

Samuti

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_{\mathrm{x}} &= u_{\mathrm{x}} - u' = x\lambda \\ \Delta s_{\mathrm{x}} &= s_{\mathrm{x}} - s' = \frac{xr}{T_{\mathrm{s}}} \\ l &= p(v_{\mathrm{x}} - v') = x\psi. \end{aligned}\right\} \tag{4-66}$$

### 4.3.3 Veeauru ülekuumendamine

Kui veeauru rõhk on alla kriitilise, seisneb tema ülekuumendamine isobaarses kuumutamises küllastustemperatuurilt soovitud temperatuurini. Kui auru rõhk on kriitilisest kõrgem, siis mõistetakse auru ülekuumendamise all sageli auru isobaarset kuumutamist alates kriitilisest temperatuurist kuni antud temperatuurini. Auru ülekuumendusprotsess ($p < p_{\mathrm{k}}$) on joonisel 4.16 kujutatud lõiguna *3 4*. Auru paisumistööd *pv*-diagrammil kujutab pindala □*C34FC*, ülekuumendamiseks vajalikku soojushulka *q Ts*-diagrammil pindala □*C34DC*, mis avaldub

$$q = \int_{t_{\mathrm{s}}}^{t} c_{\mathrm{p}} \mathrm{d}t = h - h'' \tag{4-67}$$

ja auru entroopia muutus ülekuumendamisel

$$\Delta s = s - s'' = \int_{T_{\mathrm{S}}}^{T} \frac{c_{\mathrm{p}}}{T} \mathrm{d}T. \tag{4-68}$$

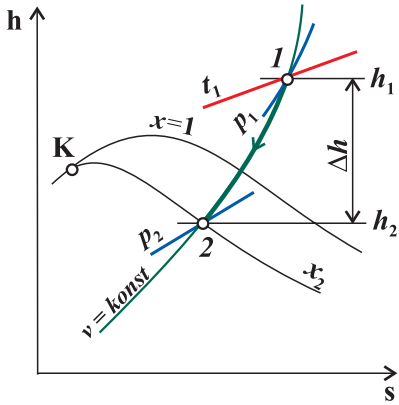
## 4.4 Põhiprotsessid veeauruga

### 4.4.1 Isohoorne protsess

Veeauru on võimalik ühest olekust teise viia mitmesuguste termodünaamiliste protsesside vahendusel. Käesolevas piirdume nelja tagastatava põhiprotsessi – isohoorse, isobaarse, isotermse ja isoentroopse käsitlusega.

Kuna veeaur võib esineda kas ühe- või kahefaasilises olekus, siis võib ka termodünaamiline protsess kulgeda veeauru eri piirkondades – niiske ja ülekuumendatud auru piirkonnas või üleminekul ühest piirkonnast teise.

Vaatleme isohoorset protsessi veeauruga. Olgu auru algolek antud rõhuga $p_1$ ja temperatuuriga $t_1$, mis määravad auru algolekut tähistava punkti olekudiagrammil kui isobaarjoone $p_1$ ja isotermjoone $t_1$ lõikepunkti (joonis 4.17). Auru erimahu saab leida samalt diagrammilt või $p_1$ ja $t_1$ kaudu ülekuumendatud veeauru tabelist. Kui on teada protsessi lõpprõhk $p_2$, siis punkti *1* läbiva isohoorjoone lõikumine isobaarjoonega $p_2$ määrab protsessi lõpp-punkti *2*. Auru lõpptemperatuuri punktis *2* saab leida rõhu $p_2$ järgi küllastunud veeauru tabelist või olekudiagrammilt.




**Joonis 4.17. Veeauru isohoorne jahtumine *hs*-diagrammil**

Võrrandist (4-35)

$$v = v_2' + (v_2'' - v_2')x_2$$

avaldub auru kuivusaste protsessi lõpus

$$x_2 = \frac{v - v_2'}{v_2'' - v_2'}. \qquad (4\text{-}69)$$

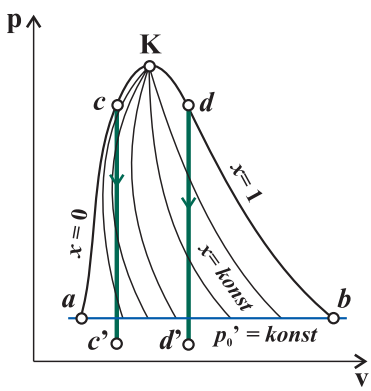
Et isohoorse protsessi mehaaniline töö $l = 0$, siis protsessis osalev soojushulk

$$q = u_2 - u_1 = (h_2 - h_1) - v(p_2 - p_1). \qquad (4\text{-}70)$$

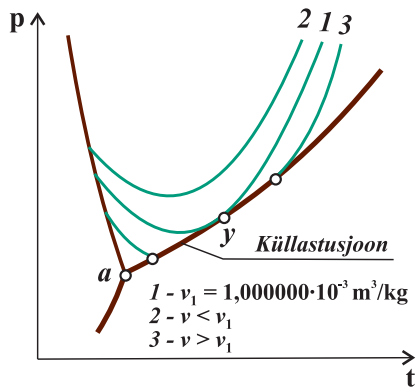
Esitame niiske auru piirkonnas toimuva isohoorse protsessi mõned iseärasused.

Küllastustemperatuuril oleva vee jahtumisel olekust $v < v_k$ (punkt *c* joonisel 4.18) tekib niiske aur, mille kuivusaste esialgu suureneb ning seejärel väheneb. Selline nähtus on võimalik auru kuivusastme jooneni, millel on ekstreemväärtus, kus $(\partial v/\partial p)_x = 0$. Langedes allapoole kolmikpunkti temperatuuri, aur desublimeerub ning moodustub tahke ja gaasilise aine segu.

Kui aga $v > v_k$ (kuiv küllastunud aur, punkt *d*), siis süsteemi jahtumisel auru kuivusaste pidevalt väheneb. Selles piirkonnas $(\partial v/\partial p)_x < 0$.




**Joonis 4.18. Veeauru isohoorne jahtumine *pv*-diagrammil**




**Joonis 4.19. Vee isohoorjoonte asetus *pt*-diagrammil**

Vee rõhu ja temperatuuri vahelist sõltuvust madala temperatuuriga (4 °C) piirkonnas erimahu erinevatel väärtustel iseloomustab joonis 4.19. Isohoorjooned piirkonnas $v \le v_1$ ($v_1 = 1{,}000000 \cdot 10^{-3}$ m$^3$/kg) läbivad temperatuuril 3,98 °C miinimumpunkti $y$ ja on $v = v_1$ korral küllastusjoonele puutujaks. Miinimumpunktist vasakul on isohoorjoontel negatiivne tõus: $(\partial p/\partial T)_v < 0$. Kui $v > v_1$, lõikuvad vee isohoorjooned küllastusjoonega kuni vee kolmikpunkti erimahuni $1{,}000132 \cdot 10^{-3}$ m$^3$/kg kaks korda, omades kas negatiivset või positiivset tõusu. Seega vee isohoorsel kuumutamisel miinimumtemperatuurist (3,98 °C) madalamal temperatuuril väheneb rõhk kuni punktini $(\partial p/\partial T)_v = 0$, edasisel kuumutamisel aga kasvab. Vee isohoorsel kuumutamisel erimahu vahemikus $1{,}000000 \cdot 10^{-3}$ kuni $1{,}000132 \cdot 10^{-3}$ m$^3$/kg läheb süsteem algul ühefaasilisest olekust kahefaasilisse, siis aga ühefaasilisse olekusse tagasi.

### 4.4.2 Isobaarne protsess

Iseloomustagu auru algolekut rõhk $p$ ja erimaht $v_1$. Lõppolek olgu määratud temperatuuriga $t_2$ (joonis 4.20). Auru algtemperatuur on leitav küllastunud veeauru tabelist või olekudiagrammidelt rõhu järgi, kuivusaste $x_1$ aga olekudiagrammidelt rõhu ja erimahu kaudu või on arvutatav valemist

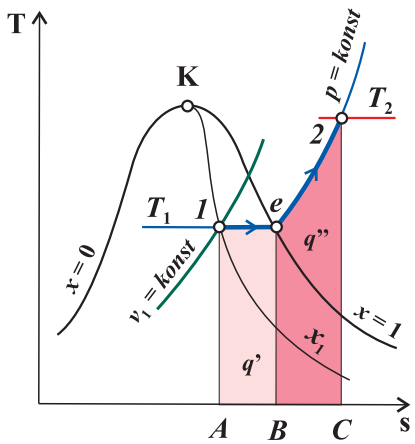
$$x_1 = \frac{v_1 - v_1'}{v_1'' - v_1'}. \qquad (4\text{-}71)$$

Erimaht $v_2$ on leitav kas ülekuumendatud veeauru tabelist või olekudiagrammidelt rõhu $p$ ja temperatuuri $t_2$ kaudu.

Protsessist osavõttev soojushulk

$$q = h_2 - h_1. \qquad (4\text{-}72)$$

Kui protsess kulgeb niiske auru piirkonnas või muutub faas protsessi käigus, siis tuleb valemis (4-72) olevate entalpiate määramisel kasutada valemit (4-37). Joonisel toodud juhul kulub süsteemi suunatud soojushulk aurus sisalduva niiskuse aurustamiseks ($q'$) ja auru ülekuumendamiseks ($q''$).




**Joonis 4.20. Veeauru isobaarne kuumutamine *Ts*-diagrammil**

Vastavalt

$$q' = (1 - x_1) r_1 = (s_1'' - s_1) T_1 \tag{4-73}$$

ja

$$q'' = h_2 - h_1''. \tag{4-74}$$

*Ts*-diagrammil ilmnevad need soojushulgad pindaladena $q'$ = □*A1eBA* ja $q''$ = =□*Be2CB*.

Isobaarse protsessi mehaaniline töö

$$l = p(v_2 - v_1). \tag{4-75}$$

### 4.4.3 Isotermne protsess

Auru alg- ja lõpp-parameetrite määramine toimub samalaadselt eespool vaadeldud juhtudega.

Veeauru oleku isotermne muutus langeb piirkõveratevahelises alas ühte isobaarse protsessiga.

Auru isotermne paisumine üleminekuga niiske auru piirkonnast ülekuumendatud auru piirkonda on kujutatud *Ts*-diagrammil (joonis 4.21) joonena *1 2*.

Isotermsest protsessist osavõttev soojushulk

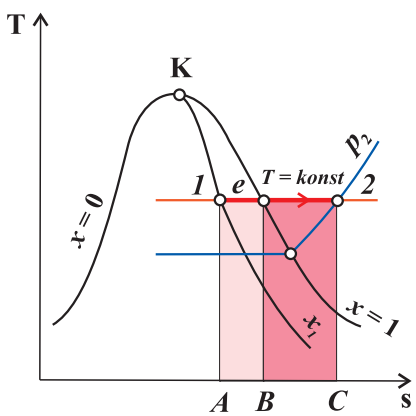
$$q = (s_2 - s_1) T. \tag{4-76}$$

Protsessi mehaaniline töö

$$l = q - \Delta u = (s_2 - s_1) T - [(h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1)] \tag{4-77}$$

ning tehniline töö

$$l_t = q - \Delta h = (s_2 - s_1) T - (h_2 - h_1). \tag{4-78}$$




**Joonis 4.21. Veeauru isotermne kuumutamine *Ts*-diagrammil**

Viimastest valemitest selgub, et auruga toimuva isotermse protsessi mehaaniline ja tehniline töö ei ole protsessist osavõtva soojushulgaga võrdsed, nagu see oli ideaalgaasi puhul. See on tingitud asjaolust, et auru kui reaalse gaasi siseenergia ei ole mitte ainult temperatuuri, vaid ka rõhu funktsioon.

Joonisel 4.21 esitatud juhul omandavad valemid (4-76) ja (4-77) kuju

$$q = (1 - x_1) r_1 + (s_2 - s_1'') T \tag{4-79}$$

ja

$$l = p(v_1'' - v_1) + (s_2 - s_1'') T - [(h_2 - h_1'') - (p_2 v_2 - p_1 v_1'')]. \tag{4-80}$$

### 4.4.4 Isoentroopne protsess

Vaatleme veeauru isoentroopset paisumist. Auru üleminekul ülekuumendatud oleku piirkonnast niiske auru alasse (joonis 4.22) on tema lõppkuivusaste avaldatav võrrandist (valem (4-38))

$$s = s_2' + (s_2'' - s_2') x_2 ,$$

millest

$$x_2 = \frac{s - s_2'}{s_2'' - s_2'}. \tag{4-81}$$

Isoentroopse paisumisprotsessi mehaaniline töö

$$l = -\Delta u = u_1 - u_2 \tag{4-82}$$

ja tehniline töö

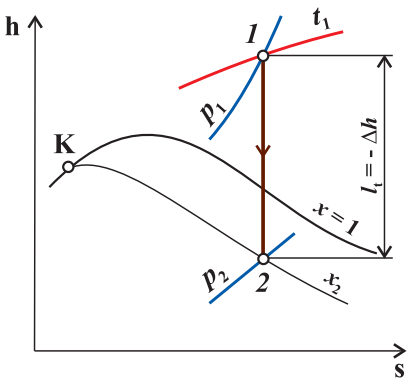
$$l_t = -\Delta h = h_1 - h_2 . \tag{4-83}$$

Joonisele 4.22 vastavalt

$$l = (h_1 - p_1 v_1) - \{(h_2' + x_2 r) - p_2 [v_2' + (v_2'' - v_2') x_2]\} \tag{4-84}$$

ja

$$l_t = (h_1 - h_2') - x_2 r . \tag{4-85}$$




**Joonis 4.22. Veeauru isoentroopne paisumine *hs*-diagrammil**

Viies peatükk

# GAASIDE SEGU. GAASI JA AURU SEGU. NIISKE ÕHK

## 5.1 Gaaside segu

### 5.1.1 Homogeense gaasisegu omadused. Daltoni ja Amagat' seadus

Soojustehnikas tuleb sagedasti tegelda mitmesuguste gaasisegudega (õhk, põlemisgaas, gaaskütus jne). Gaasisegu on homogeenne, kui selle kõik komponendid (osised) on ühes ja samas agregaatolekus.

Gaasisegu omadused sõltuvad olulisel määral tema koostisest, mis enamasti väljendatakse kas gaasisegu osiste massi, mahu või harvemini ka moolide kaudu.

Koosnegu gaasisegu n komponendist. Olgu iga üksiku osise mass (osamass) $M_i$. Gaasisegu kogumass

$$M = M_1 + M_2 + ... + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i . \qquad (5\text{-}1)$$

Gaasisegu koostis antakse üsna tihti segu komponentide suhteliste osamasside kaudu. Mingi segukomponendi suhteline osamass

$$m_i = \frac{M_i}{M}, \qquad (5\text{-}2)$$

kus $M_i$ – komponendi mass (osamass) segus, $M$ – segu kogumass.

Ilmselt

$$m_1 + m_2 + ... + m_n = \sum_{i=1}^{n} m_i = 1. \qquad (5\text{-}3)$$

Seega võrdub segu kõigi komponentide suhteliste osamasside summa ühega.

Olgu gaasisegu iga komponendi moolkogus (osamoolkogus) $\overline{M}_i$, siis kogu gaasisegu moolkogus

$$\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + ... + \overline{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \overline{M}_i . \qquad (5\text{-}4)$$

Gaasisegu mingi komponendi suhteline moolkogus

$$\bar{m}_{\mathrm{i}} = \frac{\overline{M}_{\mathrm{i}}}{\overline{M}} \tag{5-5}$$

ning

$$\bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \ldots + \bar{m}_{\mathrm{n}} = \sum_{i=1}^{n} \bar{m}_{\mathrm{i}} = 1. \tag{5-6}$$

Siit nähtub, et gaasisegu kõigi osiste suhteliste moolkoguste summa võrdub ühega.

Vaatleme gaasisegu, mille iga osisgaas allub ideaalgaasi seadustele. Nimetatud eeldus on seda paremini täidetud, mida madalam on gaasi rõhk ja kõrgem temperatuur. Sellele eeldusele vastavad tavaliselt õhk ja kütuse põlemisgaas.

Olgu gaasisegu kogumaht $V$. Tähistame segu komponendi molekulide arvu $N_1$, $N_2$, ..., $N_{\mathrm{n}}$, siis võrrandi (1-11) põhjal

$$pV = (N_1 + N_2 + \ldots + N_{\mathrm{n}})\,\mathrm{k}T = N\mathrm{k}T, \tag{5-7}$$

millest gaasisegu kogurõhk

$$p = \mathrm{k}T\frac{N_1}{V} + \mathrm{k}T\frac{N_2}{V} + \ldots + \mathrm{k}T\frac{N_{\mathrm{n}}}{V}. \tag{5-8}$$

Valemist selgub, et ideaalgaaside segus avaldavad iga komponendi molekulid teistest gaasisegu osistest sõltumatut rõhku. Nimelt ei toimi ideaalgaasi molekulide vahel jõud, mistõttu iga osis käitub teistest sõltumatult.

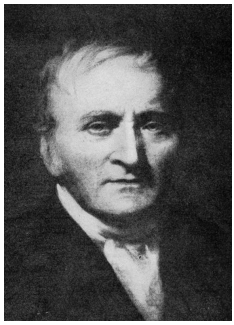
Valemi (5-8) iga liige $N_1\mathrm{k}T/V$, $N_2\mathrm{k}T/V$, ... väljendab gaasisegu komponendi rõhku (osarõhku), mis sel oleks temperatuuril $T$, kui ta ainsana hõlmaks gaasisegu kogumahu. Selgub, et osarõhu määrab gaasisegu kogumaht ja temperatuur. Tähistades gaasisegu komponentide osarõhud vastavalt $p_1 = N_1\mathrm{k}T/V$, $p_2 = N_2\mathrm{k}T/V$, ..., saame

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_{\mathrm{n}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} p_{\mathrm{i}}. \tag{5-9}$$

Seega võrdub gaasisegu osiste osarõhkude summa gaasisegu kogurõhuga. Seda tulemust tuntakse Daltoni seadusena.

Gaasisegu kogumaht

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_{\mathrm{n}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} V_{\mathrm{i}}. \tag{5-10}$$



**John Dalton** (6.09.1766 Eaglesfield – 27.07.1844 Manchester), inglise füüsik, keemik ja meteoroloog. Aastast 1793 õpetas matemaatikat ja filosoofiat Manchesteri New College'is, selle sulgemise järel 1800 tegutses peamiselt eraõpetajana. Tegi meteoroloogilisi vaatlusi, huvitus värvipimeduse probleemist (***daltonism***).

Pani aluse teaduslikule aatomiteooriale, väites, et keemiline element koosneb aatomitest. Tegeles elementide tabeli koostamisega, reastades need suhtelise aatommassi järgi. Väitis gaasisegu kohta, et kui selle iga komponent hõivaks üksinda segu kogumahu, siis võrduks komponentide rõhkude summa segu kogurõhuga (***Daltoni seadus***). Uuris ka gaaside lahustuvuse rõhusõltuvust (***Henry-Daltoni seadus***).

Seejuures on $V_\mathrm{i}$ gaasisegu komponendi maht, mis tal oleks segu temperatuuril ja rõhul. Suurust $V_\mathrm{i}$ nimetatakse gaasisegu komponendi osamahuks, ka taandatud mahuks.

Gaasisegu komponendi suhteline osamaht

$$r_\mathrm{i} = \frac{V_\mathrm{i}}{V}. \tag{5-11}$$

Ilmselt

$$r_1 + r_2 + ... + r_\mathrm{n} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} r_\mathrm{i} = 1. \tag{5-12}$$

Seega, gaasisegu komponentide suhteliste osamahtude summa võrdub ühega. Seda järeldust tuntakse Amagat' seadusena.

Gaasisegu osise suhtelise osamassi ja suhtelise osamahu vahel kehtib seos

$$m_\mathrm{i} = \frac{M_\mathrm{i}}{M} = \frac{\rho_\mathrm{i} V_\mathrm{i}}{\rho V} = r_\mathrm{i} \frac{\rho_\mathrm{i}}{\rho}. \tag{5-13}$$

Siin $\rho_\mathrm{i} = M_\mathrm{i}/V_\mathrm{i}$ – gaasisegu komponendi tihedus (segu temperatuuril ja rõhul), $\rho$ – gaasisegu tihedus.

Vastavalt Avogadro seadusele on mis tahes ideaalgaasi mooli maht võrdsel rõhul ja temperatuuril üks ja seesama, mistõttu gaasisegu osise suhteline osamaht on võrdne tema suhtelise moolkogusega:

$$r_i = \frac{V_\mathrm{i}}{V} = \frac{\overline{M}_\mathrm{i}}{\overline{M}}. \tag{5-14}$$

Arvestades seda, et $\overline{M}_\mathrm{i} = (M_\mathrm{i}/\mu_\mathrm{i})$ ja $M = (\overline{M}/\mu)$, siis

$$r_\mathrm{i} = m_\mathrm{i} \frac{\mu}{\mu_\mathrm{i}}, \tag{5-15}$$

kus $\mu$ – gaasisegu moolmass.

Valemite (5-13) ja (5-15) põhjal

$$m_{\mathrm{i}} = r_{\mathrm{i}} \frac{\mu_{\mathrm{i}}}{\mu}, \tag{5-16}$$

ning

$$\frac{\rho_{\mathrm{i}}}{\rho} = \frac{\mu_{\mathrm{i}}}{\mu}. \tag{5-17}$$

Kuna ideaalgaaside segu komponendid käituvad üksteisest sõltumatult, siis on ideaalgaasi termiline olekuvõrrand kehtiv nii gaasisegule tervikuna kui ka segu igale osisele. Seetõttu

$$\frac{\mu_{\mathrm{i}}}{\mu} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R}_{\mathrm{i}}} \tag{5-18}$$

ja

$$m_{\mathrm{i}} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R}_{\mathrm{i}}} r_{\mathrm{i}}. \tag{5-19}$$

Viimase valemi ja seose (5-12) alusel

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} r_{\mathrm{i}} = \frac{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} m_{\mathrm{i}} \mathrm{R}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{R}} = 1, \tag{5-20}$$

millest gaasisegu gaasikonstant

$$\mathrm{R} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} m_{\mathrm{i}} \mathrm{R}_{\mathrm{i}} = \overline{\mathrm{R}} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \frac{m_{\mathrm{i}}}{\mu_{\mathrm{i}}} = \frac{\overline{\mathrm{R}}}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mu_{\mathrm{i}} r_{\mathrm{i}}} = \frac{1}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \frac{r_{\mathrm{i}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{i}}}}. \tag{5-21}$$

Gaasisegu moolmass

$$\mu = \frac{\overline{\mathrm{R}}}{\mathrm{R}} = \frac{1}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \frac{m_{\mathrm{i}}}{\mu_{\mathrm{i}}}} = \frac{\overline{\mathrm{R}}}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} m_{\mathrm{i}} \mathrm{R}_{\mathrm{i}}} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mu_{\mathrm{i}} r_{\mathrm{i}} = \overline{\mathrm{R}} \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \frac{r_{\mathrm{i}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{i}}}. \tag{5-22}$$

Valemite (5-13) ja (5-5) alusel

$$\rho = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} r_{\mathrm{i}} \rho_{\mathrm{i}} = \frac{1}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \frac{m_{\mathrm{i}}}{\rho_{\mathrm{i}}}}. \tag{5-23}$$

Clapeyroni võrrand gaasisegule avaldub valemitega (1-27) ja (1-29). Seejuures tuleb kõik avaldistes esinevad suurused anda gaasisegu kohta. Rakendatuna igale segu üksikkomponendile on Clapeyroni võrrandil kuju

$$p_{\mathrm{i}}V = M_{\mathrm{i}}\mathrm{R}_{\mathrm{i}}T \tag{5-24}$$

ja

$$\frac{p_{\mathrm{i}}}{\rho_{\mathrm{is}}} = \mathrm{R}_{\mathrm{i}}T \tag{5-25}$$

kus $\rho_{\mathrm{is}}$ – gaasisegu komponendi tihedus segu mahul ($\rho_{\mathrm{is}} = M_{\mathrm{i}}/V$).

Samuti

$$pV_{\mathrm{i}} = M_{\mathrm{i}}\mathrm{R}_{\mathrm{i}}T \tag{5-26}$$

ja

$$\frac{p}{\rho_{\mathrm{i}}} = \mathrm{R}_{\mathrm{i}}T, \tag{5-27}$$

kus $\rho_{\mathrm{i}}$ – gaasisegu komponendi tihedus.

Valemite (5-24) ja (5-26) võrdlusest järeldub, et

$$p_{\mathrm{i}}V = pV_{\mathrm{i}}. \tag{5-28}$$

Viimasest avaldisest tulenevad omakorda järgmised seosed gaasisegu komponendi osarõhu arvutamiseks:

$$p_{\mathrm{i}} = \frac{V_{\mathrm{i}}}{V}p = r_{\mathrm{i}}p = m_{\mathrm{i}}p\frac{\mu}{\mu_{\mathrm{i}}} = m_{\mathrm{i}}p\frac{\mathrm{R}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{R}} = \overline{m}_{\mathrm{i}}p. \tag{5-29}$$

Selgub, et gaasisegu komponendi osarõhk on võrdne gaasisegu kogurõhu ja suhtelise osamahu või suhtelise moolkoguse korrutisega.

### 5.1.2 Gaaside püsimahuline segunemine

Sageli tuleb lahendada ülesandeid, milles kerkib vajadus segada omavahel erinevate algparameetritega gaase ja määrata seejärel gaasisegu omadused. Säärase ülesande lahendusele avaldab mõju segunemise protsess ise ja selle läbiviimise tingimused. Allpool käsitletakse gaaside segunemise mõningaid tüüpjuhtumeid. Eeldatakse, et segatavad on ideaalgaasid.

Olgu antud üksikud segatavad komponendid vastavalt mahuga $V_1$, $V_2$, ..., $V_{\mathrm{z}}$, rõhuga $p_1$, $p_2$, ..., $p_{\mathrm{z}}$, temperatuuriga $T_1$, $T_2$, ..., $T_{\mathrm{z}}$ jne. Toimugu gaaside segunemine adiabaatselt ja veel nii, et moodustuva segu maht võrduks segunevate osiste mahtude summaga: $V = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} V_{\mathrm{k}}$ (indeks k märgib gaasisegu osist ja selle parameetreid enne segunemist). Selline segunemisprotsess leiab aset näiteks siis, kui meil on vaheseintega alaosadeks jaotatud anum, mille igas alaosas asub erineva koostise ja erinevate parameetritega gaas. Teatud hetkel ühendame anumad, eemaldades vaheseinad või tehes nendesse avad. Algab segunemine ja mingi aja möödudes saavutab süsteem sisemise termodünaamilise tasakaalu.

Et gaasid segunevad püsimahuliselt ja ilma soojusvahetuseta ümbruskeskkonnaga, siis on tegemist isoleeritud termodünaamilise süsteemiga, kus $V = konst$ ja $U = konst$.

Püstitame ülesande määrata moodustuva gaasisegu temperatuur ja rõhk. Kuna segunemisel maht ei muutu, siis ei tehta ka süsteemis mehaanilist tööd ning termodünaamika esimese seaduse kohaselt peab gaasisegu üksikkomponentide siseenergiate summa võrduma gaasisegu siseenergiaga:

$$Mu = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} M_{\mathrm{k}} u_{\mathrm{k}} \tag{5-30}$$

ehk

$$u = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} m_{\mathrm{k}} u_{\mathrm{k}} , \tag{5-31}$$

kus $m_{\mathrm{k}}$ – gaasisegu osise suhteline osamass.

Arvestades seda, et ideaalgaasi siseenergia

$$u = c_{\mathrm{v}} t ,$$

siis omandab võrrand (5-31) kuju

$$c_{\mathrm{v}} t = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} m_{\mathrm{k}} c_{\mathrm{v,k}} t_{\mathrm{k}} , \tag{5-32}$$

millest gaasisegu temperatuur

$$t = \frac{\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} m_{\mathrm{k}} c_{\mathrm{v,k}} t_{\mathrm{k}}}{c_{\mathrm{v}}}, \tag{5-33}$$

kus gaasisegu erisoojus

$$c_{\mathrm{v}} = \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} m_{\mathrm{k}} c_{\mathrm{v,k}} .$$

Kuna erisoojus $c_{\mathrm{v}}$ viimases valemis on otsitava suuruse funktsioon, siis tuleb selle leidmisel rakendada korduvlähendusmeetodit.

Kuivõrd enne segunemist kehtib igale üksikkomponendile olekuvõrrand $p_{\mathrm{k}} V_{\mathrm{k}} = M_{\mathrm{k}} \mathrm{R}_{\mathrm{k}} T_{\mathrm{k}}$, võib avaldisele (5-33) pärast mõningaid teisendusi anda kuju

$$t = \frac{\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{z}} M_{\mathrm{k}} c_{\mathrm{v,k}} t_{\mathrm{k}}}{M c_{\mathrm{v}}}, \tag{5-34}$$

kus $M_k = (p_k V_k / R_k T_k)$ ja $M = \sum_{k=1}^{z} M_k$.

Gaasi segunemisjärgne rõhk on leitav võrrandist $pV = MRT$. Et

$$MR = \sum_{k=1}^{z} M_k R_k = \sum_{k=1}^{z} \frac{p_k V_k}{T_k}, \tag{5-35}$$

siis

$$p = \frac{MRT}{V} = \frac{T}{V} \sum_{k=1}^{z} \frac{P_k V_k}{T_k}. \tag{5-36}$$

Vaadeldav segunemisprotsess on termodünaamiliselt tagastamatu. Iseeneslikult toimuva protsessi jooksul täidab isoleeritud ruumi ühtlane gaasisegu, kuid taastada süsteemi algolekut ilma välismõjutusteta ei ole enam võimalik. Isoleeritud termodünaamilises süsteemis toimuvad protsessid viivad alati süsteemi entroopia kasvule.

### 5.1.3 Gaaside segunemine mahuti täitumisel

Olgu antud anum mahuga $V$, milles on gaasimass $M_1$, temperatuur $T_1$ ja rõhk $p_1$. Suuname mahutisse erineval hulgal mitmesuguse koostisega gaase, mille parameetrid on $p_2$, $T_2$, $v_2$, ..., $p_z$, $T_z$, $v_z$. Ülesandeks on selgitada moodustuva gaasisegu temperatuur ja rõhk juhul, kui soojusvahetus süsteemi ja väliskeskkonna vahel puudub.

Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele

$$Q = \left( Mu - \sum_{k=1}^{z} M_k u_k \right) - \sum_{k=2}^{z} M_k p_k v_k , \tag{5-37}$$

kus liige $\left( Mu - \sum_{k=1}^{z} M_k u_k \right)$ väljendab siseenergia muutust segunemisel ning liige $\sum_{k=2}^{z} M_k p_k v_k$ summaarset sisenemistööd komponentide sisenemisel mahutisse.

Kuna $Q = 0$, siis

$$u = \sum_{k=1}^{z} m_k u_k + \sum_{k=2}^{z} m_k p_k v_k =$$

$$= m_1 u_1 + \sum_{k=2}^{z} m_k (u_k + p_k v_k) = m_1 u_1 + \sum_{k=2}^{z} m_k h_k , \tag{5-38}$$

kus $m_k = M_k/M$ – komponendi suhteline osamass, $h_k$ – komponendi entalpia.
Asendame $u = c_v t$ ja $h = c_p t$, siis

$$t = \frac{m_1 c_{v,1} t_1 + \sum_{k=2}^{z} m_i c_{p,k} t_k}{c_v}. \qquad (5\text{-}39)$$

Segu rõhk on arvutatav ideaalgaasi termilise olekuvõrrandi põhjal:

$$pV = RT \sum_{k=1}^{z} M_k .$$

### 5.1.4 Gaasivooluste segunemine

Lähtume joonisel 5.1 esitatud skeemist, kus kollektorisse suunduvad gaasivoolused parameetritega $p_1$, $T_1$, $v_1$, ..., $p_z$, $T_z$, $v_z$ ning väljuvad sealt ühtse voolusena parameetritega $p$, $T$, $v$. Tähistame komponentide massikulu $M_1$, $M_2$, ..., $M_n$ ja massikulu pärast segunemist $M = \sum_{k=1}^{z} M_k$.

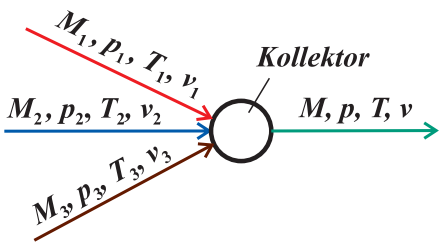
Termodünaamika esimese seaduse põhjal

$$Q = (Mu - \sum_{k=1}^{z} M_k u_k) + (Ml - \sum_{k=1}^{z} M_k l_k).$$

Valemis väljendab liige $\left(Mu - \sum_{k=1}^{z} M_k u_k\right)$ siseenergia muutust gaaside segunemisel ning liige $\left(Ml - \sum_{k=1}^{z} M_k l_k\right)$ segu kollektorist väljumise ja sinna sisenevate gaasivooluste tööde algebralist summat.

Kuna $l = pv$ ja $l_k = p_k v_k$, siis

$$Q = (Mu - \sum_{k=1}^{z} M_k u_k) + (Mpv - \sum_{k=1}^{z} M_k p_k v_k). \qquad (5\text{-}40)$$




**Joonis 5.1. Gaasivooluste segunemise skeem**

Süsteem on väliskeskkonnast soojuslikult isoleeritud, mistõttu $Q = 0$ ning

$$M(u + pv) = \sum_{k=1}^{z} M_k (u_k + p_k v_k) \tag{5-41}$$

ehk

$$Mh = \sum_{k=1}^{z} M_k h_k , \tag{5-42}$$

kus $h_k$ ja $h$ – vastavalt kollektorisse sisenevate komponentide ning kollektorist väljuva gaasisegu entalpia.

Arvestades seda, et $h = c_p t$, gaasisegu temperatuur

$$t = \frac{\sum_{k=1}^{z} m_k c_{p,k} t_k}{c_p}. \tag{5-43}$$

Nii nagu eespool vaadeldud juhtumilgi, tuleb segu temperatuur määrata korduvlähenduse meetodil.

Segu erimaht tuleneb ideaalgaasi olekuvõrrandist

$$v = \frac{RT}{p} = \frac{T}{p} \sum_{k=1}^{z} m_k R_k . \tag{5-44}$$

### 5.1.5 Entroopia muutus gaaside segunemisel

Gaasisegu entroopia

$$s = \sum_{i=1}^{n} m_i s_i , \tag{5-45}$$

kusjuures komponendi entroopia ideaalgaaside segus (valem (2-177))

$$s_i = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R_i \ln \frac{p_i}{p_0}, \tag{5-46}$$

kus $T$ – gaasisegu temperatuur, $p_i$ – gaasisegu komponendi osarõhk, $T_0$, $p_0$ – parameetrid, mille juures entroopia väärtus võetakse tinglikult nulliks.

Kuna $p_i = r_i p$ (valem (5-29)), siis

$$s_i = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R_i \left( \ln \frac{p}{p_0} - \ln \frac{1}{r_i} \right), \tag{5-47}$$

sest

$$\ln r_i = -\ln \frac{1}{r_i}$$

ning

$$s = \sum_{i=1}^{n} m_i \left( c_p \ln \frac{T}{T_0} - R_i \ln \frac{p}{p_0} \right) + \sum_{i=1}^{n} m_i R_i \ln \frac{1}{r_i}, \tag{5-48}$$

kus $r_i$ – gaasisegu komponendi suhteline osamaht.

Võrrandi esimene liige väljendab gaasisegu entroopiat, teine aga segunemisest põhjustatud entroopia kasvu. Seega on segunemine tagastamatu protsess ja suurendab süsteemi entroopiat.

## 5.2 Gaasi ja auru segu. Niiske õhk

### 5.2.1 Gaasi ja auru segu parameetrid. Niiske õhu omadused

Eespool käsitleti juhtumit, kus gaasisegu süsteemis oli kogu aeg homogeenne ja ühefaasilises olekus. Sellisel juhul ei ületa ühegi komponendi osarõhule vastav küllastustemperatuur segu temperatuuri ning järelikult ei saa muutuda komponendi agregaatolek. Gaasi ja auru segu erineb mainitud juhtumist selle poolest, et siin võivad segu osised olla eri faasides. Tüüpiline näide on niiske õhk, mis on kuiva õhu ja teiseneva faasiga vee segu. Atmosfäärirõhu-lähedases piirkonnas on kuiv õhk gaasilises olekus, vesi aga kas aurustunud, vedel või tahke. Seega on niiske õhk selline segu, kus ühe komponendi agregaatolek võib muutuda. Võimalike kondenseerumisnähtuste tõttu ei saa õhus olla mis tahes hulka veeauru, piirangud sõltuvad temperatuurist ja rõhust.

Vaatleme niiske õhu omadusi atmosfäärirõhu piirkonnas. Veeauru võib sel juhul tema madala rõhu tõttu küllaldase täpsusega käsitada ideaalgaasina. Samuti on muud kondenseeruvaid komponente sisaldavad gaaside segud käsitatavad kui niiske õhk (nt kütuse põlemisgaas).

Vastavalt Daltoni seadusele on niiske õhu rõhk (kogurõhk) võrdne kuiva õhu ja veeauru osarõhu summaga:

$$p = p_{õ} + p_a\,, \tag{5-49}$$

kus $p_{õ}$ – kuiva õhu osarõhk, $p_a$ – veeauru osarõhk.

Veeauru oleku niiskes õhus määrab õhu temperatuur ja veeauru osarõhk.

Mida rohkem on veeauru õhus, seda suurem on ka veeauru osarõhk niiskes õhus, kuid see ei saa mingil juhul ületada õhutemperatuurile vastavat veeauru küllastusrõhku: $p_a \le p_s$. Kõrgeim võimalik veeauru osarõhk niiskes õhus, mis on ühtlasi veeauru küllastusrõhk $p_s$, sõltub üksnes segu temperatuurist, olles sõltumatu rõhust $p$. Õhku, kus $p_a < p_s$, nimetatakse küllastumata niiskeks õhuks, ning õhku, kus $p_a = p_s$, küllastunud õhuks. Küllastumata õhus on veeaur ülekuumendatud olekus.

Olgu veeauru olek küllastumata õhus osarõhul $p_a$ iseloomustatav punktiga *1* (ülekuumendatud veeauru piirkond) veeauru *pv*-diagrammil joonisel 5.2. Niiske õhu jahtudes veeauru püsival osarõhul $p_a$ küllastub veeaur temperatuuril $t_2$ (punkt *2*, küllastustemperatuur auru osarõhul $p_a$). Edasisel jahtumisel hakkavad õhus tekkima veepiisad ja udu ning auru osarõhk väheneb. Selline kuiva õhu ja niiske veeauru segu on üleküllastunud ehk märg õhk. Temperatuuri, mille juures veeauru osarõhk $p_a$ võrdsustub küllastusrõhuga $p_s$, nimetatakse kastepunktiks (punkt *2*). Kastepunktis õhk küllastub, veeaur õhus hakkab kondenseeruma, ilmuvad peened veepiisad ja udu.

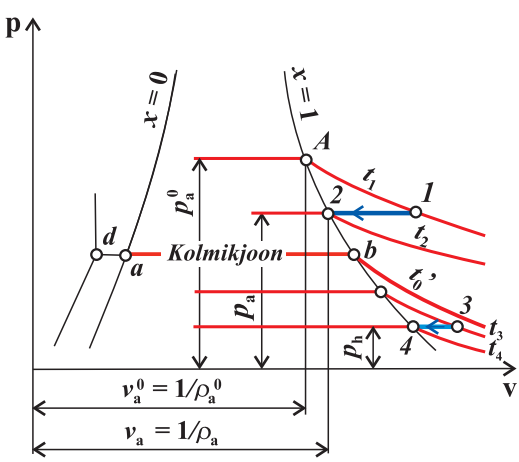
Kui õhu temperatuur on kolmikpunkti temperatuurist $t_0'$ madalam, siis ei kondenseeru veeaur õhus isobaarsel jahtumisel veeks, vaid desublimeerub jääkristallideks. Joon *3 4 pv*-diagrammil kujutabki õhus sisalduva veeauru isobaarset jahtumist rõhul $p_h$ kolmikpunkti temperatuurist madalamal temperatuuril. Punktis *3* on vesi veel auruna, kuid jahtumise käigus desublimatsioonijoone ületanuna desublimeerub, ja ilmuvad jääkristallid.

Veeauru osarõhk õhus võib muutuda nullist (kuiv õhk) kuni puhta veeauru rõhuni (baromeetriline rõhk). Niiske õhu baromeetrilisele rõhule vastav veeauru küllastustemperatuur kannab niiske õhu kriitilise temperatuuri nimetust (tähis $t_{kr}$).

Nagu mainitud, võib vesi niiskes õhus olla kas auruna, vedelikuna või jääkristallidena, olenevalt tingimustest. Niisket õhku iseloomustavad mitmed näitajad, allpool mõned olulisemad neist. Eeldatakse, et vesi niiskes õhus on vaid aurufaasis.

*Absoluutseks niiskuseks D* nimetatakse niiske õhu ühes mahuühikus sisalduva veeauru massi, mis on arvuliselt võrdne õhus leiduva veeauru tihedusega $\rho_a$ kg/m$^3$ ehk

$$D = \rho_a . \tag{5-50}$$




**Joonis 5.2. Niiskes õhus sisalduva veeauru olekud *pv*-diagrammil**

*Suhteliseks ehk relatiivseks niiskuseks* $\varphi$ nimetatakse niiskes õhus sisalduva veeauru tiheduse suhet veeauru tihedusse, mis tal oleks antud õhutemperatuuril küllastusrõhu korral (joonis 5.2):

$$\varphi = \frac{\rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{a}}^{0}}. \tag{5-51}$$

Isotermi võrrandi kohaselt

$$\frac{\rho_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}} = \frac{\rho_{\mathrm{a}}^{0}}{p_{\mathrm{a}}^{0}},$$

siis

$$\varphi = \frac{p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}^{0}}. \tag{5-52}$$

Kuiva õhu $\varphi = 0$, küllastunud õhu $\varphi = 1$. (Suhtelist niiskust võib väljendada ka protsentides.)

*Tehniline niiskus d* on kuiva õhu massiühiku kohta tulev veeauru mass:

$$d = \frac{M_{\mathrm{v}}}{M_{\mathrm{õ}}}, \tag{5-53}$$

kus $M_{\mathrm{v}}$ – veeauru mass niiskes õhus, $M_{\mathrm{õ}}$ – kuiva õhu mass niiskes õhus.

Õhu tehniline niiskus antakse kas kilogrammides või grammides 1 kg kuiva õhu kohta. Järgnevates valemites on kasutusel kg/kg.

Ühtlasi

$$d = \frac{D}{\rho_{\mathrm{õ}}} = \frac{\rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{õ}}}. \tag{5-54}$$

*Küllastusaste* $\Psi$ on õhu tehnilise niiskuse suhe tehnilisse niiskusesse õhu temperatuurile vastaval auru küllastusrõhul:

$$\psi = \frac{d}{d_{\mathrm{s}}}, \tag{5-55}$$

kus $d_{\mathrm{s}}$ – niiske õhu tehniline niiskus tema temperatuurile vastaval küllastusrõhul.

Niiske õhu absoluutne, suhteline ja tehniline niiskus ning küllastusaste on omavahel seotud.

Veeauru ja kuiva õhu tihedus avaldatuna ideaalgaasi olekuvõrrandist

$$\rho_{\mathrm{a}} = \frac{p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}} T}$$

ja

$$\rho_{õ} = \frac{p_{õ}}{\mathrm{R}_{õ} T}$$

ning tehniline niiskus

$$d = \frac{\rho_{a}}{\rho_{õ}} = \frac{\mathrm{R}_{õ}}{\mathrm{R}_{a}} \frac{p_{a}}{p_{õ}} = 0,622 \frac{p_{a}}{p_{õ}}, \tag{5-56}$$

sest $\mathrm{R}_{õ}/\mathrm{R}_{a} = 0,622$.

Siin $\mathrm{R}_{a}$ ja $\mathrm{R}_{õ}$ – veeauru ja kuiva õhu gaasikonstant.

Et $p_{õ} = p - p_{a}$ ja $p_{a} = \varphi\, p_{a}^{0}$, siis

$$d = 0,622 \frac{p_{a}}{p - p_{a}} = 0,622 \frac{\varphi\, p_{a}^{0}}{p - \varphi\, p_{a}^{0}}. \tag{5-57}$$

Võttes valemis (5-57) $\varphi = 1$, saame tehnilise niiskuse $d_{s}$ arvutusvalemi

$$d_{s} = 0,622 \frac{p_{a}^{0}}{p - p_{a}^{0}}. \tag{5-58}$$

Viimasest valemist selgub, et õhu tehniline niiskus tema temperatuurile vastaval küllastusrõhul $d_{s}$ sõltub nii õhu baromeetrilisest rõhust kui ka temperatuurist, sest $p_{a}^{0}$ on funktsioon õhu temperatuurist. Temperatuuri tõusul $d_{s}$ suureneb. Niiske õhu kriitilisel temperatuuril $p = p_{a}^{0}$ ning $d_{s} = \infty$.

Niiske õhu küllastusaste valemite (5-57) ja (5-58) põhjal

$$\psi = \frac{d}{d_{s}} = \frac{p_{a}}{p_{a}^{0}} \frac{p - p_{a}^{0}}{p - p_{a}}. \tag{5-59}$$

Arvestame seost (5-52), siis

$$\psi = \varphi \frac{p - p_{a}^{0}}{p - p_{a}}. \tag{5-60}$$

Kui niiske õhu temperatuur ei ole eriti kõrge, siis on $p_{a}^{0}$ ja $p_{a}$ õhu baromeetrilise rõhuga võrreldes väikesed ning õhu suhtelise niiskuse võime pidada enam-vähem võrdseks õhu küllastusastmega: $\varphi \approx \psi$.

Niiske õhu absoluutne niiskus

$$D = \rho_{a} = \frac{p_{a}}{\mathrm{R}_{a} T} = \frac{\varphi p_{a}^{0}}{\mathrm{R}_{a} T}. \tag{5-61}$$

Avaldame valemist (5-56) veeauru osarõhu ning asetame avaldisse (5-61):

$$D = \frac{dp_{\tilde{o}}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}T} = \frac{p - p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}T}d = \frac{p - \varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}T}d\,. \tag{5-62}$$

### 5.2.2 Niiske õhu tihedus, gaasikonstant ja entalpia

Niiske õhu tihedus on võrdne kuiva õhu ja veeauru tiheduse summaga segu temperatuuril ja kummagi komponendi osarõhul:

$$\rho = \rho_{\tilde{o}} + \rho_{a} \tag{5-63}$$

ehk

$$\rho = \frac{1}{T}\left(\frac{p_{\tilde{o}}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}} + \frac{p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}}}\right). \tag{5-64}$$

Kuna $p_{\tilde{o}} = p - p_{\mathrm{a}}$, siis

$$\rho = \frac{1}{T}\left(\frac{p - p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}} + \frac{p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}}}\right) = \frac{1}{T}\left(\frac{p - \varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}} + \frac{\varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}}}\right). \tag{5-65}$$

Pärast mõnda teisendust ja asendusi

$$\rho = \frac{1}{T}\left(\frac{p}{287} - 0{,}00132\varphi p_{\mathrm{a}}^{0}\right)\ \mathrm{kg/m^3}. \tag{5-66}$$

Valemis (5-66) on rõhu mõõtühik Pa.

Niiske õhu gaasikonstant

$$\mathrm{R} = \frac{p}{\rho T} = \frac{p}{\dfrac{p - p_{\mathrm{a}}}{R_{\tilde{o}}} + \dfrac{p_{\mathrm{a}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}}}} = \frac{p}{\dfrac{p - \varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{\mathrm{R}_{\tilde{o}}} + \dfrac{\varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{\mathrm{R}_{\mathrm{a}}}}. \tag{5-67}$$

Samuti

$$\mathrm{R} = \frac{0{,}287}{1 - 0{,}379\dfrac{\varphi p_{\mathrm{a}}^{0}}{p}}\ \mathrm{kJ/(kg \cdot K)}. \tag{5-68}$$

Niiske õhu entalpia on võrdne kuiva õhu ja veeauru entalpia summaga ning arvutatakse kuiva õhu massiühiku kohta:

$$H = h_{\tilde{o}} + dh_{\mathrm{a}}\,, \tag{5-69}$$

kus $h_{\tilde{o}}$ – kuiva õhu entalpia, $h_{\mathrm{a}}$ – veeauru entalpia, $d$ – õhu tehniline niiskus.

Kuiva õhu entalpia

$$h_{\tilde{o}} = t\ \ \mathrm{kJ/kg}, \tag{5-70}$$

sest l kg kuiva õhu isobaarne erisoojus $c_{\mathrm{p}}$ on ligikaudu 1 kJ/(kg·K).

Veeauru entalpia avaldub järgmise empiirilise valemiga:

$$h_a = 2500 + 1{,}93t \text{ kJ/kg}. \tag{5-71}$$

Arvestades toodud seoseid, niiske õhu entalpia

$$H = t + (2500 + 1{,}93t)d \text{ kJ/kg}. \tag{5-72}$$

Üldjuhul võib õhk sisaldada niiskust mitte ainult auru, vaid ka veepiiskade ning jää kujul. Siis tuleb valemisse (5-72) lisada liikmed, mis arvestavad veeauru kondensatsiooni- ja vee hangumissoojust.

### 5.2.3 Niiske õhu adiabaatne küllastustemperatuur ja märgtermomeetri temperatuur

Niiske õhu tehnilise ja suhtelise niiskuse määrangud on seotud õhu adiabaatse küllastusprotsessiga, mis leiab aset ka looduses. Selgituseks jälgime joonisel 5.3 esitatud skeemi. Koosnegu süsteem ümbruskonnast soojuslikult isoleeritud (adiabaatsest) vaba pinnaga veest kanalis. Kanalisse antakse õhku, mille temperatuur on $t_1$, suhteline niiskus $\varphi_1$ ja tehniline niiskus $d_1$. Kanalis on õhk kokkupuutes veepinnaga, mistõttu omandab temperatuuri $t_2$, suhtelise niiskuse $\varphi_2$ ja tehnilise niiskuse $d_2$ ning väljub seejärel kanalist. Kanalis toimuv protsess on isobaarne. Temperatuuri, mille omandab veeauruga küllastunud õhk kanalist väljumisel, nimetatakse õhu adiabaatseks küllastustemperatuuriks.

Veepinna läheduses on õhk küllastunud olekus, tema niiskusesisalduse määrab auru küllastusrõhk vee temperatuuril. Kui veeauru osarõhk kanalisse sisenevas õhus on küllastusrõhust madalam, kandub veeauru veepinnalähedasest alast õhuvoolusesse. Veeaur seguneb õhuga, suurendades selle niiskust ja alandades temperatuuri. Toimub vee aurumine vabalt pinnalt. Vee aurumiseks vajalik soojus, mis saadakse õhult, on võrdne vee aurustumissoojusega. Vesi aurub seda intensiivsemalt, mida jõudsam on massiülekanne, s.t mida suurem on veepinnal ja pinnast eemal oleva auru rõhuvahe ehk mida kuivem on õhk. Massiülekande kõrval on oluline ka soojusvool õhu ja vee temperatuurivahest.

Soojusülekanne veele intensiivistab vee aurumist ja tõstab veeauru osarõhku õhus. Aurunud vee koguse kuiva õhu massiühiku kohta määrab kanalist väljuva ja siseneva õhu tehnilise niiskuse vahe ($d_2 - d_1$). Aurumisprotsess saavutab teatud aja möödudes (kanali teatud pikkusel) termodünaamilise tasakaalu, õhk küllastub veeauruga ja omandab sellele vastava temperatuuri, mida tuntaksegi kui õhu adiabaatset küllastustemperatuuri. Kuna kanalist väljuvas küllastunud õhus on veeauru küllastusrõhk kõrgem kanalisse siseneva õhu temperatuurile vastavast küllastusrõhust, siis on adiabaatne küllastustemperatuur kõrgem ka kanalisse siseneva õhu kastepunktist.




**Joonis 5.3. Õhu adiabaatse küllastumise skeem**

Kui kanalisse suunduv õhk on küllastunud olekus, siis kanalist väljuva õhu temperatuur on võrdne kanalisse siseneva õhu temperatuuriga, mis on ühtlasi ka kastepunkt.

Et tegemist on adiabaatse süsteemiga, siis võib kanalit läbivale õhule lisanduda energiat ainult õhku siirdunud vee entalpia näol. Seega on õhu adiabaatne küllastumine veeauruga kuiva õhu massiühiku kohta kirjeldatav termodünaamika esimese seaduse kaudu võrrandiga

$$H_2 = H_1 + (d_2 - d_1)h_\mathrm{v}\,, \tag{5-73}$$

kus $H_2$ – kanalist väljuva niiske õhu entalpia kuiva õhu massiühiku kohta, $H_1$ – kanalisse siseneva niiske õhu entalpia kuiva õhu massiühiku kohta, $h_\mathrm{v}$ – vee entalpia, $d_1$ – kanalisse siseneva õhu tehniline niiskus, $d_2$ – kanalist väljuva õhu tehniline niiskus.

Valemi (5-69) kohaselt

$$h_{\mathrm{õ}2} + d_2 h_{\mathrm{a}2} = h_{\mathrm{õ}1} + d_1 h_{\mathrm{a}1} + (d_2 - d_1)h_\mathrm{v}\,. \tag{5-74}$$

Kui eeldada kuiva õhu allumist ideaalgaasi seadustele ja isobaarse erisoojuse sõltumatust temperatuurist, siis valem (5-74) lihtsustub:

$$c_{\mathrm{p.õ}}(t_2 - t_1) = d_1(h_{\mathrm{a}1} - h_\mathrm{v}) + d_2(h_\mathrm{v} - h_{\mathrm{a}2}), \tag{5-75}$$

kus $c_{\mathrm{p.õ}}$ – kuiva õhu isobaarne erisoojus, $t_1$ – kanalisse siseneva õhu temperatuur, $t_2$ – kanalist väljuva õhu temperatuur, $h_{\mathrm{a}1}$ – kanalisse siseneva veeauru entalpia, $h_{\mathrm{a}2}$ – kanalist väljuva veeauru entalpia.

Valemiga (5-75) saab määrata õhu tehnilise niiskuse $d_1$. Temperatuurid $t_1$ ja $t_2$ on otseselt mõõdetavad, $h_{\mathrm{a}1}$ ja $h_{\mathrm{a}2}$ arvutatakse valemi (5-71) abil, $h_\mathrm{v}$ saab leida veeauru tabelist vee temperatuuri kaudu ning tehniline niiskus $d_2$ arvutatakse valemiga (5-58) temperatuurile $t_2$ vastava veeauru küllastusrõhu järgi (leitav küllastunud veeauru tabelist). Õhu suhteline niiskus $\varphi_1$ arvutatakse valemi (5-57) abil, lähtudes $d_1$ väärtusest.

Õhu adiabaatset küllastustemperatuuri tuleb vaadelda kui niiske õhu omadust, mida on raske mõõta. Seetõttu on igapäevaelus rakendust leidnud märgtermomeetriga mõõdetud nn märgtermomeetri temperatuur $t_\mathrm{M}$ ja selle võrdlus kuivtermomeetri näiduga $t_\mathrm{K}$. Vaatamata sellele, et märgtermomeetri temperatuuri leidmine erineb adiabaatse küllastustemperatuuri määramise põhimõttest, on tulemused üsna lähedased.

Märgtermomeetri ülesanne on mõõta termomeetri tundmikku ümbritsevasse tahti imendunud vee temperatuuri. Selleks mähitakse näiteks vedeliktermomeetri tundmik anumast vett imavasse tahti. Saadud näit ongi märgtermomeetri temperatuur $t_\mathrm{M}$. Taotlemaks lühikest mõõteaega kasutatakse tänapäeval märgtermomeetri tahina tundlikke vett imavaid poorseid polümeerkilesid. Märga tahti uhtuv niiskusega küllastamata õhk kutsub esile vee aurustumise ja temperatuuri languse tahis. Vesi aurub seda intensiivsemalt, mida kuivem on õhk ehk mida

madalam on veeauru osarõhk õhus. Kui tahti uhutakse veeauruga küllastunud õhuga, siis puudub õhu ja tahi temperatuuri erinevus. Kuna märja tahi temperatuur on õhu temperatuurist madalam, toimub soojusülekanne õhult tahile. Kui selline soojusvoog puuduks, omandaks taht temperatuuri, mis on võrdne õhus sisalduva veeauru osarõhule vastava küllastustemperatuuriga ehk kastepunktiga. Soojusülekandest tingituna kujuneb aga tahi temperatuur (märgtermomeetri näit) kastepunktist kõrgemaks, olles sõltuv veeauru osarõhust õhus.

Kuiv- ja märgtermomeetri näiduvahe on võrdeline õhu niiskusega – mida kuivem õhk, seda suurem on mainitud temperatuuride erinevus. Piirjuhul, kui õhk on veeaurust küllastunud, on veeauru osarõhk õhus võrdne veeauru küllastusrõhuga temperatuuril $t_K$ ning kuiv- ja märgtermomeetri näidud samastuvad.

Õhu tehnilise niiskuse ja suhtelise niiskuse vaheline seos määratakse kuiv- ja märgtermomeetri näiduga tavaliselt katsetustel ning esitatakse kas tabeli või diagrammina (*dt*-diagramm joonisel 5.5).

### 5.2.4 Niiske õhu *Hd*-diagramm

*Hd*-diagramm väljendab graafiliselt seost niiske gaasi (õhu) iseloomulike parameetrite vahel.

Niiske õhu kui mitmekomponendilise (õhk, vesi) süsteemi iseloomustamiseks ei piisa kahest sõltumatust olekuparameetrist, vaid Gibbsi faaside reegli kohaselt peab see arv olema kolm. Kolmandaks parameetriks niiske õhu olekudiagrammi koostamisel valitakse tavaliselt kogurõhk.

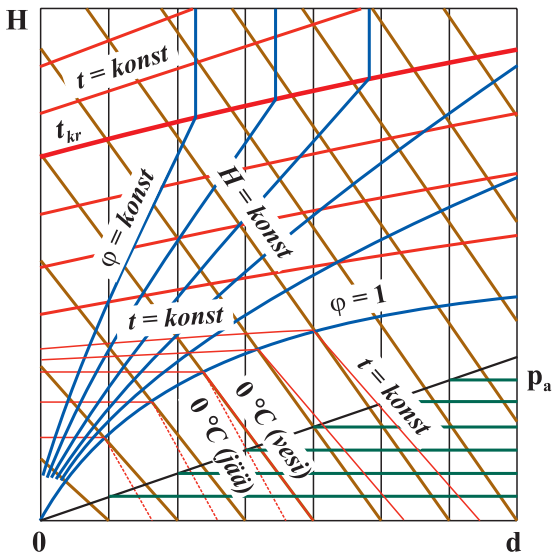
Alljärgnevalt vaatleme *Hd*-diagrammi (joonis 5.4) niiskele õhule atmosfäärirõhu piirkonnas, seega on diagramm koostatud üheselt etteantud kogurõhule.

Diagrammi püstteljele kantakse niiske õhu entalpia $H$ (kuiva õhu massiühiku kohta) ja rõhtteljele tehniline niiskus $d$. Diagrammivälja parema kasutamise nimel on teljed teineteise suhtes sageli 135° nurga all, mistõttu isoentalpiajooned kulgevad sirgetena, rõhttelje suhtes 45° nurga all.

Püsiva tehnilise niiskuse jooned kulgevad diagrammil vertikaalselt.

Võib kohata ka *Hd*-diagramme, kus telgedevaheline nurk on valitud säärane, et isotermjoon $t = 0$ °C oleks diagrammil rõhtne. Sama põhimõte kehtib ka joonisel esitatud *Hd*-diagrammi koostamisel.

Diagrammi koostamise lähtepunkt on õhk temperatuuril $t = 0$ °C, kus kuiva õhu ($d = 0$) entalpia $H = 0$ kJ/kg. Olulise tähtsusega kõverjoon *Hd*-diagrammil on küllastusjoon $\varphi = 1$, mis väljendab veeauruga küllastunud õhu entalpia olenevust tehnilisest niiskusest. Küllastusjoonele vastav tehniline niiskus on arvutatav valemiga (5-58), kui lähtuda õhu temperatuuri kohasest baromeetrilisest rõhust ja veeauru küllastusrõhust. Seetõttu vastab küllastusjoone igale punktile kindel temperatuur.




**Joonis 5.4. Niiske õhu *Hd*-näidisdiagramm**

Küllastusjoon jagab *Hd*-diagrammi tasandi kaheks osaks. Joonest kõrgemale jääv ala on küllastumata õhu piirkond, kus veeaur on ülekuumendatud. Pind allpool küllastusjoont on üleküllastunud niiske õhu ala, kus osa veeauru on kondenseerunud olekus (veena, jääna).

Üleküllastunud piirkonnas määrab küllastunud veeauru hulga õhus temperatuur sõltumatult vee üldhulgast õhus. Seepärast ei suurenda näiteks vee pritsimine õhku selles piirkonnas auru osarõhku, küll aga tõstab vee üldhulka õhus kas veepiiskade või jääkristallide näol. Vee üldhulk ei kasva mitte küllastunud olekus veeauru, vaid lisandunud vee arvel.

*Hd*-diagrammile kantakse ka isotermjooned. Need on siin sirged, millel on murdepunkt küllastusjoonega lõikumisel. Isotermjoonte kalle üleküllastunud ja küllastumata õhu piirkonnas on erinev.

Kui üleküllastunud õhku jahutada (eemaldada soojust) nulltemperatuuril, siis tekivad aurust kas veepiisad või jääkristallid, sõltuvalt süsteemist eemalduvast soojushulgast. Niiske õhu entalpia antud tehnilise niiskuse korral on väiksem siis, kui moodustub jää, kuna auru kondenseerumissoojus on vee tahkestumissoojusest suurem. Seetõttu on joonisel küllastuspunktist väljumisel temperatuuril 0 °C kujutatud kaks isotermjoont. Joon, mis ühtib püsientalpiajoonega, tähistab veepiiskade teket niiskes õhus, sellest suurema kaldega joon aga jääkristallide moodustumist. Nende isotermjoonte vertikaalsuunaline kaugus võrdub niiskes õhus sisalduva jää sulamissoojusega. Kahe mainitud isotermjoone vahel on vesi nii piiskadena kui ka jääkristallidena.

Kui $t < 0$ °C, siis võib vesi niiskes õhus esineda ainult auruna ja jääkristallidena. Seejuures on isotermjoonte kalle suurem temperatuuripiirkonna $t > 0$ °C isotermjoonte kaldest.

Niiske õhu rõhule vastaval kriitilisest kõrgemal temperatuuril ei ole vee küllastunud olek võimalik, mistõttu küllastusjoon läheneb asümptootiliselt niiske õhu kriitilisele isotermile. Punktides, kus $\varphi = konst$ jooned lõikuvad niiske õhu kriitilise isotermiga, muutuvad nad $d = konst$ joontega paralleelseks, näidates seda, et õhu suhteline niiskus ei sõltu enam temperatuurist.

Tihti leiame niiske õhu *Hd*-diagrammilt ka veeauru osarõhu $p_a$ ja tehnilise niiskuse vahelise seose. Selline sõltuvus on näidatud ka joonisel 5.4.

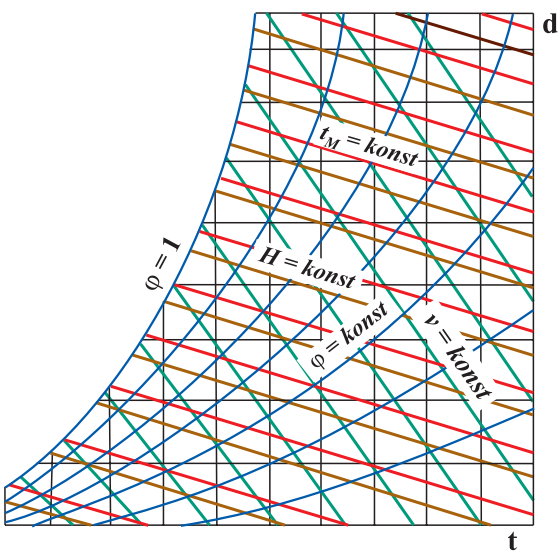
### 5.2.5 Niiske õhu *dt*-diagramm

Niiske õhu iseloomulike parameetrite vahelist seost graafilisel kujul väljendav *dt*-diagramm (joonis 5.5) koostatakse õhu kindlale kogurõhule.

Diagrammi püstteljele kantakse õhu tehniline niiskus *d* ning rõhtteljele õhu kuivtermomeetriga mõõdetav temperatuur. Seega asetsevad püsiva tehnilise niiskuse jooned diagrammil rõhtsalt ja isotermid püstselt. Mõne diagrammi vertikaalteljel võib leida samaaegselt ka õhu kindlale kogurõhule vastava veeauru osarõhu, mis annab õhu tehnilise niiskuse ja veeauru osarõhu vahelise seose.

Diagrammi ülemiseks piirjooneks on positiivse tõusuga niiske õhu küllastusjoon, millele vastab muidugi õhu suhteline niiskus $\varphi = 1$. Joonisele kantakse ka veeauruga küllastumata õhule iseloomulikud suhtelise niiskuse $\varphi < 1$ isojooned. Nende kuju on sarnane niiske õhu küllastusjoonega.

Küllastusjoone abil saab määrata niiske õhu kastepunkti. Kastepunkt on niiske õhu olek, mis saadakse õhu jahutamisel küllastunud olekusse veeauru püsival osarõhul.




**Joonis 5.5. Niiske õhu *dt*-näidisdiagramm**

Seega on antud tehnilise niiskusega õhu kastepunkti leidmiseks vaja liikuda mööda rõhtsat $d = konst$ joont kuni lõikumiseni niiske õhu küllastusjoonega. Sellele punktile vastabki kastepunkt, mis on märgtermomeetriga mõõdetud temperatuurist madalam.

*dt*-diagrammile kantakse ka niiske õhu entalpia $H = konst$ jooned (kuiva õhu massiühiku kohta) kui summa $H = h_{\delta} + dh_{a}$ (valem (5-69)). Õhu entalpia loetakse nulliks temperatuuril 0 °C. Sirged püsientalpia jooned saavad alguse küllastusjoonelt.

Niiske õhu *dt*-diagrammil esitatakse ka märgtermomeetri temperatuuri $t_M$ isojooned (sirged), mis saavad alguse küllastusjoonelt. Seejuures eeldatakse, et märgtermomeetri temperatuur ühtib õhu adiabaatse küllastustemperatuuriga, mille seos niiske õhu ülejäänud parameetritega on väljendatav valemiga (5-75).

Ka niiske õhu erimahu (kuiva õhu massiühiku kohta) isojooned paiknevad *dt*-diagrammil.

### 5.2.6 Niiske õhu vooluste segunemine

Olgu vaja omavahel segada kaks erinevate parameetritega niiske õhu voolust joonisel 5.6 toodud skeemi kohaselt. Tähistame segunevate õhuvooluste parameetrid vastavalt $t_1$, $\varphi_1$, $d_1$, ... ja $t_2$, $\varphi_2$, $d_2$, ... ning nende segu parameetrid $t$, $\varphi$, $d$, ... Olgu esimese ja teise komponendi kuiva õhu suhteline mass vastavalt $m_1$ ja $m_2$. Eeldame, et segunemisprotsess toimub väliskeskkonnast soojuslikult isoleeritud olukorras.

Kehtivad järgmised massi- ja soojusbilansi võrrandid.

Kuiva õhu bilanss:

$$m_1 + m_2 = 1. \tag{5-76}$$

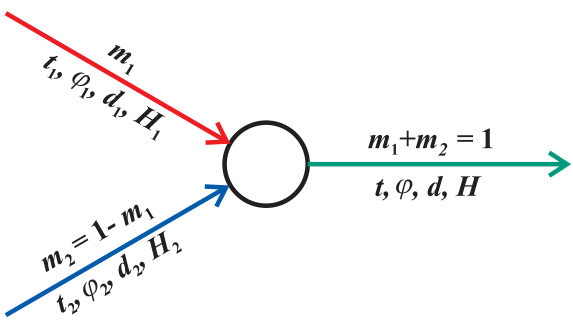
Veeauru bilanss:

$$d = m_1 d_1 + m_2 d_2 = m_1 d_1 + (1 - m_1) d_2 . \tag{5-77}$$

Soojusbilanss:

$$H = m_1 H_1 + m_2 H_2 = m_1 H_1 + (1 - m_1) H_2 , \tag{5-78}$$

kus $H$ – niiske õhu entalpia (kuiva õhu massiühiku kohta).




**Joonis 5.6. Niiske õhu vooluste segunemise skeem**

Viimase kahe võrrandi põhjal

$$m_1 = \frac{H_2 - H}{H_2 - H_1} = \frac{d_2 - d}{d_2 - d_1} \tag{5-79}$$

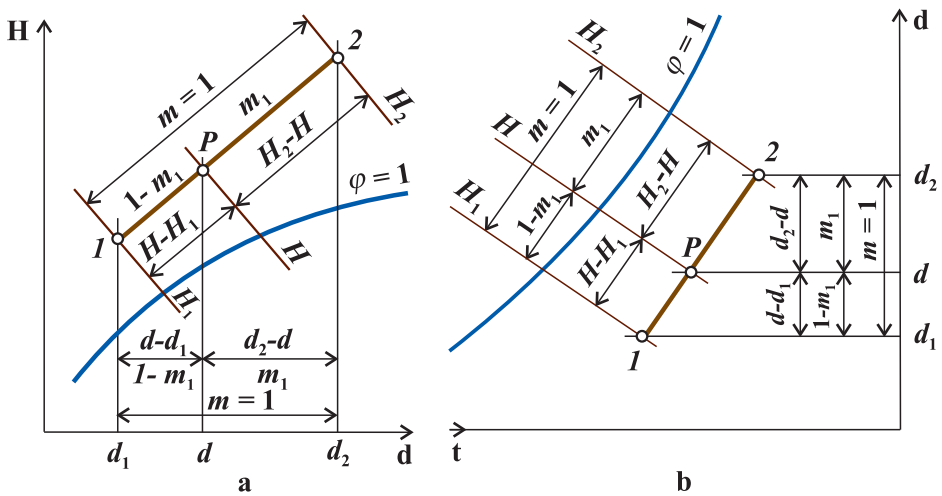
ehk

$$\frac{H_2 - H}{d_2 - d} = \frac{H_2 - H_1}{d_2 - d_1}. \tag{5-80}$$

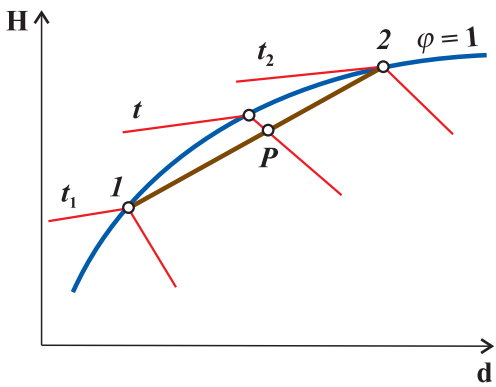
Tähistagu punktid *1* ja *2* *Hd*- ja *dt*-diagrammil (joonis 5.7) esimese ja teise komponendi olekut.

Võrrandi (5-80) kohaselt paikneb segu olekut määrav punkt *P* punkte *1* ja *2* läbival sirgel ning jaotab sirglõigu *1 2* vahekorras $m_1/(1–m_1)$.

Kui segunevad kaks veeauruga küllastunud voolust (joonis 5.8), moodustub kondenseerunud veeaurupiisku sisaldav üleküllastunud õhk (punkt *P*).




**Joonis 5.7. Vooluste segunemisprotsess *Hd*- ja *dt*-diagrammil**




**Joonis 5.8. Kahe veeauruga küllastunud õhuvooluse segunemine *Hd*-diagrammil**

### 5.2.7 Vee jahtumine jahutustornis

Vee jahutustorn ehk gradiir (joonis 5.9) on seade, mida laialt kasutatakse energeetikas aurujõuseadme kondensaatori jahutusvee jahutamiseks.

Vee jahutamine seisneb soojusvahetist (kondensaatorist) väljuva vee pihustamises ja veepiiskade segunemises niiskusest küllastumata õhuga. Suure eripinnaga veepiisad jahtuvad massiülekande toimel aurustudes. Õhuga segunenud veeaur lahkub jahutustornist tavaliselt küllastunult.

Aurustunud vesi, mis koos õhuga kantakse tornist välja, asendatakse uuega. Vesi pihustatakse torni alaossa, mida läbib piiskade liikumisele vastassuunaline õhuvoolus.

Torn on vajalik soodustamaks veepiiskade ja õhuvooluse kokkupuudet ja tõmbe tekitamiseks. Õhu paneb jahutustornis liikuma omatõmme tornisisese ja väliskeskkonna temperatuuri erinevusest, millele tihti lisandub sundtõmme ventilaatoriga tornis.

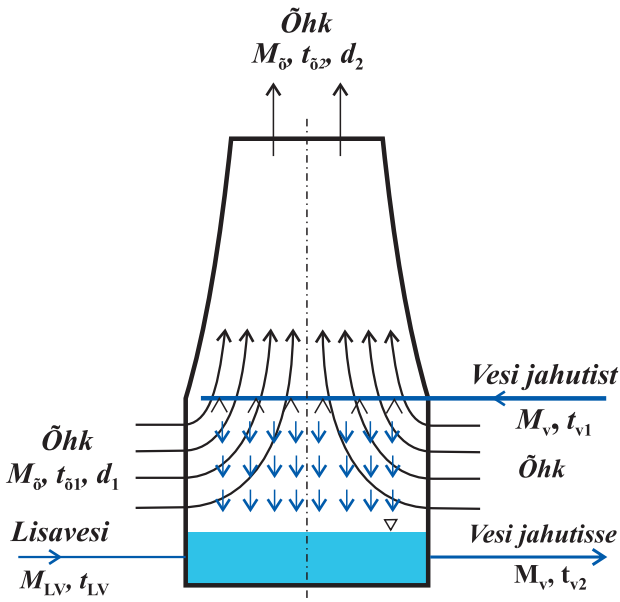
Torni toimimine ja arvutamine tugineb massi- ja soojusbilansi võrranditele.

Veebilansi võrrand:

$$d_1 M_{\text{õ}} + M_{\text{LV}} = d_2 M_{\text{õ}}\,, \tag{5-81}$$

millest vajalik lisavee kogus

$$M_{\text{LV}} = (d_2 - d_1) M_{\text{õ}}\,. \tag{5-82}$$




**Joonis 5.9. Vee jahutustorni skeem**

Soojusbilansi võrrand:

$$M_{\text{õ}}\left(H_2 - H_1\right) = M_{\text{v}}\left(h_{\text{v1}} - h_{\text{v2}}\right) + M_{\text{LV}} h_{\text{LV}}\,. \qquad (5\text{-}83)$$

Suuruste tähised valemites (5-81)–(5-83): $M_{\text{õ}}$ – jahutustorni läbiva kuiva õhu mass, $M_{\text{v}}$ – jahutist jahutustorni siseneva vee mass, $M_{\text{LV}}$ – jahutustorni antava lisavee mass, $d_1$ – jahutustorni siseneva õhu tehniline niiskus, $d_2$ – jahutustornist väljuva õhu tehniline niiskus, $H_1$ – jahutustorni siseneva niiske õhu entalpia kuiva õhu massiühiku kohta, $H_2$ – jahutustornist väljuva niiske õhu entalpia kuiva õhu massiühiku kohta, $h_{\text{v1}}$ – jahutist jahutustorni siseneva vee entalpia, $h_{\text{v2}}$ – jahutustornist väljuva vee entalpia, $h_{\text{LV}}$ – jahutustorni antava lisavee entalpia.

Viimane võrrand võimaldab arvutada jahutustorni antava lisavee koguse.

### 5.2.8 Materjali kuivatusprotsess

Vaatleme materjali kuivatusprotsessi joonisel 5.10 toodud skeemi kohaselt ja selle kujutamist *Hd*- ja *dt*-diagrammil (joonis 5.11).

Ventilaator puhub niisket välisõhku temperatuuriga $t_0$ ja suhtelise niiskusega $\varphi_0$ soojusvahetisse, nn kalorifeeri. Õhu olekut soojusvahetisse sisenemisel märgib *Hd*- ja *dt*-diagrammil punkt *A*, mille paneb paika kalorifeeri suunduva õhu temperatuur $t_0$ ja suhteline niiskus $\varphi_0$.

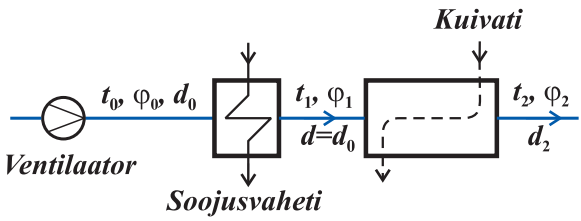
Õhk soojeneb soojusvahetis temperatuurini $t_1$, kusjuures suhteline niiskus väheneb väärtuseni $\varphi_1$, kuid õhu tehniline niiskus ei muutu. Õhu soojendamist kalorifeeris väljendab *Hd*-diagrammil vertikaalne ja *dt*-diagrammil horisontaalne sirge *AB*. Punkti *B* asukoha diagrammidel määrab punktist *A* lähtuva joone $d = konst$ lõikumine sirgega $t_1 = konst$ *Hd*-diagrammil.

Massiühiku kuiva õhu soojendamiseks vajalik soojushulk

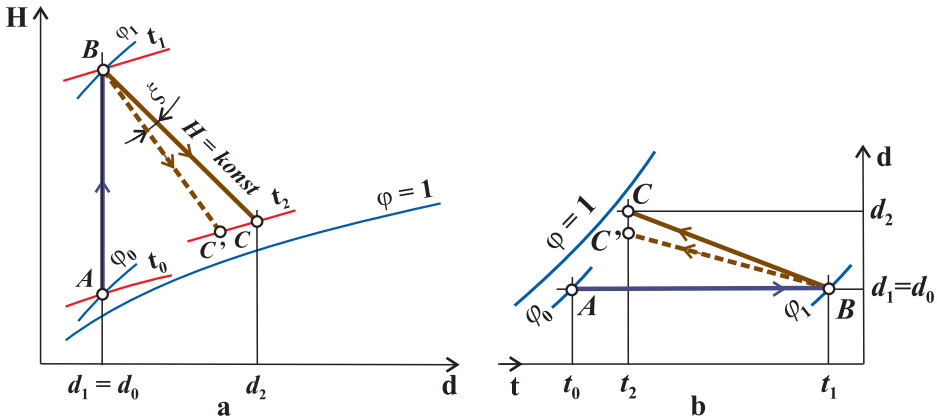
$$q = H_1 - H_0\,, \qquad (5\text{-}84)$$

kus $H_0$ ja $H_1$ – kalorifeeri suunduva ja kalorifeerist väljuva õhu entalpia.

Ettesoojendatud õhk suundub kalorifeerist kuivatuskambrisse, kuhu antakse ka kuivatatav materjal. Eeldades, et kuivatatava materjali temperatuur on püsiv ja kambril soojuskaod puuduvad, toimub kuivatis isoentalpne protsess ($H = konst$), mida *Hd*- ja *dt*-diagrammil kujutab joon *BC*. Kuivamisprotsessi jooksul langeb õhu temperatuur kuivatatavast materjalist niiskuse aurustamiseks vajaliku soojuse tõttu. Punkti *C* asukoha määrab kuivatist väljuva õhu temperatuur $t_2$, mis sageli võrdub ligilähedaselt niiske õhu küllastustemperatuuriga.




**Joonis 5.10. Materjali kuivatamise skeem**




**Joonis 5.11. Materjali kuivatusprotsess *Hd*- ja *dt*-diagrammil**

Kuivatusprotsessi jooksul eraldub materjalist kuiva õhu massiühiku kohta niiskust

$$\Delta d = d_2 - d_1 . \tag{5-85}$$

Soojuskadude olemasolul on materjali kuivatamiseks vajalik soojushulk isoentalpse protsessiga võrrelduna suurem. Tegelikku kuivatusprotsessi kuivatuskambris väljendab joon *BC'*.

**Kuues peatükk**

# TERMODÜNAAMILISE KEHA VOOLAMINE JA DROSSELDAMINE

## 6.1 Voolamise võrrandid

### 6.1.1 Pidevusvõrrand

Soojustehnikas tuleb sageli kokku puutuda termodünaamilise keha voolamise ja drosseldamise probleemidega. Need probleemid võivad puudutada aine voolamist torudes ja kanalites, torustiku arvutamist, hõõrde- ja kohttakistuse mõju voolamisele, potentsiaalse energia muundumist kineetiliseks energiaks düüsis, auru ja gaasi voolamist turbiin- ja kompressormasinates, vedelikukulu mõõtmist vms.

Eespool uurisime peamiselt selliseid süsteeme ja protsesse, kus termodünaamilist keha käsitleti tema kui terviku kineetilist energiat arvestamata, kuigi termodünaamika esimese seaduse võrrandis (2-45) on lisaks keha potentsiaalset energiat arvestavale ka kineetilist energiat arvestav liige. Edaspidises probleemikäsitluses lähtutaksegi sellest võrrandist, mõistmaks termodünaamilise keha voolamise seaduspärasusi, eeldades seejuures mittemehaaniliste jõudude mõju puudumist voolavale keskkonnale.

Termodünaamilise keha voolamine on tagastatav protsess, kui voolamist käsitada idealiseeritult, s.t kui süsteem on termodünaamilises tasakaalus, olekuparameetrid ei muutu ajas ega ruumis. Piirdume siinkohal ainult statsionaarse ühesuunalise voolamise käsitlusega, mispuhul vooluse iseloomulikud parameetrid selle suvalises ristlõikes on püsivad ja ajas muutumatud.

Edasine arutlus tugineb joonisel 2.7 esitatud voolamise skeemile. Olgu vaatluse all piki telge muutuva ristlõikega kanal, mida läbib termodünaamilise keha statsionaarne voolus. Kanalis on valitud kaks kontrollristlõiget I-I ja II-II. Olgu neist esimesele iseloomulikud olekuparameetrid $p_1$, $v_1$, $T_1$, ... ja kiirus $w_1$ ning teisele $p_2$, $v_2$, $T_2$, ... ja kiirus $w_2$. Tähised $z_1$ ja $z_2$ osutavad kõrgusele suvalisest rõhttasandist 0-0. Soojusvahetus vooluse ja ümbruskeskkonna vahel on võimalik, positiivseks loeme väljast süsteemi suunduva soojuse, negatiivseks vastassuunalise soojusvoo. Kuna süsteem on avatud, siis võib voolus sooritada ka tehnilist tööd $l_t$, mis tavaliselt väljub süsteemist võlli vahendusel. Viimasel juhul on töö $l_t$ posi-

tiivne, negatiivne aga siis, kui ta on suunatud väljast süsteemi. Positiivse tehnilise töö näiteks võiks olla kanalisse paigutatud turbiini või mõne sellega sarnase seadme rootor, või kui on tegemist elektrit juhtiva kehaga, siis võib süsteem anda elektrienergiat välisvooluringi jne. Suunalt vastupidise negatiivse töö näide võib olla kompressori, ventilaatori vms rootor kanalis.

Kui voolamisel süsteemis täheldatakse hõõrdumisnähtusi, on protsess tagastamatu. Hõõrdejõudude ületamine vajab hõõrdetööd $l_\mathrm{h}$, mis soojuse kujul kandub üle voolavale kehale. Seega on hõõrdesoojus $q_\mathrm{h}$ ekvivalentne hõõrdetööga ning mõlemad on märgilt positiivsed.

Statsionaarsel voolamisel on ajaühikus kanali ristlõikeid I-I ja II-II läbiv termodünaamilise keha mass üks ja seesama ning esitatav valemiga

$$M = \frac{F_1 w_1}{v_1} = \frac{F_2 w_2}{v_2}, \tag{6-1}$$

kus $F_1$ ja $F_2$ – kanali ristlõikepind kontrollristlõigetes I-I ja II-II, $v_1$ ja $v_2$ – keha erimaht kontrollristlõigetes I-I ja II-II.

Rakendame võrrandit (6-1) kanali suvalisele ristlõikele, siis

$$M = \frac{Fw}{v} = \rho Fw = konst, \tag{6-2}$$

kus $\rho$ – voolava keskkonna tihedus, $w$ – kiirus.

Võrrand (6-2) on statsionaarse voolamise pidevusvõrrand; diferentseerime seda tingimusel $M = konst$:

$$\mathrm{d}F = M\frac{v}{w}\left(\frac{\mathrm{d}v}{v} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right) = F\left(\frac{\mathrm{d}v}{v} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right) \tag{6-3}$$

ehk

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} - \frac{\mathrm{d}v}{v} + \frac{\mathrm{d}w}{w} = 0. \tag{6-4}$$

Viimane on statsionaarse voolamise pidevusvõrrandi diferentsiaalkuju.

### 6.1.2 Energiavõrrand

Vooluse energiavõrrand on tegelikult termodünaamika esimese seaduse avaldis (2-45), kohandatuna avatud termodünaamilisele süsteemile. Sel juhul on võrrandil kuju (arvestades ka hõõrdumisnähtusi)

$$q = (h_2 - h_1) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + \mathrm{g}(z_2 - z_1) + l_\mathrm{t} + l_\mathrm{h} \tag{6-5}$$

või diferentsiaalkujul

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w + \mathrm{g}\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_\mathrm{t} + \mathrm{d}l_\mathrm{h}, \tag{6-6}$$

kus $(h_2 - h_1)$ – keha entalpia muutus kanali kontrollristlõigete vahelisel lõigul, $\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right)$ – keha kineetilise energia muutus samas vahemikus, g $(z_2 - z_1)$ – keha potentsiaalse energia muutus samas vahemikus, g – Maa raskuskiirendus, $l_t$ – tehniline töö, $l_h$ – hõõrdetöö.

Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele (valem (2-151))

$$\mathrm{d}q - \mathrm{d}h = -v\mathrm{d}p,$$

siis võrrandi (6-6) põhjal

$$-v\mathrm{d}p = w\mathrm{d}w + \mathrm{g}\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_t + \mathrm{d}l_h \tag{6-7}$$

ehk samuti

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p - \mathrm{g}\mathrm{d}z - \mathrm{d}l_t - \mathrm{d}l_h. \tag{6-8}$$

Kui tehniline töö puudub ($\mathrm{d}l_t = 0$) ja kanal on rõhtne ($\mathrm{d}z = 0$), siis

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p - \mathrm{d}l_h. \tag{6-9}$$

Energiavõrrandi (6-5) liikmest $g(z_2 - z_1)$ võib loobuda gaasi- või auruvoolu puhul, kus tihedus on väike ja selle eiramisega ei kaasne märgatav viga. Oluline tähtsus on sellel liikmel aga vedeliku voolamise ülesannetes (nt pumpseadme käsitluses).

Hõõrde puudumisel ($\mathrm{d}l_h = 0$) lihtsustub võrrand (6-8) veelgi:

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p. \tag{6-10}$$

Siit nähtub, et keha rõhu langusega ($\mathrm{d}p < 0$) kaasneb vooluse kiirendus ($\mathrm{d}w > 0$); rõhu tõustes ($\mathrm{d}p > 0$) aga voolus aeglustub ($\mathrm{d}w < 0$).

Integreerides viimast võrrandit, saame

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = -\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p \tag{6-11}$$

ehk

$$w_2 = \sqrt{-2\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p + w_1^2}. \tag{6-12}$$

Valem (6-12) kehtib mis tahes tagastatavale (hõõrdumisvabale) termodünaamilisele protsessile. Sellest nähtub, et vooluse kiirus $w_2$ kanali teatud ristlõikes sõltub algkiirusest $w_1$ ning keha termodünaamilisest protsessist üleminekul olekust *1* olekusse *2*. Oleku muutus määrab ühtlasi integraali $\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p$ väärtuse, see aga

omakorda sõltub funktsioonist $v = \mathrm{v}(p)$. Funktsioon $v = \mathrm{v}(p)$ ise võib esindada mõnda tagastatavat termodünaamilist protsessi, olgu selleks isotermne, adiabaatne, polütroopne või mõni muu protsess.

Integraali $\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p$ lahendit väljendab *pv*-diagrammil etteantud $v = \mathrm{v}(p)$ puhul *p*-telje ja protsessijoone vaheline pindala (joonis 6.1). Seega on termodünaamilise keha kineetilise energia muutus ekvivalentne keha tehtava võimaliku tehnilise tööga kanali samade ristlõigete vahel. Soojushulk $q$ võrrandites (6-5) ja (6-6) on vooluse ja väliskeskkonna mis tahes suunas ülekantava soojuse (välissoojuse) ning hõõrdesoojuse summa: $q = q_\mathrm{v} + q_\mathrm{h}$.

Hõõrdesoojuse ekvivalentsus hõõrdetööga lubab voolamise energiavõrrandi (6-6) kirjutada kujul

$$\mathrm{d}q_\mathrm{v} = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w + \mathrm{g}\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_\mathrm{t}$$

ning kui $\mathrm{d}z = 0$ ja $\mathrm{d}l_\mathrm{t} = 0$, siis

$$\mathrm{d}q_\mathrm{v} = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w. \tag{6-13}$$

Viimasest valemist selgub, et voolust mõjutav välissoojus (sõltumata märgist) läheb nii keha entalpia kui ka kineetilise energia muutmiseks.

Praktiliste ülesannete lahendamisel pakub ennekõike huvi adiabaatne voolamine, kus soojusvahetus ümbruskeskkonna ja voolava keha vahel puudub ($q_\mathrm{v} = 0$), sel juhul võrrandist (6-13)

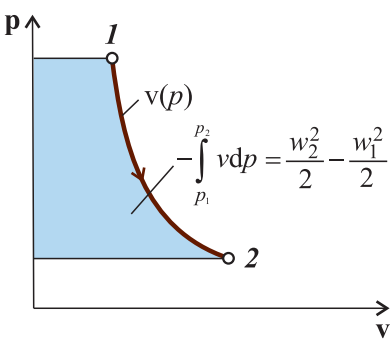
$$w\mathrm{d}w = -\mathrm{d}h \tag{6-14}$$

ehk integreeritud kujul

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = h_1 - h_2\,, \tag{6-15}$$

millest

$$w_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + w_1^2}\,. \tag{6-16}$$




**Joonis 6.1. Keha kineetilise energia juurdekasv *pv*-diagrammil**

Entalpiavahet $\Delta h = h_1 - h_2$ nimetatakse adiabaatseks soojus- ehk entalpialanguks.

Järelikult

$$w_2 = \sqrt{2\Delta h + w_1^2}\,. \tag{6-17}$$

Valemid (6-14)–(6-17) kehtivad nii tagastatavale kui ka tagastamatule adiabaatsele voolamisele.

### 6.1.3 Helikiirus ja Machi arv

Helikiirus *a* on nõrga rõhuhäiringu levikiirus adiabaatses keskkonnas. Rõhuhäiring on nõrk, kui ta keskkonna kogurõhuga võrreldes on väike.

Helikiiruse arvutamine lähtub Laplace'i valemist

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{\mathrm{s}}}\,, \tag{6-18}$$

kus $(\partial p/\partial \rho)_{\mathrm{s}}$ – rõhu osatuletis tiheduse järgi entroopia püsiväärtusel.

Teatavasti $\rho = 1/v$, siis

$$a = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}}\,. \tag{6-19}$$

Et aine erimaht *v* ja osatuletis $(\partial p/\partial v)_{\mathrm{s}}$ sõltuvad keha olekust, siis järelikult on ka helikiirus *a* keha olekuparameetrite funktsioon ning seega keha termodünaamiline omadus.

Viimases valemis on pöördväärtus $(\partial v/\partial p)_{\mathrm{s}}$ keha adiabaatne kokkusurutavus, näidates keha mahu muutust rõhu muutumisel soojuslikult isoleeritud tingimustes. Valem (6-19) kehtib kõigi homogeensete kehade kohta (gaas, vedelik, tahkis). Nähtub, et helikiirus mingis keskkonnas sõltub selle adiabaatsest kokkusurutavusest. Adiabaatne kokkusurutavus on suurim gaasilistel kehadel ning väikseim tahkistel. Helikiirus toaõhus on ligikaudu 300 m/s, samal temperatuuril vees aga 1500 m/s ja terases 5000 m/s.

Kuna vastavalt valemile (3-48) adiabaadiastendaja

$$k = -\frac{v}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}\,, \tag{6-20}$$

siis helikiiruse arvutamiseks sobib hästi valem

$$a = \sqrt{kpv}\,. \tag{6-21}$$

Ideaalgaasi korral $pv = \mathrm{R}T$ ja

$$a = \sqrt{k\mathrm{R}T}\,. \tag{6-22}$$

Seega sõltub helikiirus ideaalgaasis viimase omadustest (gaasikonstandi R ja erisoojuste suhte *k* kaudu) ning temperatuurist.

Helikiirus reaalgaasis oleneb lisaks temperatuurile veel ka rõhust.

Termodünaamilise keha kiiruse *w* ja kohaliku helikiiruse *a* suhe on tuntud kui Machi arv:

$$\mathrm{Ma} = \frac{w}{a}, \tag{6-23}$$

kus *w* – keha kiirus vaadeldavas kohas, *a* – helikiirus samas kohas (sealsete parameetrite järgi).

Kui voolukiirus on helikiirusest väiksem, siis Machi arv Ma < 1 ja see on voolamise alakriitiline (eelkriitiline) piirkond, kui aga voolukiirus ületab helikiiruse, siis Ma > 1 ning see on voolamise ülekriitiline piirkond. Voolu- ja helikiiruse võrdsuse korral muidugi Ma = 1.

**Tabel 6.1. Helikiirusi gaasides temperatuuril 20 °C**

| Gaas | *a,* m/s |
|---|---|
| Vesinik | 1305 |
| Heelium | 1005 |
| Veeaur | 424 |
| Lämmastik | 349 |
| Õhk | 343 |
| Hapnik | 327 |
| Süsihappegaas | 269 |



**Ernst Mach** (18.02.1838 Kremsier, Brno läh – 19.02.1916 Haar, Müncheni läh), austria füüsik ja filosoof. Õppis a-st 1855 Viini ülikoolis füüsikat, omandas seal 1860 füüsikadoktori kraadi. Professor Grazi (1864–1867), Praha (1867–1895), Viini (1895–1901) ülikoolis. Esialgu uuris Doppleri efekti optikas ja akustika probleeme. Peamine töösuund Praha ülikoolis oli lööklaine levi ja helibarjääri kirjeldamine ja fotografeerimine. Avaldas töid voolamise, soojuse, optika ja füsioloogia alalt, õpetas ka klassikalist mehaanikat. Tema nime kannab sarnasusarv hüdromehaanikas (***Machi arv* Ma**), mis kujutab endast gaasi voolamiskiiruse ja helikiiruse suhet vooluse samas ristlõikes.

Machi kriitika Newtoni mehaanika aluste (absoluutse aja ja ruumi) osas virgutas Einsteini erirelatiivsusteooria loomisel. Mach viitas ruumimõõtme olenevusele massi jaotusest kosmoses. Filosoofina peetakse teda empiriokrititsismi rajajaks. Tema filosoofilised vaated arenesid äärmusliku fenomenalismi ja subjektiivse idealismi suunas, pälvides Plancki jt kriitika, kuna Mach ei jaganud nende seisukohti aatomiteooria valdkonnas.

### 6.1.4 Adiabaatsed pidurdusparameetrid

Termodünaamilise keha adiabaatsel voolamisel kanalis võib meelevaldsete ristlõigete jaoks kasutada võrdust (6-15):

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_3 + \frac{w_3^2}{2} = ... = h_0 . \tag{6-24}$$

Adiabaatselt voolava keha olek, mille ta omandaks täieliku pidurdamise tulemusel (kiirus viiakse nullini), on adiabaatne pidurdusolek. Selle entalpiat $h_0$ valemis (6-24) nimetatakse vooluse adiabaatseks pidurdusentalpiaks. Keha pidurdusoleku teised suurused on vooluse adiabaatsed pidurdusparameetrid.

Vaatleme ideaalgaasi isoentroopse pidurduse parameetrite määramist.

Ideaalgaasi korral teatavasti keha entalpia $h = c_p T$ ja võrrandi (6-24) põhjal

$$T + \frac{w^2}{2c_p} = konst . \tag{6-25}$$

Täielikul adiabaatsel pidurdumisel omandab termodünaamiline keha adiabaatse pidurdustemperatuuri $T^*$. Ilmselt

$$T^* = T + \frac{w^2}{2c_p} = \frac{h_0}{c_p}. \tag{6-26}$$

Kuna $k = c_p/c_v$, siis

$$T^* = T + \frac{k-1}{2k\,\mathrm{R}} w^2 \tag{6-27}$$

ehk, arvestades seoseid (6-22) ja (6-23),

$$T^* = \left(1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right) T . \tag{6-28}$$

Seega on vooluse adiabaatne pidurdustemperatuur kahe liikme summa (valem (6-26)): $T$ on keha termodünaamiline temperatuur antud kohas ja kiirusel, $\Delta T^* = w^2/(2c_p)$ aga näitab temperatuuri tõusu keha täielikul pidurdusel ning kannab ka dünaamilise temperatuuri nime.

Valem (6-28) on tähtis suure kiirusega liikuva gaasivooluse temperatuuri mõõtmisel.

Pidurdustemperatuuri kõrval on käibes ka mõisted adiabaatne pidurdusrõhk ja pidurduserimaht (pidurdustihedus). Kuna võrrand (3-43) annab seose ideaalgaasi temperatuuri ja rõhu vahel adiabaatses protsessis, siis adiabaatne pidurdusrõhk

$$p^* = \left(1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} p \tag{6-29}$$

ja adiabaatne pidurduserimaht

$$v^* = \left(1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} v. \tag{6-30}$$

### 6.1.5 Voolamise võrrand

Termodünaamilise keha voolamise võrrand seob omavahel kanali ristlõikepinna ja vooluse iseloomulikud parameetrid. Lähtume energiavõrrandist (6-8).

Kui vaadelda rõhku erimahu ja entroopia funktsioonina $p$ = p($v$, $s$), siis

$$\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} \mathrm{d}v + \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} \mathrm{d}s, \tag{6-31}$$

mille alusel

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} = -\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{6-32}$$

Rakendame teisendust

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}}$$

ja valemit (2-206), mille põhjal

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{T}{c_{\mathrm{p}}},$$

ning võrrand (6-32) omandab kuju

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\mathrm{v}} = -\frac{c_{\mathrm{p}}}{T}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}}. \tag{6-33}$$

Asetame leitud $(\partial p/\partial s)_{\mathrm{v}}$ avaldise võrrandisse (6-31):

$$\mathrm{d}p = \left[\mathrm{d}v - \frac{T}{c_{\mathrm{p}}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \mathrm{d}s\right]\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}}. \tag{6-34}$$

Viime viimasesse võrrandisse asendused avaldisest (6-4)

$$\mathrm{d}v = v\left(\frac{\mathrm{d}F}{F} + \frac{\mathrm{d}w}{w}\right)$$

ja valemist (6-19)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{\mathrm{s}} = -\left(\frac{a}{v}\right)^2 .$$

Kui võtta arvesse, et

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q_{\mathrm{v}} + \mathrm{d}q_{\mathrm{h}}}{T},$$

siis

$$v\mathrm{d}p = -\left[\frac{\mathrm{d}F}{F} + \frac{\mathrm{d}w}{w} - \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} \frac{\mathrm{d}q_{\mathrm{v}} + \mathrm{d}q_{\mathrm{h}}}{c_{\mathrm{p}}}\right] a^2 . \qquad (6\text{-}35)$$

Asetades valemiga (6-35) määratud $v\mathrm{d}p$ avaldise lähtevõrrandisse (6-8), saame eesmärgiks seatud voolamise võrrandi

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = \frac{\mathrm{d}F}{F} - \frac{\alpha}{c_{\mathrm{p}}}\mathrm{d}q_{\mathrm{v}} - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\mathrm{t}} - \left(\frac{\alpha}{c_{\mathrm{p}}} + \frac{1}{a^2}\right)\mathrm{d}l_h - \frac{\mathrm{g}}{a^2}\mathrm{d}z, \qquad (6\text{-}36)$$

kus $\alpha$ – keha isobaarne paisumistegur (valem (1-67)).

## 6.2 Voolamine torus

Termodünaamilise keha voolamisel torus ehk püsiristlõikega kanalis $\mathrm{d}F = 0$. Lisaks eeldatakse, et toru paikneb rõhtsalt, mistõttu $\mathrm{d}z = 0$. Nendel eeldustel kirjeldab valem (6-36) voolamist torus kujul

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\frac{\alpha}{c_{\mathrm{p}}}\mathrm{d}q_{\mathrm{v}} - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\mathrm{t}} - \left(\frac{\alpha}{c_{\mathrm{p}}} + \frac{1}{a^2}\right)\mathrm{d}l_{\mathrm{h}} . \qquad (6\text{-}37)$$

Analüüsime termodünaamilise keha torus voolamise võrrandi mõnda erijuhtumit.

1. Tehniline töö ja hõõre puuduvad, $\mathrm{d}l_{\mathrm{t}} = 0$ ja $\mathrm{d}l_{\mathrm{h}} = 0$:

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\frac{\alpha}{c_{\mathrm{p}}}\mathrm{d}q_{\mathrm{v}} . \qquad (6\text{-}38)$$

Võrrand kirjeldab torus voolamise juhtumit, kus termodünaamilist keha on võimalik jahutada või soojendada soojusvahetuse teel väliskeskkonnaga.

Kuna $c_{\mathrm{p}} > 0$ ja enamasti ka $\alpha > 0$ (ideaalgaasile $\alpha = 1/T$), siis järeldub võrrandist (6-38), et voolamisel alakriitilises piirkonnas ($\mathrm{Ma} < 1$) soojuse sisestamisel keha paisub, mistõttu voolus kiireneb, soojuse eemaldamisel aga aeglustub. Helikiirusest aeglasemal voolamisel, kui $\alpha < 0$ (vee puhul nt temperatuurini 3,98 °C), soojuse juurdetulekul voolamine aeglustub.

Ülekriitilises piirkonnas, kus Ma > 1, voolus aeglustub, kui $q_v > 0$, ning kiireneb, kui $q_v < 0$. Kirjeldatud nähtuses peitub soojusdüüsi tööpõhimõte.

Soojusdüüs on püsiristlõikega kanal, kus voolamise alakriitilises piirkonnas (juhul kui $\alpha > 0$) voolust kiirendatakse soojuse viimisega väliskeskkonnast süsteemi ja aeglustatakse soojuse äravooluga süsteemist väliskeskkonda. Kui aga voolus saavutab kriitilise kiiruse, kus Ma = l, s.o voolamiskiirus võrdsustub helikiirusega, siis tuleb vooluse edasiseks kiirendamiseks keha jahutada.

2. Väline soojusvahetus ja hõõre puuduvad, $\mathrm{d}q_v = 0$ ja $\mathrm{d}l_h = 0$:

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\frac{\mathrm{d}l_t}{a^2}. \tag{6-39}$$

Võrrandist (6-39) selgub, et allahelikiirusega voolamisel (Ma < 1) nõuab vooluse kiirendamine tehnilise töö lahkumist sellest, aeglustamine seevastu vajab tehnilist tööd väljastpoolt. Kui aga voolamine on ülekriitiline, ületades helikiiruse (Ma > 1), siis tehnilist tööd sooritav voolamine aeglustub. Kirjeldatud põhimõttel töötab mehaaniline düüs, mis kujutab endast püsiristlõikelist kanalit, kus voolust kiirendatakse kas tehnilise töö suunamisega süsteemi või väljaviimisega sellest, olenevalt voolamise piirkonnast. Kuni helikiiruseni on voolamise kiirendamiseks vaja süsteemist tehnilist tööd eemaldada, helikiiruse ületamisel aga vastupidi, tehnilist tööd sinna suunata.

3. Väline soojusvahetus ja tehniline töö puuduvad, $\mathrm{d}q_v = 0$ ja $\mathrm{d}l_t = 0$ (adiabaatne voolamine karedas torus). Siis on võrrandil (6-36) kuju

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\left(\frac{\alpha}{c_p} + \frac{1}{a^2}\right)\mathrm{d}l_h. \tag{6-40}$$

Kuna hõõrdetöö on alati positiivne, siis viimasest valemist nähtub, et alakriitiline voolus kiireneb $\alpha > 0$ korral hõõrdetöö arvel, hõõrdetöö aga kandub täielikult soojusena kehale ning seetõttu langeb käesolev juhtum kokku varem vaadelduga (juhtum 1).

Kuna süsteemi entroopia $\mathrm{d}s = \mathrm{d}q_h/T$ kasvab, siis võrrandi (6-40) põhjal

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}w} = -\frac{\mathrm{Ma}^2 - 1}{\left(\frac{\alpha}{c_p} + \frac{1}{a^2}\right)Tw}. \tag{6-41}$$

Tuletise $\mathrm{d}s/\mathrm{d}w$ märk sõltub liikme $\mathrm{Ma}^2 - 1$ märgist. Kuni kiirus on väiksem kohalikust helikiirusest $a$, on $\mathrm{d}s/\mathrm{d}w$ positiivne, mis tähendab aga keha entroopia suurenemist võrdeliselt kiirusega. Kohas, kus $a = w$, võrdub tuletis $\mathrm{d}s/\mathrm{d}w$ nulliga. Edasisel vooluse kiirenemisel ja helikiiruse ületamisel muutuks tuletis $\mathrm{d}s/\mathrm{d}w$ aga negatiivseks. Ent vastavalt termodünaamika teisele seadusele ei saa entroopia soojuslikult isoleeritud süsteemis mitte kunagi alaneda, mistõttu keha suurim võimalik

kiirus voolamisel karedas torus on helikiirus. Helikiiruse ületamise võimatust keha adiabaatsel voolamisel karedas torus tuntakse kui voolamise kriisi.

Seega kiireneb termodünaamilise keha adiabaatne voolus hõõrdetakistusega torus (kui sisenemiskiirus on alla helikiiruse) kuni helikiiruseni, milleks on vajalik toru teatud pikkus ehk piirpikkus. Toru piirpikkus on seda suurem, mida väiksem on keha kiirus torusse sisenedes ja toru hõõrdetakistus.

Kui toru pikkus on piirilisest väärtusest väiksem, võrdub keha rõhk toru väljumisavas väliskeskkonna rõhuga ning viimase muutus kutsub esile rõhu ja kiiruse ümberjagunemise piki toru. Piirilise pikkusega toru korral võib keha rõhk väljumisavas olla väliskeskkonna rõhust kõrgem, sel juhul välisrõhu alanemine ei avalda voolamisprotsessidele torus mingit mõju ega suurenda kiirust torust väljumisel.

## 6.3 Voolamine geomeetrilises düüsis

### 6.3.1 Tagastatav voolamine

Düüsiks (geomeetriliseks düüsiks) nimetatakse piki telge muutuva ristlõikega kanalit, mille läbimisel voolus kiireneb, s.t termodünaamilise keha potentsiaalne energia muundub kineetiliseks energiaks. Ristlõike kuju (kandiline, ümar jms) ei avalda düüsi tööle märgatavat mõju, küll on aga oluline ristlõikepinna suurus, mida ei saa kujundada tahtsi, vaid kindlat seaduspärasust jälgides. Düüs on gaasi- ja auruturbiini, reaktiivmootori, rakettmootori jt soojustehniliste seadmete tähtis koostisosa.

Ülesande poolest vastandub düüsile difuusor. Kui düüsis voolamine kiireneb, siis difuusoris see pidurdub ja aeglustub – kineetiline energia muundub potentsiaalseks. Difuusorit kasutatakse laialdaselt mitmesugustes tehnikaseadmetes, nagu gaasipõletid, pumbad, ventilaatorid, mõõteaparatuur jm.

Eeldusel, et puudub väliskeskkonna ja voolava keskkonna vaheline soojusvahetus (adiabaatne voolamine, $q = 0$), voolamisprotsess on tagastatav (hõõret ei esine, $l_h = 0$) ning samuti $dz = 0$ ja $dl_t = 0$, siis valemi (6-36) kohaselt

$$\left(\mathrm{Ma}^2 - 1\right)\frac{\mathrm{d}w}{w} = \frac{\mathrm{d}F}{F}. \tag{6-42}$$

Võrrandist (6-10)

$$\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\frac{v}{w^2}\mathrm{d}p. \tag{6-43}$$

Asendades valemis (6-43) esitatud $dw/w$ võrrandisse (6-42) ning arvestades, et helikiiruse ruut $a^2 = kpv$ (valem (6-21)), siis pärast mõnda teisendust saame

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \left(\frac{1}{\mathrm{Ma}^2} - 1\right)\frac{\mathrm{d}p}{kp}. \tag{6-44}$$

See on tagastatava adiabaatse (isoentroopse) voolamise põhivõrrand muutuva ristlõikega kanalis (düüs, difuusor), ühendades omavahel kanali ristlõikepinna, rõhu ja Machi arvu. Võrrandi kasutamisel peetagu silmas, et rõhu diferentsiaal d$p$ on kiireneval voolamisel negatiivne ja aeglustuval positiivne.

Võrrandist (6-44) johtub mitu olulist järeldust.

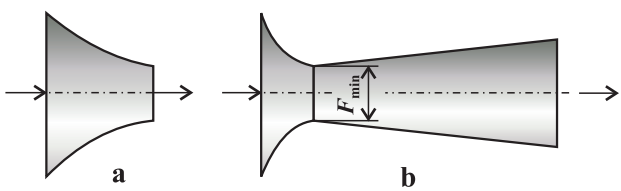
Piirkonnas, kus keha kiirus on helikiirusest väiksem (Ma < 1), peab kanali ristlõikepind piki voolust ahenema (d$F$ < 0), et rõhk langeks (d$p$ < 0) ja kiirus kasvaks (d$w$ > 0). Kui aga samas kiiruse piirkonnas kanal vooluse suunas laieneb, siis kiirus langeb ja rõhk tõuseb.

Kui keha kiirus ületab helikiiruse (Ma > 1), siis laienevas kanalis (d$F$ > 0) rõhu langedes (d$p$ < 0) voolamine kiireneb (d$w$ > 0), seevastu kitsenevas kanalis voolus aeglustub koos rõhu tõusuga.

Öeldust järeldub, et olukorrast tingituna vajatakse praktikas nii kitsenevat kui ka kitsenevat-laienevat ehk Lavali düüsi (joonis 6.2).

Kitsenev düüs on piki voolust ahenev kanal, kitseneva-laieneva ehk Lavali düüsi algusosa on ahenev kanal (konfuusorosa), millele järgneb laienev osa (difuusorosa).

Tähistagem keha parameetrid düüsi sisenemisel (düüsi sisenemisristlõikes) indeksiga *1* ja düüsi väljumisristlõikes indeksiga *2* ning ümbruskeskkonna parameetrid indeksiga 0, kusjuures ümbruskeskkonna rõhk on ühtlasi düüsi vastu-rõhk.




**Joonis 6.2. Kitsenev (a) ja Lavali (b) düüs**



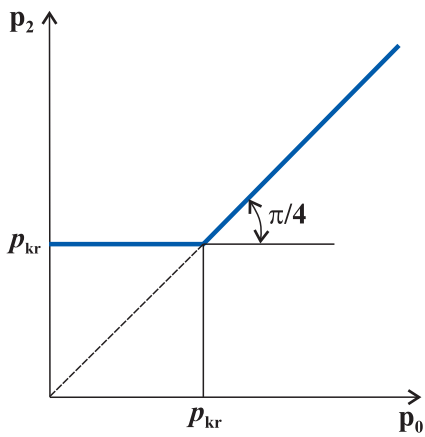
**Carl Gustaf de Laval** (9.05.1845 Orsa, Rootsi – 2.02.1913, Norra, maetud Stockholmis), prantsuse päritolu rootsi insener ja leiutaja. Õppis 1863–1866 Stockholmi tehnoloogiainstituudis mehaanikainseneriks, keemiadoktori teaduskraadi omandas 1872 Uppsala ülikoolis. 1887 demonstreeris väikest üheastmelist aktiivauruturbiini (pöörlemissagedus 30 000 p/min). Leiutas uut tüüpi kitseneva-laieneva kujuga aurudüüsi (1890), millega saavutas auru ülehelikiirusega väljavoolu düüsist (***Lavali düüs***). 1894 sai patendi tsentrifugaalseparaatorile (koorelahutajale). Oli tegev ka metallurgias. Eduka ettevõtjana asutas koos Oscar Lamm'iga tuntud masinaehitusfirma Alfa Laval (1883), mis valmistas aparatuuri peamiselt piimatööstusele. Rootsi Kuningliku Akadeemia liige a-st 1886.

Võrrandist (6-44) nähtub, et ahenevas düüsis ei ole võimalik ületada kohalikku helikiirust, mis võib olla ainult düüsi väljumisavas. Võimalik suurim kiirus kitseneva düüsi väljumisavas, mis on võrdne kohaliku helikiirusega, on nn voolamise kriitiline kiirus $w_{kr}$. Teised parameetrid vaadeldavas ristlõikes on vooluse kriitilised parameetrid. Kui keha väljub kitsenevast düüsist helikiirusega, siis sisenemisrõhust sõltuvalt võib rõhk düüsi väljumisavas olla kas võrdne või kõrgem vasturõhust $p_0$. Kui $p_1 = p_0$, siis läbi düüsi voolamist olla ei saa ja düüsist väljumise kiirus $w_2 = 0$. Rõhu $p_0$ langus ($p_1 > p_0$) kutsub esile voolu kiirenemise kuni kriitilise kiiruseni düüsi väljumisristlõikes. Edasine rõhu $p_0$ alanemine keha düüsist väljumise kiirust enam ei tõsta ning rõhk kitseneva düüsi väljumisavas jääb võrdseks kriitilise rõhuga.

Voolamist nimetatakse kriitiliseks, kui tal on düüsi kitsaimas ristlõikes kriitiline kiirus. Kitsenevas düüsis kriitilisel voolamisrežiimil ei paisu keha täielikult, kui selle keskkonna rõhk, kuhu voolus väljub, on kõrgem kriitilisest rõhust. See on ühtlasi ka rõhk düüsi väljumisavas. Kui aga vasturõhk on kriitilisest rõhust madalam, siis on kitseneva düüsi väljumisavas alati kriitiline rõhk ja kriitiline kiirus, vaatamata $p_0$ väärtusele, mis peab muidugi vastama tingimusele $p_0 \le p_{kr}$. Rõhu $p_2$ muutus aheneva düüsi väljumisavas olenevalt vasturõhust $p_0$ on graafiliselt kujutatud joonisel 6.3.

Kitsenev-laienev ehk Lavali düüs on ette nähtud saavutamaks kohalikku helikiirust ületavat kiirust. Kasutatakse seda siis, kui keskkonnarõhk $p_0 < p_{kr}$ ja düüsist väljuvale voolusele soovitakse anda kiirus, mis ületab voolamise kriitiliste parameetrite järgi arvutatud helikiiruse.

Kui keha kiirus Lavali düüsi sisenedes on kohalikust helikiirusest väiksem, siis voolamine düüsi ahenevas osas kiireneb ja saavutab düüsi kitsaimas ristlõikes kriitilise kiiruse. Kiirenemine jätkub ka düüsi laienevas osas. Voolamisrežiimi, kus keha rõhk Lavali düüsi väljumisavas võrdsustub keskkonna rõhuga, nimetatakse arvutuslikuks.




**Joonis 6.3. Kitseneva düüsi väljumisavas kujuneva rõhu $p_2$ sõltuvus ümbruskeskkonna rõhust $p_0$**

### 6.3.2 Keha kiirus ja kulu tagastataval voolamisel

Sisenegu termodünaamiline keha düüsi nullkiirusega ($w_1 = 0$). Düüsist väljumisel on keha kiirus tagastataval voolamisel võrrandi (6-12) kohaselt

$$w_2 = \sqrt{-2\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p}\,. \tag{6-45}$$

Vedeliku erimaht sõltub rõhust vähe, mistõttu

$$-\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p = v(p_1 - p_2)$$

ning keha kiirus düüsi väljumisavas

$$w_2 = \sqrt{2v(p_1 - p_2)}\,. \tag{6-46}$$

Isoentroopsel voolamisel on sobiv düüsist väljuva keha kiirus arvutada valemi (6-17) abil:

$$w_2 = \sqrt{2\Delta h} = \sqrt{2(h_1 - h_2)}\,. \tag{6-47}$$

Kui kasutada (mõõta) isoentroopset soojuslangu $\Delta h$ kJ/kg, siis

$$w_2 = 44{,}8\sqrt{\Delta h}\ \mathrm{m/s}. \tag{6-48}$$

Ideaalgaasi puhul kasutatav isoentroopne soojuslang $\Delta h$ on ekvivalentne tehnilise tööga ja avaldatav valemitega (3-51), (3-52) ja (3-54). Nendest lähtudes on düüsist väljuva ideaalgaasi kiirus

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\mathrm{R}T_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}. \tag{6-49}$$

Voolusel on düüsi väljumisavas suurim kiirus siis, kui rõhk $p_2 = 0$. Seega maksimaalne kiirus

$$w_{\max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}p_1v_1} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\mathrm{R}T_1}\,. \tag{6-50}$$

Düüsi läbiva keha kuluarvutus lähtub pidevusvõrrandist

$$M = \frac{F_2w_2}{v_2}. \tag{6-51}$$

Ka siin nagu eespoolgi tähistab parameetreid düüsi sisenemisel indeks 1 ja düüsist väljumisel indeks 2. Ideaalgaasi korral (valem (3-44))

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}$$

ja

$$M = \frac{F_2}{v_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} =$$

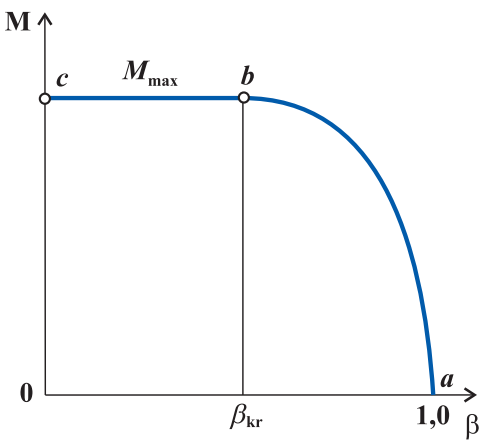
$$= F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \qquad (6\text{-}52)$$

Viimane valem seob omavahel isoentroopsel voolamisel düüsi läbiva ideaalgaasi kulu düüsi väljumisava ristlõikepinnaga, gaasi parameetritega düüsi ees ja rõhuga düüsi väljumisavas.

Olgu ümbruskeskkonna rõhu (vasturõhu) ja düüsi siseneva termodünaamilise keha rõhu suhe $\beta = p_0/p_1$, mida võib nimetada dimensioonita vasturõhuks.

Kuidas mõjutab dimensioonita vasturõhk $\beta$ kitsenevat düüsi läbiva keha kulu, nähtub üldkujul jooniselt 6.4 gaasilise keha kohta. Kui $\beta = 1$, siis rõhuvahe puudub ja düüsi läbiva gaasi kulu $M = 0$ (punkt *a*). Dimensioonita vasturõhu langusel kulu $M$ suureneb ning jõuab suurima väärtuseni teatud $\beta$ juures (punkt *b*). Edasisel $\beta$ langusel jääb gaasikulu muutumatuks (joon *bc*).

Nimetame dimensioonita vasturõhu, millest madalamal väärtusel düüsi läbiva gaasi kulu jääb muutumatuks, kriitiliseks dimensioonita vasturõhuks $\beta_{kr}$. Piirkonnas $\beta \geq \beta_{kr}$ (joon *ab*) võrdub rõhk düüsi väljumisavas vasturõhuga, ühtlasi ka $\beta = p_0/p_1 = p_2/p_1$. Kõik keha olekuparameetrid omandavad kriitilise väärtuse ja vooluse kiirus võrdsustub kohaliku helikiirusega, kui $\beta \leq \beta_{kr}$ ($p_0 \leq p_{kr}$). Siis ei ole võimalik vasturõhku langetades suurendada düüsi läbiva gaasi kulu, sest selles piirkonnas tõkestab kulu suurendamist kriitiline rõhk düüsi väljumisavas (joonis 6.3).




**Joonis 6.4. Kitsenevat düüsi läbiva gaasi kulu sõltuvus rõhusuhtest *β***

Leidmaks $p_{kr}$ ja $\beta_{kr}$ väärtust, diferentseerime avaldist (6-52) rõhkude $p_2/p_1$ suhte järgi ja võrdsustame tulemuse nulliga (ekstreemtingimus).

Et

$$F_2\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}} = konst,$$

siis

$$\frac{2}{k}\beta^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k}\beta^{\frac{1}{k}} = 0.$$

Viimase võrrandi lahend

$$\beta_{kr} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{6-53}$$

ehk

$$p_{kr} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{k}{k-1}} p_1. \tag{6-54}$$

Tulemusest selgub, et dimensioonita vasturõhk sõltub ideaalgaasi korral ainult adiabaadi astendajast $k$, s.o isobaarse ja isohoorse erisoojuse suhtest, mille väärtuse teatavasti määrab aatomite arv molekulis. Kaheaatomilisele gaasile $\beta_{kr} = 0{,}53$, kolmeaatomilisele gaasile $\beta_{kr} = 0{,}55$.

Valemi (6-53) abil saab avaldada ideaalgaasi voolamise kriitilise erimahu ja temperatuuri

$$v_{kr} = \beta_{kr}^{-\frac{1}{k}} v_1 = \left(\frac{1+k}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} v_1 \tag{6-55}$$

ja

$$T_{kr} = \beta_{kr}^{\frac{k-1}{k}} T_1 = \frac{2}{1+k} T_1. \tag{6-56}$$

Kriitiline kiirus

$$w_{kr} = a = \sqrt{k p_{kr} v_{kr}} = \sqrt{\frac{2k}{1+k}\mathrm{R}T_1}. \tag{6-57}$$

Düüsi läbiva gaasi kulu piirkonnas $\beta \le \beta_{kr}$

$$M_{max} = F_{kr}\frac{w_{kr}}{v_{kr}} = F_{kr}\left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{1}{k-1}}\sqrt{\frac{2k}{1+k}\frac{p_1}{v_1}}. \tag{6-58}$$

Düüsi kujundamisel on dimensioonita vasturõhul $\beta$ oluline tähtsus. Kui $\beta > \beta_{kr}$, tuleb kasutada kitsenevat düüsi. Siis ei ületa gaasi kiirus düüsi üheski ristlõikes kohalikku helikiirust. Kitseneva düüsi väljumisavas on kehal $\beta \le \beta_{kr}$ korral kriitiline kiirus, mis on ühtlasi suurim võimalik kiirus antud düüsitüübi puhul. Suhte $\beta$ alanemisel kasvab düüsi läbiva gaasi massikulu, kuni $\beta$ saavutab kriitilise väärtuse. Suhte $\beta$ langemisel allapoole kriitilist väärtust kulu enam ei muutu.

Kui $\beta < \beta_{kr}$, tuleb kriitilisest suurema kiiruse saavutamiseks kasutada Lavali düüsi. Düüsi ristlõikes $F_{min}$ on sel juhul kriitilised olekuparameetrid ja kriitiline kiirus. Lavali düüsi sisenemisavast kuni väikseima ristlõikeni kasvab keha kiirus algväärtusest kriitilise kiiruseni. Pärast väikseimat ristlõiget ületab keha kriitilise kiiruse, saavutades suurima kiiruse väljumisavas.

Esitame düüsi põhimõttelise arvutusskeemi, kui keha voolab isoentroopselt. Düüsi arvutamise eesmärk on kas seda läbiva gaasi kulu või düüsi iseloomulike mõõtmete määramine.

*Kitsenev düüs, kui* $\beta > \beta_{kr}$. Düüsist väljuva keha kiiruse arvutusvalemiks sobib (6-49), kulu jaoks aga valem (6-51) või (6-52). Seejuures $F_{min} = F_2$. Kui otsitavaks on düüsi väljumisava ristlõige, kasutatakse neidsamu valemeid.

*Kitsenev düüs, kui* $\beta \le \beta_{kr}$. Düüsist väljuva keha kiirus ei sõltu rõhusuhtest $\beta$, vaid on võrdne kriitilise kiirusega ja arvutatav valemiga (6-57). Keha kulu või düüsi väljumisava ristlõikepind leitakse valemiga (6-58).

*Laienev düüs, kui* $\beta \le \beta_{kr}$. Düüsist väljuva keha kiirus on arvutatav valemiga (6-49), kulu aga kriitiliste parameetrite ja väikseima ristlõike kaudu valemiga (6-58). Sama valemi abil saab määrata ka $F_{min}$. Düüsi väljumisava ristlõike arvutamiseks sobib kasutada valemit

$$F_2 = M \frac{v_2}{w_2}. \tag{6-59}$$

Kui keha algkiirus $w_1$ erineb nullist, tuleb seda arvestada. Selleks asetame ideaalgaasi düüsist väljumise kiiruse arvutusvalemi

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + \frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

valemisse (6-51):

$$M = F_2 \sqrt{\frac{w_1^2}{v_1^2} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} + \frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \tag{6-60}$$

Tähistame juhtumi $w_1 \neq 0$ jaoks rõhusuhte $\beta_* = p_0/p_1$. Suhte $\beta_*$ leidmiseks diferentseerime avaldist (6-60) rõhkude suhte $p_2/p_1$ järgi ja võrdsustame tulemuse nulliga:

$$\frac{2}{k}\frac{w_1^2}{v_1^2}\beta_*^{\frac{2-k}{k}} + \frac{2k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left(\frac{2}{k}\beta_*^{\frac{2-k}{k}} - \frac{1+k}{k}\beta_*^{\frac{1}{k}}\right) = 0,$$

mille lahend

$$\beta_{*\mathrm{kr}} = \left(1+\frac{k-1}{k}\frac{w_1^2}{2p_1v_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}\left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(1+\frac{k-1}{k}\frac{w_1^2}{2p_1v_1}\right)\beta_{\mathrm{kr}}. \qquad (6\text{-}61)$$

Järelikult $\beta_{*\mathrm{kr}} > \beta_*$. See tulemus näitab, et dimensioonita vasturõhk sõltub gaasi kiirusest düüsi sisenemisel, tõustes kiiruse suurenedes.

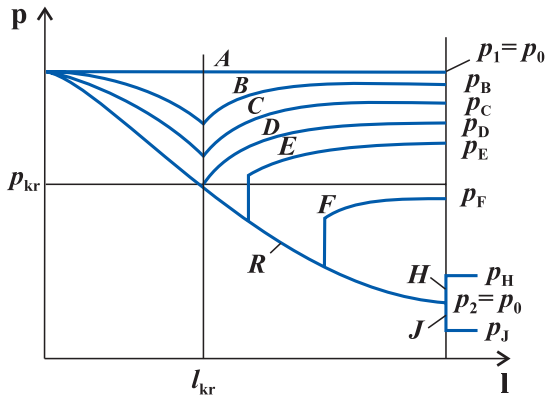
### 6.3.3 Voolamise režiimid düüsis

Alljärgnevas käsitleme ümbruskeskkonna rõhu (vasturõhu) $p_0$ mõju gaasi voolamisele düüsis. Esialgu on vaatluse all kitsenev düüs, seejärel Lavali düüs.

*Kitsenev düüs*. Kui $p_1 = p_0$, siis puudub vool läbi düüsi. Gaas hakkab düüsi kaudu voolama, kui rõhk $p_0$ langeb rõhust $p_1$ allapoole. Seni kuni voolukiirus düüsi väljumisavas ei ületa helikiirust, voolab gaas alakriitilises piirkonnas. Piki düüsi langeb rõhk sujuvalt kuni rõhuni $p_2$ väljumisavas, mis on võrdne vasturõhuga $p_0$. Vasturõhu $p_0$ langedes suureneb düüsi läbiva gaasi kulu ning Machi arv düüsi väljumisavas tõuseb, ühtlasi jaotub rõhk piki düüsi ümber. Vasturõhu jätkuval alanemisel saabub olukord, kus väljumisavas Machi arv Ma = 1, voolukiirus seal võrdsustub helikiirusega ja rõhk kriitilise rõhuga. Edasine vasturõhu langus ei mõjuta enam voolamisrežiimi düüsis, rõhujaotust ega düüsi läbiva gaasi kulu – voolus „riivistub" (düüs „lukustub") ning gaas jätkab paisumist ümbruskeskkonna rõhuni juba väljaspool düüsi.

*Lavali düüs*. Kui rõhk düüsi sisenemisel on püsiv, siis rõhujaotust piki Lavali düüsi vasturõhu $p_0$ eri väärtustel (vasturõhk $p_0$ on siin üldtähenduslik) näitab joonisel 6.5 esitatud graafik (tähed joontel tähistavad vasturõhule vastavat voolamisrežiimi). Juhul kui $p_0 = p_A = p_1$, siis voolamist düüsist ei toimu (rõhtjoon *A*). Joon *R* esindab arvutuslikku voolamisrežiimi, rõhk $p_2$ düüsi väljumisavas ja vasturõhk $p_0$ on võrdsed ($p_0 = p_2 < p_{\mathrm{kr}}$). Kui vasturõhk $p_B > p_{\mathrm{kr}}$ (joon *B*), siis ei küüni voolamise kiirus üheski düüsi osas kriitiliseni. Kiirus on suurim ja rõhk madalaim düüsikaelas, düüsi laienev osa töötab difuusorina, vooluse rõhk tõuseb ja kiirus langeb piki kanalit.

Vasturõhu langedes väärtuseni $p_0 = p_C$ (joon *C*) jääb voolus alakriitiliseks, kiirus ja kulu aga kasvavad. Kui vasturõhk alaneb veelgi, kasvab Machi arv düüsikaelas ja võrdsustub teatud $p_0$ korral ühega (Ma = 1, joon *D*). Kiirus on jätkuvalt suurim ja rõhk madalaim düüsikaelas, düüsi laienevas osas aga rõhk piki kanalit kasvab ja kiirus kahaneb. Vasturõhk allpool $p_D$ väärtust (allpool joont *D*) ei suurenda enam düüsi läbiva gaasi kulu, düüs „lukustub". Düüsi kitsenevas osas voolamise olukord ei muutu.




**Joonis 6.5. Vasturõhu mõju rõhu jaotusele Lavali düüsis**

Teatud vasturõhul (nt joonele *E* vastav $p_0 > p_{kr}$) jätkab gaas pärast düüsikaela läbimist esialgu paisumist laienevas osas, voolu kiirenedes üle kriitilise kiiruse nii nagu arvutuslikul voolamisrežiimilgi (mööda joont *R*), kuni teatud kaugusel düüsikaelast leiab aset vooluse parameetrite hüppeline muutus, nn frontaalne tihendushüpe. Nüüd tõusevad rõhk ja tihedus järsult ning kiirus langeb hüppeliselt ülekriitilisest alakriitilisse piirkonda. Kuna pärast hüpet on kiirus alakriitiline, siis düüsi hüppejärgses laienevas osas voolus aeglustub ja rõhk piki kanalit tõuseb, kuni võrdsustub väljumisristlõikes keskkonna rõhuga.

Vasturõhu $p_0$ edasine langetamine (joon *F*, $p_0 < p_{kr}$) ei muuda vooluse üldiseloomu, kuid nihutab hüppefrondi lähemale väljumisavale, kuni vasturõhu $p_0$ teatud väärtusel on hüppefront nihkunud väljumisavasse (joon *H*). Viimasel juhul toimub rõhu tõus ja kiiruse langus juba väljaspool düüsi. Düüsi kitsenevas osas kuni düüsikaelani, kus Ma = 1, on voolukiirus alla kriitilise. Voolamine düüsi laienevas osas toimub aga ülekriitilises piirkonnas. Düüsisisene rõhu muutus jälgib joont *R*.

Kui rõhk $p_0$ on võrdne rõhuga $p_2$ (arvutuslik režiim), siis ei toimu rõhuhüpet düüsi sees ega väljaspool. Kui vasturõhk langeb rõhult $p_H$ rõhuni $p_J$ (joon *J*), ei mõjuta seegi düüsisisest voolamist. Düüsist väljuva gaasi rõhu langus ja võrdsustumine ümbruskeskkonna rõhuga toimub väljaspool düüsi.

### 6.3.4 Energiakadu tagastamatul adiabaatsel voolamisel

Termodünaamilise keha adiabaatne voolamine reaalses düüsis ei ole siiski isoentroopne, toimivad hõõrdejõud aine viskoossusest, sisepinna karedusest jms. Hõõrdejõudude ületamine vajab alati energiat, hõõrdejõudude ületamiseks sooritatav töö kandub hõõrdesoojusena üle kehale, mille entroopia selle tagajärjel kasvab

$$\Delta s = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\mathrm{d}q_\mathrm{h}}{T}$$

võrra.

Keha tagastamatu adiabaatne voolamine on kujutatud joonisel 6.6 *hs*-diagrammina. Eeldatakse, et keha siseneb düüsi kiirusega $w_1 = 0$.

Kui voolamine on hõõrdevaba, seega tagastatav adiabaatne (isoentroopne), siis kujutab protsessi *hs*-diagrammil püstjoon *1 2* isobaarjoonte $p_1$ ja $p_2$ vahel. Kiiruse $w_2 = \sqrt{2\Delta h}$ düüsi väljumisavas määrab entalpiavahe $\Delta h = h_1 - h_2$, kus $h_1$ tähistab keha entalpiat düüsi sisenemisel ja $h_2$ düüsist väljumisel (isoentroopsel voolamisel). Tegelikku, hõõrdejõudude tööst mõjustatud tagastamatut adiabaatset protsessi kujutab diagrammil joon *1 2*'. See kulgeb küll samade isobaaride $p_1$ ja $p_2$ vahel, kuid kandub *hs*-diagrammil isoentroobi joonest paremale, lõppedes punktis *2*', kuna ilmneb entroopia kasv hõõrdumisest. Kiiruse $w_2' = \sqrt{2\Delta h'}$ düüsi väljumisavas määrab entalpialang $\Delta h' = h_1 - h_{2'}$.

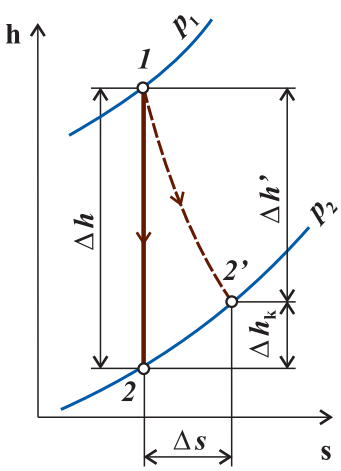
Adiabaatse protsessi tagastamatusest tingituna jääb nüüd vooluse entalpia $h_{2'}$ düüsist väljumisel kõrgemaks, kui see oleks isoentroopsel voolamisel, seega $\Delta h' < \Delta h$, samuti on voolamine düüsi väljumisavas sel juhul aeglasem ($w_2' < w_2$).

Niisiis kärbib tagastamatul adiabaatsel voolamisel hõõrdejõudude ületamiseks kulutatud töö kineetiliseks energiaks muunduvat isoentroopset entalpialangu entalpiavahe $\Delta h_k = h_2' - h_2$ võrra. Seda vahet nimetatakse ka voolamise energiakaoks. See on energia osa, mis ei muundu kineetiliseks energiaks.

Tagastamatul voolamisel düüsist väljuva keha kiiruse suhe kiirusesse tagastataval voolamisel on tuntud kui kiirustegur

$$\varphi = \frac{w_2'}{w_2}. \tag{6-62}$$

Kiirustegur sõltub peamiselt düüsis voolava keha viskoossusest, düüsi sisepinna karedusest ja düüsi kujundusest (mõõtmetest). Teguri $\varphi$ väärtuse piirid tehniliselt siledapinnalisele düüsile on 0,94–0,98.




**Joonis 6.6. Termodünaamilise keha adiabaatne voolamine *hs*-diagrammil**

Seega tagastamatul adiabaatsel voolamisel keha kiirus düüsist väljumisel

$$w_2' = \varphi w_2 = \varphi\sqrt{2\Delta h}. \tag{6-63}$$

Energiakadu voolamisel on avaldatav düüsist väljuva joa kineetilise energia vahena tagastataval ja tagastamatul voolamisel:

$$\Delta h_{\mathrm{k}} = h_{2'} - h_2 = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w'^2}{2} = (1-\varphi^2)\frac{w_2^2}{2} = \xi\frac{w_2^2}{2}. \tag{6-64}$$

Kineetilise energia kaoteguri $\xi$ ja kiirusteguri vaheline seos:

$$\xi = \frac{\Delta h_{\mathrm{k}}}{\Delta h} = 1-\varphi^2. \tag{6-65}$$

Voolamise täiuslikkust düüsis on energiakaoteguri kõrval võimalik hinnata ka düüsi kasuteguriga $\eta_{\mathrm{d}}$, mis võrdleb tagastamatus adiabaatses voolamisprotsessis düüsis kineetiliseks energiaks muundunud entalpiat keha isoentroopse voolamise entalpialanguga:

$$\eta_{\mathrm{d}} = \frac{\Delta h'}{\Delta h} = \frac{w'^2}{w^2}. \tag{6-66}$$

Düüsi kasuteguri, energiakaoteguri ja kiirusteguri vaheline seos väljendub kujul

$$\eta_{\mathrm{d}} = 1-\xi = \varphi^2. \tag{6-67}$$

Termodünaamilise keha entalpia düüsi väljumisavas, avaldatuna mainitud tegurite ja isoentroopse entalpialangu kaudu

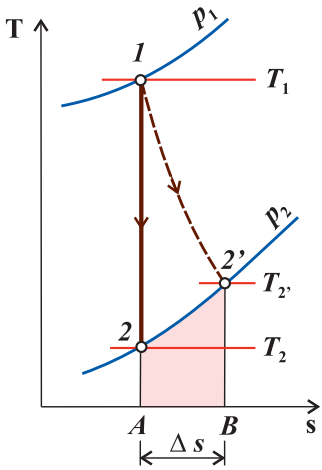
$$h_{2'} = h_2 + \xi\Delta h = h_2 + (1-\varphi^2)\Delta h = h_2 + (1-\eta_{\mathrm{d}})\Delta h. \tag{6-68}$$

Joonisel 6.7 on esitatud keha tagastamatu adiabaatne voolamine *Ts*-diagrammil. Nii nagu *hs*-diagrammilgi (joonis 6.6), väljendab joon *12* siingi keha isoentroopset paisumisprotsessi düüsis ja joon *12′* tagastamatut adiabaatset paisumist. Pindala $\square A12'BA$ näitab hõõrdejõudude ületamiseks vajalikku tööd, mis kandub kehale üle soojusena $q_{\mathrm{h}}$:

$$q_{\mathrm{h}} = \int_{(1)}^{(2')} T\mathrm{d}s.$$

Kehale ülekandunud hõõrdesoojus suurendab vooluse siseenergiat, mistõttu düüsist väljuva keha temperatuur (punkt *2′*) on kõrgem temperatuurist, mis tal oleks isoentroopsel paisumisel düüsis (punkt *2*)

Joonisel 6.7 kujutatud pindala $\square A22'BA$ esindab kineetilise energia kadu $\Delta h_{\mathrm{k}}$ keha tagastamatul adiabaatsel voolamisel düüsis (kuna isobaarjoone ja entroopiatelje vaheline pindala *Ts*-tasapinnal võrdub termodünaamilise keha entalpia muutusega siirdumisel olekust *2* olekusse *2′*, p 3.1.3).



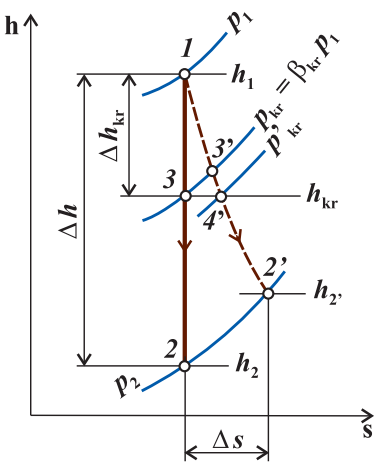

**Joonis 6.7. Termodünaamilise keha adiabaatne voolamine *Ts*-diagrammil**

Pindalade □*A22'BA* ja □*A12'BA* võrdlemine näitab, et $\Delta h_k < q_h$. Seega kineetilise energia kadu voolamisel on hõõrdesoojusest väiksem, moodustades osa soojusest $q_h$. Säärane nähtus termodünaamikas on nn protsessi sisemine tagastatavus. Joone *12'* kulgemisel ei ole düüsist väljuva keha kiiruse arvutamise seisukohalt mingit tähtsust, oluline on vaid punkti *2'* asukoht.

### 6.3.5 Tagastamatu voolamine Lavali düüsis

Vaatleme termodünaamilise keha parameetrite määramise põhimõtteskeemi tagastamatul adiabaatsel voolamisel Lavali düüsis. Eeldame, et düüsi läbib ideaalgaas.

Tähistagu joonisel 6.8 esitatud *hs*-diagrammil punkt *1* keha algolekut ja punkt *2* lõppolekut isoentroopsel voolamisel. Tagastamatut voolamist kujutagu punktiirjoon *1 2'*. Punkti *2'* asukoha määravad energiakaod düüsis (keha potentsiaalse energia osa, mis ei muutu düüsis kineetiliseks). Kiirus $w_2$ düüsi väljumisavas on üldjuhul arvutatav valemiga (6-63), ideaalgaasi korral võib selle arvutamiseks kasutada seost (6-49).




**Joonis 6.8. Termodünaamilise keha parameetrite määramise skeem tagastamatul adiabaatsel voolamisel Lavali düüsis**

Arvutamaks düüsi väljumisava ristlõikepinda $F_{2'}$ vajatakse teavet keha erimahu kohta punktis *2'*. Clapeyroni võrrandi põhjal

$$v_{2'} = \frac{\mathrm{R}T_{2'}}{p_2}.$$

Määrame temperatuuri düüsi väljumisavas energiavõrrandist lähtudes:

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_{2'} + \frac{w'^2}{2}. \tag{6-69}$$

Ideaalgaasi korral $h = c_pT$, siis

$$T_{2'} = T_2 + \frac{(1-\varphi^2)\,w_2^2}{2c_\mathrm{p}} = T_2 + \frac{k-1}{k}\frac{\xi w_2^2}{2\mathrm{R}}, \tag{6-70}$$

sest

$$\xi = 1 - \varphi^2$$

ja

$$c_\mathrm{p} = \frac{k\,\mathrm{R}}{k-1}.$$

Joonisel on voolamise kriitilisele rõhule $p_{\mathrm{kr}}$ vastav isobaarjoon, mille võib ideaalgaasi korral avaldada valemiga (6-54). Isobaari $p_{\mathrm{kr}}$ lõikumine isoentroobiga *12* määrab kriitilise entalpia $h_{\mathrm{kr}}$ (punkt *3*) ja kriitilise entalpialangu $\Delta h_{\mathrm{kr}}$. Vaatamata sellele, et tagastamatul voolamisel valitseb düüsi minimaalristlõikes kriitiline rõhk (punkt *3'*), jääb kiirus entalpialanguga $\Delta h_{\mathrm{kr}}$ määratud kriitilisest kiirusest väiksemaks.

Seega ei saa termodünaamilisel kehal olla düüsi minimaalristlõikes kriitilist kiirust ning ta peab jätkama paisumist. Kriitiline kiirus saabub alles teatud kaugusel minimaalsest ristlõikest (punkt *4'*). Niisiis, keha tagastamatu adiabaatse voolamise puhul ei ühti düüsi minimaalne ristlõige kriitilise ristlõikega, s.t lokaalse helikiiruse asukohaga. Viimane sõltub energiakao suurusest. Rõhk düüsi kriitilises ristlõikes $p'_{\mathrm{kr}} < p_{\mathrm{kr}}$.

Gaasi termilised olekuparameetrid punktis *3'*

$$p_{\mathrm{kr}} = \beta_{\mathrm{kr}} p_1,$$

$$v_{3'} = \frac{\mathrm{R}T_{3'}}{p_{\mathrm{kr}}},$$

$$T_{3'} = T_3 + \frac{k-1}{k}\frac{(1-\varphi^2)\,w_{\mathrm{kr}}^2}{2\mathrm{R}}.$$

Düüsi minimaalne ristlõige

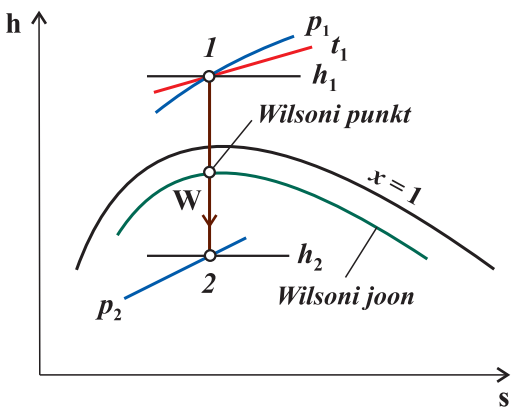
$$F_{\min} = M \frac{v_{3'}}{\varphi w_{\mathrm{kr}}}.$$

### 6.3.6 Auru voolamine

Düüsi tööpõhimõte auru potentsiaalse energia muundamisel kineetiliseks on sama mis gaasi puhul. Kasutuses on nii kitsenevad kui ka Lavali düüsid. Olukorda komplitseerib asjaolu, et kui gaasiline keha on sageli käsitatav ideaalgaasina, mille entalpia on ainult temperatuuri funktsioon, siis auru entalpia määravad kaks olekuparameetrit – ülekuumendatud auru korral näiteks rõhk ja temperatuur. Lisaks sellele tuleb arvestada võimalust, et düüsis paisuva auru faas võib muutuda. Seetõttu tuleb auru voolamisega tegeldes sageli kasutada kas olekutabeleid ja -diagramme või arvutiprogramme.

Auru isoentroopne paisumine düüsis algusega ülekuumendatud auru piirkonnas ja jätkumisega niiske auru alas on kujutatud joonisel 6.9. Auru rõhk ja temperatuur paisumisel alanevad ja pärast piirkõvera läbimist hakkab aur kondenseeruma ning tekib niiske aur küllastunud auru ja vedelikupiiskade segu näol. Tegelikult ei tarvitse paisumine düüsis alati kirjeldatud viisil kulgeda. Auru kiirel voolamisel on auru viibimise aeg teatud temperatuuriga tsoonis liialt lühike, ebapiisav soojusülekandeks ning vedelikupiiskade tekkeks ei jätku aega. Kondenseerumisprotsessi algus hilineb ja aur jääb allajahutatud olekusse, mis on metastabiilne (sisemiselt tasakaalustamata).

Kiire paisumisprotsessi käigus langeb auru temperatuur tunduvalt allapoole tasakaalustatud kondenseerumisprotsessile omast temperatuuri. Temperatuuri langus märgatavalt allapoole kohalikule rõhule vastavat küllastustemperatuuri, ilma et moodustuksid vedelikupiisad, lükkab edasi intensiivse kondenseerumise alguse. Punkti, mis märgib paisuva auru kiire kondenseerumise algust, tuntakse Wilsoni punktina (punkt W joonisel 6.9) ning selliseid punkte ühendavat joont Wilsoni joonena.




**Joonis 6.9. Auru isoentroopne paisumine düüsis siirdumisel ülekuumendatud auru piirkonnast niiske auru alasse**

Wilsoni joone asukoha määravad auru algparameetrid düüsi sisenemisel. Seega hakkab aur kondenseeruma alles pärast Wilsoni joone ületamist. Veeauru korral vastab Wilsoni joonele enamasti auru kuivusaste 0,94–0,95.

Aurudüüside kujundamisel, nagu gaasilise keha voolamiselgi, on oluline kriitiline rõhusuhe $\beta_{kr} = p_{kr}/p_1$.

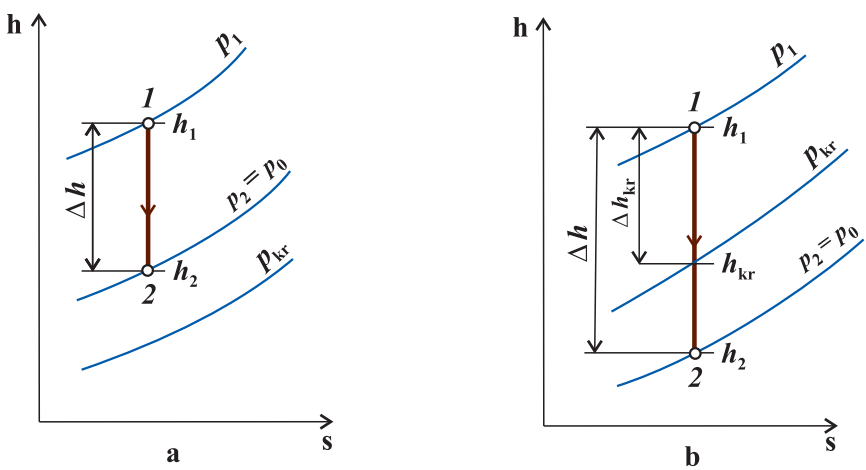
Vaatleme auru isoentroopset voolamist ja kriitilise rõhu $p_{kr}$ määramist nii kitsenevas kui ka Lavali düüsis eeldusel, et düüsi siseneva auru kiirus $w_1 = 0$. Kriitiline rõhk on auru algparameetritest sõltuv suurus.

*Kitsenev düüs*. Tähistagu punkt *1* joonisel 6.10 auru olekut düüsi sisenemisel. Isobaarjoon $p_0$ märkigu vasturõhku. Isoentroopset voolamist düüsis kujutab püstlõik *1 2*. Kui $p_0 > p_{kr}$ ($\beta > \beta_{kr}$), on auru kiirus düüsist väljumisel kriitilisest kiirusest väiksem ning kriitiline isobaarjoon paikneb joonest $p_0 = konst$ allpool (joonis 6.10a).

Sellisel juhul auru kiirus düüsi väljumisavas $w_2 = \sqrt{2\Delta h}$ ja aurukulu $M = (F_2 w_2/v_2)$. Kui $p_0 \le p_k$ ($\beta \le \beta_{kr}$), siis auru kiirus düüsist väljumisel võrdub kriitilise kiirusega ja on leitav kriitilise isoentroopse entalpialangu järgi valemiga $w_2 = \sqrt{2\Delta h_{kr}}$ (joonis 6.10b). Aurukulu aga määratakse valemiga $M = (F_2 w_{kr}/v_{kr})$.

Määramaks voolamispiirkonda ja kriitilist rõhku $p_{kr}$, tuleb võrrelda entalpialangu $\Delta h$ väärtust kriitilise entalpialanguga $\Delta h_{kr}$. Viimane on arvutatav valemist (6-19) lähtuvalt:

$$\Delta h_{kr} = h_1 - h_{kr} = -\frac{v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}{2}. \qquad (6\text{-}71)$$




**Joonis 6.10. Isoentroopse soojuslangu määramine *hs*-diagrammil:**
**a) kitsenev düüs, $\beta > \beta_{kr}$ ; b) Lavali düüs, $\beta < \beta_{kr}$.**

Valemis esineva osatuletise $(\partial p/\partial v)_s$ määramisel aine olekutabelite abil asendatakse diferentsiaalsuurused lõplike vahedega $\Delta p$ ja $\Delta v$, mispeale võrrand (6-71) võtab kuju

$$\Delta h_{\mathrm{kr}} = -\frac{v^2\left(\frac{\Delta p}{\Delta v}\right)_{\mathrm{s}}}{2}. \tag{6-72}$$

$\Delta p$ ja $\Delta v$ leidmiseks on sobiv kasutada minimaalseid intervalle olekutabelites.

Võrrandi (6-72) lahendi leidmiseks on otstarbekas rakendada meetodit, mille kohaselt otsitakse joonte

$$h_1 - h_{\mathrm{kr}} = \mathrm{F}_1(p)$$

ja

$$-\frac{v^2\left(\frac{\Delta p}{\Delta v}\right)_{\mathrm{s}}}{2} = \mathrm{F}_2(p)$$

lõikepunkti.

Kriitilise rõhu ligikaudseks määramiseks veeauru voolamisel võib kasutada $\beta_{\mathrm{kr}}$ väärtusi: ülekuumendatud aurule 0,55; kuivale küllastunud aurule 0,58.

*Lavali düüs*. Lavali düüsi korral $\beta < \beta_{\mathrm{kr}}$. See juhtum arvutuslikul voolamisrežiimil on kujutatud joonisel 6.10b *hs*-diagrammina. Kriitiline kiirus

$$w_{\mathrm{kr}} = \sqrt{2\Delta h}_{\mathrm{kr}}$$

ning aurukulu

$$M = \frac{F_{\min} w_{\mathrm{kr}}}{v_{\mathrm{kr}}}$$

(kui kulu on teada, sobib sama valem $F_{\min}$ määramiseks). Kiirus düüsi väljumisavas

$$w_2 = \sqrt{2\Delta h}\,.$$

Tagastamatul adiabaatsel voolamisel arvutatakse auru kiirus ja entalpia düüsi väljumisavas valemitega (6-63) ja (6-68). Kui düüsi sisenemise kiirus $w_1 \neq 0$, siis

$$h_{2'} - h_2 = (1-\varphi^2)\left(h_1 - h_2 + \frac{w_1^2}{2}\right)$$

ning

$$h_{2'} = (1-\varphi^2)\left(h_1 + \frac{w_1^2}{2}\right) + \varphi^2 h_2\,. \tag{6-73}$$

## 6.4 Termodünaamilise keha drosseldamine

### 6.4.1 Adiabaatne drosseldamine

Adiabaatne drosseldamine (muljumine) kujutab endast termodünaamilise keha tagastamatut, suhteliselt järsku üleminekut kõrgemalt rõhult madalamale rõhule soojuslikult isoleeritud tingimustes, välistööd tegemata. Drosseldusprotsessi tüüpiline näide on keha ahenev voolamine läbi mingi kohttakistuse, näiteks läbi avaga ketta (joonis 6.11). Rõhulang $\Delta p = p_1 - p_2$ sõltub takistuse olemusest, keha kiirusest ja olekuparameetritest, olles üldiselt seda suurem, mida väiksem on ristlõigete suhe $F'/F''$. Drosseldust kasutatakse vedeliku- ja gaasikulu reguleerimisel, kulu mõõtmisel, turbiinmasinate töö reguleerimisel, jahutus- ja külmutusseadmetes jne.

Et keha adiabaatsel drosseldamisel tehnilist tööd ei tehta ja ka välissoojusvahetus puudub ($q = 0$), siis valemi (6-15) põhjal (kui $w_1 = w_2$)

$$h_1 = h_2 . \tag{6-74}$$

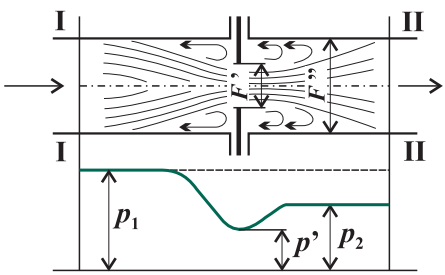
Siin tähistavad indeksid 1 ja 2 vooluse parameetreid enne ja pärast drosseldamist (kanali stabiilse voolusega ristlõikes). Kiiruse $w_1$ ja $w_2$ võrdsus on praktiliselt alati täidetud. Tingimus $h_1 = h_2$ ei tähenda aga kaugeltki seda, et keha entalpia drosseldusprotsessis oleks püsiv takistuse mõju piirkonnas. Drosseli läbimisel keha kineetiline energia kasvab just entalpia languse arvel. Pärast takistuse läbimist hakkab keha entalpia taas tõusma võrdeliselt kineetilise energia kahanemisega.

Seega keha adiabaatne drosseldamine on termodünaamiliselt isoentalpne protsess, kuigi protsessi enda käigus entalpia muutub. Toodud väide kehtib ristlõigetele I ja II stabiliseerunud voolamise piirkonnas.

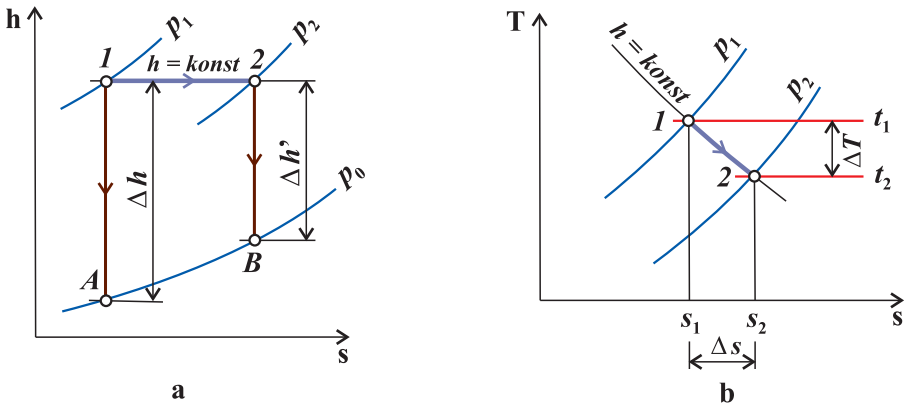
Lähtudes tingimusest $h = konst$ ($h_1 = h_2$), saab drosseldusprotsessi ilmekalt kujutada *hs*-diagrammil ning selles esineva temperatuurimuutuse ja töövõime kao väljendamiseks sobib *Ts*-tasapind (joonis 6.12). Keha drosseldusprotsessi iseloomustab *hs*-diagrammil keha alg- ja lõppoleku punkte ühendav rõhtsirge.

Võrrandi (2-222) kohaselt entroopia tuletis temperatuuri järgi entalpia püsiväärtusel

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{\mathrm{h}} = -\frac{v}{T}. \tag{6-75}$$




**Joonis 6.11. Termodünaamilise keha drosseldusprotsessi skeem**




**Joonis 6.12. Termodünaamilise keha drosselduprotsess *hs*- ja *Ts*-diagrammil**

Kuna erimaht ja temperatuur on alati positiivsed, siis valemi (6-75) järgi keha entroopia drosseldamisel alati kasvab rõhulangusest tingituna, vaatamata temperatuurimuutuse iseloomule protsessis (joonis 6.12b).

Eelnev drosseldamine vähendab termodünaamilise keha võimalikku tehnilist tööd isoentroopsel paisumisel (s.o keha töövõimet). Vertikaallõik *1A* (joonis 6.12a) kajastab keha isoentroopsel paisumisel tehtavat võimalikku tehnilist tööd, kui protsess kulgeb algolekust tasakaalu ümbruskeskkonna rõhuga $p_0$.

Protsess *12B* väljendab keha eelnevat drosseldamist rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$ ning sellele järgnevat isoentroopset paisumist ümbruskeskkonna rõhuni. Kuna $\Delta h' < \Delta h$, siis sellest on otseselt näha keha töövõime kadu drosseldamisest. Keha töövõime väheneb $\Delta h_k = \Delta h - \Delta h'$ võrra.

## 6.4.2 Joule'i-Thomsoni efekt

Adiabaatsel drosseldamisel keha rõhk langeb, entroopia kasvab, entalpia aga jääb lõpptulemusena muutumatuks. Temperatuur võib muutuda, muutuse iseloom aga sõltub keha omadustest ja algparameetritest.

Termodünaamilise keha temperatuuri käitumine drosseldamisel on seotud Joule'i-Thomsoni efektiga, mida iseloomustab adiabaatne drosseldustegur ehk diferentsiaal-drosselefekt, tuntud ka kui Joule'i-Thomsoni tegur

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h . \qquad (6\text{-}76)$$

Joule'i-Thomsoni tegur sõltub ainult termodünaamilise keha omadustest ja on funktsioon keha olekuparameetritest. Seega on $\alpha_i$ keha termodünaamiline omadus. Teguri $\alpha_i$ väärtused antakse aine termodünaamiliste omaduste tabelis.

Kui $\alpha_i < 0$, siis drosseldamisel keha temperatuur tõuseb, $\alpha_i > 0$ korral aga langeb. Keha drosseldamine ei kutsu mingit temperatuurimuutust esile, kui $\alpha_i = 0$.

Joule'i-Thomsoni tegur väljendab aine *Tp*-olekudiagrammil püsientalpiajoone kallet. Joonisel 6.13 on kujutatud aine temperatuuri rõhuolenevuse üldjuhtum entalpia püsiväärtusel.

Peame meeles, et keha drosseldamisel jääb entalpia samaks, kuid rõhk alati langeb ning protsess kulgeb *Tp*-diagrammil paremalt vasakule. Keha algrõhu alanedes kuni kõvera maksimumpunktini drosseldamisel temperatuur tõuseb ($\alpha_i < 0$), maksimumpunktist vasakule jäävas osas aga temperatuur langeb ($\alpha_i > 0$). Kui drosseldatava keha parameetrid vastavad maksimumpunkti parameetritele, siis drosseldamisel temperatuur ei muutu ($\alpha_i = 0$). Maksimumpunkti vaadeldaval kõveral tuntakse inversioonipunktina.

Temperatuurimuutus termodünaamilise keha drosseldamisel Joule'i-Thomsoni teguri kaudu

$$\Delta T_i = T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \alpha_i \, \mathrm{d}p = \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h \mathrm{d}p . \tag{6-77}$$

Temperatuurimuutust $\Delta T_i$ keha drosseldamisel rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$ nimetatakse integraalseks drosselefektiks.

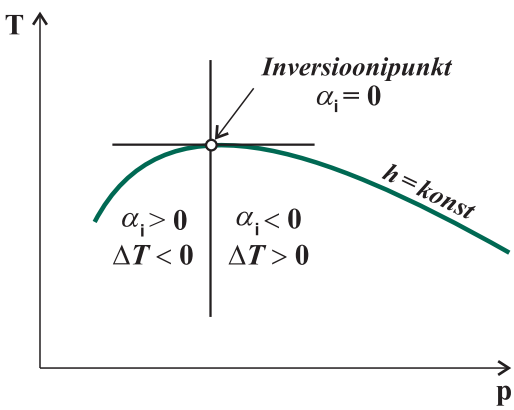
Kui Joule'i-Thomsoni tegur on püsisuurus ($a_i = konst$), siis

$$\Delta T_1 = \alpha_i \left( p_1 - p_2 \right). \tag{6-78}$$

Viimane valem on kasutatav rõhumuutuse väikeses intervallis.

Seosest (2-157) järeldub, et

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}. \tag{6-79}$$




**Joonis 6.13. Püsientalpiajoone kuju ja inversioonipunkt aine *Tp*-diagrammil**

Valemit (6-79) nimetatakse Joule'i-Thomsoni efekti võrrandiks.

Ideaalgaasi puhul

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{R}}{p}$$

ja valemi (6-79) põhjal $\alpha_{\mathrm{i}} = 0$, mis tähendab, et ideaalgaasi drosseldamisel temperatuur ei muutu. Seetõttu kehtib ka ideaalgaasi isotermi võrrand

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 .$$

Keha temperatuurimuutuse suund sõltub valemi (6-79) liikme

$$\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - v\right]$$

märgist.

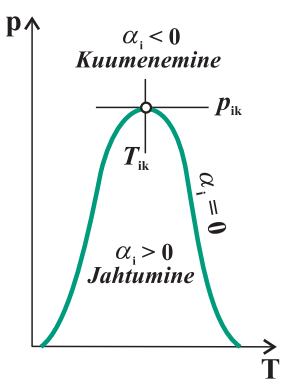
Kuna drosseldamisel alati d$p < 0$, siis

d$T < 0$ (temperatuur langeb), kui $\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - v\right] > 0$;

d$T > 0$ (temperatuur tõuseb), kui $\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - v\right] < 0$;

d$T = 0$ (temperatuur ei muutu), kui $\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - v\right] = 0$.

Inversioonipunkte ühendavat joont tuntakse inversioonikõverana. Keha inversioonikõvera üldkuju $pT$-diagrammil on joonisel 6.14. Kui keha algparameetritele vastab inversioonikõvera sisemine ala, langeb temperatuur drosseldamisel, kui neile vastab aga inversioonikõverat ümbritsev (väline) piirkond, siis temperatuur tõuseb. Sageli vastab antud rõhule kaks inversioonitemperatuuri, üks nendest asub vedel-, teine aga aurufaasi piirkonnas.




**Joonis 6.14. Inversioonikõver**

Inversioonikõvera maksimumpunkti nimetatakse inversiooni kriitiliseks punktiks. Kui keha algrõhk on kriitilisest inversioonirõhust kõrgem, siis temperatuur drosseldamisel alati tõuseb. Inversiooni kriitilise punkti koordinaadid on leitavad tingimusest (valem (6-79))

$$T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} - v = 0. \tag{6-80}$$

Diferentseerime toodud võrrandit temperatuuri järgi, käsitades temperatuuri rõhufunktsioonina:

$$T\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} - \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathrm{ik}} = 0. \tag{6-81}$$

Kuna inversiooni kriitilises punktis $(\partial p/\partial T)_{\mathrm{ik}} = 0$, siis viimase võrrandi põhjal kehtib ka tingimus

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} = 0.$$

Kui on teada termodünaamilise keha termiline olekuvõrrand, on inversioonikõver määratav ka analüütiliselt. Kui keha allub näiteks van der Waalsi võrrandile, siis

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{R}(v-b)}{\mathrm{R}T - \dfrac{2a}{v^3}(v-b)^2}. \tag{6-82}$$

Arendame viimase avaldise $1/v$ astmete järgi ritta, jättes arvestamata teist ja kõrgemat järku liikmed, siis

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{v}{T}\left(1 - \frac{b - \dfrac{2a}{\mathrm{R}T}}{v}\right). \tag{6-83}$$

Asetame võrrandiga (6-83) määratud suuruse $(\partial v/\partial T)_{\mathrm{p}}$ valemisse (6-79):

$$\alpha_{\mathrm{i}} = \frac{\dfrac{2a}{\mathrm{R}T} - b}{c_{\mathrm{p}}}. \tag{6-84}$$

Joule'i-Thomsoni teguri märk sõltub vahest

$$\frac{2a}{\mathrm{R}T} - b.$$

Kui molekulidevahelised tõmbejõud ületavad tunduvalt tõukejõude, siis $b << a$ ning $\alpha_{\mathrm{i}} > 0$ (drosseldamisel temperatuur alaneb). Juhul kui $b << a$, siis $\alpha_{\mathrm{i}} < 0$ (drosseldamisel temperatuur tõuseb).

Inversiooni kriitilise punkti koordinaatide leidmiseks diferentseerime avaldist (6-82) ning võrdsustame tulemuse nulliga:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{\mathrm{p}} = \frac{2a\mathrm{R}^2(v-b)^3(v-3b)}{v^4\left[\mathrm{R}T - \frac{2a}{v^3}(v-b)^2\right]^3} = 0.$$

Tingimus $(\partial^2 v/\partial T^2)_{\mathrm{p}} = 0$ on täidetud, kui $v_{\mathrm{ik}} = 3b$ ehk $v_{\mathrm{ik}} = v_{\mathrm{k}}$. Seega on inversioonikõvera maksimumpunktis keha erimaht võrdne aine kriitilise erimahuga.

Asendame $v_{\mathrm{ik}} = 3b$ võrrandisse (6-83) ja $(\partial v/\partial T)_{\mathrm{p}}$ avaldisse (6-80), siis

$$T_{\mathrm{ik}} = \frac{8}{9}\frac{a}{\mathrm{R}b} = 3T_{\mathrm{k}}.$$

Rõhk $p_{\mathrm{ik}}$ on leitav $v_{\mathrm{ik}}$ ja $T_{\mathrm{ik}}$ asendusega van der Waalsi võrrandisse. Viimase lahend

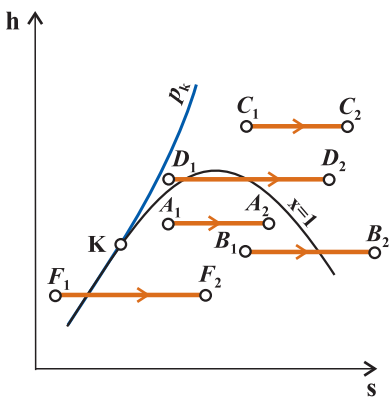
$$p_{\mathrm{ik}} = \frac{a}{3b^2} = 9p_{\mathrm{k}}.$$

Van der Waalsi gaasi inversioonikõver lõikab temperatuuritelge punktides $6{,}75T_{\mathrm{k}}$ ja $0{,}75T_{\mathrm{k}}$. Selleks et van der Waalsi gaas drosseldamisel jahtuks, peab gaasi algrõhk olema madalam kui $9p_{\mathrm{k}}$ ja temperatuur asetsema vahemikus $0{,}75T_{\mathrm{k}}$ kuni $6{,}75\ T_{\mathrm{k}}$.

Joonisel 6.15 on näidatud vee ja veeauru oleku muutus drosseldamisel erinevatest algolekutest lähtudes.

Niiske auru drosseldamisel selle kuivusaste suureneb ja temperatuur alaneb (joon $A_1A_2$) ning aur võib üle kuumeneda (joon $B_1B_2$).

Ülekuumendatud auru drosseldamisel kriitilise punkti lähikonnas (joon $D_1D_2$) muutub aur algul küllastunuks, seejärel niiskeks ning pärast seda taas ülekuumendatuks. Vesi võib drosseldamisel aurustuda (joon $F_1F_2$). Ülekuumendatud auru drosseldamisel võib aur jääda ülekuumendatud olekusse (joon $C_1C_2$).




**Joonis 6.15. Vee ja veeauru drosseldusprotsess *hs*-diagrammil**

Aine jahtumisnähtust adiabaatsel drosseldamisel kasutatakse madala temperatuuri saamiseks. Seejuures peavad keha algparameetrid asetsema piirkonnas $\alpha_i > 0$.

Madala temperatuuri saamise teine tuntud võimalus on kasutada keha adiabaatset paisumist. Samalaadselt Joule'i-Thomsoni teguriga võib keha adiabaatsel paisumisel esinevat jahtumist iseloomustada adiabaatse temperatuuriteguri abil:

$$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s . \tag{6-85}$$

Valemi (2-170) kohaselt

$$\alpha_s = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p}. \tag{6-86}$$

Valemite (6-79) ja (6-86) alusel

$$\alpha_s - \alpha_i = \frac{v}{c_p}. \tag{6-87}$$

Tulemusest järeldub, et keha jahtub enam adiabaatsel paisumisel kui adiabaatsel drosseldamisel. Seega tagab isoentroopne paisumine, kui süsteem teeb tööd, keha tugevama jahtumise adiabaatse drosseldamisega võrreldes. Kui $c_p \to \infty$, siis $\alpha_s = \alpha_i$. Seetõttu annab näiteks niiske auru adiabaatne drosseldamine adiabaatse paisumisega sama tulemuse. Tagastamatul adiabaatsel paisumisel alaneb keha temperatuur vähem kui tagastataval paisumisel. Tagastamatuse suurenedes $\alpha_s \to \alpha_i$.

Keha adiabaatne drosseldamine on üks drosseldusprotsessi võimalik juhtum, mida iseloomustab püsientalpia.

Tuntakse ka termodünaamilise keha isotermset drosseldamist. Protsessi isotermsuse saavutamiseks tagatakse keha lähtetemperatuur soojuse juurde- või äravooluga drosseldusprotsessi järel. Soojust antakse süsteemi või eemaldatakse sealt aine omadustest ja algparameetritest sõltuvalt. Isotermset drosseldusprotsessi iseloomustab isotermne drosselefekt

$$\alpha_T = -\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T , \tag{6-88}$$

mis näitab aine entalpia muutust rõhu langemisel isotermse drosseldusprotsessi jooksul.

Tuginedes valemile (2-157), saame avaldada

$$\alpha_T = T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v. \tag{6-89}$$

# TERMODÜNAAMILISE KEHA KOMPRIMEERIMINE. GAASIJÕUSEADMETE RINGPROTSESSID

## 7.1 Termodünaamilise keha komprimeerimine

### 7.1.1 Komprimeerimine üheastmelises kompressoris

Kompressor on masin termodünaamilise keha (gaasi, auru) kokkusurumiseks (komprimeerimiseks). Laiemas käsituses hõlmavad kompressormasinad veel ventilaatoreid, puhureid ja tinglikult ka pumpasid. Kompressorid ja pumbad on pidevalt töötavad seadmed, mis vajavad mingit käitusmootorit (jõuseadet), mis teeks tarviliku komprimeerimistöö.

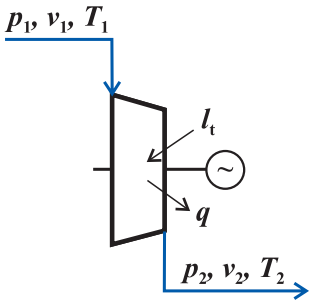
Tööpõhimõtte alusel tavatsetakse kompressorid jagada kolme gruppi.

- *Mahtkompressoreis* kantakse töö kokkusurutavale kehale üle mõne mehaanilise tööorgani kaudu otse, ilma vahepealsete muundusteta. Mahtkompressorite hulka kuuluvad eelkõige mitmekesised kolb- ja rotatsioonkompressorid.
- *Turbiinkompressoreis* toimub töö ülekanne komprimeeritavale kehale profileeritud töölabadega pöörlevalt rootorilt, kus töölabade kogum moodustab nn töövõre. Kokkusurutava keha liikumise põhisuuna järgi võib turbiinkompressorid jaotada tsentrifugaal- ja telgkompressoreiks.
- *Jugakompressoreis* kantakse töö komprimeeritavale kehale üle mingi teise keha kineetilise energia vahendusel.

Vaatamata sellele, et tööpõhimõttelt erinevad kompressoritüübid üksteisest järsult, on termodünaamilised protsessid nendes üsnagi samalaadsed (joonis 7.1).

Kompressorisse siseneb komprimeeritav keha algparameetritega $p_1$, $T_1$, $v_1$, ... ja väljub sealt parameetritega $p_2$, $T_2$, $v_2$, ... Termodünaamilise käsituse poolest on kompressor materiaalselt avatud süsteem, sest teda läbib pideva vooluna komprimeeritav keha. Süsteemi avatus osutab aga sellele, et keha kokkusurumiseks tarbitav töö (komprimeerimistöö) on termodünaamilises mõttes tehniline töö.

Komprimeerimisel kompressoris ei ole välistatud soojusvahetus ümbruskeskkonna ja komprimeeritava keha vahel.




**Joonis 7.1. Kompressori põhimõtteskeem**

Kompressormasina termodünaamilise analüüsi põhitaotlus on teha kindlaks kompressori tarbitav töö keha (gaasi) komprimeerimiseks algrõhult $p_1$ lõpprõhuni $p_2$.

Termodünaamilise keha ühe massiühiku (tavaliselt 1 kg) tagastatav komprimeerimine vajab (tehnilist) tööd

$$l_\mathrm{t} = -\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p. \tag{7-1}$$

Reaalses kompressoris vajab komprimeerimisprotsess lisaenergiat hõõrdejõudude ületamiseks, hõõrdetöö $l_\mathrm{h}$ omakorda kandub hõõrdesoojusena $q_\mathrm{h}$ komprimeeritavale kehale. Seejuures $l_\mathrm{h} = q_\mathrm{h}$. Öeldust järeldub, et tegeliku kompressori tarbitav töö keha kokkusurumiseks rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$ on hõõrdetöö võrra suurem kui tagastatava komprimeerimisprotsessi töö. Seega keha komprimeerimiseks vajalik töö

$$l'_\mathrm{t} = l_\mathrm{t} + l_\mathrm{h} = -\left(\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p + l_\mathrm{h}\right) = -\left(\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p + q_\mathrm{h}\right). \tag{7-2}$$

Kui keha kokkusurumisega kaasneb soojusvahetus ümbruskeskkonnaga, siis termodünaamika esimese seaduse kohaselt vajalik komprimeerimistöö

$$l'_\mathrm{t} = \left(h_1 - h_{2'}\right) + q, \tag{7-3}$$

kus $h_1$ – keha entalpia komprimeerimise algul, $h_{2'}$ – keha entalpia tegeliku komprimeerimisprotsessi lõpul, $q$ – protsessis ümbruskeskkonnaga vahetatav soojushulk.

Tagastatava protsessi korral

$$l_t = (h_1 - h_2) + q. \tag{7-4}$$

Valemiliige $h_1 - h_2$ väljendab termodünaamilise keha isoentroopseks kokkusurumiseks vajalikku tööd.

Kui keha loovutab komprimeerimisel soojushulga $q$ (kompressori jahutamisel on $q$ märgilt negatiivne), siis selle arvel ühtlasi väheneb ka keha komprimeerimistöö.

Piirjuhtumil, kui komprimeerimine on adiabaatne, siis soojushulk $q = 0$ ja tarbitav töö on maksimaalne. Tagastamatul adiabaatsel komprimeerimisel

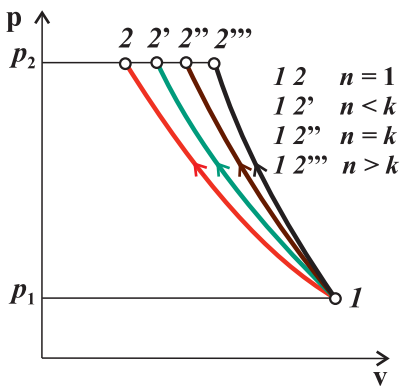
$$l'_t = h_1 - h_{2'}. \qquad (7\text{-}5)$$

Teisel piirjuhtumil, kompressori efektiivse jahutamise puhul, on komprimeerimine isotermne ja tarbitav töö minimaalne.

Termodünaamilise keha vajaliku komprimeerimistöö määrab protsessi loomus (valemid (7-1) ja (7-2)).

Kiirel komprimeerimisel ei täheldata olulist soojusvahetust ümbruskeskkonna ja kokkusurutava keha vahel, mistõttu selline komprimeerimine on ideaalsel juhul käsitatav isoentroopsena. Tegelikkuses on teatud soojusvahetus kokkusurutava keha ja ümbruskeskkonna vahel vältimatu, pealegi toimivad hõõrdejõud, mistõttu protsess ei ole enam isoentroopne. Sellist komprimeerimisprotsessi saab tinglikult käsitada kui polütroopset ja allutada see polütroopse protsessi võrrandile (3-63), mille astendaja keskväärtus $n \neq k$ ($k$ on adiabaadi astendaja). Säärane käsitlus on mõneti formaalne ja ligikaudne, kuna tegeliku komprimeerimisprotsessi käigus soojusülekande intensiivsus muutub ja koos sellega ka astendaja $n$ hetkväärtus. Juhul kui puudub üldse soojusvahetus keskkonna ja keha vahel, on komprimeerimine käsitatav formaalse polütroopse protsessina, kus $n > k$. Kui aga kompressorit intensiivselt jahutada, võiks protsessi ideaaljuhtumil vaadelda isotermsena. Tegelikes tingimustes, kus ei ole võimalik tagada protsessi täielikku isotermsust ja esineb hõõrdetöö, on komprimeerimine käsitatav polütroopse protsessina astendajaga $n < k$.

Komprimeerimistöö sõltub keha kokkusurumisprotsessi eripärast. Seda näitab ilmekalt joonis 7.2. Siin on *pv*-diagrammile kantud mõned võimalikud gaasi komprimeerimisprotsessid, kus rõhku tõstetakse $p_1$-lt $p_2$-ni. Keha komprimeerimistööd näitab pindala protsessijoone ja rõhutelje vahel. Nagu võiski eeldada, on energiavajadus väikseim isotermsel komprimeerimisel. Selline protsess nõuab soojuse pidevat eemaldamist, s.o kompressori sundjahutamist ehk jahutatavat kompressorit. Kasutatakse kas vedelik- või õhkjahutust.




**Joonis 7.2. Gaasi komprimeerimisprotsesside võrdlus *pv*-diagrammil**

Jahutamisega viiakse protsessist välja teatud soojushulk ning gaasi tagastamatu komprimeerimisprotsessi saab hõlpsasti taandada polütroopsele protsessile astendajaga $n < k$.

Kui astendaja $n > k$, osutab see suurima energiavajadusega protsessile vaadeldute hulgas ning protsessi käigus antakse gaasile soojust ümbruskeskkonnast juurde. Sellisena võib komprimeerimist käsitleda mittejahutatavas kompressoris, kus kehale siirduv tagastamatusest põhjustatud hõõrdesoojus on polütroopse protsessi seisukohalt formaalselt vaadeldav kui välissoojus. Mittejahutatava kompressori tagastatav tööprotsess oleks muidugi isoentroopne.

Gaasilise keha komprimeerimisprotsesside *Ts*-diagramm (joonis 7.3) annab ülevaate kompressorist väljuva gaasi temperatuurist ning protsessis osalevast soojusest. Isotermse protsessi korral on kokkusurumise lõpptemperatuur madalaim, võrdudes algtemperatuuriga, kõrgeim aga polütroopsel kokkusurumisel, kui polütroobi astendaja $n > k$. Komprimeerimisprotsessis osalevat soojushulka väljendab *Ts*-diagrammil protsessijoone ja entroopiatelje vaheline pindala.

Võrdleme omavahel komprimeerimisprotsesse – nende komprimeerimistööd ja protsessi käigus kehalt eemaldatavat soojushulka.

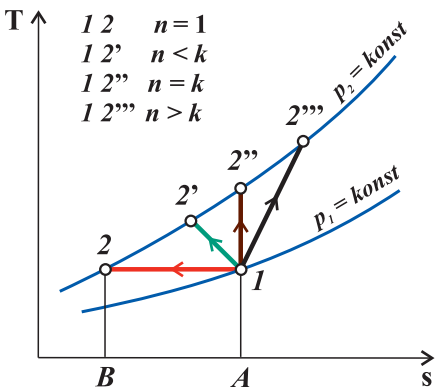
Vastavalt termodünaamika esimesele seadusele isotermne komprimeerimistöö

$$l_{\mathrm{T}} = q - \Delta h = T(s_2 - s_1) - (h_2 - h_1), \tag{7-6}$$

kus $q$ – komprimeeritavalt kehalt eemaldatav soojushulk, $\Delta h$ – keha entalpia juurdekasv komprimeerimisel.

Ideaalgaasi isotermsel komprimeerimisel $l_{\mathrm{T}} = q$ (valem (3-32)). Sellisel juhul tuleb kehalt eemaldada soojushulk $q$ (*Ts*-diagrammil pindala $\square A12BA$)

$$l_{\mathrm{T}} = -\mathrm{R}T \ln \frac{p_2}{p_1} = -p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}. \tag{7-7}$$




**Joonis 7.3. Gaasi komprimeerimisprotsesside võrdlus *Ts*-diagrammil**

Keha isoentroopne komprimeerimisprotsess vajab tööd

$$l_{\text{ad}} = -\Delta h = -(h_2 - h_1) \tag{7-8}$$

ehk ideaalgaasi korral (valem (3-52) ja (3-54))

$$l_{\text{ad}} = -\frac{k}{k-1}\mathrm{R}T_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = -\frac{k}{k-1}p_1v_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]. \tag{7-9}$$

Ideaalgaasi polütroopne komprimeerimine vajab tööd (valem (3-67) ja (3-68))

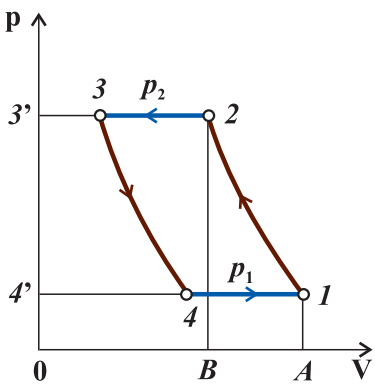
$$l_{\text{pol}} = -\frac{n}{n-1}\mathrm{R}T_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = -\frac{n}{n-1}p_1v_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]. \tag{7-10}$$

Polütroopsel komprimeerimisel protsessis osalev soojushulk (valem (3-69))

$$q_{\text{pol}} = c_{\text{v}}\frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1) = \frac{n-k}{(k-1)(n-1)}\mathrm{R}T_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]. \tag{7-11}$$

Uurime nüüd gaasilise keha tagastatavat komprimeerimist üheastmelises kolbkompressoris, mille tööprotsessi *pV*-diagramm on joonisel 7.4. Joonise rõhtteljel on kompressori silindri maht, püstteljel rõhk silindris. Joonisel kujutatud kontuuri nimetatakse ka kompressori indikaatordiagrammiks. Punkt *1* vastab kolvi alumisele surnud seisule, kus silinder on täidetud komprimeeritava gaasiga rõhul $p_1$ ja mahul $V_1$. Joon *1 2* kujutab gaasi komprimeerimist algrõhult $p_1$ lõpprõhuni $p_2$, kusjuures nii sisse- kui ka väljalaskeklapp on suletud. Väljalaskeklapp avaneb (punkt *2*), kui gaasi rõhk on tõusnud soovitud rõhuni $p_2$ ja silindri maht on $V_2$.

Pärast väljalaskeklapi avanemist algab gaasi väljumine silindrist (joon *23*) ja lõpeb kolvi ülemises surnud seisus (punkt *3*). Protsessi *23* kestel lahkub gaas silindrist, kuigi mitte täielikult.




**Joonis 7.4. Üheastmelise kolbkompressori tööprotsess *pV*-diagrammil**

Silindri ja kolvipõhja vahele jääb paratamatult teatud ruum ka siis, kui kolb asetseb ülemises surnud seisus – see on kolbkompressori kahjulik maht ($V_3$), milles oleval gaasil on rõhk $p_2$. Kolvi liikumisel tagasi sulgub väljalaskeklapp ja gaas kahjulikus mahus paisub rõhuni $p_1$, siis avaneb sisselaskeklapp (punktis *4*) ning silinder hakkab täituma värske gaasiga (joon *41*). Kolvi jõudes alumisse surnud seisu (punkt *1*) sulgub sisselaskeklapp ning algab uuesti komprimeerimine. Kompressori tegelikku tööprotsessi kirjeldav indikaatordiagramm erineb mõningal määral joonisel 7.4 kujutatud tagastatava protsessi indikaatordiagrammist, seda eriti gaasi sisse- ja väljalaske hüdrodünaamilisest takistusest tingituna.

Kahjuliku mahu $V_3$ suurenedes kompressori täitumine gaasiga ühe kolvikäigu vältel väheneb ning teatud $V_3$ väärtusel tekib olukord, kus komprimeerimisjoon *1 2* langeb kokku paisumisjoonega *34* või lõikub paisumisjoonega punktis *1*. Sellisel kompressoril tootlikkust ei ole.

Vajalik töö kolbkompressoris sõltub komprimeerimisprotsessi loomusest. Järgnevas tõestatakse, et gaasi komprimeerimiseks tarbitav töö ei sõltu kolbkompressori kahjulikust mahust ja on arvutatav valemi (7-10) abil.

Eeldame gaasi polütroopset komprimeerimist. Sellisel juhul on gaasi komprimeerimistöö gaasi kokkusurumiseks vajaliku töö ja kahjulikust mahust tingitud paisumistöö vahe:

$$L_{\text{pol}} = -\frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{n}{n-1} p_1 V_4 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \qquad (7\text{-}12)$$

ehk

$$L_{\text{pol}} = -\frac{n}{n-1} p_1 (V_1 - V_4) \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \qquad (7\text{-}13)$$

Viimases valemis esinev vahe $V_1 - V_4$ on silindri töömaht ja selles asuv gaasi mass on kompressori ühe töötsükli kohta tulev tootlikkus:

$$M = \frac{p_1}{\mathrm{R}T_1} (V_1 - V_4).$$

Avaldades sellest valemist vahe $V_1 - V_4$ ning asetades selle seosesse (7-13), saame gaasi ühe massiühiku kokkusurumiseks vajaliku töö

$$l_{\text{pol}} = \frac{L_{\text{pol}}}{M} = -\frac{n}{n-1} \mathrm{R}T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = -\frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \qquad (7\text{-}14)$$

Tulemus ühtib valemiga (7-10).

Vedeliku teisaldamiseks vajalikku rõhku arendav seade on pump. Kuna pump nagu kompressorgi on materiaalselt avatud termodünaamiline süsteem, siis on ka

pumba tarbitav vedeliku rõhu tõstmiseks vajalik töö olemuselt tehniline töö. Kuna vedelik on vähe kokkusurutav, siis on rõhu tõstmiseks vajalik töö pumpa läbiva vedeliku ühe massiühiku kohta

$$l = -v(p_2 - p_1), \tag{7-15}$$

kus $v$ – vedeliku erimaht; $p_1$, $p_2$ –pumpa siseneva ja pumbast väljuva vedeliku rõhk.

Termodünaamiliselt on vedeliku rõhu tõus pumbas adiabaatne protsess.

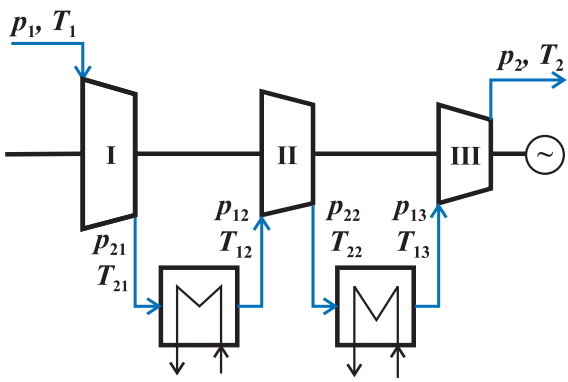
### 7.1.2 Komprimeerimine mitmeastmelises kompressoris

Mitmeastmeline kompressor (joonis 7.5) koosneb jadalülituses üksikkompressoreist ehk astmeist. Enamasti jahutatakse astmest väljuv komprimeeritav keha (gaas) vahejahutis enne järgmisse astmesse suundumist.

Mitmeastmelist komprimeerimist kasutatakse saamaks kõrget rõhku, sest rõhu tõstmine kompressori ühes astmes on mitmel põhjusel piiratud. Näiteks, nagu eespool tõestati, langeb üheastmelise kolbkompressori tootlikkus teatud rõhusuhtest $p_2/p_1$ alates nullini. Mitmeastmelises kompressoris on aga iga üksiku astme rõhusuhe väiksem, millest ühtlasi tõuseb ka kompressori mahuline kasutegur. Viimase all mõistetakse suhet $\eta_V = (V_1 - V_4)/(V_1 - V_3)$, mille väärtus asub piires 0,7 kuni 0,9. Keha mitmeastmeline komprimeerimine koos vahejahutusega lähendab protsessi tervikuna isotermsele protsessile, millega ühtlasi vähendatakse komprimeerimiseks vajalikku tööd. Lisaks sellele välditakse vahejahutustega gaasi ülemäärast kuumenemist kompressorist väljumisel.

Kõrge rõhu taotlemine üheastmelises tsentrifugaalkompressoris tingiks lubamatult kõrge pöörlemissageduse ega ole põhimõtteliselt võimalik telgkompressori korral.

Kui mitmeastmelises kompressoris on astmete arv N, siis vahejahuteid on N – 1. Sisenegu kokkusurutav keha rõhuga $p_1$ ja temperatuuriga $T_1$ kompressori astmesse I. Seal tõstetakse rõhk suuruseni $p_{21}$ ja temperatuur kasvab väärtuseni $T_{21}$ polütroopselt astendajaga $n < k$ juhul, kui kompressorit jahutatakse, ning astendajaga $n > k$ jahutuse puududes (isoentroopse protsessi puhul oleks $n = k$).

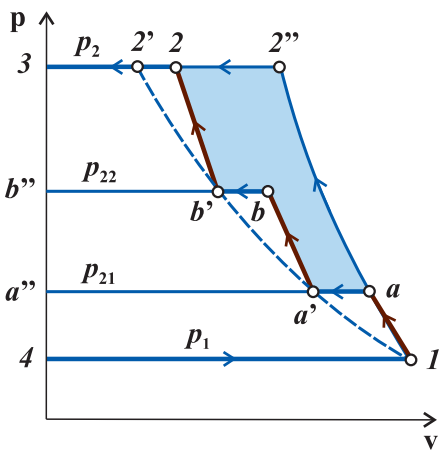



**Joonis 7.5. Termodünaamilise keha mitmeastmelise komprimeerimise skeem**

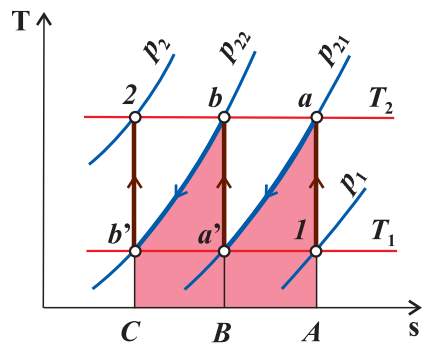
Astmest I lahkuv termodünaamiline keha suundub vahejahutisse, kus ta jahtub, seejärel suundub ta kompressori astmesse II, sealt edasi teise vahejahutisse jne.

Gaasilise keha kolmeastmelise kompressori tööprotsess on esitatud *pv*- ja *Ts*-diagrammina joonistel 7.6 ja 7.7. Eeldatakse isoentroopset komprimeerimist igas astmes ja lihtsustusena on valitud $T_1 = T_{12} = T_{13}$ ja $T_{21} = T_{22} = T_2$ (neid tingimusi tegelikult rangelt ei täideta). Esimene tingimus tähendab seda, et keha jahtub vahejahutites temperatuurini, millega ta kompressorisse sisenes, teine tingimus aga eeldab võrdseid temperatuure keha isoentroopse komprimeerimise lõpus (joonis 7.7). Joon *1a* väljendab gaasi tagastatavat adiabaatset kokkusurumist kompressori esimeses astmes ja joon *aa*' keha isobaarset jahtumist esimeses vahejahutis. Kompressori esimeses astmes tarbitavat tööd $l_{kI}$ näitab *pv*-diagrammil pindala □*41aa*"*4* ning esimeses vahejahutis loovutatavat soojushulka *Ts*-diagrammil pindala □*Aaa*'*BA*. Gaasi komprimeerimine kompressori teises ja kolmandas astmes on kujutatud vastavalt joontena *a*'*b* ja *b*'*2* ning keha isobaarne jahtumine teises vahejahutis joonena *bb*'. Võrdluseks, jooned *12*' ja *12*" väljendaksid *pv*-diagrammil vastavalt keha isotermset ja isoentroopset komprimeerimist üheastmelises kompressoris algrõhult $p_1$ lõpprõhuni $p_2$.

Otse *pv*-diagrammilt nähtub, et gaasi mitmeastmelisel komprimeerimisel (kõigis astmeis on kokkusurumine adiabaatne) on kompressori tarbitav töö kolmes astmes kokku väiksem kui üheastmelises kompressoris sama rõhutõusu $p_2/p_1$ saavutamisel isoentroopse komprimeerimisega. Pindala □*aa*'*bb*'*22*"*a* *pv*-diagrammil väljendabki tööd, mida üheastmeline kompressor tarbiks isoentroopsel komprimeerimisel rohkem kui mitmeastmeline kompressor. Viimase kavandamisel on oluline jaotada kogu rõhutõus üksikute astmete vahel nii, et kompressori kui terviku tarbitav töö oleks väikseim.




**Joonis 7.6. Termodünaamilise keha mitmeastmeline komprimeerimine *pv*-diagrammil**




**Joonis 7.7. Termodünaamilise keha mitmeastmeline komprimeerimine *Ts*-diagrammil**

Eeldame, et komprimeerimine mitmeastmelise kompressori astmetes on polütroopne (astendaja $n$ väärtus olgu seejuures kõigis astmetes üks ja seesama), lisaks eeldame veel, et igas vahejahutis õnnestub gaasi jahutada algtemperatuurini $T_1$ kompressorisse sisenemisel. Sel juhul kompressori tarbitav töö

$$l_{\mathrm{k}} = -\frac{n}{n-1}\mathrm{R}T_1\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\left[\left(\frac{p_{2\mathrm{i}}}{p_{1\mathrm{i}}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right], \tag{7-16}$$

kus N on kompressori astmete arv.

Tähistame $\varepsilon = -\frac{n}{n-1}\mathrm{R}T_1$, $\delta = \frac{n\mathrm{N}}{n-1}\mathrm{R}T_1$ ja suhtelise rõhutõusu kompressori üksikus astmes $x_{\mathrm{i}} = p_{2\mathrm{i}}/p_{1\mathrm{i}}$ (joonis 7.5), siis

$$l_{\mathrm{k}} = \varepsilon\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}} x_{\mathrm{i}}^{\frac{n-1}{n}} + \delta. \tag{7-17}$$

Funktsiooni (7-17) ekstreemumtingimus

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}} x_{\mathrm{i}}^{\frac{n-1}{n}-1}\,\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = 0. \tag{7-18}$$

Ilmselt

$$\prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}} x_{\mathrm{i}} = x_1x_2x_3\ldots x_{\mathrm{N}} = \frac{p_2}{p_1} = konst. \tag{7-19}$$

Diferentseerides avaldist (7-19) ja jagades pärast seda kõiki liikmeid korrutisega $\prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}} x_{\mathrm{i}}$, saame

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}} \frac{\mathrm{d}x_{\mathrm{i}}}{x_{\mathrm{i}}} = 0. \tag{7-20}$$

Korrutame võrrandit (7-20) konstantse kordajaga $a$ ning lahutame summa võrrandist (7-18), siis

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\left(x_{\mathrm{i}}^{\frac{n-1}{n}-1} - \frac{a}{x_{\mathrm{i}}}\right)\mathrm{d}x_{\mathrm{i}} = 0. \tag{7-21}$$

Saadud tingimus on rahuldatud ainult siis, kui

$$x_{\mathrm{i}}^{\frac{n-1}{n}-1} - \frac{a}{x_{\mathrm{i}}} = 0.$$

Viimasest tulemusest järeldub, et

$$a = x_{\mathrm{i}}^{\frac{n-1}{n}} = konst$$

ehk valemi (7-19) alusel

$$x_{\mathrm{i}} = \frac{p_{2\mathrm{i}}}{p_{1\mathrm{i}}} = \sqrt[\mathrm{N}]{\frac{p_2}{p_1}} = konst. \tag{7-22}$$

Järelikult on mitmeastmelise kompressori tarbitav töö minimaalne siis, kui tema kõigis astmetes on võrdne gaasi rõhutõusuaste $x_{\mathrm{i}} = \sqrt[\mathrm{N}]{p_2 / p_1}$, mis aga tähendab, et ka kompressori kõigis astmeis tarbitav töö on võrdne. Valemit (7-22) arvestades vajab gaasi kokkusurumine mitmeastmelises kompressoris tööd

$$l_{\mathrm{k}} = -\frac{n}{n-1}\mathrm{N}\mathrm{R}T_1\left[\left(\sqrt[\mathrm{N}]{\frac{p_2}{p_1}}\right)^{\frac{n}{n-1}} - 1\right]. \tag{7-23}$$

Gaasilt eemaldatav soojus (valem (7-11))

$$q = \frac{n-k}{(k-1)(n-1)}\mathrm{N}\mathrm{R}T_1\left[\left(\sqrt[\mathrm{N}]{\frac{p_2}{p_1}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] \tag{7-24}$$

ning vahejahutites üleantud soojushulk

$$q_j = c_{\mathrm{p}}(\mathrm{N}-1)(T_2 - T_1) = (\mathrm{N}-1)\frac{k}{k-1}\mathrm{R}T_1\left[\left(\sqrt[\mathrm{N}]{\frac{p_2}{p_1}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]. \tag{7-25}$$

Avaldise (7-22) alusel gaasi rõhk kompressori i-nda astme järel

$$p_{2\mathrm{i}} = p_1 x^{\mathrm{i}} \tag{7-26}$$

ja erimaht vastava astme ees

$$v_{1\mathrm{i}} = v_1 x^{-(\mathrm{i}-1)} = \frac{v_1}{\left(\sqrt[\mathrm{N}]{\frac{p_2}{p_1}}\right)^{\mathrm{i}-1}}. \tag{7-27}$$

### 7.1.3 Tagastamatu komprimeerimine

Tegelikus kompressoris on termodünaamilise keha komprimeerimiseks tarvilik töö alati suurem tagastatava protsessi tööst, selle tingib peamiselt töö hõõrdejõudude ületamiseks. Kompressori kasutegur võrdleb kompressori tegelikku tarbitavat tööd ideaalkompressori vajaliku tööga. Jahutatava kompressori korral toimub võrdlus tagastatava isotermse kokkusurumise tööga, mittejahutatava kompressori puhul aga gaasi isoentroopse kokkusurumise tööga. Seega kompressori tööprotsessi täiuslikkust hinnatakse kas isotermse

$$\eta_{\mathrm{T}} = \frac{l_{\mathrm{T}}}{l'}$$

või adiabaatse kasuteguriga

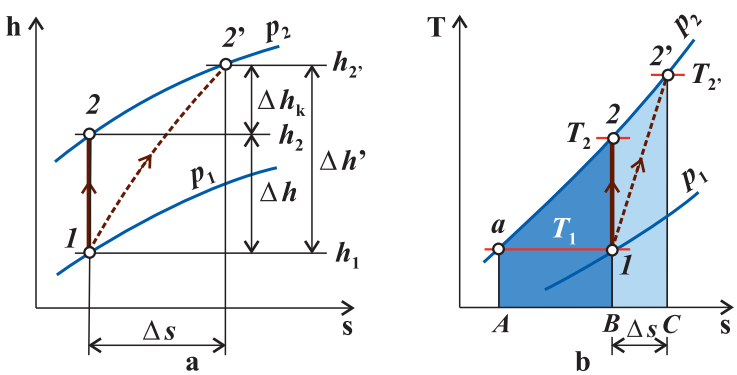
$$\eta_{\mathrm{ad}} = \frac{l_{\mathrm{ad}}}{l'},$$

kus $l'$ – keha tagastamatu komprimeerimise töö; $l_{\mathrm{T}}$, $l_{\mathrm{ad}}$ – vastavalt keha isotermse ja isoentroopse komprimeerimise töö (tagastatavas protsessis).

Kasuteguri väärtus sõltub kompressori tüübist ja võimsusest. Üheastmelise kolbkompressori puhul $\eta_{\mathrm{T}} = 0{,}5–0{,}8$ ja $\eta_{\mathrm{ad}} = 0{,}80–0{,}85$, üheastmelisele tsentrifugaalkompressorile $\eta_{\mathrm{T}} = 0{,}50–0{,}75$ ja $\eta_{\mathrm{ad}} = 0{,}75–0{,}85$, telgkompresssori adiabaatne kasutegur $\eta_{\mathrm{ad}} = 0{,}85–0{,}95$.

Kompressori adiabaatse kasuteguri ja energiakao määramiseks esitame gaasi komprimeerimisprotsessi *hs*- ja *Ts*-diagrammil, nagu see on joonisel 7.8. Joon *1 2'* kujutab keha tagastamatut adiabaatset komprimeerimist ja joon *1 2* isoentroopset kokkusurumist. Adiabaatse komprimeerimisprotsessi energiakadu ehk lisatöö protsessi tagastamatusest

$$\Delta h_{\mathrm{k}} = h_{2'} - h_2 . \qquad (7\text{-}28)$$




**Joonis 7.8. Termodünaamilise keha adiabaatne komprimeerimine olekudiagrammidel**

Kompressori tarbitav töö $l'$ avaldub *Ts*-diagrammil pindalana $\square Aa2'CA$ ning tagastatava komprimeerimisprotsessi töö $l_{ad} = \square Aa2BA$ (p 2.1.5). Energiakadu $\Delta h_k$ keha kokkusurumisel väljendub *Ts*-diagrammil pindalana $\square B22'CB$. Seega on keha tagastamatul adiabaatsel komprimeerimisel kompressori vajatav töö $\Delta h_k$ võrra suurem väikseimast võimalikust isoentroopsel komprimeerimisel vajalikust tööst $l = \Delta h = h_1 - h_2$.

Hõõrdesoojus $q_h$ avaldub *Ts*-diagrammil pindalana $\square B12'CB$. Selgub, et keha komprimeerimise energiakadu on hõõrdesoojusest suurem. See väljendub asjaolus, et keha temperatuur tagastamatu komprimeerimisprotsessi lõpul on kõrgem kui isoentroopsel komprimeerimisel.

Keha tagastamatuks ja tagastatavaks adiabaatseks komprimeerimiseks vajalik töö

$$\left.\begin{aligned} l' &= h_1 - h_{2'} \\ l_{ad} &= h_1 - h_2 \end{aligned}\right\} \tag{7-29}$$

ja kompressori adiabaatne kasutegur

$$\eta_{ad} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2'}} = \frac{\Delta h}{\Delta h'}. \tag{7-30}$$

Ideaalgaasi korral

$$l' = c_p (T_1 - T_{2'})$$

ja

$$l_{ad} = c_p (T_1 - T_2),$$

siis

$$\eta_{ad} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2'}}. \tag{7-31}$$

Termodünaamilise keha komprimeerimisjoont *12'* võib tinglikult vaadelda polütroobina, mille astendaja $n > k$. Sellisel juhul

$$\frac{T_{2'}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \tag{7-32}$$

Samuti

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{7-33}$$

Arvestades kaht viimast seost, kompressori adiabaatne kasutegur

$$\eta_{\text{ad}} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}. \qquad (7\text{-}34)$$

Gaasi komprimeerimise vajalik töö

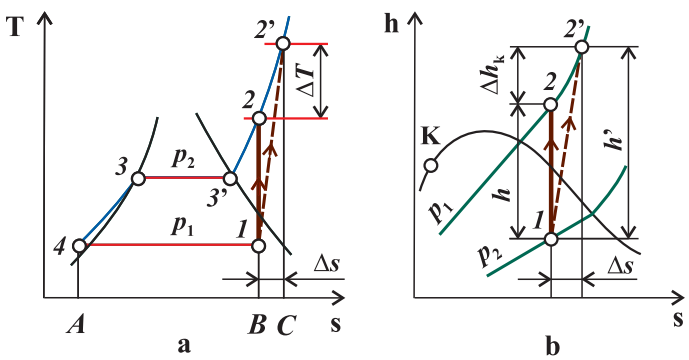
$$l' = \frac{l_{\text{ad}}}{\eta_{\text{ad}}} = -\frac{k}{k-1} \mathrm{R} T_1 \left[ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \qquad (7\text{-}35)$$

Kompressori tarbitav töö, nagu adiabaatne kasutegurgi, sõltub tingliku polütroobi astendajast, mille väärtus osutab komprimeerimise tagastamatuse määrale ja ühtlasi ka gaasi temperatuurile kompressorist väljumisel. Mida suurem on polütroobi astendaja, seda suurem on ka kompressori tarbitav töö, kõrgem temperatuur komprimeerimisprotsessi lõpul ning väiksem kasutegur.

### 7.1.4 Auru komprimeerimine

Vaatleme auru adiabaatset komprimeerimist protsessi alguspunktiga niiske auru piirkonnas ja jätkumisega ülekuumendatud auru alas. Selline protsess nii auru tagastataval kui ka tagastamatul komprimeerimisel on joonisel 7.9. Tagastatavat adiabaatset komprimeerimist väljendab püstsirglõik *1 2* ning tagastamatut protsessi lõik *1 2'*. Keha tagastamatul ja tagastataval adiabaatsel komprimeerimisel vajalik töö ja kompressori adiabaatne kasutegur avalduvad valemitega (7-29) ja (7-30).

Auru isoentroopseks komprimeerimiseks vajalik töö avaldub *Ts*-diagrammil pindalana □*A433'2BA*. Tagastamatu adiabaatne komprimeerimine põhjustab keha entroopia kasvu Δs võrra, millega kaasneb temperatuuritõus Δ*T*.




**Joonis 7.9. Auru komprimeerimine olekudiagrammidel**

Lisatöö vajadus tagastamatul adiabaatsel komprimeerimisel on võrdne energiakaoga $\Delta h_k$ komprimeerimisprotsessis. Energiakadu esindab *Ts*-diagrammil pindala □*B22'CB*. Hõõrdesoojus, mis ongi keha entroopia juurdekasvu põhjus, nähtub *Ts*-tasapinnal pindalana □*B12'CB*.

Pangem tähele, et niiske auru kiirel adiabaatsel komprimeerimisel kuumeneb peamiselt aur, samal ajal kui veepiiskade temperatuur muutub soojus- ja massivahetuse ajavaeguse tõttu tunduvalt vähem. Seetõttu moodustub niiske auru kokkusurumisel süsteem, mille tasakaalutus väljendub eelkõige auru- ja vedelfaasi temperatuuri erinevuses.

## 7.2 Kolbmootorite ringprotsessid

### 7.2.1 Sisepõlemisega kolbmootorid

Soojusjõumasinate alaliik on sisepõlemisega kolbmootorid. Nende leviala on tohutult lai, hõlmates autosid, vedureid, laevu, lennukeid, mootorrattaid jm.

Sisepõlemiskolbmootorile on iseloomulik, et kütuse põlemisel soojus vabaneb ja muundub tööks otse mootori silindris, millega välditakse eraldi soojusvahetuspinda ning saadakse kompaktne jõumasin. Välise soojusallika puhul piirab termodünaamilise keha kõrgeimat võimalikku temperatuuri tööprotsessis silindri konstruktsioonimaterjal (metall), selle tugevusomadused. Sisepõlemismootoris jahutatakse mootori elemente (silindrit, põlemiskambrit) ja põletatakse kütust otse ruumis (silindris), mistõttu termodünaamilise keha ülemist piirtemperatuuri ei määra enam materjali tugevusomadused ja see võib olla märksa kõrgem kui välissoojusallika korral.

Kolbmootori põhielemendid on silinder ja kolb, kolvi mehaaniline töö kantakse võllile üle väntmehhanismi kaudu.

Tuntakse nelja- ja kahetaktilisi sisepõlemisega kolbmootoreid. Levinum on 4-taktiline mootor, milles toimub järjestikku neli tsüklit: õhu (või õhu ja kütuse segu) sisselase silindrisse; selle komprimeerimine; kütuse süttimine, põlemine, põlemisgaasi paisumine; põlemisgaasi väljalase. Väntvõll teeb mainitud nelja tsükli jooksul kaks pööret.

Termodünaamiline keha sisepõlemismootoris on protsessi algusjärgus õhk (või õhu ja kütuse segu), seejärel kütuse põlemisgaas. Mõlemal korral võib termodünaamilist keha kõrge temperatuuri tõttu mootoris ilma suurema veata käsitleda kui ideaalgaasi.

Kõrgeima ja madalaima temperatuuri vahemikus töötamisel on Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur kõigi teiste ringprotsessidega võrreldes suurim. Paraku on Carnot' ringprotsessi realiseerimine tegelikus mootoris väga raske, peamine põhjus on konstruktsiooni keerukus. Kui valida ringprotsessi kõrgeimaks temperatuuriks 1800 °C ja madalaimaks 15 °C, osutub, et Carnot' ringprotsessil tööta-

va mootori silindris peaks sel juhul olema rõhk suurusjärgus 300 MPa (mootori surveaste aga $\varepsilon \approx 400$). Pealegi muudaks soojuse isotermne sisenemine Carnot' ringprotsessil töötavasse mootorisse selle aeglasekäiguliseks. Mainitud põhjustel on Carnot' ringprotsessil töötava mootori loomisest loobutud. Tänapäeva sisepõlemismootoris ei ületa rõhk 5 MPa.

Allpool uurime kolbmootorite teoreetilisi, s.t ideaalseid ringprotsesse. See annab võimaluse määrata mootori termilise kasuteguri, võrrelda omavahel eri tüüpi mootoreid ning selgitada mootori iseloomulike tööparameetrite mõju ringprotsessile.

### 7.2.2 Otto ringprotsess

Otto ringprotsess on sisepõlemiskolbmootori ringprotsess, mille iseloomulik tunnus on püsimahuline (isohoorne) soojuse suunamine protsessi. Otto ringprotsessi alusel töötavates mootorites põletatakse kergeid vedel- ja gaaskütuseid (bensiin, petrool, maagaas jt), mis segatuna põlemisõhuga süüdatakse silindris elektrisädemega. Kütus põleb mootoris niivõrd kiiresti, et mootori kolb selle aja jooksul ei jõua märgatavalt ülemisest surnud seisust kõrvale nihkuda ning see lubabki põlemist käsitleda püsimahulise protsessina.

Otto ringprotsess koosneb neljast osaprotsessist. Tagastatav (ideaalne) Otto ringprotsess on kujutatud *pv*- ja *Ts*-diagrammina joonisel 7.10. *pv*-diagrammi kujul esitatud ringprotsessi tuntakse ka kui kolbmootori indikaatordiagrammi (joonisel on seega ottomootori ideaalprotsessi indikaatordiagramm).

Joon *1 2* kujutab küttesegu isoentroopset (tagastatavat adiabaatset) komprimeerimist algrõhult $p_1$ lõpprõhuni $p_2$, millega kaasneb segu temperatuuri tõus algväärtuselt $T_1$ kuni komprimeerimise lõpptemperatuurini $T_2$. Mootori kolb liigub selle protsessi jooksul alumisest surnud seisust (ASS) ülemisse surnud seisu (ÜSS). Suhtarv $\varepsilon = (V_1/V_2)$ väljendab keha mahu vähenemist (kokkusurumist) komprimeerimistaktil, seda nimetatakse mootori surve- ehk kompressiooniastmeks (siin on $V_1$ silindri kogumaht, kui mootori kolb asetseb alumises surnud seisus, $V_2$ on põlemiskambri maht kolvi asetsedes ülemises surnud seisus). Surveaste on mootori konstruktsiooni parameeter.



**Nikolaus August Otto** (14.06.1832 Holzhausen, Nassau – 26.01.1891 Köln), saksa insener ja leidur, sundsüütega sisepõlemismootori, nn ***ottomootori*** leiutaja. Demonstreeris esimest töötavat gaasimootorit Pariisi maailmanäitusel 1867. Aastal 1876 konstrueeris 4-taktilise gaasimootori. Siit alates algas ottomootori võidukäik, nii 2- kui ka 4-taktilisena, vedel- ja gaaskütusel töötavana. Ottomootori töö teoreetiliseks aluseks on ***Otto ringprotsess***.

Kütuse põlemissoojuse püsimahulist siirdumist mootori ringprotsessi väljendab joon *2 3,* seejuures üleantav soojushulk $q_1$ tingib rõhutõusu silindris $p_2$-lt $p_3$-ni ja temperatuuri kasvu $T_2$-lt $T_3$-ni. Rõhutõusu määra iseloomustab isohoorne rõhutõusuaste

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}. \tag{7-36}$$

Isohoorsele põlemisele (soojuse protsessi viimisele) järgneb gaasi isoentroopne paisumine *3 4,* mille kestel mootori kolb liigub ülemisest alumisse surnud seisu ja temperatuur alaneb $T_3$-st $T_4$-ni. Joon *4 1* väljendab ringprotsessist isohoorset soojuse eemaldumist (jahtumist), mille lõppedes keha naaseb taas algolekusse *1*.

Isoentroopsel komprimeerimisel mootori surveaste

$$\varepsilon = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{7-37}$$

Otto ringprotsessi paisumistööd $l_p$ *pv*-diagrammil esindab pindala □*B34AB* ja komprimeerimistööd $l_k$ □*A12BA*. Ringprotsessi kasulik töö $l$ on teatavasti võrdne vahega $l_p - l_k$, mida väljendab ühtlasi pindala □*12341*.

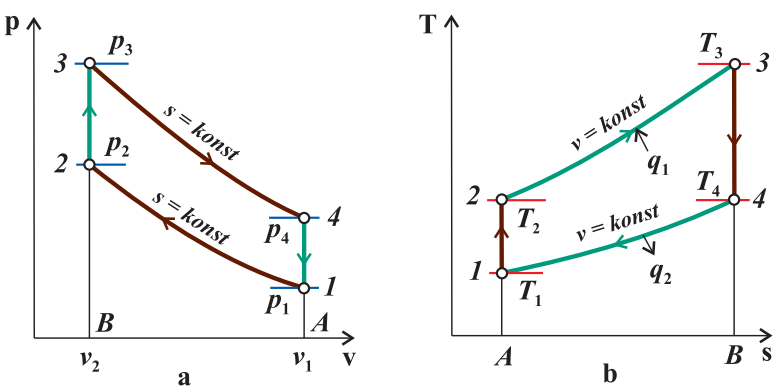
Ringprotsessis osalevad soojushulgad nähtuvad *Ts*-diagrammil: ringprotsessi antav soojushulk $q_1$ = □*A23BA* ja ringprotsessist lahkuv soojushulk $q_2$ = □*B41AB*.

Kolbmootori tööprotsessi analüüsimisel on olulisel kohal keskmine indikaatorrõhk $p_i$. See on keskmine rõhk, mille puhul isobaarse paisumisprotsessi töö mahumuutuse vahemikus $V_1$–$V_2$ võrduks ringprotsessi kasuliku tööga $L$:

$$L = p_i (V_1 - V_2)$$

ehk samuti

$$l = p_i (v_1 - v_2). \tag{7-38}$$




**Joonis 7.10. Otto ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Viimaste valemite kohaselt keskmine indikaatorrõhk

$$p_{\mathrm{i}} = \frac{L}{V_1 - V_2} = \frac{l}{v_1 - v_2}. \tag{7-39}$$

Teades keskmist indikaatorrõhku, saab viimase valemiga arvutada ringprotsessi töö.

Ringprotsessi kasulik töö kui paisumis- ja komprimeerimistöö vahe:

$$l = l_{\mathrm{p}} - l_{\mathrm{k}} = \frac{1}{k-1}(p_3 v_3 - p_4 v_4) - \frac{1}{k-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1) =$$

$$= \frac{1}{k-1} p_1 \left[ \left( \frac{p_3}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} \right) v_2 - \left( \frac{p_4}{p_1} - 1 \right) v_1 \right]. \tag{7-40}$$

Arvestades seda, et

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_3}{p_2}\frac{p_2}{p_1} = \lambda \varepsilon^k,$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \varepsilon^k,$$

$$\frac{p_4}{p_1} = \lambda,$$

saame

$$l = (v_1 - v_2) p_1 \frac{(\varepsilon^k - \varepsilon)(\lambda - 1)}{(\varepsilon - 1)(k-1)}. \tag{7-41}$$

Pärast asendusi ja teisendusi omandab keskmise indikaatorrõhu avaldis (7-39) Otto ringprotsessi jaoks kuju

$$p_{\mathrm{i}} = \frac{(\varepsilon^k - \varepsilon)(\lambda - 1)}{(\varepsilon - 1)(k-1)} p_1. \tag{7-42}$$

Ilmneb, et keskmine indikaatorrõhk on võrdeline gaasi rõhuga $p_1$ komprimeerimisprotsessi algul. Keskmine indikaatorrõhk (samuti ka mootori võimsus) on antud silindrimahul seda suurem, mida kõrgem on $p_1$. Siit järeldub, et üks sisepõlemismootori võimsuse suurendamise võimalusi (silindrimahu ühiku kohta) on tõsta keha algrõhku. See idee on realiseeritud mootorile õhukompressori paigutamisega, tõstmaks kokkusurutava keha algrõhku. Sellist mootorit nimetatakse kompressor- ehk ülelaadimismootoriks.

Õhukompressori käitamiseks võib edukalt rakendada mootorist väljuva põlemisgaasi energiat (punkt *4* olekudiagrammil), mille määrab kasutada olev rõhkude vahe $\Delta p = p_4 - p_1$.

Tuletamaks Otto ringprotsessi termilise kasuteguri arvutusvalemit, lähtume avaldisest

$$\eta_t = \frac{l}{q_1},$$

kus $l$ – tagastatava (ideaalse) ringprotsessi töö, $q_1$ – ringprotsessi antud soojushulk.

Ringprotsessi antud soojushulk

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) = \frac{RT_1}{k-1}\left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}\right). \tag{7-43}$$

Et

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}\frac{T_2}{T_1} = \lambda\varepsilon^{k-1},$$

siis

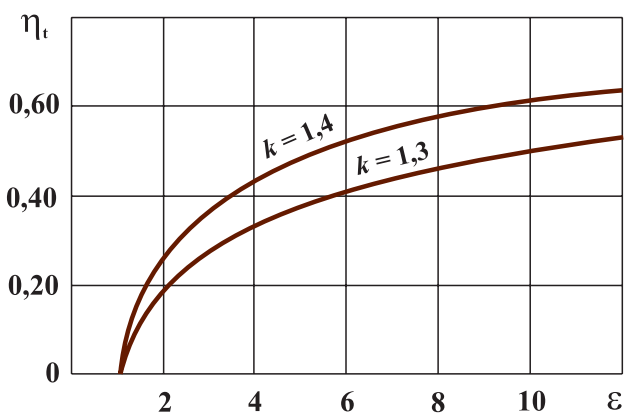
$$q_1 = \frac{RT_1}{k-1}(\lambda\varepsilon^{k-1} - \varepsilon^{k-1}) = \frac{RT_1}{k-1}\varepsilon^{k-1}(\lambda - 1) = \frac{p_1v_1}{k-1}\varepsilon^{k-1}(\lambda - 1). \tag{7-44}$$

Asetame valemiga (7-41) määratud töö $l$ ja seosega (7-44) avalduva soojushulga $q_1$ ringprotsessi termilise kasuteguri avaldisse. Pärast mõningaid teisendusi saame Otto ringprotsessi termilise kasuteguri arvutusvalemi

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \tag{7-45}$$

Avaldisest selgub, et Otto ringprotsessi termiline kasutegur sõltub ainult mootori surveastmest ja adiabaadi astendajast.

Ottomootori ringprotsessi termilise kasuteguri $\eta_t$ olenevus surveastmest adiabaadi astendaja kahe väärtuse jaoks on näidatud joonisel 7.11.



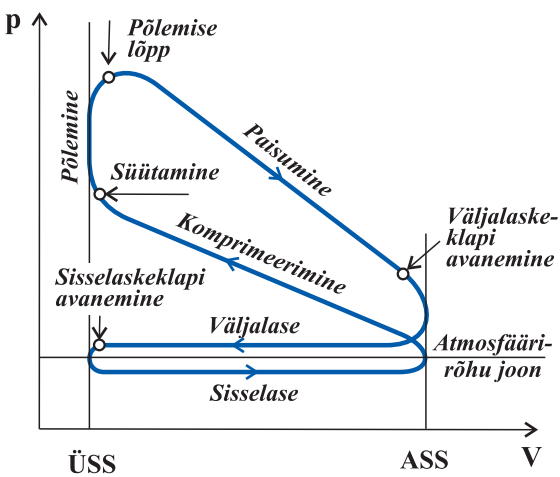

**Joonis 7.11. Otto ringprotsessi termilise kasuteguri olenevus mootori surveastmest ja adiabaadi astendajast**

Nii surveastme $\varepsilon$ kui ka adiabaadi astendaja $k$ suurenedes termiline kasutegur $\eta_t$ tõuseb, seejuures on kasuteguri kasv eriti intensiivne väikese surveastme piirkonnas. Tänapäeva ottomootoris jääb surveaste piiridesse 8–12. Surveastme tõstmist tõkestab kütuse isesüttimistemperatuur ja küttesegu detonatsioonioht. Kui temperatuur $T_2$ komprimeerimise lõpus ületab kütuse isesüttimistemperatuuri, võib segu süttida isegi juba enne protsessi lõppu. See ei ole kooskõlas mootori tööpõhimõttega ning tagajärjeks on mootori ebakindel töö ja kasuteguri järsk langus. Küttesegu detonatsioonikindlus põlemisel (väljendatakse sageli kütuse oktaanarvuga) sõltub tema omadustest.

Adiabaadi astendaja oleneb gaasi koostisest. Mida suurem on kolmeaatomiliste gaaside (peamiselt süsihappegaas ja veeaur) osatähtsus segus, seda väiksem on $k$ väärtus.

Antud surveastme korral on tegeliku mootori kasutegur termilisest kasutegurist väiksem mitmel põhjusel: hõõrdenähtuste tõttu on osaprotsessid tagastamatud ning ka mootori klappide ja avade hüdrodünaamiline takistus avaldab mõju.

Neljataktilise mootori iseärasuseks on sisse- ja väljalaskeklapid mootori silindris. Neljataktilise ülelaadimiseta ottomootori indikaatordiagrammi tegelik kuju on joonisel 7.12. Indikaatordiagrammile kantakse rõhtne atmosfäärirõhu joon. Imemistaktil liigub kolb ülemisest surnud seisust alumise surnud seisu poole, sisselaskeklapp (-klapid) on avatud ja mootori silindrisse imetakse õhku (segu), kusjuures sisselaskeklappide ja kanalite hüdrodünaamilise takistuse tõttu on rõhk imemistaktil atmosfäärirõhust mõnevõrra madalam. Järgneb keha komprimeerimine kolvi liikudes ülemise surnud seisu suunas, kõik klapid on seejuures suletud. Veidi enne kolvi jõudmist ülemisse surnud seisu süüdatakse kütus, millele järgneb intensiivne põlemine ja järsk rõhutõus.




**Joonis 7.12. Ottomootori tegelik indikaatordiagramm**

Põlemine lõpeb kolvi ülemise surnud seisu piirkonnas. Seejärel põlemisgaasi paisudes rõhk langeb, kuni veidi enne alumist surnud seisu avanevad väljalaskeklapid ja põlemisgaas paiskub silindrist ümbruskeskkonda. Väljumistaktil, kui kolb liigub alumisest surnud seisust ülemise surnud seisu poole, gaasi väljalase silindrist jätkub, kusjuures gaasi rõhk silindris on atmosfäärirõhust veidi kõrgem väljalaskeklappide ja kanalite hüdrodünaamilise takistuse võrra.

### 7.2.3 Dieseli ringprotsess

Dieseli ringprotsessile on iseloomulik püsirõhuline soojuse sisestamine sisepõlemismootori tööprotsessi. Kõnealuse ringprotsessi järgi töötavad vähelevinud aeglasekäigulised diiselmootorid. Kui ottomootoris piirab surveastme tõstmist kõrge temperatuur keha komprimeerimisprotsessi lõpul ja sellega kaasnev kütuse isesüttimine, siis diiselmootori surveaste valitakse just selline, et õhu temperatuur komprimeerimistakti lõpul tõuseks üle kütuse isesüttimistemperatuuri. Säärasesse kuuma keskkonda pritsitakse kütus, järgneb selle isesüttimine ja põlemissoojuse vabanemine. Diiselmootoris põletatakse aeglasemalt põlevaid kütuseid kui ottomootoris, mistõttu võib põlemise mootori silindris lugeda teoreetiliselt isobaarseks protsessiks ja see eeldab põlemise kulgemist üheaegselt kolvi liikumisega alumise surnud seisu poole.

Tagastatava (ideaalse) Dieseli ringprotsessi kuju *pv*- ja *Ts*-diagrammil on joonisel 7.13. Ringprotsess koosneb neljast alaprotsessist.

Joon *1 2* väljendab õhu isoentroopset komprimeerimist algrõhult $p_1$ komprimeerimise lõpprõhuni $p_2$, millega kaasneb temperatuuri tõus algväärtuselt $T_1$ $T_2$-ni. Selle protsessi jooksul liigub mootori kolb alumisest surnud seisust ülemise poole.

Õhu mahu vähenemist (kokkusurumist) komprimeerimistaktil väljendab nagu ottomootori korralgi surve- ehk kompressiooniaste $\varepsilon = V_1/V_2$, kus $V_1$ on silindri üldmaht ja $V_2$ põlemiskambri maht. Õhu isoentroopsele komprimeerimisele *1 2* järgneb soojuse isobaarne viimine protsessi (kütuse põlemine) *2 3*. Mahu suurenemist soojuse ringprotsessi viimise jooksul iseloomustab isobaarne paisumisaste

$$\rho = \frac{V_3}{V_2}. \tag{7-46}$$

Ringprotsessi antud soojus $q_1$ on *Ts*-diagrammil samaväärne pindalaga □*A23BA*. Gaasi temperatuur tõuseb soojuse isobaarsel sisestamisel $T_2$-lt $T_3$-ni. Keha isoentroopset paisumist, mis järgneb kütuse põlemisele, kujutab joon *3 4* ja gaasi paisumise määra protsessis *3 4* näitab adiabaatne paisumisaste

$$\delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_3}. \tag{7-47}$$



**Rudolf Christian Karl Diesel** (18.03.1858 Pariis – 29.09.1913 La Manche), saksa mehaanikainsener ja leidur, sündis Pariisis saksa immigrantide perekonnas, 12-aastaselt tuli Saksamaale Augsburgi. Lõpetas 1880 Müncheni tehnikakõrgkooli. Seejärel naasis Pariisi, kus tegeles külmutustehnikaga Carl von Linde juures, saades mitmeid patente. Patenteeris 1894 sisepõlemismootori idee, mille järgi küttesegu ei süüdatud sädemega, vaid õhu komprimeerimisel kõrge temperatuurini mootori silindris, seega tänapäeva diiselmootori. Mootori töö teoreetiline alus on ***Dieseli ringprotsess***. Töökindla mootori ehitamiseni jõudis 1887. Uuris mitmesuguste biokütuste (nt maapähkliõli) ja alkoholi kasutamisvõimalusi mootoris, huvitus põlemisõhu eelsoojendamisest päikeseenergia abil. Oskamatu ettevõtjana sattus tõsistesse rahalistesse raskustesse.

Isoentroopsel paisumisel gaasi temperatuur langeb.

Joon *41* vastab gaasi isohoorsele jahtumisele temperatuurilt $T_4$ algtemperatuurini $T_1$. Ringprotsessist eemalduvat soojushulka $q_2$ esindab *Ts*-diagrammil pindala $\square B41AB$.

Keha paisumistöö koosneb isobaarsest ja isoentroopsest paisumistööst, mis *pv*-diagrammil on kujutatud vastavalt pindaladena $\square C23BC$ ja $\square B34AB$. Ringprotsessis tehtud töö *l* võrdub nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil pindalaga $\square 12341$. Dieseli ringprotsessi kasulik töö

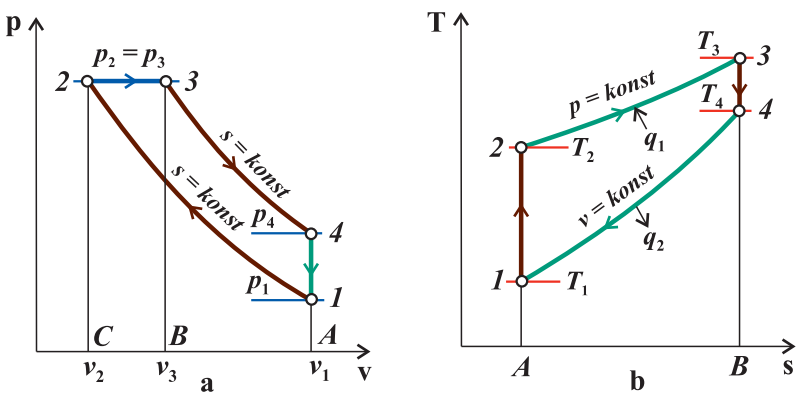
$$l = p_2(v_3 - v_2) + \frac{1}{k-1}(p_3 v_3 - p_4 v_4) - \frac{1}{k-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1). \qquad (7\text{-}48)$$

Pärast mõningaid asendusi ja teisendusi

$$l = \frac{\varepsilon}{(k-1)(\varepsilon-1)}\left[k\varepsilon^{k-1}(\rho-1) - (\rho^k - 1)\right] p_1 (v_1 - v_2). \qquad (7\text{-}49)$$

Dieseli ringprotsessi keskmine indikaatorrõhk

$$p_\mathrm{i} = \frac{\varepsilon}{(k-1)(\varepsilon-1)}\left[k\varepsilon^{k-1}(\rho-1) - (\rho^k - 1)\right] p_1 . \qquad (7\text{-}50)$$




**Joonis 7.13. Dieseli ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Dieseli ringprotsessi termilise kasuteguri avaldise saamiseks avaldame ringprotsessi antava soojushulga kujul

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \varepsilon^{k-1} \lambda (\rho - 1). \tag{7-51}$$

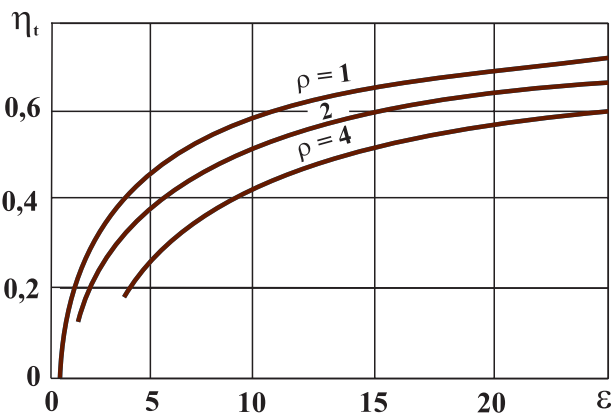
Asetame $l$ ja $q_1$ kasuteguri avaldisse:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{k\varepsilon^{k-1}} \frac{\rho^k - 1}{\rho - 1}. \tag{7-52}$$

Valemist (7-52) järeldub, et Dieseli ringprotsessi termiline kasutegur sõltub nii mootori surveastmest, isobaarsest paisumisastmest kui ka adiabaadi astendajast, tõustes mootori surveastme ja adiabaadi astendaja suurenemisel ning isobaarse paisumisastme alanemisel. Joonisel 7.14 on näidatud diiselmootori termilise kasuteguri olenevus mootori surveastmest kahel erineval isobaarsel paisumisastmel adiabaadi astendaja $k = 1{,}4$ puhul. Jooniselt leiame ka Otto ringprotsessi termilise kasuteguri kõvera. Viimasel juhul keha isobaarne paisumisaste $\rho = 1$. Diiselmootorite surveaste on piirides 14–24.

Veendusime, et mootori antud surveastme juures on Otto ringprotsessi termiline kasutegur kõrgem kui keha kõrgema isobaarse paisumisastmega ringprotsessidel. Kuna aga diiselmootori surveaste on ottomootori surveastmest kõrgem, on ka diiselmootori kasutegur üldiselt ottomootori kasutegurist suurem.

Isobaarne paisumisaste on võrdeline mootori koormusega. Mida suurem on isobaarne paisumisaste, seda kestvam on soojuse eraldumine (põlemine) ja kõrgem gaasi temperatuur paisumisprotsessi lõpul, mis põhjustabki mootori termilise kasuteguri alanemise koormuse tõusul. Järelikult, diiselmootori termiline kasutegur langeb mootori koormuse tõusuga.




**Joonis 7.14. Dieseli ringprotsessi termilise kasuteguri olenevus mootori surveastmest ja keha isobaarsest paisumisastmest**

### 7.2.4 Sabathé ringprotsess (segaringprotsess)

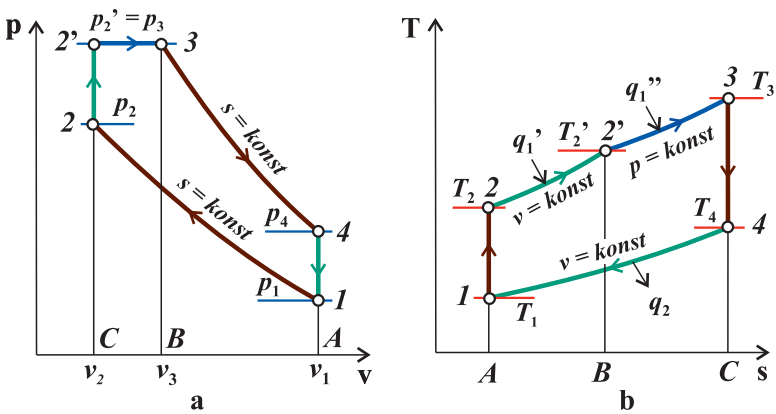
Sabathé ringprotsess ehk segaringprotsess on Otto ja Dieseli ringprotsessi kombinatsioon. Selle järgi töötavad kiirekäigulised mootorid, mida nimetatakse samuti diiselmootoriteks ja mis on viimaste hulgas levinuimad. Sabathé ringprotsessis nagu Dieseli ringprotsessiski süttib kütus ise. Kütus pihustatakse ja pritsitakse mootori põlemiskambrisse viisil, mis jagab soojuse eraldumisprotsessi (põlemise) mootoris kaheks osaks. Osa kütust põleb alguses isohoorselt, seejärel ülejäänud osa isobaarselt.

Tagastatav Sabathé ringprotsess (joonis 7.15) koosneb viiest osaprotsessist. Joon *1 2* kujutab õhu isoentroopset komprimeerimist rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$, mille käigus õhu temperatuur tõuseb $T_1$-lt $T_2$-ni. Õhu isoentroopse kokkusurumise järel suunatakse soojushulk $q_1'$ isohoorselt ringprotsessi (*Ts*-diagrammil pindala □*A22'BA*). Teine osa soojust $q_1''$ suundub ringprotsessi isobaarselt (joon *2' 3*). Soojushulk $q_1''$ võrdub *Ts*-diagrammil pindalaga □*B2'3CB*. Seega ringprotsessi juhitud kogu soojushulk $q_1 = q_1' + q_1''$ = □*A22'3CA*. Põlemisprotsessi lõpuks tõuseb gaasi temperatuur $T_3$ kõrgeima väärtuseni protsessis.

Isobaarsele paisumisele *2'3* järgneb keha isoentroopne paisumine *34*, mille jooksul gaasi temperatuur langeb $T_4$-ni. Järgneb gaasi isohoorne jahtumine lähtetemperatuurini $T_1$ ning ringprotsessi sulgumine. Ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2$ = □*C41AC* (*Ts*-diagrammil). Ringprotsessist saadav kasulik töö $l = q_1 - q_2$ = □*122'341* (nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil).

Eespool esitatud meetodi põhjal avalduvad ringprotsessi kasulik töö ning keskmine indikaatorrõhk valemitega

$$l = \frac{1}{(k-1)(\varepsilon-1)}\left[\lambda(k-1)(\rho-1) + \lambda\rho\left(1-\frac{1}{\delta^{k-1}}\right) - \left(1-\frac{1}{\varepsilon^{k-1}}\right)\right] p_1(v_1 - v_2) \qquad (7\text{-}53)$$




**Joonis 7.15. Sabathé ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

ja

$$p_{\mathrm{i}} = \frac{1}{(k-1)(\varepsilon-1)}\left[\lambda(k-1)(\rho-1) + \lambda\rho\left(1-\frac{1}{\delta^{k-1}}\right) - \left(1-\frac{1}{\varepsilon^{k-1}}\right)\right] p_1, \qquad (7\text{-}54)$$

kus $k$ – adiabaadi astendaja, $\varepsilon$ – mootori surveaste, $\lambda$ – isohoorne rõhutõusuaste, $\rho$ – isobaarne paisumisaste, $\delta$ – adiabaatne paisumisaste.

Ringprotsessi antud soojushulk

$$q_1 = c_{\mathrm{v}}(T_{2'} - T_2) + c_{\mathrm{p}}(T_3 - T_{2'}) = \frac{p_1 v_1}{k-1}\varepsilon^{k-1}[(\lambda-1) + k\lambda(\rho-1)] \qquad (7\text{-}55)$$

ja

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}\frac{\lambda\rho^k - 1}{(\lambda-1) + k\lambda(\rho-1)}. \qquad (7\text{-}56)$$

Viimasest valemist järeldub, et Sabathé ringprotsessi termiline kasutegur sõltub mootori surveastmest, isohoorsest rõhutõusuastmest, isobaarsest paisumisastmest ning adiabaadi astendajast, kasvades mootori surveastme, isohoorse rõhutõusuastme ja adiabaadi astendaja suurenemisel ning isobaarse paisumisastme alanemisel.

Valemist (7-56) on tuletatavad Otto ja Dieseli ringprotsessi termilise kasuteguri arvutusvalemid: esimese jaoks tuleb võtta $\rho = 1$ ning teisele $\lambda = 1$.

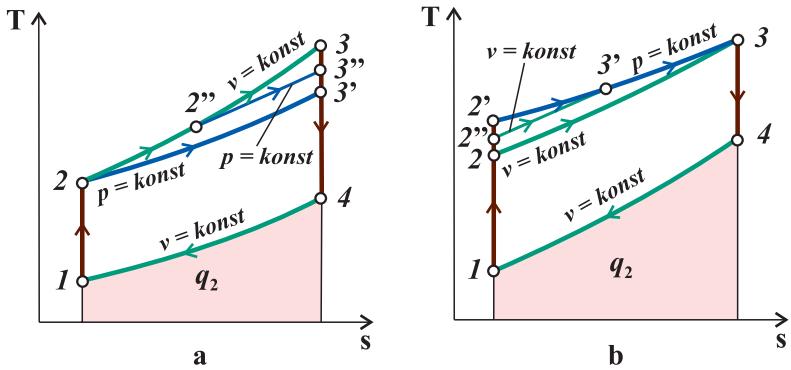
### 7.2.5 Ringprotsesside võrdlus

Sisepõlemismootori ringprotsesside võrdluse aluseks sobib termiline kasutegur eeldusel, et lähtetingimused on samaväärsed. Siinkohal piirdume kolme käsitletud ringprotsessiga – võrdleme omavahel Otto, Dieseli ja Sabathé ringprotsessi kahe lähtetingimuse korral.

Olgu kõigepealt võrdlusobjektideks sama surveastmega ringprotsessid (joonis 7.16a). Kõigis neis toimub keha isoentroopne komprimeerimine, mille puhul on võrdsed nii temperatuur kokkusurumise lõpul kui ka ringprotsessist eemaldatav soojushulk $q_2$. Seega on võrdluse ühine lähtepunkt joonisel punkt *2*. Sellest punktist lähtuvad kõik kolm tagastatavat, soojuse erineva sisestusega ringprotsessi (joon *23* Otto ringprotsess, joon *23*' Dieseli ringprotsess, joon *22*"*3*" Sabathé ringprotsess).

Meenutame, et ringprotsessi kontuurisisene pindala on võrdeline tema kasuliku tööga. Kuna ringprotsessi termilise kasuteguri avaldis on $\eta_{\mathrm{t}} = l/q_1$ ning ringprotsesside soojushulk $q_2$ on üks ja seesama, siis selgub, et suurima termilise kasuteguriga on Otto ringprotsess, väikseim kasutegur aga Dieseli ringprotsessil.

Võrrelda sisepõlemismootorite ringprotsesse võrdse surveastme juures ei ole siiski õige, sest diiselmootori surveaste on tunduvalt kõrgem kui kütuse isohoorse põlemisega ottomootoril.




**Joonis 7.16. Sisepõlemismootorite ringprotsesside võrdlus: a) võrdsel surveastmel, b) võrdsel maksimaalsel temperatuuril**

Seetõttu võtame teise võrdlusjuhtumi (joonis 7.16b) eeltingimuseks gaasi võrdse temperatuuri pärast soojuse viimist protsessi (põlemisprotsessi lõpul), ringprotsesside surveaste on aga erinev. Sel juhul on punkt *3* joonisel ühine. Kehtigu ka siin eeldus, et kõigist ringprotsessidest lahkub väliskeskkonda võrdne soojushulk $q_2$.Võrdlus näitab, et nüüd on suurim termiline kasutegur diiselmootoril, madalaim aga ottomootoril.

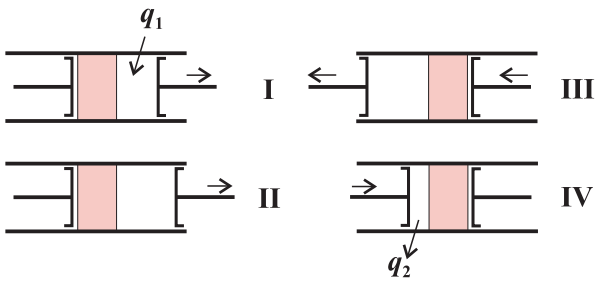
## 7.2.6 Stirlingi ringprotsess

Stirlingi ringprotsessil on väline küte, s.o kütuse põlemine toimub väljaspool kolbmootori silindrit. Säärase mootori patenteeris Robert Stirling 1817. aastal.

Stirlingmootori tööpõhimõte seisneb silindris oleva gaasi isotermsel perioodilisel kuumutamisel ja jahtumisel ning soojuse isohoorsel suunamisel läbi poorse regeneraatori silindri ühest ruumiosast teise. Regeneraatori abil antakse termodünaamilisele kehale soojust või eemaldatakse seda protsessisiseselt. Kui kõrge temperatuuriga gaas läbib regeneraatori, siis gaas jahtub, kuid regeneraator kuumeneb. Regeneraatorisse akumuleeruvat energiat kasutatakse järgmises tsüklis soojuse tagastamiseks (regenereerimiseks) madalama temperatuuriga gaasile. Soojuse suunamine soojusallikalt protsessi ja ka üleandmine jahutisse on isotermsed protsessid.

Stirlingmootori tööpõhimõte ja protsessi tsüklid selguvad joonisel 7.17 esitatud skeemilt. Stirlingmootori põhiosad on kaks liikuvat kolbi silindris ja nende vahel paiknev suure soojusmahtuvusega poorne (gaasi läbilaskev) regeneraator, mis töötab kui perioodiliselt laetav ja tühjenev energiasalvesti. Gaasimassi osatähtsust regeneraatoris toimuvas energiamuundusprotsessis võib eirata.

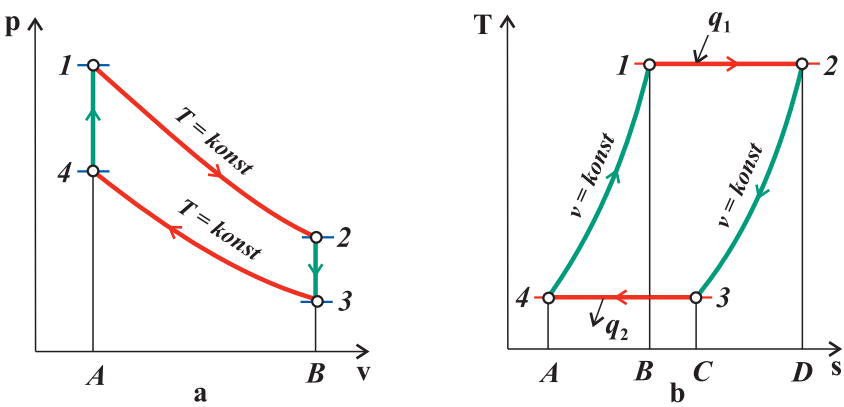
Seisus I on mootori silindri parempoolses osas kõrge temperatuuri ja rõhuga gaas. Parempoolse kolvi liikumisel paremale kantakse gaasile soojusallikalt isotermselt soojushulk $q_1$, gaas paisub, rõhk alaneb ning sooritatakse paisumistöö $l_p$ (seis II).




**Joonis 7.17. Stirlingmootori töötsüklid**

Saavutanud parempoolse surnud seisu, liigub parempoolne kolb koos vasakpoolse kolviga vasakule ning surub gaasi läbi regeneraatori silindri vasakusse poolde nii, et kolbidevaheline maht jääb muutumatuks (seis III). Gaas, läbides poorse regeneraatori, loovutab soojusülekande teel oma energiat. Kuna maht on püsiv, siis nii gaasi rõhk kui ka temperatuur seejuures langevad. Surnud seisu läbinud vasakpoolne kolb liigub paremale, tarbides komprimeerimistööd, mille jooksul gaasi rõhk tõuseb ja isotermselt ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2$ antakse üle jahutisse (seis IV). Soojusülekande lõppedes liiguvad mõlemad kolvid paremale nii, et nendevaheline maht jääb püsima (kuid on väiksem kolbidevahelisest mahust seisul III). Toimub isohoorne soojusülekanne regeneraatorit läbivale gaasile ning gaasi temperatuur tõuseb. Rõhutagem, et nii gaasi isohoorses jahtumises kui ka isohoorses kuumutamises osalevad soojushulgad on võrdsed.

Tagastatavat Stirlingi ringprotsessi *pv*- ja *Ts*-diagrammil kujutab joonis 7.18. Ringprotsess koosneb neljast osaprotsessist ja on kooskõlas joonisel 7.17 esitatud mootori tööprotsessiga.




**Joonis 7.18. Stirlingi ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Joon *12* väljendab gaasi isotermset paisumist rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$, mille käigus keha saab soojushulga $q_1$ (pindala □*B12DB Ts*-diagrammil) ja sooritab paisumistöö $l_p$ (pindala □*A12BA pv*-tasandil). Isotermsele paisumisele järgneb gaasi isohoorne jahtumine *23* temperatuurilt $T_1 = T_2$ temperatuurini $T_3$ ning rõhu langus $p_2$-lt $p_3$-ni. Isohoorse jahtumise käigus antakse regeneraatorile üle soojushulk $q_R$ (*Ts*-diagrammil pindala □*D23CD*).

Nüüd surutakse gaas isotermselt kokku rõhult $p_3$ rõhuni $p_4$, mille jooksul keha loovutab jahutile soojushulga $q_2$ (pindala □*C34AC Ts*-diagrammil). Gaasi komprimeerimiseks tarbitakse tööd $l_k$ (*pv*-diagrammil pindala □*B34AB*). Ringprotsess sulgub gaasi isohoorse kuumutusprotsessiga *41* regeneraatorisse akumuleerunud energia arvel. Gaas saab regeneraatorit läbides soojushulga $q_R$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A41BA*). Isohoorjoonte ekvidistantsusest tulenevana *Ts*-diagrammil □*A41BA* = □*D23CD*.

Ringprotsessist saadav kasulik töö $l = q_1 - q_2 = l_p - l_k$ (nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil pindala □*12341*).

Stirlingi ringprotsessi suunatud soojushulk

$$q_1 = T_1 (s_2 - s_1). \tag{7-57}$$

Eeldame, et Stirlingi ringprotsess toimub ideaalgaasiga, siis vastavalt valemile (3-35) entroopia muutus

$$s_2 - s_1 = \mathrm{R} \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{7-58}$$

ning

$$q_1 = \mathrm{R} T_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{7-59}$$

Ringprotsessist eemalduv soojushulk

$$q_2 = T_4 (s_3 - s_4). \tag{7-60}$$

Entroopia muutus

$$s_3 - s_4 = \mathrm{R} \ln \frac{p_4}{p_3} \tag{7-61}$$

ning

$$q_2 = \mathrm{R} T_4 \ln \frac{p_4}{p_3}. \tag{7-62}$$

Clapeyroni võrrandi alusel

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{p_1}{p_4} \quad \text{ja} \quad \frac{T_2}{T_3} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Kuna $\frac{T_1}{T_4}=\frac{T_2}{T_3}$, siis $\frac{p_1}{p_4}=\frac{p_2}{p_3}$ ehk $\frac{p_4}{p_3}=\frac{p_1}{p_2}$
ning Stirlingi ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = 1-\frac{q_2}{q_1}=1-\frac{T_4}{T_1}, \tag{7-63}$$

olles samane Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguriga. Põhjuseks on ringprotsessisisene ümbruskeskkonna suhtes adiabaatne soojuse regeneratsioon.

## 7.3 Isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsess

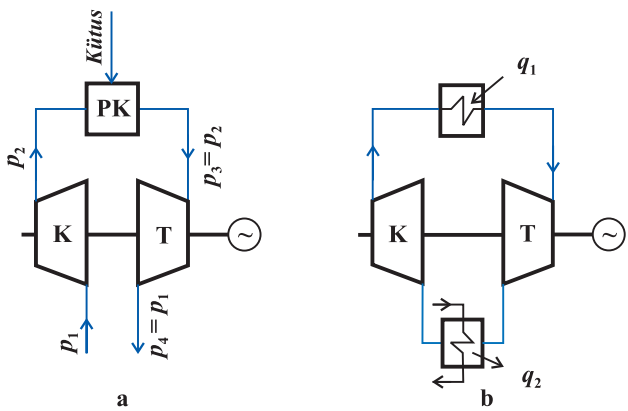
### 7.3.1 Braytoni ringprotsess

Kolbmootori taamus on edasi-tagasi liikuvad massid kolbide ja väntmehhanismi näol. See tõkestab eelkõige suure võimsusega kolbmootorite loomist, sest nii pöörlemissageduse tõstmine kui ka silindri mõõtmete ja arvu suurendamine põhjustab inertsijõudude kasvu mootoris. Sellest taamusest on vabad gaasiturbiinseadmed.

Viimaseid kasutatakse ulatuslikult lennunduses, elektrijaamades, maagaasi edastamisel, erinevates tööstusettevõtetes jm.

Gaasiturbiinseadmed jagunevad avatud ja suletud ringprotsessiga seadmeteks.

*Avatud ringprotsessiga* gaasiturbiinseadmes (joonis 7.19a) on kolm põhilist koostisosa – kompressor, põlemiskamber ja gaasiturbiin. Kompressor surub välisõhku põlemiskambrisse, kuhu antakse ka kütus, põlemisgaas suundub põlemiskambrist turbiini, millel on ühine võll kompressoriga. Turbiinist paiskub põlemisgaas atmosfääri. Säärases seadmes põletatakse peamiselt vedel- ja gaaskütust, kuigi on ehitatud ka tahkekütusel töötavaid gaasiturbiinseadmeid, peamiselt kombineerituna aurujõuseadmega. Väga tülikas on puhastada põlemisgaasi tuhaosakestest. Rõhutame, et gaasiturbiinis paisub gaas kuni atmosfäärirõhuni, erinevalt sisepõlemismootorist, kus paisumine lõpeb ümbruskeskkonna rõhust kõrgemal rõhul.




**Joonis 7.19. Avatud (a) ja suletud (b) ringprotsessiga gaasiturbiinseadme skeem: K – kompressor, PK – põlemiskamber, T – turbiin**

*Suletud ringprotsessiga* gaasiturbiinseadmes (joonis 7.19b) ringleb kinnises kontuuris termodünaamilise kehana gaas. Gaas läbib kompressori ja soojusvaheti, milles töögaas kuumenedes täidab põlemiskambri ülesannet, ning suundub siis turbiini ja sealt soojusvahetisse (jahutisse), taastades sellega oma algoleku.

Suletud seadmes on kaks soojusvahetit, soojust protsessi suunav ja sealt eemaldav, mis märgatavalt suurendab gaasiturbiinseadme keerukust ja mõõtmeid.

Vaatleme gaasiturbiinseadme ringprotsessi, mida kujutab skeem joonisel 7.19a ja mis on tuntud Braytoni ringprotsessina.

Kompressor K tõstab õhurõhku atmosfäärirõhult $p_1$ rõhuni $p_2$, surudes õhu põlemiskambrisse PK, kus kütus põleb ja soojus eraldub. Põlemiskambrist väljuv gaas läbib turbiini T, kus ta paisudes sooritab tööd, mis antakse üle turbiinseadme võllile.

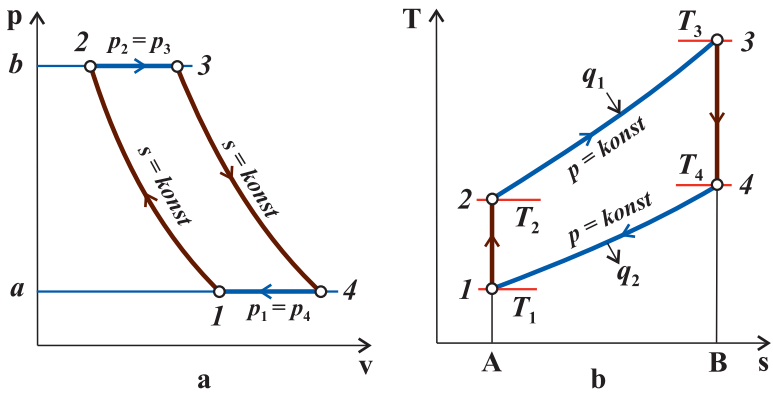
Turbiinist väljub gaas ümbruskeskkonda. Suur osa turbiini tööst tuleb kulutada kompressori käituseks, seetõttu sõltub gaasiturbiinseadme soojuslik efektiivsus (kasutegur) ka õhu kokkusurumise moodusest kompressoris.

Ideaalse (tagastatava) isobaarse põlemise ehk soojuse isobaarse sisestuse ja õhu isoentroopse komprimeerimisega Braytoni ringprotsess on kujutatud joonisel 7.20 *pv*- ja *Ts*-diagrammil. Õhu isoentroopset komprimeerimist väljendab joon *12*, mille käigus rõhk $p_1$ tõuseb väärtuseni $p_2$ ning temperatuur $T_1$-lt $T_2$-ni. Nii temperatuur $T_1$ kui ka rõhk $p_1$ vastavad ümbruskeskkonna õhu olekule. Õhu komprimeerimiseks vajalikku tööd $l_k$ esindab *pv*-diagrammil pindala □*a12ba*. Õhurõhu tõusu määra kompressoris väljendab rõhutõusuaste $\beta = p_2/p_1$. Järgneb kütuse isobaarne põlemine põlemiskambris, millega soojus viiakse protsessi. Toimuvat kujutab joon *23*, mille vältel gaasi maht suureneb, temperatuur aga tõuseb $T_2$-lt $T_3$-ni ning vabaneb soojushulk $q_1$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A23BA*).



**George Brayton** (3.10.1830 Rhode Island, USA – 17.12.1892 London, Inglismaa), USA mehaanikainsener ja leiutaja, elas ja töötas peamiselt Bostonis. Oli pidevpõlemisega sisepõlemismootorite arengu pioneere, leiutas püsisüütega sisepõlemismootori, millest kujunes nüüdisajal üldtuntud gaasiturbiinmootor.

1872 esitas patenditaotluse kahetaktilisele statsionaarsele bensiinimootorile, mis sai tuntuks kui ***Brayton's Ready Motor*** ja pälvis suurt tähelepanu, kuni ottomootor selle tagaplaanile tõrjus. Sellise mootori tööprotsessi tuntakse termodünaamikas ***Braytoni ringprotsessina***. Üritas 1870 esimesena USA-s tööstuslikult toota kasutamiskõlblikke gaasiturbiine. Tema gaasimootoril oli diafragma, mille abil juhiti leek veega jahutatavasse silindrisse, et põlemisprotsessi stabiliseerida. Mootor koosnes kolmest sõlmest – kompressioonisilindrist, põlemiskambrist ja paisumissilindrist (töösilinder), süüteküünlaid ei olnud. Hiljem patentis George B. Selden samalaadse mootori, loobudes diafragmast.




**Joonis 7.20. Braytoni ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Oluline gaasiturbiini iseloomustav näitarv on gaasi temperatuur $T_3$ sisenemisel turbiini, see on kõrgeim temperatuur gaasiturbiinseadme ringprotsessis, madalaim on aga temperatuur $T_1$. Olgu siin ja edaspidi nende temperatuuride suhte tähistuseks $y = T_3/T_1$. Sellel suhtel on oluline tähtsus gaasiturbiinseadme efektiivsuse seisukohast.

Põlemiskambrist suundub gaas turbiini, kus ta paisub isoentroopselt, temperatuur langeb seejuures $T_3$-lt $T_4$-ni. Gaasi isoentroopne paisumine turbiinis nähtub olekudiagrammidel joonena *3 4*. Gaasi paisumise töö $l_p$ võrdub *pv*-diagrammil pindalaga □*b34ab*. Osa gaasi paisumistööst turbiinis kulub õhu komprimeerimiseks, mistõttu gaasiturbiinseadmest saadav kasulik töö $l = l_p - l_k$. Samuti $l = q_1 - q_2$ (kasulikku tööd nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil kujutab pindala □*12341*). Gaasi isobaarset jahtumist ümbruskeskkonna rõhul väljendab joon *4 1*, mille jooksul keha maht suureneb ning temperatuur langeb $T_4$-lt ümbrustemperatuurini $T_1$. Ringprotsessist lahkub isobaarselt soojushulk $q_2$ (*Ts*-diagrammil pindala □*B41AB*).

Eeldame, et ringprotsessis osaleb ideaalgaas püsiva erisoojusega.

Ringprotsessi juhitav ja sealt eemaldatav soojushulk

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2) \\ q_2 &= h_4 - h_1 = c_p (T_4 - T_1), \end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}64)$$

kus $c_p$ – gaasi isobaarne erisoojus; $T_1$, $h_1$ – kompressorisse siseneva õhu temperatuur ja entalpia; $T_2$, $h_2$ – kompressorist väljuva õhu temperatuur ja entalpia; $T_3$, $h_3$ – turbiini siseneva gaasi temperatuur ja entalpia; $T_4$, $h_4$ – turbiinist väljuva gaasi temperatuur ja entalpia.

Ringprotsessi kasulik töö

$$l = q_1 - q_2 = (h_3 - h_2) - (h_4 - h_1) = c_p [(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)]. \qquad (7\text{-}65)$$

Braytoni ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}. \tag{7-66}$$

Kasutame asendusi.

Isoentroobi *1 2* võrrand:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}}, \tag{7-67}$$

kus $k$ on adiabaadi astendaja.

Paisumise isoentroobi *3 4* võrrand:

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}}. \tag{7-68}$$

Kuna

$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} = \beta$ (joonis 7.20a),

siis seoste (7-67) ja (7-68) põhjal

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

ning Braytoni ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}. \tag{7-69}$$

Tulemusest nähtub, et soojuse isobaarse sisestusega ja õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme termiline kasutegur sõltub rõhutõusuastmest kompressoris ja adiabaadi astendajast. Nii rõhutõusuastme kui ka adiabaadi astendaja suurenemisel Braytoni ringprotsessi termiline kasutegur kasvab. Jooniselt 7.25 võib näha rõhutõusuastme mõju Braytoni ringprotsessi termilisele kasutegurile adiabaadi astendaja $k = 1{,}4$ juures (punane joon). Rõhutõusuaste $\beta$ on piirides 5–20 turbiini tüübist sõltuvalt.

Avaldame rõhutõusuastme $\beta$ surveastme $\varepsilon = v_1/v_2$ kaudu ($\beta = \varepsilon^k$ on iseloomulik kolbmootorile), siis omandab valem (7-69) Otto ringprotsessi termilise kasuteguri avaldisega (7-45) identse kuju. Seega on Braytoni ringprotsessi termiline kasutegur võrdne Otto ringprotsessi termilise kasuteguriga juhul, kui nende surveastmed on võrdsed.

Võttes aluseks valemi (7-65) ning rakendades eespool kasutatud tähistusi, võib Braytoni ringprotsessist saadava kasuliku töö pärast mõningaid teisendusi ja asendusi avaldada kujul

$$l = c_{\mathrm{p}} T_1 \left[ y\left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\right]. \tag{7-70}$$

Valemist selgub, et Braytoni ringprotsessi kasulik töö sõltub nii rõhutõusuastmest $\beta$ kompressoris kui ka gaasi temperatuurist turbiini sisenemisel (suhte $y$ kaudu). Seda põhjusel, et näitarvud $\beta$ ja $y$ on omavahel seotud suurused. Nagu juba mainitud, üheks gaasiturbiini efektiivsust piiravaks teguriks on põlemiskambrist turbiini siseneva gaasi temperatuur $T_3$, mille väärtuse määravad peamiselt turbiinilabade materjali tugevusomadused. Valides vaadeldava ringprotsessi piirtingimuseks temperatuurisuhte $y$ ja muutuvaks parameetriks rõhutõusuastme kompressoris, saame tulemuse, et ringprotsessi kasulik töö suureneb $\beta$ tõusuga, saavutab teatud suurima väärtuse ning hakkab seejärel langema, mis tähendab, et sõltuvusel $l = \mathrm{l}(\beta)$ on suurim väärtus kindla $y$ juures. Selleks et leida suurimale $l$ väärtusele vastavat $\beta$ ja $y$ vahelist seost, diferentseerime avaldist (7-70):

$$\left(\frac{\partial l}{\partial \beta}\right)_{\mathrm{y}} = c_{\mathrm{p}} T_1 \frac{k-1}{k}\left(\frac{y}{\beta^{\frac{2k-1}{k}}} - \beta^{-\frac{1}{k}}\right). \tag{7-71}$$

Võrdsustades viimase avaldise nulliga, saame ringprotsessi suurimale kasulikule tööle vastavaks rõhutõusuastmeks kompressoris etteantud $y$ väärtusele

$$\beta = y^{\frac{k}{2(k-1)}}. \tag{7-72}$$

Esitatust järeldub, et mida kõrgem on gaasi temperatuur turbiini sisenemisel, seda kõrgem on ka ringprotsessi suurimale kasulikule tööle vastav rõhutõusuaste.

Gaasiturbiinseadme kasulik töö $l$ väljendab tööd turbiini läbiva keha massiühiku kohta. Mida suurem on töö $l$, seda vähem gaasimassi läbib turbiini antud võimsuse korral.

### 7.3.2 Tagastamatu Braytoni ringprotsess

Joonisel 7.21a punktiirjoonega *Ts*-diagrammil kujutatud tagastamatu ehk tegelik Braytoni ringprotsess erineb joonisel 7.20 toodud tagastatavast ringprotsessist mitme energiakao tõttu. Esiteks tuleb arvestada gaasi rõhu langust põlemiskambri ja turbiini väljumistrakti takistusest. Punkte *2'3* läbiv joon näitab gaasi temperatuuri tõusu soojuse juhtimisel ringprotsessi juhul, kui rõhk põlemiskambris langeb võrreldes püsirõhulise protsessiga $p_2 = konst$, nagu see on ka tagastatava protsessi korral.

Samuti ei kattu punktiirjoon *4'1* väliskeskkonna rõhu isobaariga $p_1$, ja seda turbiini väljumistrakti takistuse tõttu, millest on tingitud ka gaasi kõrgem temperatuur soojuse eemaldumisel protsessist. Teiseks, rõhu langustest olulisem on siiski entroopia kasv nii õhu tagastamatust adiabaatsest kokkusurumisest kompressoris (joon *12'*) kui ka gaasi tagastamatust adiabaatsest paisumisest turbiinis (joon *34'*). Seepärast on õhu temperatuur kompressorist väljumisel kõrgem kui isoentroopsel komprimeerimisel ning jääb isoentroopse paisumisega võrrelduna kõrgemaks ka tagastamatul adiabaatsel paisumisel turbiinis. Protsesside tagastamatusest johtuvalt on õhu komprimeerimiseks vajalik töö isoentroopsest komprimeerimistööst suurem, gaasi tagastamatu adiabaatne paisumistöö turbiinis aga isoentroopsest paisumistööst väiksem.

Jättes arvestamata rõhu languse põlemiskambris soojuse suunamisel protsessi ja sealt eemaldumisel, uurime joonisel 7.21b esitatud tagastamatut ringprotsessi, eeldades, et termodünaamiline keha on püsiva erisoojusega ideaalgaas.

Õhu tagastamatut komprimeerimist kompressoris iseloomustab adiabaatne kasutegur

$$\eta_{\mathrm{ad}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} \tag{7-73}$$

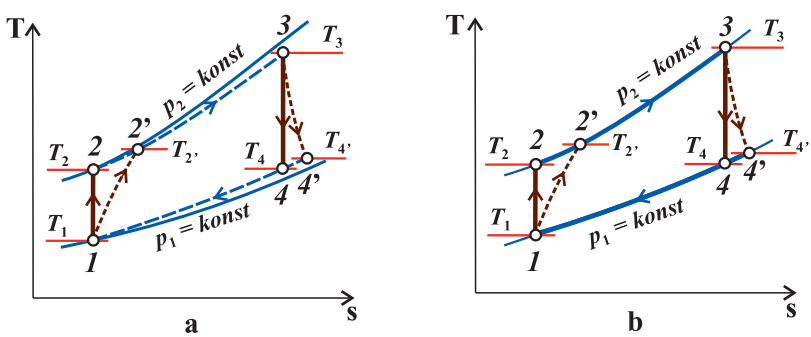
ning gaasi tagastamatut paisumist turbiini suhteline sisemine kasutegur

$$\eta_{0\mathrm{i}} = \frac{h_3 - h_{4'}}{h_3 - h_4} = \frac{T_3 - T_{4'}}{T_3 - T_4}, \tag{7-74}$$

kus $h$ ja $T$ – vastavalt gaasi entalpia ja temperatuur (skeem joonisel 7.21b).

Tagastamatu Braytoni ringprotsessi kasulik töö

$$l' = \eta_{0\mathrm{i}} l_{\mathrm{p}} - \frac{l_{\mathrm{k}}}{\eta_{\mathrm{ad}}}. \tag{7-75}$$




**Joonis 7.21. Tagastamatu Braytoni ringprotsess *Ts*-diagrammil: a) rõhulangusi arvestades, b) rõhulangusi arvestamata**

Kuna

$$l_{\mathrm{p}} = c_{\mathrm{p}}\,(T_3 - T_4),$$

$$l_{\mathrm{k}} = c_{\mathrm{p}}\,(T_2 - T_1)$$

ja

$$q_1 = c_{\mathrm{p}}\,(T_3 - T_2),$$

siis tagastamatu ringprotsessi efektiivne kasutegur

$$\eta_{\mathrm{e}} = \frac{l'}{q_1} = \frac{(T_3 - T_4)\,\eta_{0\mathrm{i}} - \dfrac{T_2 - T_1}{\eta_{\mathrm{ad}}}}{T_3 - T_{2'}}. \tag{7-76}$$

Valemist (7-73) järeldub, et

$$T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_{\mathrm{ad}}}. \tag{7-77}$$

Asetades temperatuuri avaldisest (7-77) valemisse (7-76), saame

$$\eta_{\mathrm{e}} = \frac{\left(\dfrac{T_3}{T_1} - \dfrac{T_4}{T_1}\right)\eta_{0\mathrm{i}}\eta_{\mathrm{ad}} - \left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right)}{\left(\dfrac{T_3}{T_1} - 1\right)\eta_{\mathrm{ad}} - \left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right)}. \tag{7-78}$$

Viime viimasesse valemisse asendused

$$y = \frac{T_3}{T_1},\ \frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

ja

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_3}{T_1}\frac{T_1}{T_2} = \frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}},$$

siis

$$\eta_{\mathrm{e}} = \frac{\left(1 - \dfrac{1}{\beta^{\frac{k}{k-1}}}\right) y\eta_{0\mathrm{i}}\eta_{\mathrm{ad}} - (\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1)}{(y-1)\eta_{\mathrm{ad}} - (\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1)}. \tag{7-79}$$

Selgub, et tagastamatu Braytoni ringprotsessi kasutegur on keerukas sõltuvuses rõhutõusuastmest $\beta$ kompressoris ja temperatuurisuhtest $y$. Samuti mõjutavad $\eta_{\mathrm{e}}$ väärtust kompressori ja turbiini efektiivsusnäitajad. Tagastamatu Braytoni ringprotsessi kasutegur antud $\beta$ väärtusel on seda kõrgem, mida suurem on $y$ ehk mida kõrgem on gaasi temperatuur turbiini sisenemisel. Kindla $y$ väärtuse korral

on olemas selline $\beta$, millele vastab maksimaalne $\eta_e$ väärtus. Mida suurem on $y$, seda kõrgema $\beta$ väärtuse juures $\eta_e$ maksimumväärtusega punkt asetseb. Kasuteguri $\eta_e$ maksimumväärtus on analüütiliselt leitav tingimusest $(\partial\eta_e/\partial\beta)_y = 0$.

Samuti nähtub avaldisest (7-79), et gaasiturbiinseadme kasutegur võrdub nulliga siis, kui

$$\left(1-\frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\right) y\eta_{0i}\eta_{ad} = \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1$$

ehk

$$\frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\eta_{0i}\eta_{ad} = 1.$$

Sellisel juhul

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = y\eta_{0i}\eta_{ad}.$$

Gaasiturbiinseadme kasuteguri $\eta_e$ alanemine rõhutõusuastme $\beta$ kasvuga viimase suurtel väärtustel on põhjustatud komprimeerimis- ja paisumisprotsessi tagastamatusest. Nii turbiini suhtelise sisemise kui ka kompressori adiabaatse kasuteguri suurenemisel nihkub kasuteguri $\eta_e$ maksimumväärtus suurema rõhutõusuastme suunas kompressoris.

On ilmne, et gaasiturbiinseade väljastab kasulikku tööd ainult siis, kui

$$\frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\eta_{0i}\eta_{ad} > 1,$$

sest

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Kokkuvõtteks tuleb nentida, et tagastamatu ringprotsessiga gaasiturbiinseadme soojuslik efektiivsus sõltub tugevalt turbiini suhtelisest sisemisest ja kompressori kasutegurist. Turbiini siseneva gaasi igale temperatuuriväärtusele vastab optimaalne rõhutõusuaste kompressoris.

### 7.3.3 Õhu isotermse komprimeerimisega ringprotsess

Gaasiturbiinseadme ringprotsessi kasutegur sõltub õhu komprimeerimise termodünaamilisest protsessist kompressoris. Eespool uurisime õhu adiabaatse komprimeerimisega Braytoni ringprotsessi. Kuna eelnevast on teada, et isotermsel komprimeerimisel vajatakse vähem tööd kui adiabaatsel, siis käsitleme ringprotsessi, kus õhku komprimeeritakse isotermselt.

Soojuse isobaarse sisestusega ja õhu isotermse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme tagastatav ringprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 7.22. Eeldatakse, et termodünaamiline keha on ideaalgaas.

Õhu isotermset komprimeerimist kompressoris, mille jooksul õhu rõhk tõuseb $p_1$-lt $p_2$-ni, väljendab joon *1 2*, tarbitavat tööd $l_k$ esindab pindala $\square A12BA$. Komprimeerimisele järgneb soojuse suunamine protsessi kütuse püsirõhulise põlemise näol põlemiskambris (joon *2 3*), mille vältel suureneb gaasi maht, gaasi temperatuur aga tõuseb väärtuselt $T_1 = T_2$ väärtuseni $T_3$ ning eraldub soojushulk $q_1$ (*Ts*-diagrammil pindala $\square B23CB$). Temperatuurivahe $T_3 - T_2$ on õhu isotermsel komprimeerimisel märksa suurem kui isoentroopsel. Põlemiskambrist suundub gaas turbiini, kus paisub isoentroopselt (joon *3 4*), mille jooksul temperatuur alaneb $T_3$-lt $T_4$-ni. Gaasi isobaarset jahtumist ümbruskeskkonna rõhul väljendab joon *4 1*, mille jooksul keha maht väheneb ning temperatuur langeb $T_4$-lt ümbrustemperatuurini $T_1$. Ringprotsessist lahkub isobaarselt soojushulk $q_2''$ (pindala $\square C41AC$). Sellele lisaks eraldub õhu isotermsel komprimeerimisel ümbruskeskkonda soojus $q_2'$ (pindala $\square A12BA$). Kogu ringprotsessist lahkuv soojushulk $q_2 = q_2' + q_2'' = \square C412BC$. Ringprotsessi kasulik töö $l = q_1 - q_2$ (pindala $\square 12341$).

Ringprotsessist lahkuv soojushulk

$$q_2 = q_2'' + q_2' = c_\mathrm{p}(T_4 - T_1) + \mathrm{R}T_1 \ln\frac{p_2}{p_1} =$$

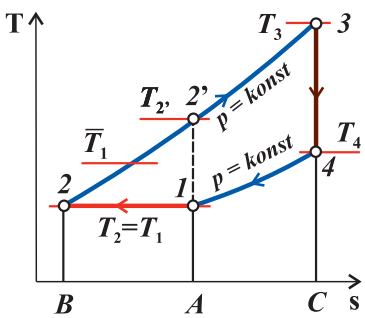
$$= c_\mathrm{p}\left[(T_4 - T_1) + \frac{k-1}{k} T_1 \ln\beta\right], \qquad (7\text{-}80)$$

kuna gaasikonstant

$$\mathrm{R} = \frac{k-1}{k} c_\mathrm{p}.$$

Ringprotsessi antav soojushulk

$$q_1 = c_\mathrm{p}(T_3 - T_1). \qquad (7\text{-}81)$$




**Joonis 7.22. Õhu isotermse komprimeerimisega Braytoni ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Ringprotsessi termiline kasutegur valemite (7-80) ja (7-81) alusel

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{(T_4 - T_1) + \dfrac{k-1}{k} T_1 \ln \beta}{T_3 - T_1} =$$

$$= 1 - \frac{\left(\dfrac{T_4}{T_3} - \dfrac{T_1}{T_3}\right) + \dfrac{k-1}{k} \dfrac{T_1}{T_3} \ln \beta}{1 - \dfrac{T_1}{T_3}} \tag{7-82}$$

ehk

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \frac{\left(\dfrac{k-1}{k} \ln \beta - 1\right) \beta^{\frac{k-1}{k}} + y}{(y-1) \beta^{\frac{k-1}{k}}}. \tag{7-83}$$

Selgub, et isotermselt kokkusurutava õhu puhul sõltub Braytoni ringprotsessi termiline kasutegur rõhutõusuastmest $\beta$ kompressoris ja ringprotsessi kõrgeima ja madalaima temperatuuri suhtest $y$. Ringprotsessi kasutegur antud $\beta$ väärtusel on seda kõrgem, mida suurem on $y$ ehk mida kõrgem on turbiini siseneva gaasi temperatuur. Kindla $y$ väärtuse korral on funktsioonil $\eta_{\mathrm{t}} = \eta(\beta)$ maksimum, mis osutab sellele, et etteantud $y$ puhul on olemas selline $\beta$ väärtus, mille juures ringprotsessi kasutegur on kõrgeim. Kasutegur $\eta_{\mathrm{t}}$ on maksimaalne kohas, kus $(\partial\eta_{\mathrm{t}}/\partial\beta)_{\mathrm{y}} = 0$:

$$\left(\frac{\partial \eta_{\mathrm{t}}}{\partial \beta}\right)_{\mathrm{y}} = \frac{y}{y-1} \frac{k-1}{k} \beta^{\frac{1-2k}{k}} - \frac{1}{y-1} \frac{k-1}{k} \frac{1}{\beta} = 0. \tag{7-84}$$

Võrrandi (7-84) lahend määrab $\beta$ ja $y$ vahelise seose ringprotsessi kõrgeima kasuteguri jaoks:

$$\beta = y^{\frac{k}{k-1}}. \tag{7-85}$$

Asetame saadud $\beta$ avaldise valemisse (7-83), siis ringprotsessi kõrgeim termiline kasutegur antud $y$ korral

$$\eta_{\mathrm{tm}} = 1 - \frac{\ln y}{y-1}. \tag{7-86}$$

Võrreldes Braytoni ringprotsessi termilist kasutegurit õhu isoentroopsel ja isotermsel komprimeerimisel $\beta$ ja $y$ võrdsel väärtusel, osutub, et isotermsel komprimeerimisel on ringprotsessi kasutegur väiksem. Selgituseks vaatleme õhu isotermse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme ringprotsessi (joonis 7.22) kaheosalisena: I – *12'341* (isoentroopne komprimeerimine) ja II – *122'1* (isotermne komprimeerimine). Vastavalt valemile (7-69) isoentroopse komprimeerimisega ringprotsessi termiline kasutegur (osa I)

$$\eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{I}} = 1 - \frac{T_1}{T_{2'}}.$$

Samalaadselt isotermse komprimeerimisega ringprotsessi termiline kasutegur (osa II)

$$\eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{II}} = 1 - \frac{T_1}{\overline{T_1}},$$

kusjuures keskmine temperatuur, mille juures soojus suundub protsessi *22*',

$$\overline{T_1} = \frac{1}{s_1 - s_2} \int_{(2)}^{(2')} \mathrm{T}(s)\mathrm{d}s.$$

Et $T_{2'} > \overline{T_1}$, siis järelikult $\eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{I}} > \eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{II}}$.

Selline tulemus võib tunduda esmalt vastuolus tõdemusega, et energiakulu keha komprimeerimiseks sama rõhuni on isotermses protsessis väiksem kui isoentroopses. See kasuteguri vähenemine on põhjustatud täiendava soojushulga vajadusest protsessi osas *22*' (joonis 7.22), mida ei kompenseeri ringprotsessi töö *122'1*. Soojuse viimine protsessi madalamal temperatuuril kui õhu adiabaatse komprimeerimise korral aga alandab ringprotsessi kasutegurit.

### 7.3.4 Õhu adiabaatse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess

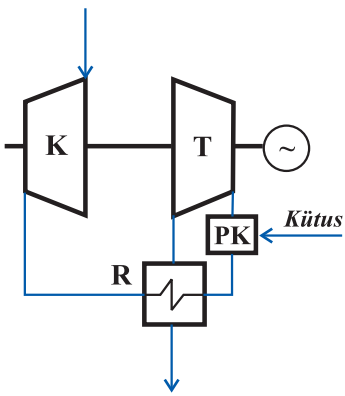
Üks võimalus tõsta gaasiturbiinseadme termilist kasutegurit on põlemisõhku regeneratiivselt ette soojendada. Sellega loovutatakse teatud hulk turbiinist väljuva gaasi energiast soojusena (mis muidu läheks kasutult ümbruskeskkonda) kompressorist väljuva õhu soojendamiseks. Nii väheneb selle soojushulga võrra ringprotsessist lahkuv soojushulk $q_2$ ja ka põlemiskambrisse suunatav kütuse põlemissoojus, mille tulemusena peab tõusma ringprotsessi termiline kasutegur. Kirjeldatud protsess eeldab, et õhu temperatuur pärast kompressorit on turbiinist väljuva gaasi temperatuurist madalam: $T_2 < T_4$.

Õhu regeneratiivse eelsoojendusega gaasiturbiinseadet iseloomustab turbiini järel paiknev soojusvaheti ehk regeneraator R (joonis 7.23). Kompressorist lahkuv õhuvoolus kuumeneb regeneraatoris turbiinist väljuva gaasi soojuse arvel ning siseneb seejärel juba märksa kõrgemal temperatuuril põlemiskambrisse.

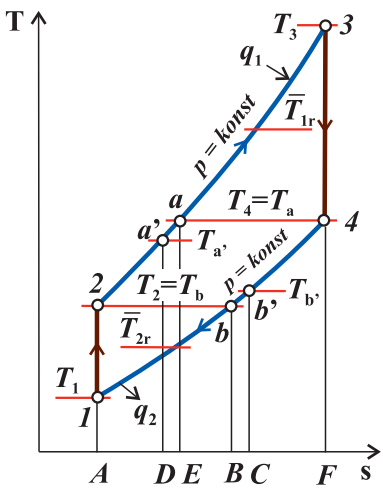
Isobaarse põlemise ning õhu isoentroopse komprimeerimise ja regeneratiivse eelsoojendusega gaasiturbiinseadme ideaalne (tagastatav) ringprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 7.24. Rõhuga $p_1$ ja temperatuuriga $T_1$ (nagu ümbruskeskkonnas) õhu isoentroopsel kokkusurumisel (joon *1 2*) tõuseb selle rõhk $p_2$-ni ja temperatuur $T_2$-ni. Järgneb õhu suunamine regeneraatorisse, kus seda isobaarselt kuumutatakse temperatuurini $T_{a'}$. Regeneraatorist väljuva õhu maksimaalne võimalik temperatuur on võrdne turbiinist väljuva gaasi temperatuuriga ($T_a = T_4$). Regeneraatoris õhule üleantavat soojushulka $q_r$ esindab *Ts*-diagrammil

pindala □*A2a'DA*, täieliku regeneratsiooni korral aga $q_r$ = □*A2aEA*. Regeneraatorist suundub õhk põlemiskambrisse, kus toimub isobaarne põlemine, andes põlemissoojuse ringprotsessi (üleantud soojushulk $q_1$ = □*Da'3FD*, täieliku regeneratsiooni korral aga $q_1$ = □*Ea3FE*). Gaas põlemiskambrist läbib turbiini, kus paisub isoentroopselt (joon *3 4*) ja sooritab paisumistöö $l_p$, mille jooksul temperatuur alaneb $T_3$-lt $T_4$-ni.

Turbiinist väljuv gaas suundub regeneraatorisse ning jahtub soojusvahetusprotsessis temperatuurilt $T_4$ temperatuurini $T_{b'}$, kandes üle soojust kuumutatavale õhule. Täieliku regeneratsiooni korral väljub gaas regeneraatorist temperatuuril, mis on võrdne õhu temperatuuriga kompressorist lahkumisel: $T_b = T_2$. Kuna regeneraatoris õhule üleantav soojushulk võrdub gaasi poolt loovutatava soojushulgaga, siis ka $q_r$ = □*F4b'CF* (või täieliku regeneratsiooni korral $q_r$ = □*F4bBF*). Regeneraatorist väljunud gaas jahtub isobaarselt ümbrustemperatuurini $T_1$, andes viimasele üle soojushulga $q_2$ (*Ts*-diagrammil pindala $q_2$ = □*Cb'1AC*, täielikul regeneratsioonil $q_2$ = □*Bb1AB*). Ringprotsessist saadav kasulik töö $l = q_1 - q_2$ = □*12341*.




**Joonis 7.23. Õhu regeneratiivse eelsoojendusega gaasiturbiinseadme skeem: K – kompressor, PK – põlemiskamber, T – turbiin, R – regeneraator**




**Joonis 7.24. Õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme regeneratiivne ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Nagu juba mainitud, on kirjeldatud ringprotsess võimalik ainult siis, kui turbiinist väljuva gaasi temperatuur $T_4$ on kõrgem kompressorist väljuva õhu temperatuurist $T_2$. Turbiinist väljuva gaasi temperatuur on ühtlasi piirtemperatuur, milleni võiks kompressorist väljuvat õhku kuumutada ($T_a = T_4$).

Tegelikult on regeneraatorist väljuva õhu temperatuur siiski madalam turbiinist väljuva gaasi temperatuurist. Regeneraatoris põlemisõhule ülekantava soojushulga suhet maksimaalselt võimalikku soojushulka (täieliku regeneratsiooni korral) väljendab soojuse regeneratsiooniaste. Eeldades, et termodünaamiline keha on püsiva erisoojusega ideaalgaas, saab soojuse regeneratsiooniastme avaldada temperatuuride kaudu:

$$\sigma = \frac{h_{a'} - h_2}{h_a - h_2} = \frac{T_{a'} - T_2}{T_a - T_2} \tag{7-87}$$

ehk samuti

$$\sigma = \frac{h_4 - h_{b'}}{h_4 - h_b} = \frac{T_4 - T_{b'}}{T_4 - T_b}, \tag{7-88}$$

kus $h_{a'}$ – põlemiskambrisse siseneva õhu entalpia, $h_a$ – sama, täielikul regeneratsioonil, $h_2$ – kompressorist väljuva õhu entalpia, $h_4$ – turbiinist väljuva gaasi entalpia, $h_{b'}$ – regeneraatorist väljuva gaasi entalpia, $h_b$ – sama, täielikul regeneratsioonil.

Soojuse täielikul regeneratsioonil $T_{a'} = T_a$ ja $\sigma = 1$, regeneratsiooni puudumisel $T_{a'} = T_2$ ja $\sigma = 0$. Tegelikult asub gaasiturbiinseadme soojuse regeneratsiooniaste $\sigma$ vahemikus 0,75 kuni 0,85.

On ilmne, et mida kõrgem on soojuse regeneratsiooniaste, seda kõrgem on keha temperatuur põlemiskambrisse sisenemisel ning seda vähem on vaja soojust ringprotsessi viia. Kuid teisalt, mida lähedasem on regeneraatorist väljuva õhu temperatuur regeneraatorisse saabuva põlemisgaasi temperatuurile, seda suurema küttepinnaga soojusvahetit (regeneraatorit) on vaja.

Põlemiskambrisse suunduva õhu regeneratiivne eelsoojendamine turbiinist väljuvalt gaasilt ülekantava soojuse arvel tõstab igal juhul gaasiturbiinseadme termilist kasutegurit. Sõltumata sellest, kas soojuse regeneratsiooni kasutatakse või mitte, jääb ringprotsessi kasulik töö $l$ samaks (*Ts*-diagrammil pindala □*12341*), küll aga avaldub ringprotsessi antav soojushulk $q_1$ regeneratsiooni puudumisel pindalana □*A23FA*, regeneratsiooni korral aga pindalana □*Da'3FD*. Kuna ringprotsessi kasutegur $\eta = l/q_1$, siis on soojuse regeneratsioonita ringprotsessi kasutegur ilmselt madalam kui regeneratsiooni kasutamisel.

Eelnenud arutlus avab regeneratiivse ringprotsessi olemuse, võrreldes regeneratsioonita ringprotsessiga, kuna siin juhitakse soojust ringprotsessi kõrgemal temperatuuril ja eemaldatakse sealt madalamal temperatuuril. Vastavalt joonisele 7.24 suundub soojus regeneratiivsesse ringprotsessi keskmisel temperatuuril

$$\overline{T}_{1r} = \frac{1}{s_3 - s_{a'}} \int_{(a')}^{(3)} T\mathrm{d}s$$

ning lahkub ringprotsessist temperatuuril

$$\overline{T}_{2r} = \frac{1}{s_{b'} - s_1} \int_{(b')}^{(1)} T\mathrm{d}s .$$

Ringprotsessi termiline kasutegur temperatuuri $\overline{T}_{1r}$ ja $\overline{T}_{2r}$ kaudu

$$\eta_t = 1 - \frac{\overline{T}_{2r}}{\overline{T}_{1r}} > 1 - \frac{T_1}{T_2}.$$

Tuletame regeneratiivse Braytoni ringprotsessi termilise kasuteguri arvutusvalemi.

Ringprotsessi antav soojushulk

$$q_1 = h_3 - h_{a'} = c_p (T_3 - T_{a'}) = c_p [(T_3 - T_2) - \sigma (T_a - T_2)]. \qquad (7\text{-}89)$$

Ringprotsessi kasulik töö

$$l = l_p - l_k = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) = c_p [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)]. \qquad (7\text{-}90)$$

Rõhutame veel kord, et gaasiturbiinseadme ringprotsessi kasulik töö ei sõltu soojuse regeneratsioonist.

Regeneratiivse gaasiturbiinseadme ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_2) - \sigma (T_a - T_2)}. \qquad (7\text{-}91)$$

Jagades viimase valemi kõiki liikmeid temperatuuriga $T_1$ ning arvestades, et

$$y = \frac{T_3}{T_1},$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

ja

$$\frac{T_a}{T_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}},$$

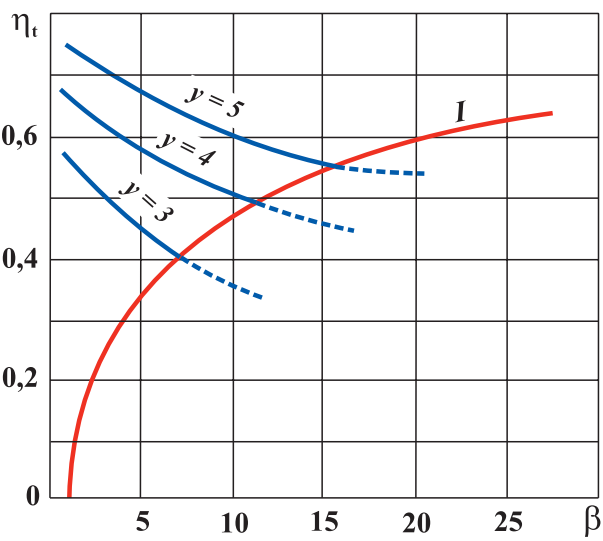
saame

$$\eta_t = \frac{\left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\left(y - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)}{\left(y - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)\beta^{\frac{k-1}{k}} - \sigma\left(y - \beta^{\frac{2(k-1)}{k}}\right)}. \qquad (7\text{-}92)$$

Regeneratsiooni puudumisel ($\sigma = 0$) muutub see valem samaväärseks avaldisega (7-69).

Valemi (7-92) kohaselt on ringprotsessi termiline kasutegur püsiva rõhutõusuastme $\beta$ ja temperatuurisuhte $y$ korral seda parem, mida kõrgem on regeneratsiooniaste $\sigma$.

Õhu regeneratiivne eelsoojendus avaldab Braytoni ringprotsessi termilisele kasutegurile seda suuremat mõju, mida madalam on rõhutõusuaste kompressoris, s.o mida madalam on kompressorist lahkuva õhu temperatuur $T_2$. See nähtub joonilt 7.25, kus on esitatud rõhutõusuastme $\beta$ ja temperatuurisuhte $y$ mõju soojuse regeneratsiooniga ringprotsessi termilisele kasutegurile. Samal joonisel on ka kõver, mis esitab soojuse regeneratsioonita Braytoni ringprotsessi termilise kasuteguri olenevuse rõhutõusuastmest $\beta$. Temperatuuri $T_2$ tõustes väheneb isobaarjoone *2 3* lõigu *a'2* osatähtsus (joonis 7.24). Kui $\sigma = 0$, tõstab rõhutõusuastme $\beta$ kasv ringprotsessi termilist kasutegurit, $\sigma < 1$ korral, vastupidi, kahandab $\beta$ suurenemine $\eta_t$ väärtust muutumatu $y$ korral. Siit järeldub ühtlasi õhu isotermse kokkusurumise paremus õhu regeneratiivse eelsoojendusega gaasiturbiinseadme puhul, mida peatselt uurimegi.




**Joonis 7.25. Rõhutõusuastme ja temperatuuride suhte $y = T_3/T_1$ mõju regeneratiivse Braytoni ringprotsessi termilisele kasutegurile. I – regeneratsioonita Braytoni ringprotsess**

Täieliku regeneratsiooni puhul ($\sigma = 1$)

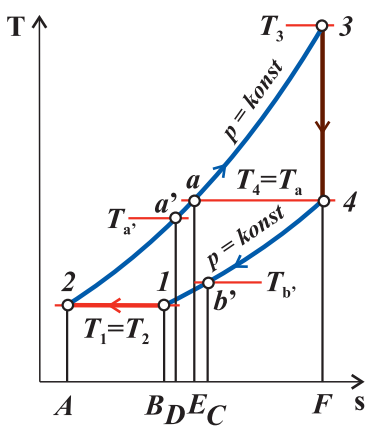
$$\eta_t = 1 - \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}}}{y} = 1 - \frac{T_1}{T_4}. \qquad (7\text{-}93)$$

Soojuse täielikul regeneratsioonil sõltub gaasiturbiinseadme ringprotsessi termiline kasutegur ümbruskeskkonna püsitemperatuuril ainult temperatuurist adiabaatse paisumisprotsessi lõpul. Seejuures peab rõhutõusuaste kompressoris olema selline, et õhu temperatuur pärast kompressorit jääks madalamaks gaasi temperatuurist turbiinist väljumisel.

Soojuse täielik regeneratsioon on võimalik ainult teoreetiliselt. Erinevuse puudumine turbiinist väljuva gaasi ja õhu temperatuuri vahel soojuse täielikul regeneratsioonil ei võimalda soojusülekannet soojusvahetis, sest see eeldaks gaasi ja õhu temperatuurivahe lähenemist nullile.

### 7.3.5 Õhu isotermse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess

Isobaarse põlemisega ning õhu isotermse komprimeerimise ja regeneratiivse eelsoojendusega gaasiturbiinseadme ideaalne (tagastatav) ringprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammina joonisel 7.26. Õhu isotermse komprimeerimise (joon *1 2*) käigus tõuseb õhu rõhk $p_1$-lt $p_2$-ni, kuid temperatuur jääb samaks. Nii temperatuur $T_1$ kui ka rõhk $p_1$ vastavad ümbruskeskkonna parameetritele. Järgneb õhu suunamine regeneraatorisse ja isobaarne kuumutamine temperatuurini $T_{a'}$, täieliku regeneratsiooni korral aga temperatuurini $T_a$, mis on samaväärne turbiinist väljuva gaasi temperatuuriga. Regeneraatorist suundub õhk põlemiskambrisse, kus kütus isobaarselt põleb ja eraldub soojus. Gaas põlemiskambrist läbib seejärel turbiini. Turbiinist väljuv gaas jahtub regeneraatoris temperatuurini $T_{b'}$, täieliku regeneratsiooni korral aga ümbrustemperatuurini.




**Joonis 7.26. Õhu isotermse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme regeneratiivne ringprotsess**

Kasutades tähiseid jooniselt 7.26 ja eeldades, et termodünaamiline keha on ideaalgaas, tuletame õhu isotermse komprimeerimisega regeneratiivse ringprotsessi termilise kasuteguri avaldise.

Ringprotsessist eemalduv soojushulk

$$q_2 = \mathrm{R}T_1 \ln\frac{p_2}{p_1} + c_\mathrm{p}(T_{\mathrm{b}'} - T_1) =$$

$$= \frac{k-1}{k} c_\mathrm{p} T_1 \ln\beta + c_\mathrm{p}\left[(T_4 - T_1) - \sigma(T_4 - T_1)\right]. \tag{7-94}$$

Kuna ringprotsessi antud soojushulk avaldub valemi (7-89) kaudu, siis ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{\frac{k-1}{k} T_1 \ln\beta + (1-\sigma)(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2) - \sigma(T_4 - T_2)}. \tag{7-95}$$

Jagades viimase valemi kõik liikmed läbi temperatuuriga $T_1$ ning arvestades seda, et

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{y}{\beta^{\frac{k-1}{k}}},$$

$$y = \frac{T_3}{T_1}$$

ja

$$\frac{T_2}{T_1} = 1, \text{ saame}$$

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{\frac{k-1}{k}\beta^{\frac{k-1}{k}} \ln\beta + (1-\sigma)\left(y - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)}{(y-1)\beta^{\frac{k-1}{k}} - \sigma\left(y - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)}. \tag{7-96}$$

Viimase valemi kohaselt on ringprotsessi termiline kasutegur püsiva rõhutõusuastme $\beta$ ja temperatuurisuhte $y$ korral seda kõrgem, mida suurem on regeneratsiooniaste $\sigma$.

Täieliku regeneratsiooni korral ($\sigma = 1$) kandub kogu turbiinist väljuva gaasi potentsiaalne soojus täielikult õhule ning ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{\frac{k-1}{k}\beta^{\frac{k-1}{k}}}{y} \frac{\ln\beta}{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1} = 1 - \frac{T_1}{T_4} \frac{\frac{k-1}{k}\ln\beta}{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}. \tag{7-97}$$

Kuna $\beta > 1$, siis valemis (7-97) esinev liige

$$\frac{k-1}{k}\frac{\ln\beta}{\beta^{\frac{k-1}{k}-1}} < 1$$

ning võrreldes omavahel valemeid (7-97) ja (7-93), näeme, et gaasiturbiinseadme regeneratiivse ringprotsessi termiline kasutegur on õhu isotermsel kokkusurumisel kõrgem kui adiabaatsel. Kui temperatuurisuhe $y$ püsib muutumatu ja regeneratsiooniaste $\sigma = 1$, siis rõhutõusuastme $\beta$ suurenedes termiline kasutegur väheneb nagu adiabaatsel komprimeerimisel. Sama kehtib ka juhul, kui $\sigma < 1$.

Toodust järeldub, et soojuse regeneratsioon on gaasiturbiinseadmes rakendatav seda täiuslikumalt, mida lähedasem on õhu komprimeerimine isotermsele protsessile. Õhu isotermne kokkusurumine on aga praktiliselt raskesti teostatav: sellele lähenemiseks kasutatakse õhu vahejahutustega mitmeastmelist komprimeerimist (p 7.1.2).

Võrreldes omavahel õhu adiabaatse ja isotermse komprimeerimisega Braytoni ringprotsessi, rõhutame, et soojuse regeneratsiooni korral on efektiivsem õhu isotermne, selle puudumisel aga adiabaatne kokkusurumine.

### 7.3.6 Õhu astmelise komprimeerimise ja soojuse astmelise sisestusega ringprotsess

Nagu võisime veenduda, on soojuse regeneratsiooniga gaasiturbiinseadme termiline kasutegur seda kõrgem, mida kõrgemal keskmisel temperatuuril soojus ringprotsessi suundub. Gaasiturbiinseadme ringprotsessi kõrgeimat lubatavat temperatuuri piiravad turbiini konstruktsioonmaterjali tugevusomadused. Ringprotsessi kasutegurit saab tõsta, kui viia soojus protsessi võimalikult isotermselt, pidades silmas gaasi maksimaalselt lubatud temperatuuri turbiini sisenemisel ja soojuse mitmeastmelist suunamist protsessi. Sellel eesmärgil jaotatakse turbiini rootori astmestik astmegruppideks, mille vahele suunatakse ringprotsessi täiendavalt soojust (kütuse põlemisel vabaneva soojuse näol).

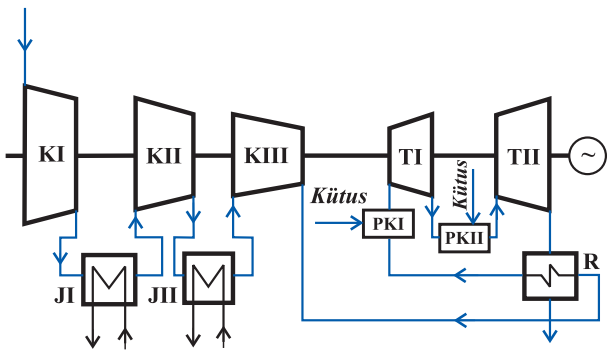
Soojuse astmelise sisestuse kõrval saab gaasiturbiinseadme ringprotsessi kasutegurit tõsta ka õhu mitmeastmelise kokkusurumisega. See alandab õhu temperatuuri kompressori viimase astmegrupi järel ning loob võimaluse anda regeneraatoris õhule suuremat soojushulka turbiinist väljuvalt gaasilt, vähendades sel viisil ringprotsessist eemaldatava soojuse kogust.

Vaatleme regeneratiivse ringprotsessiga gaasiturbiinseadet (joonis 7.27), kus õhk surutakse kokku kolmes ja soojus viiakse protsessi kahes osas.

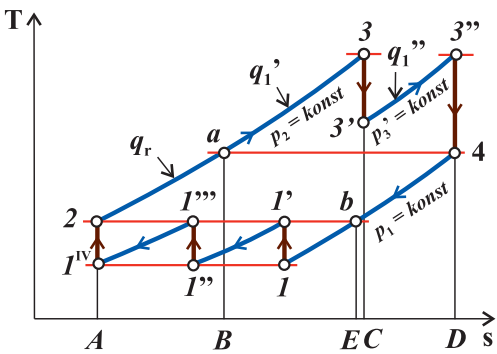
Kompressori astmegruppidest KI ja KII väljumisel suundub õhk vahejahutitesse JI ja JII. Kompressori viimasest astmegrupist KIII väljuv õhk läbib enne esimesse põlemiskambrisse sisenemist regeneraatori R, kus ta kuumeneb turbiinist väljuvalt gaasilt soojust saades. Esimesest põlemiskambrist PKI suundub gaas turbiini esimesse astmegruppi TI. Seal paisunud gaas suunatakse teise põlemis-

kambrisse PKII, kus ringprotsessi viiakse täiendav soojushulk, ning sealt edasi teise astmegruppi TII.

Joonisel 7.27 esitatud skeemile vastav ringprotsessi *Ts*-diagramm on toodud joonisel 7.28. Diagramm vastab juhtumile, kui soojuse regeneratsiooniaste $\sigma = 1$. Jooned *11'*, *1"1"'* ja $1^{IV}2$ kujutavad õhu isoentroopset komprimeerimist kompressori igas vaheastmegrupis ning jooned *1'1"* ja *1"'*$1^{IV}$ õhu isobaarset jahtumist kompressori vahejahutites. Seejuures on eeldatud, et õhu temperatuur kõikide astmegruppide ees on üks ja seesama ning võrdne temperatuuriga astmegruppidest väljumisel. Soojuse ringprotsessi suundumist väljendab isobaar *23*. Temperatuuri tõus isobaarjoone osas *2a* toimub regeneraatoris ülekantava soojuse arvel, ülejäänud osas aga esimeses põlemiskambris kütuse põlemisel vabaneva soojuse tagajärjel. Lõigud *33'* ja *3"4* väljendavad gaasi isoentroopset paisumist turbiini astmegruppides. Kehale soojuse juurdeandmist teises põlemiskambris väljendab isobaar *3'3"*, turbiinist väljuva gaasi isobaarset jahtumist aga joon 41. Regeneraatoris õhule üleantud soojushulka $q_r$ esindab pindala $\square A2aBA = \square D4bED$. Esimeses põlemiskambris kehale üleantud soojushulk $q_1' = \square Ba3CB$, teises põlemiskambris üleantud soojushulk $q_1'' = \square C3'3"DC$ ning protsessist lahkuv soojushulk $q_2 = \square Eb11'1"1"'1^{IV}AE$. Ringprotsessi kasulik töö $l = q_1 - q_2 = \square 1^{IV}233'3"411'1"1"'1^{IV}$.




**Joonis 7.27. Õhu astmelise komprimeerimise ja soojuse astmelise sisestusega gaasiturbiinseadme skeem: K – kompressor, J – vahejahuti, PK – põlemiskamber, T – turbiin, R – regeneraator**




**Joonis 7.28. Õhu astmelise komprimeerimise ja soojuse astmelise sisestusega gaasiturbiinseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Mida suurem on õhu adiabaatsete komprimeerimisastmete ja gaasi adiabaatsete paisumiste arv, seda lähedasem on ringprotsess Carnot' ringprotsessile ning kõrgem ka termiline kasutegur. Vahejahutite ja põlemiskambrite lõpmata suure arvu korral täieliku regeneratsiooni kasutamisel muutub ringprotsess efektiivsuselt võrdseks Carnot' ringprotsessiga. Arvukad õhu vahejahutid ja põlemiskambrid muudavad aga gaasiturbiinseadme keerukamaks ja tõstavad hinda. Märgatav kasuteguri tõus saadakse juba õhu kaheastmelisel komprimeerimisel ja soojuse kaheastmelisel sisestusel, kusjuures iga järgnev aste suurendab ringprotsessi kasutegurit vähem kui sellele eelnev.

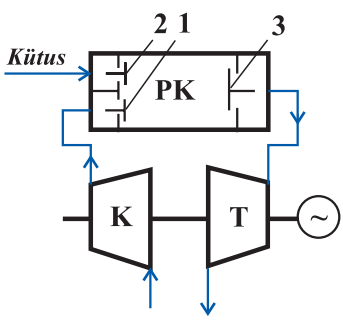
## 7.4 Isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsess

### 7.4.1 Õhu isoentroopne ja isotermne komprimeerimine

Vaadeldud gaasiturbiinseadmete ringprotsessidesse sisestati soojus (kütuse põlemine toimus) püsirõhul. Et tõsta ringprotsessi termilist kasutegurit, on välja töötatud ja vähesel määral evitatudki termodünaamiliselt võimalikud ringprotsessid, kus soojus suunatakse süsteemi isohoorselt – kütus põletatakse kinnises ruumis, püsimahul. Säärase gaasiturbiinseadme skeem on esitatud joonisel 7.29.

Kütust kas isobaarselt või isohoorselt põletavate gaasiturbiinseadmete oluline erinevus seisneb põlemiskambri töö põhimõttes. Isohoorset põlemist võimaldav kolme juhitava klapisüsteemiga põlemiskamber on tunduvalt keerukama ehitusega kui isobaarseks põlemiseks kasutatav suhteliselt lihtne põlemiskamber.

Gaasiturbiiniga T ühel võllil asetsev kompressor surub õhu läbi õhuklapi 1 põlemiskambrisse PK. Klapi (klappide) 2 kaudu antakse põlemiskambrisse kütus või kütuse ja õhu segu (klappi 2 võib asendada ka kütusepihusti). Klapi (klappide) 3 kaudu suundub põlemisgaas turbiini. Kõigi klappide sulgeolekus süüdatakse põlevsegu, millele järgneb püsimahuline põlemine ehk soojuse viimine protsessi. Põlemise lõppedes avaneb väljumisklapp ja gaas suundub turbiini.



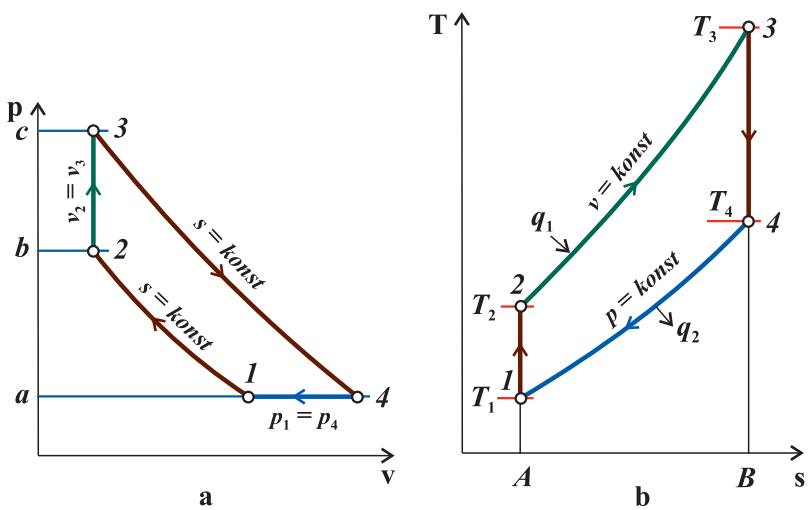

**Joonis 7.29. Isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme skeem: K – kompressor, T – turbiin, PK – põlemiskamber; 1 – õhuklapp, 2 – kütuseklapp, 3 – gaasi väljumisklapp**

Isohoorse põlemise ja õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme ideaalne (tagastatav) ringprotsess on kujutatud *pv*- ja *Ts*-diagrammina joonisel 7.30. Ümbruskeskkonna rõhuga $p_1$ ja temperatuuriga $T_1$ õhu isoentroopsel komprimeerimisel (joon *1 2*) tõuseb rõhk $p_2$-ni ning temperatuur $T_2$-ni. Õhu komprimeerimiseks vajalikku tööd $l_k$ kujutab *pv*-diagrammil pindala □*a12ba*. Õhurõhu tõusu ulatust kompressoris väljendatakse rõhutõusuastmega $\beta = p_2/p_1$. Järgneb soojuse isohoorne protsessi viimine, s.o kütuse püsimahuline põlemine põlemiskambris (joon *23*), mille vältel suureneb gaasi rõhk, temperatuur aga tõuseb $T_2$-lt $T_3$-ni ning eraldub soojushulk $q_1$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A23BA*). Rõhu tõusu soojuse isohoorsel viimisel protsessi määrab isohoorne rõhutõusuaste $\lambda = p_3/p_2$. Gaas suundub põlemiskambrist turbiini, kus paisub isoentroopselt, mille jooksul temperatuur alaneb $T_3$-lt $T_4$-ni. Gaasi isoentroopset paisumist turbiinis esindab olekudiagrammidel joon *34*. Gaasi paisumistöö $l_p$ võrdub *pv*-diagrammil pindalaga □*c34ac*.

Gaasiturbiinseadmest saadav kasulik töö $l = l_p - l_k$, samuti $l = q_1 - q_2$. Ringprotsessi kasulik töö nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil väljendub pindalana □*12341*.

Gaasi isobaarset jahtumist ümbruskeskkonna rõhul väljendab joon *41*, mille jooksul keha maht suureneb ning temperatuur langeb $T_4$-lt ümbrustemperatuurini $T_1$. Ringprotsessist eemaldub isobaarselt soojushulk $q_2$ (*Ts*-diagrammil pindala □*B41AB*).

Eeldame, et ringprotsess toimub ideaalgaasiga, mille erisoojus jääb püsivaks.




**Joonis 7.30. Soojuse isohoorse sisestusega gaasiturbiinseadme ringprotsess *pv*- ja *Ts*-diagrammil**

Õhu isoentroopse kokkusurumise ja soojuse isohoorse sisestusega ringprotsessi termilise kasuteguri arvutusvalemi tuletamiseks avaldame ringprotsessi juhitava ja sealt eemalduva soojushulga:

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= u_3 - u_2 = c_\mathrm{v}\,(T_3 - T_2) \\ q_2 &= h_4 - h_1 = c_\mathrm{p}\,(T_4 - T_1), \end{aligned}\right\} \tag{7-98}$$

kus $u_2$, $T_2$ – kompressorist väljuva õhu siseenergia ja temperatuur; $u_3$, $T_3$ – turbiini siseneva gaasi siseenergia ja temperatuur; $h_1$, $T_1$ – kompressorisse siseneva õhu entalpia ja temperatuur; $h_4$, $T_4$ – turbiinist väljuva gaasi entalpia ja temperatuur; $c_\mathrm{v}$, $c_\mathrm{p}$ – isohoorne ja isobaarne erisoojus.

Ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - k\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - k\frac{T_1}{T_2}\frac{\dfrac{T_4}{T_1} - 1}{\dfrac{T_3}{T_2} - 1}, \tag{7-99}$$

kus $k = c_\mathrm{p}/c_\mathrm{v}$.

Kasutades eespool rakendatud tähistusi

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} \text{ ja } \lambda = \frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}$$

ning teisendust

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3}\frac{T_3}{T_2}\frac{T_2}{T_1},$$

milles

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{(\beta\lambda)^{\frac{k-1}{k}}}$$

ja

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}},$$

saame isohoorse põlemisega ja õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme termilise kasuteguri arvutusvalemi

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - k\frac{\lambda^{\frac{1}{k}} - 1}{(\lambda - 1)\,\beta^{\frac{k-1}{k}}}. \tag{7-100}$$

Valem (7-100) näitab, et sellise gaasiturbiinseadme termiline kasutegur tõuseb nii rõhutõusuastme $\beta$ kui ka isohoorse rõhutõusuastme $\lambda$ suurenedes.

Võrdleme nüüd õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme ringprotsessi termilist kasutegurit isobaarsel ja isohoorsel põlemisel. Võrdluse lähtekoht olgu võrdne rõhutõusuaste kompressoris ja võrdne protsessi kõrgeim temperatuur, nagu on näidatud *Ts*-diagrammil joonisel 7.31. Isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsessi väljendab kontuur *12341* ja isohoorse põlemisega seadme ringprotsessi *123'4'1*. Kattuvad punktid on *1* (võrdsed ümbrusparameetrid) ja *2* (võrdne rõhutõusuaste kompressoris) ning punktides *3* ja *3'* on võrdne temperatuur. Mõlemal juhul suundub soojus ringprotsessi sama keskmise temperatuuriga $\overline{T}_1$, kuid eemaldub isobaarse põlemisega ringprotsessist kõrgemal temperatuuril ($\overline{T}_2$), kui see toimuks isohoorsel põlemisel ($\overline{T}_{2'}$). Järelikult on isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsessi termiline kasutegur vaadeldavatel tingimustel suurem kui isobaarse põlemisega seadmel. Põhjuseks on asjaolu, et vaatamata samale temperatuurile $T_3$, on isohoorse põlemisega seadmes gaasi rõhk turbiini sisenedes kõrgem kui soojuse isobaarsel protsessi suunamisel.

Õhu isotermse komprimeerimise ja soojuse isohoorse sisestusega gaasiturbiinseadme ringprotsess on joonisel 7.32: *1 2* – õhu isotermne kokkusurumine kompressoris, *2 3* – soojuse isohoorne suundumine protsessi (kütuse isohoorne põlemine põlemiskambris), *3 4* – gaasi isoentroopne paisumine turbiinis, *4 1* – gaasi isobaarne jahtumine ümbrustemperatuurini.

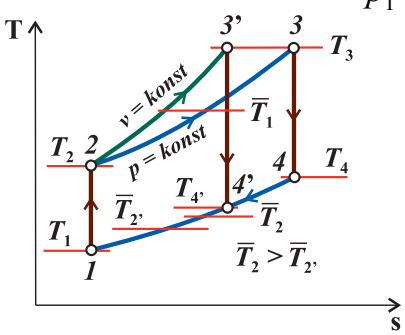
Ringprotsessi suunduv soojushulk

$$q_1 = c_{\mathrm{v}}(T_3 - T_2),$$

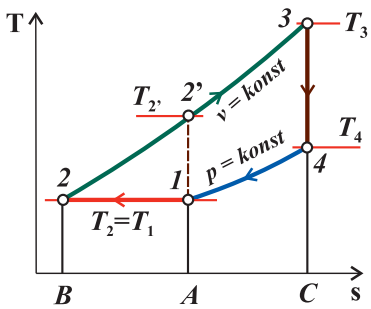
kus $c_{\mathrm{v}}$ – isohoorne erisoojus, $T_2$ – õhu temperatuur kompressorist väljumisel, $T_3$ – gaasi temperatuur turbiini sisenemisel.

Ringprotsessist eemaldatav soojushulk koosneb kahest osast. Õhu isotermsel komprimeerimisel eemaldub soojus $q_2'$ ja gaasi jahtumisest ümbrustemperatuurini soojus $q_2''$. Seega

$$q_2 = q_2' + q_2'' = \mathrm{R}T_1 \ln\frac{p_2}{p_1} + c_{\mathrm{p}}(T_4 - T_1).$$




**Joonis 7.31. Isohoorse ja isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadmete ringprotsessside võrdlus $\beta$ ja $T_3$ võrdsetel väärtustel**




**Joonis 7.32. Õhu isotermse komprimeerimise ja soojuse isohoorse sisestusega gaasiturbiinseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{\mathrm{R}T_1 \ln \dfrac{p_2}{p_1} + c_p (T_4 - T_1)}{c_v (T_3 - T_2)}. \qquad (7\text{-}101)$$

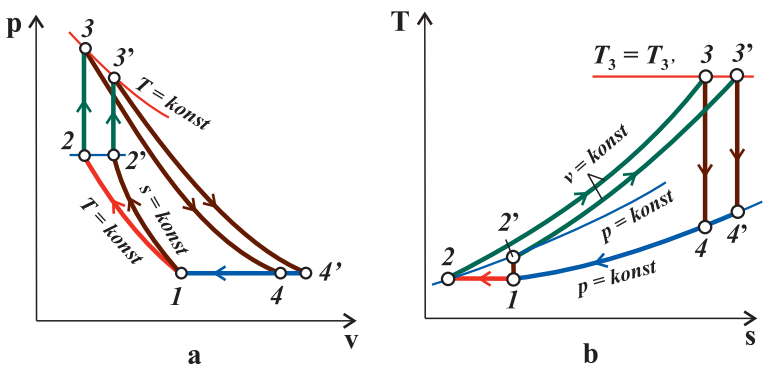
Arvestades seda, et

$$\frac{\mathrm{R}}{c_v} = k - 1,$$

võtab valem (7-101) pärast mõningaid asendusi ja teisendusi kuju

$$\eta_t = 1 - \frac{(k-1)\ln\beta + k\left(\beta^{\frac{1-k}{k}}\lambda^{\frac{1}{k}} - 1\right)}{\lambda - 1}. \qquad (7\text{-}102)$$

Joonisel 7.33 on soojuse isohoorse sisestusega gaasiturbiinseadme võrdlusdiagrammid õhu adiabaatsel ja isotermsel komprimeerimisel võrdse rõhutõusuastmega kompressoris ja võrdse kõrgeima temperatuuriga $T_3$ protsessis. Sellistel võrdlustingimustel osutub seadme termiline kasutegur õhu isotermsel komprimeerimisel madalamaks kui adiabaatsel.




**Joonis 7.33. Soojuse isohoorse sisestusega gaasiturbiinseadme võrdlusdiagrammid**

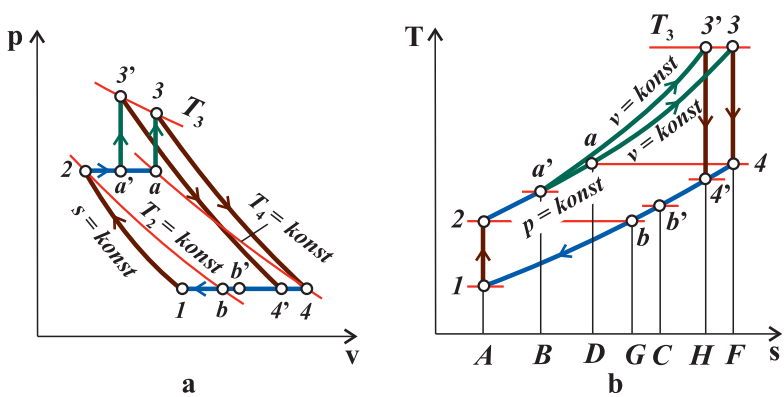
### 7.4.2 Õhu isoentroopse komprimeerimisega regeneratiivne ringprotsess

Nagu selgus, on isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadme termilist kasutegurit võimalik tõsta soojuse regeneratsiooni kasutades. See kehtib ka isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme kohta.

Gaasiturbiinseadme tagastatav regeneratiivne ringprotsess õhu isoentroopse komprimeerimise ja soojuse isohoorse suunamisega protsessi on esitatud joonisel 7.34. Õhu isoentroopse kokkusurumise (joon *12*) käigus tõuseb rõhk $p_1$-lt $p_2$-ni ning temperatuur $T_1$-lt $T_2$-ni. Järgneb õhu suundumine regeneraatorisse ja tema isobaarne kuumutamine temperatuurilt $T_2$ temperatuurini $T_{a'}$, täieliku regeneratsiooni korral aga temperatuurini $T_a = T_4$. Regeneraatoris õhule ülekantud soojushulk $q_r$ avaldub *Ts*-diagrammil pindalana $\square A2a'BA$, täielikul regeneratsioonil aga $q_r = \square A2aDA$. Regeneraatorist suundub õhk põlemiskambrisse, kus soojus viiakse protsessi püsimahul.

Põlemiskambris gaasile üleantud soojushulk $q_1 = \square Ba'3'HB$, täieliku regeneratsiooni korral aga $q_1 = \square Da3FD$. Gaas läheb põlemiskambrist turbiini, kus paisub isoentroopselt (joon *34*) temperatuuri $T_3$ alanedes $T_4$-ni. Turbiinist väljuv gaas suundub regeneraatorisse, kus jahtub temperatuurini $T_{b'}$, kandes üle soojust kuumutatavale õhule. Täieliku regeneratsiooni korral väljub gaas regeneraatorist temperatuuril, mis on võrdne õhu temperatuuriga kompressorist väljumisel ($T_b = T_2$). Kuna regeneraatoris õhu poolt vastuvõetud soojushulk on võrdne gaasilt üleantud soojushulgaga, siis ka $q_r = \square H4'b'CH$, täielikul regeneratsioonil $q_r = \square F4bGF$.

Ringprotsessist isobaarselt eemalduv soojushulk $q_2$ on *Ts*-diagrammil võrdne pindalaga $\square Cb'1AC$, täieliku regeneratsiooni korral $q_2 = \square Gb1AG$. Selline ringprotsess on võimalik ainult siis, kui turbiinist väljuva gaasi temperatuur $T_4$ on kõrgem kompressorist väljuva õhu temperatuurist $T_2$.




a b

**Joonis 7.34. Isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme regeneratiivne ringprotsess olekudiagrammidel**

Soojuse osalise regeneratsiooniga ringprotsess väljendub olekudiagrammidel kontuurina *12a'3'4'1* ning soojuse täieliku regeneratsiooni puhul kontuurina *12a341*.

Tuletame termilise kasuteguri avaldise isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme regeneratiivsele ringprotsessile eeldusel, et tegemist on püsivat erisoojust omava ideaalgaasiga.

Ringprotsessi suunduv ja sealt eemalduv soojushulk avalduvad joonisel 7.34 kasutatud tähistega järgmiselt:

$$q_1 = c_\mathrm{v}\left(T_{3'} - T_{\mathrm{a}'}\right) = c_\mathrm{v}\left(T_3 - T_{\mathrm{a}'}\right),$$

$$q_2 = c_\mathrm{p}\left[\left(T_{4'} - T_1\right) - \left(T_{\mathrm{b}'} - T_1\right)\right] = c_\mathrm{p}\left[\left(T_{4'} - T_1\right) - \left(T_{\mathrm{a}'} - T_2\right)\right].$$

Ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_\mathrm{p}\left[\left(T_{4'} - T_1\right) - \left(T_{\mathrm{a}'} - T_2\right)\right]}{c_\mathrm{v}\left(T_3 - T_{\mathrm{a}'}\right)} =$$

$$= 1 - k\frac{\left(\frac{T_{4'}}{T_1} - 1\right) - \left(\frac{T_{\mathrm{a}'}}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}\right)}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_{\mathrm{a}'}}{T_1}}. \qquad (7\text{-}103)$$

Kui kasutada tähistusi

$$\beta = \frac{p_2}{p_1},\ \ \lambda = \frac{p_{3'}}{p_{\mathrm{a}'}} = \frac{p_{3'}}{p_2} = \frac{T_3}{T_{\mathrm{a}'}},\ \gamma = \frac{T_{\mathrm{a}'}}{T_2}$$

ja seoseid

$$\frac{T_{4'}}{T_1} = \gamma\lambda^{\frac{1}{k}},\ \ \frac{T_{\mathrm{a}'}}{T_1} = \gamma\beta^{\frac{k-1}{k}},\ \ \frac{T_3}{T_1} = \lambda\gamma\beta^{\frac{k-1}{k}},$$

siis

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - k\frac{\left(\gamma\lambda^{\frac{1}{k}} - 1\right) - (\gamma - 1)\beta^{\frac{k-1}{k}}}{\gamma(\lambda - 1)\beta^{\frac{k-1}{k}}}. \qquad (7\text{-}104)$$

Soojuse täieliku regeneratsiooni korral $T_4 = T_{4'} = T_\mathrm{a}$ ning

$$\frac{T_{4'}}{T_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_\mathrm{a}}{T_1} = \gamma\beta^{\frac{k-1}{k}}$$

ja

$$\lambda = \beta^{k-1}.$$

Kui asetada viimase valemiga määratud $\lambda$ valemisse (7-104), avaldub ringprotsessi termiline kasutegur soojuse täieliku regeneratsiooni korral kujul

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - k\frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\gamma\beta^{\frac{k-1}{k}}(\beta^{k-1} - 1)}. \tag{7-105}$$

Soojuse regeneratsiooni puudumisel $\gamma = 1$ ja valem (7-104) muutub samaseks valemiga (7-100).

Isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadmed on isobaarse põlemisega seadmetest termodünaamiliselt täiuslikumad (kõrgem termiline kasutegur), kuid ei ole laialt levinud. Põhjusteks on põlemiskambri keerukas ehitus ja kütuse pulseeriv põlemine, mistõttu gaasi rõhk turbiini sisenemisel ei ole püsiv. Neil põhjustel jäävad mõlemad seadmed efektiivselt kasutegurilt samasse piirkonda.

## 7.5 Reaktiivmootorite ringprotsessid

### 7.5.1 Reaktiivmootorite tüübid ja veojõud

Reaktiivmootor on soojusjõumasin, mille veojõu loob düüsist väljuva gaasijoa reaktiivjõud, tekitatuna gaasivooluse kineetilise energia toimel ja suunatuna gaasijoale vastu. Kütuse põlemisel eralduv soojus muudetakse reaktiivmootoris gaasilise keha kineetiliseks energiaks, mis siis joana väljub läbi reaktiivdüüsi(de). Reaktiivmootorid jagunevad kahte põhigruppi.

*Õhkreaktiivmootorid* (otsevoolu-, pulsatsioon- ja turboreaktiivmootorid), kus kütuse põlemine toimub õhuhapniku arvel.

*Rakettmootorid*, kus kütuse põlemiseks vajalik hapendaja (oksüdant) on lennuaparaati lisatud nagu kütuski. Kütus võib olla tahke või vedel, eelnevalt oksüdandiga segatud, segamata või sellega keemiliselt seotud.

Õhkreaktiivmootoreid kasutatakse peamiselt lennunduses, rakettmootoreid kosmosetehnikas, meteoroloogias jm.

Lihtsaim õhkreaktiivmootor on ühekontuuriline otsevoolumootor. Käsitame seda kui õhukeskkonnas liikuvat avatud termodünaamilist süsteemi, millesse siseneb õhk teatud kiirusega, kuhu mootorisiseselt antakse soojust kütuse põlemise teel ning millest siis põlemisgaas väljub suure kiirusega reaktiivdüüsi kaudu.

Et õhu rõhk reaktiivmootorisse sisenemisel ja gaasi rõhk reaktiivdüüsist väljumisel on sama ning võrdne ümbruskeskkonna rõhuga, siis määrab veojõu mootorist väljuva suurema kiirusega põlemisgaasi ja mootorisse siseneva väiksema kiirusega õhu liikumishulga vahe, mis Newtoni teise seaduse põhjal

$$P = M_{\mathrm{v}}w_{\mathrm{v}} - M_{\mathrm{s}}w_{\mathrm{s}}, \tag{7-106}$$

kus $M_v$ – ajaühikus mootorist väljuva gaasi mass, $w_v$ – mootorist väljuva gaasi kiirus, $M_s$ – ajaühikus mootorisse siseneva õhu mass, $w_s$ – mootorisse siseneva õhu kiirus.

Kuna $M_s$ ja $M_v$ erinevad vähe ning kiirus $w_s$ võrdub lennuaparaadi kiirusega $c$, siis valem (7-106) lihtsustub:

$$P = M\left(w_v - c\right). \tag{7-107}$$

Teisalt, horisontaallennul ja püsikiirusel tasakaalustab reaktiivmootori veojõu lennuaparaadile mõjuv aerodünaamiline takistusjõud.

Reaktiivmootori võimsus on veojõu ja ajaühikus läbitava teekonna korrutis:

$$N = Pc = M\left(w_v - c\right)c. \tag{7-108}$$

Reaktiivmootorit iseloomustav termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l_r}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}, \tag{7-109}$$

kus $l_r$ – reaktiivmootoris kineetiliseks energiaks muundunud soojus, $q_1$ – ringprotsessi siirdunud soojushulk, $q_2$ – ringprotsessist eemalduv soojushulk.

Termiline kasutegur näitab, milline osa tagastatavasse ringprotsessi suunatavast soojusest läheb gaasijoa kineetilise energia suurendamiseks, seega iseloomustab reaktiivmootori termiline kasutegur termodünaamika teise seadusega määratud tagastatavas ringprotsessis lahkuvat soojushulka.

Kasutades valemi (7-108) tuletamisel tehtud lihtsustusi, saame gaasivooluse võimsuse juurdekasvuks reaktiivmootoris

$$\Delta N = M\left(\frac{w_v^2 - c^2}{2}\right).$$

Mitte kogu gaasivooluse võimsuse juurdekasv $\Delta N$ ei lähe mootori veojõuks, osa sellest läheb kaduma. Suurim võimsuskadu on seotud reaktiivmootorist väljuva gaasi kineetilise energiaga (kiirusega):

$$\Delta N_k = M\frac{(w_v - c)^2}{2},$$

kuna maapinna (paigalseisva vaatleja) suhtes on mootorist väljuval gaasil absoluutne kiirus $(w_v - c)$.

Reaktiivmootori veojõuks muutub vahega $\Delta N - \Delta N_k$ määratud energia, mis on identne avaldisega (7-108) ehk reaktiivmootori võimsusega.

Reaktiivmootorist väljuva joa kineetilise energia täielikul kasutamisel peab joa absoluutne kiirus võrduma nulliga, s.t liikumatu vaatleja suhtes on juga liikumatu. Puudub kiiruse $w_v$ ja $c$ vaheline lahknevus ja võimsuskadu $\Delta N_k = 0$. Tegelikult näeb aga paigalseisev vaatleja mootori düüsist väljuvat juga liikuvana ning selle kiirusega ongi määratud võimsuskadu.

Termilise kasuteguri kõrval iseloomustatakse reaktiivmootorit ka veojõu kasuteguriga, mis on reaktiivmootori võimsuse $N$ suhe ringprotsessi siirduvasse soojusvõimsusesse $Q_1$:

$$\eta_{\mathrm{p}} = \frac{N}{Q_1}. \tag{7-110}$$

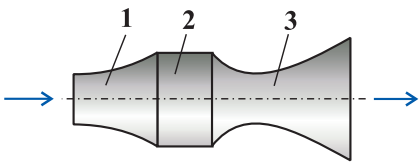
Allpool piirdume ainult reaktiivmootori tagastatavate ringprotsesside uurimisega, tuues välja nende termilise kasuteguri.

### 7.5.2 Otsevoolu- ja pulsatsioonreaktiivmootor

Lihtsaim õhkreaktiivmootor on otsevoolureaktiivmootor (joonis 7.35), tuntud ka kui kompressorita reaktiivmootor. Mootori liikumisest difuusorisse 1 siseneva õhu dünaamiline rõhk muundub staatiliseks ülerõhuks adiabaatselt ning sel viisil kokkusurutud õhk suundub põlemiskambrisse 2, kuhu antakse ka kütus, et seda püsirõhul põletada. Põlemisgaas läbib seejärel reaktiivdüüsi 3, kus gaas paisub adiabaatselt ja väljub suure kiirusega keskkonda, avaldades lennuaparaadile gaasi liikumisele vastassuunalist reaktiivjõudu. Difuusorikanali pikiristlõike muutus sõltub sellest, kas mootorisse siseneva õhu kiirus on kriitilisest kiirusest väiksem.

Otsevoolureaktiivmootori tagastatav ringprotsess esitatuna olekudiagrammidel langeb kokku isobaarse põlemise ja õhu isoentroopse komprimeerimisega gaasiturbiinseadme ringprotsessiga (joonis 7.20). Joon *1 2* vastab õhu isoentroopsele komprimeerimisele difuusoris ümbruskeskkonna parameetritelt $p_1$ ja $T_1$ parameetritele $p_2$ ja $T_2$ difuusorist väljumisel. Mida suurem on lennuaparaadi kiirus, seda kõrgem on ka õhu rõhk difuusori järel. Joon *2 3* kujutab soojuse isobaarset sisenemist protsessi, mille kestel gaasi temperatuur tõuseb $T_2$-lt $T_3$-ni. Kehale isobaarselt üleantavat soojushulka $q_1$ väljendab *Ts*-diagrammil pindala $\square A23BA$. Järgneb gaasi adiabaatne paisumine düüsis (joon *3 4*) ümbruskeskkonna rõhuni $p_1$. Reaktiivdüüsist väljuva gaasi kiirus ületab alati õhu sisenemiskiiruse lennuaparaati.

Mida suurem on gaasi kiirus düüsist väljumisel, seda suurem on ka lennuaparaadile mõjuv reaktiivne veojõud. Düüsist paiskuv gaas jahtub isobaarselt ümbrustemperatuurini ning loovutab sellele ringprotsessist eemalduva soojushulga $q_2$ (*Ts*-diagrammil pindala $\square B41AB$). Reaktiivdüüsist väljuva gaasi kineetiline energia ehk potentsiaalselt võimalik tehniline töö $l_{\mathrm{p}}$ (paisumistöö) võrdub *pv*-diagrammil pindalaga $\square b34ab$. Osa sellest tööst kulub õhurõhu tõstmiseks difuusoris (komprimeerimistöö $l_{\mathrm{k}}$, *pv*-diagrammil pindala $\square a12ba$). Lennuaparaadis kineetiliseks energiaks muundunud soojus $l = l_{\mathrm{p}} - l_{\mathrm{k}} = q_1 - q_2 = \square 12341$ (nii *pv*- kui ka *Ts*-diagrammil).




**Joonis 7.35. Otsevoolureaktiivmootori skeem: 1 – difuusor, 2 – põlemiskamber, 3 – reaktiivdüüs**

Reaktiivmootori termiline kasutegur valemi (7-69) alusel

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} . \tag{7-111}$$

Teisalt, keha kineetilise energia muundumine adiabaatsel komprimeerimisel difuusoris

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = h_2 - h_1 = c_{\mathrm{p}}(T_2 - T_1), \tag{7-112}$$

kus $w_1$ ja $w_2$ – vastavalt keha kiirus difuusorisse sisenemisel ja sealt väljumisel (difuusorisse siseneva õhu kiirus on võrdne lennuaparaadi kiirusega).

Viimasest võrrandist järeldub, et

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2 c_{\mathrm{p}} T_1} \tag{7-113}$$

ning otsevoolureaktiivmootori termiline kasutegur

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{1}{1 + \dfrac{2 c_{\mathrm{p}} T_1}{w_1^2 - w_2^2}}. \tag{7-114}$$

Kui esimeses lähenduses eeldada, et $w_2 \approx 0$, siis

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{1}{1 + 2 c_{\mathrm{p}} \dfrac{T_1}{w_1^2}}. \tag{7-115}$$

Otsevoolureaktiivmootori ringprotsessi termiline kasutegur sõltub oluliselt lennuaparaadi kiirusest ning kasvab viimase suurenemisel. Paigalseisul $w_1 = 0$ ja $\eta_{\mathrm{t}} = 0$ ning otsevoolureaktiivmootor veojõudu ei arenda. Seetõttu näiteks ei ole otsevoolureaktiivmootoriga lennuaparaat võimeline iseseisvalt startima ega ka maanduma. Kiirusel $w_1 = 100$ m/s on termiline kasutegur $\eta_{\mathrm{t}} \approx 0{,}018$, kiirusel 1100 m/s aga ~0,65. Seega on otsevoolureaktiivmootoreid otstarbekas kasutada suurel kiirusel.

Pulsatsioonreaktiivmootoris, erinevalt eelvaadeldust, põleb kütus isohoorselt kinnises ruumis, milleks on juhitavate klappidega põlemiskamber. Kütus põleb olukorras, kus kõik klapid on suletud, mis väldib nii õhu sissevoolu põlemiskambrisse kui ka põlemisgaasi väljavoolu sellest. Kompressorita pulsatsioonreaktiivmootoris nagu otsevoolureaktiivmootoriski surutakse õhk kokku ainult difuusoris lennuaparaadi kineetilise energia arvel. Klappide korrapärane sulgemine ja avamine muudab põlemiskambri töö pulseerivaks, millest ka seda tüüpi reaktiivmootori nimetus. Pulsatsioonreaktiivmootori tagastatav ringprotsess

olekudiagrammidel kujutatuna ühtib õhu isoentroopse komprimeerimise ja isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme ringprotsessiga, nagu ka termilise kasuteguri arvutusvalem (7-100).

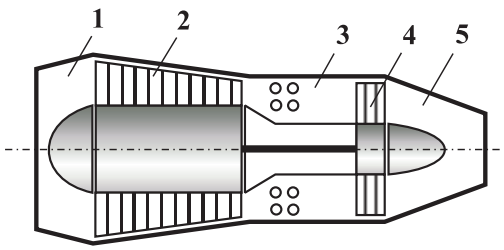
Otsevoolu-pulsatsioonreaktiivmootori termiline kasutegur on kõrgem kui sama rõhutõusuastmega isobaarse põlemisega otsevoolureaktiivmootori termiline kasutegur, ja seda kõrgema rõhu tõttu põlemisprotsessi lõpul. Lennuaparaadi väiksemal kiirusel läheneb pulsatsioonreaktiivmootori kasutegur isobaarse põlemisega otsevoolureaktiivmootori kasutegurile.

### 7.5.3 Turboreaktiivmootor

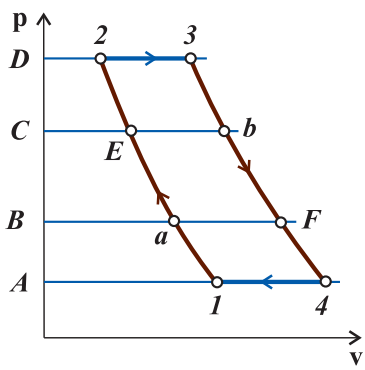
Turboreaktiivmootor on nüüdisaja lennunduses levinuim õhukompressoriga reaktiivmootor.

Ühekontuurilise turboreaktiivmootori (joonis 7.36) põhiosad on difuusor 1, kompressor 2, mida käitab gaasiturbiin 4, põlemiskamber 3 ja reaktiivdüüs 5.

Turboreaktiivmootori tagastatav ringprotsess kujutatuna *pv*-diagrammil on joonisel 7.37. Õhk suundub kiirusel $w_1$ (lennuaparaadi kiirus) ja ümbruskeskkonna rõhul $p_1$ difuusorisse (punkt *1*), kus kineetilise energia arvel adiabaatse komprimeerimise käigus tõuseb rõhk $p_a$-ni (punkt *a*). Rõhu tõus väljendab õhu eelkomprimeerimist difuusoris. Sellele järgneb juba lõplik rõhu adiabaatne tõstmine $p_2$-ni turbokompressoris (komprimeerimistöö difuusoris ja kompressoris vastavalt pindala □*A1aBA* ja □*Ba2DB*). Õhk suundub kompressorist põlemiskambrisse, kus kütus põleb ja soojus suundub isobaarselt protsessi (joon *2 3*), mille kestel temperatuur tõuseb ja gaasi erimaht suureneb. Järgneb gaasi adiabaatne paisumine turbiinis rõhuni $p_b$ (punkt *b*).




**Joonis 7.36. Ühekontuurilise turboreaktiivmootori skeem: 1 – difuusor, 2 – kompressor, 3 – põlemiskamber, 4 – gaasiturbiin, 5 – reaktiivdüüs**




**Joonis 7.37. Turboreaktiivmootori ringprotsess *pv*-diagrammil**

Turbiinis tehtav tehniline töö (□*D3bCD*) vastab õhu kokkusurumiseks vajalikule tööle kompressoris (□*D2aBD*). Turbiinist väljuv gaas paisub reaktiivdüüsi läbides adiabaatselt ümbruskeskkonna rõhuni ($p_4 = p_1$) punktis *4*, saavutades suurima võimaliku kiiruse düüsist väljumisel. Düüsist väljuv gaas jahtub isobaarselt ümbrustemperatuurini ning annab sellele üle ringprotsessist eemalduva soojushulga. Reaktiivmootoris gaasi kineetiliseks energiaks muunduvat soojust esindab pindala □*12341*.

Tuntakse ka kahe rootoriga turboreaktiivmootorit. Sellisel juhul koosneb kompressor kahest iseseisvast üksusest – madalrõhu- ja kõrgrõhukompressorist. Kumbagi kompressorit käitab omaette turbiin. Kõrgrõhukompressor on ühendatud õõnesvõlli kaudu kõrgrõhuturbiiniga, madalrõhukompressor aga õõnesvõlli läbiva võlli kaudu madalrõhuturbiiniga. Selline konstruktsioon teeb reaktiivmootori töö paindlikumaks ja tõhusamaks.

Reaktiivmootori termodünaamiline käsitlus ei sõltu mootori konstruktiivsest lahendusest (ühe või kahe rootoriga mootor).

Turboreaktiivmootori termiline kasutegur avaldub valemiga (7-111).

Turboreaktiivmootori ringprotsessi võib vaadelda kahest osast koosnevana (joonis 7.37): gaasiturbiini ringprotsess *a23Fa* ja otsevooluringprotsess *1aF41* vastavalt termiliste kasuteguritega

$$\eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{I}} = 1 - \left(\frac{p_{\mathrm{a}}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

ja

$$\eta_{\mathrm{t}}^{\mathrm{II}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_{\mathrm{a}}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \approx \frac{1}{1 + \dfrac{2c_{\mathrm{p}}T_1}{w_1^2}},$$

kus $w_1$ – õhu kiirus reaktiivmootorisse sisenemisel.

Viimaste valemite põhjal turboreaktiivmootori termiline kasutegur

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \left(\frac{p_{\mathrm{a}}}{p_2}\frac{p_1}{p_{\mathrm{a}}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \left(\frac{p_{\mathrm{a}}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left[1 - 1/\left(1 + \frac{2c_{\mathrm{p}}T_1}{w_1^2}\right)\right]$$

ehk

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \frac{\left(\dfrac{p_{\mathrm{a}}}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}}{1 + \dfrac{w_1^2}{2c_{\mathrm{p}}T_1}}. \qquad (7\text{-}116)$$

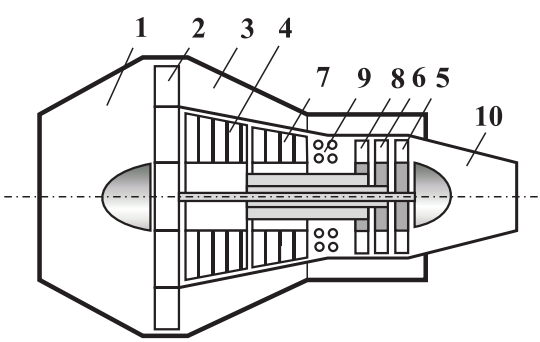
Kuna rõhusuhe $p_a/p_1$ ei ole suur, siis summaarne rõhutõusuaste turboreaktiivmootoris sõltub vähe lennuaparaadi kiirusest ega avalda eriti suurt mõju ringprotsessi termilisele kasutegurile.

Arvestades seda, et helikiirus $a = \sqrt{k\mathrm{R}T_1}$ ja Machi arv $\mathrm{Ma} = w_1/a$, võib kasuteguri valemi avaldada kujul

$$\eta_t = 1 - \frac{\left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}}{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2}. \qquad (7\text{-}117)$$

Nagu mainitud, sõltub reaktiivmootori veojõu kasutegur tugevalt kineetilise energia kaost mootorist väljuva gaasi kineetilise energia arvel. Gaasivooluse kineetiline energia sõltub nii kiirusest kui ka massikulust. Reaktiivmootoris esinevat energiakadu on võimalik vähendada gaasi kiirust piirates ning samaaegselt suurendades gaasikulu. Seda põhimõtet kasutatakse kahekontuurilises reaktiivmootoris. Viimases kantakse osa energiast üle mootorisse mittesuunduvale täiendavale õhule iseseisva turbiiniga ühendatud madalrõhukompressori (ventilaatori) vahendusel, mis asub mootorit ümbritsevas rõngaskanalis.

Kahekontuurilises turboreaktiivmootoris (joonis 7.38) siseneb õhk difuusorisse 1, mille läbimisel tõuseb rõhk ümbruskeskkonna rõhult $p_1$ rõhuni $p_a$ ventilaatorisse 2 sisenemisel. Difuusorist väljuv õhuvoolus jaguneb kaheks, osa suundub läbi ventilaatori mootorit ümbritsevasse rõngaskanalisse 3, teine osa aga madalrõhukompressorisse 4. Ventilaatori perifeerne osa koos rõngaskanaliga on reaktiivmootori teine kontuur. Ventilaator on võlli kaudu ühendatud madalrõhuturbiiniga 5. Õhuvoolus rõngaskanalis ja düüsis paisub ümbruskeskkonna rõhuni, kiireneb ning tekitab väljudes mootori veojõu $P_{II}$. Madalrõhukompressor on õõnesvõlli kaudu ühendatud keskrõhuturbiiniga 6. Madalrõhukompressorist suundub õhk kõrgrõhukompressorisse 7, mida käitab aga samuti õõnesvõlli kaudu kõrgrõhuturbiin 8. Kõrgrõhukompressori järel paikneb põlemiskamber 9, kuhu pihustatakse vedelkütus. Gaas läbib põlemiskambrist väljudes kõik gaasiturbiini astmed ning väljub madalrõhuturbiinist reaktiivdüüsi 10, kus paisub ning avaldab mootorile veojõudu $P_I$.




**Joonis 7.38. Kahekontuurilise turboreaktiivmootori skeem: 1 – difuusor, 2 – ventilaator, 3 – rõngaskanal koos õhkreaktiivdüüsiga, 4 – madalrõhukompressor, 5 – madalrõhuturbiin, 6 – keskrõhuturbiin, 7 – kõrgrõhukompressor, 8 – kõrgrõhuturbiin, 9 – põlemiskamber, 10 – reaktiivdüüs**

Mootori esimese kontuuri moodustavad ventilaatori keskosa, kompressorid, gaasiturbiinid ja reaktiivdüüs. Õhu komprimeerimiseks vajalik energia teises kontuuris saadakse peamiselt reaktiivmootori esimese kontuuri turbiinilt. Sel moel toimub energia ülekanne esimeselt kontuurilt teisele ning esimene kontuur on teisele energiageneraator.

Reaktiivmootori energia jagunemine kontuuride vahel sõltub gaasivooluste masside suhtest

$$m = \frac{M_{\mathrm{II}}}{M},$$

kus $M = M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{II}}$, $M_{\mathrm{I}}$ – ajaühikus esimest kontuuri läbiva vooluse mass, $M_{\mathrm{II}}$ – ajaühikus teist kontuuri läbiva vooluse mass.

Vooluste masside suhe näitab, milline osa mootorit läbivast üldisest gaasimassist läbib teise kontuuri. Suuruse $m$ väärtus asetseb vahemikus 0,3–0,6.

Kahekontuurilise reaktiivmootori veojõud väljendub summana

$$P = P_{\mathrm{I}} + P_{\mathrm{II}}$$

ehk valemile (7-107) toetudes

$$P = M\left[(1-m)\left(w_{\mathrm{v}} - c\right) + m\left(w_{\mathrm{õ}} - c\right)\right]. \tag{7-118}$$

Samuti võimsus

$$N = Mc\left[(1-m)\left(w_{\mathrm{v}} - c\right) + m\left(w_{\mathrm{õ}} - c\right)\right], \tag{7-119}$$

kus $w_{\mathrm{v}}$ – gaasi kiirus reaktiivdüüsist väljudes, $w_{\mathrm{õ}}$ – õhu kiirus teisest kontuurist väljudes, $c$ – lennuaparaadi kiirus.

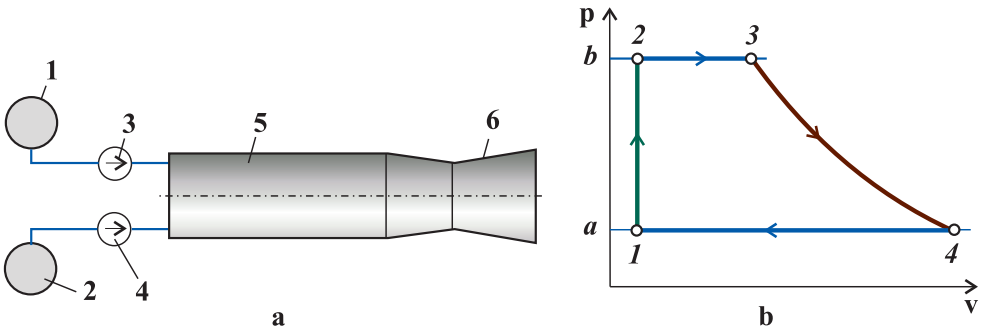
Kahekontuuriline reaktiivmootor on tänapäeva lennunduses levinuim mootoritüüp.

### 7.5.4 Rakettmootor

Rakettmootor on reaktiivmootori tüüp, kus kütuse põlemiseks vajalik oksüdant on lennuaparaadiga kaasas.

Rakettmootorid jagunevad vedel- ja tahkekütusel töötavateks mootoriteks. Nii vedel- kui ka tahkekütusega rakettmootorites tekkinud põlemisgaas omandab reaktiivdüüsi läbides suure kiiruse ning avaldab düüsist väljudes mootorile reaktiivjõudu.

Vedelkütusel töötava rakettmootori (joonis 7.39) põlemiskambrisse suunatakse nii kütus kui ka oksüdant pumpade abil. Kui oksüdant on eelnevalt kütusega segatud, langeb kahe pumba vajadus ära.




**Joonis 7.39. Vedelkütusega rakettmootori skeem ja protsessi *pv*-diagramm. Skeemil: 1 – kütusemahuti, 2 – oksüdandimahuti, 3 – kütusepump, 4 – oksüdandi-pump, 5 – põlemiskamber, 6 – reaktiivdüüs**

Vedelkütusega rakettmootori ideaalse ringprotsessi *pv*-diagrammil väljendab joon *1 2* kütuse ja oksüdandi komprimeerimist pumbas algrõhult $p_1$ rõhuni $p_2$. Kuna vedelik on vähe kokkusurutav, siis kulgeb komprimeerimisjoon *1 2* mööda vertikaali. Pumba tarbitav töö $l_\mathrm{p} = v\,(p_2 - p_1) = \square a12ba$. Kütuse isobaarsele põlemisele *2 3* järgneb põlemisgaasi isoentroopne paisumine *3 4* reaktiivdüüsis. Ringprotsessi sulgeb gaasi isobaarne jahtumine *4 1* ümbruskeskkonnas.

Eeldame, et ringprotsessis osalev gaasiline keha on püsiva erisoojusega ideaal-gaas.

Kütuse isobaarsel põlemisel *2 3* ringprotsessi antud soojushulk

$$q_1 = h_3 - h_2 = c_\mathrm{p}\,(T_3 - T_2)$$

ja ringprotsessist eemalduv soojushulk

$$q_2 = h_4 - h_1 = c_\mathrm{p}\,(T_4 - T_1).$$

Termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} \tag{7-120}$$

ehk

$$\eta_\mathrm{t} = \frac{(h_3 - h_4) - v(p_2 - p_1)}{h_3 - h_2}. \tag{7-121}$$

Kuna $(h_3 - h_4) >> v(p_2 - p_1)$, siis

$$\eta_\mathrm{t} \approx \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2}. \tag{7-122}$$

Põlemisgaasi adiabaatsel paisumisel muutub entalpiavahe $h_3 - h_4$ reaktiivdüüsist väljuva gaasi kineetiliseks energiaks, mistõttu

$$h_3 - h_4 = \frac{w_\mathrm{v}^2}{2}$$

ning ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = \frac{w_\mathrm{v}^2}{2(h_3 - h_2)}, \tag{7-123}$$

kus $w_\mathrm{v}$ – gaasi kiirus reaktiivdüüsist väljumisel.

**Kaheksas peatükk**

# AURUJÕUSEADMETE RINGPROTSESSID. LIITRINGPROTSESSID

## 8.1 Aurujõuseadmete ringprotsessid

### 8.1.1 Aurujõuseadme skeem

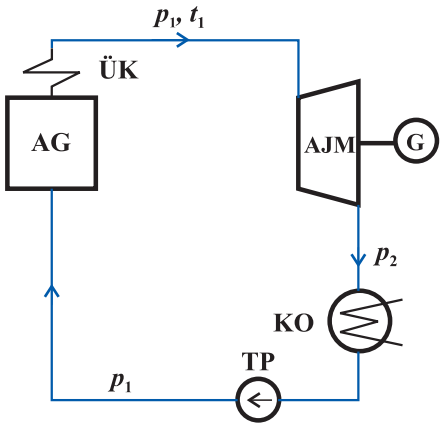
Tänapäeval saab ligikaudu 80% kogu maailmas genereeritavast elektrienergiast soojus- ja tuumaelektrijaamadest, kus soojusjõuseadmeist levinuim on aurujõuseade, milles veeaur termodünaamilise kehana vahendab soojuse muundamist kasulikuks tööks.

Vee ja veeauru laiaulatuslik kasutamine energeetikas on ajendanud nende omadusi uurima ja täpsustama, hoides neid pidevalt teaduse tähelepanu all. Vesi ja veeaur ei ole oma termodünaamiliste omaduste tõttu kõige sobilikum keha soojuse muundamisel tööks, kuid nii teoreetilised kui ka praktilised uuringud veest paremate ja stabiilsete omadustega aine leidmiseks aurujõuseadmete tarvis ei ole andnud otsitavaid tulemusi. Kummatigi on vesi ja veeaur termiliselt piisavalt stabiilsed kasutamaks vett soojusenergeetikas, kus seda vajatakse tohutus koguses.

Erinevalt nendest soojusjõuseadmetest, kus termodünaamiline keha jääb kogu ringprotsessi vältel gaasilisse olekusse, näiteks kolbmootor, gaasiturbiinseade jt, teeb vesi aurujõuseadme tööprotsessi jooksul läbi faasisiirde, esinedes nii vedelas olekus kui ka auruna. Seetõttu tuleb aurujõuseadme käsitlemisel arvestada vee ja veeauru omadusi, mille kohta on koostatud ja kasutuses käepärased olekudiagrammid ning tabelid.

Aurujõuseade on süsteem, milles on omavahel ühendatud mitu erinevaid funktsioone täitvat seadist (koostisosa). Joonisel 8.1 on toodud elementaarse aurujõuseadme skeem, milles on neli omavahel ühendatud osalist. Säärane lihtne skeem on ka tänapäeval lähtealus hoopis keerukamate seadmeskeemide koostamisel ja uurimisel.

Esimeseks lüliks skeemis tuleks pidada aurugeneraatorit AG ehk aurukatelt, kuhu pumbatav toitevesi kuumutamisel aurustub. Protsess tervikuna, s.o vee kuumutamine, aurustumine ja auru ülekuumendamine aurugeneraatoris, on püsirõhuline ehk isobaarne termodünaamiline protsess.




**Joonis 8.1. Elementaarse aurujõuseadme skeem: AG – aurugeneraator, ÜK – auruülekuumendi, AJM – aurujõumasin, KO – kondensaator, TP – toitepump, G – elektrigeneraator**

Joonisel on omaette välja toodud auruülekuumendi ÜK, kuigi see kuulub aurugeneraatori koosseisu, kuid võib ka üldse puududa. Olgu aurugeneraatoris rõhk $p_1$, mis on ühtlasi auru rõhk ka aurugeneraatorist (ülekuumendist) väljumisel, ning aurugeneraatorist väljuva auru temperatuur $t_1$. Suurused $p_1$ ja $t_1$ on samas ka auru algparameetrid ning nende parameetritega siseneb aur jõumasinasse, milleks on üldjuhul auruturbiin. Sõltumatute parameetrite rõhu ja temperatuuri kaudu iseloomustataksegi enamasti auru algolekut.

Aurugeneraatorist väljuv aur võib olla kas küllastunud või ülekuumendatud olekus. Esimesel juhul on aurul tema rõhule vastav küllastustemperatuur, seadmel ülekuumendi sel juhul muidugi puudub. Sellised küllastunud auruga töötavad jõuseadmed on laialt kasutusel tuumaelektrijaamades.

Ülekuumendatud auruga töötavas aurujõuseadmes on auruülekuumendist väljuval aurul rõhule vastavast küllastustemperatuurist kõrgem temperatuur, seda juhul, kui rõhk aurugeneraatoris on vee kriitilisest rõhust madalam. Kui aga rõhk aurugeneraatoris on vee kriitilisest rõhust kõrgem, siis kulgeb kuumutusprotsess sujuvalt, faasimuunduseta, kuid sellisel juhul ei saa auru temperatuur aurugeneraatorist väljumisel olla madalam vee kriitilisest temperatuurist. Nüüdisaegsed fossiilkütust põletavad elektrijaamad töötavad eranditult ülekuumendatud veeauruga, olenemata auru rõhust aurugeneraatoris.

Aurugeneraatorist suundub aur jõuseadme teise lülisse – aurujõumasinasse AJM, milleks tänapäeva soojuselektrijaamas on eranditult auruturbiin. Auru rõhu turbiini sisenemisel võib lihtsustuse huvides lugeda võrdseks auru rõhuga aurugeneraatoris. Turbiinis paisub aur adiabaatselt algrõhult $p_1$ ja algtemperatuurilt $t_1$ rõhuni $p_2$, sooritades seejuures tehnilise töö $l_t$. Ideaalsel juhul on adiabaatne paisumisprotsess auruturbiinis termodünaamiliselt tagastatav, seega isoentroopne. Auruturbiini võllilt antakse kasulik töö üle näiteks elektrigeneraatorile G (nagu joonisel ongi näidatud).

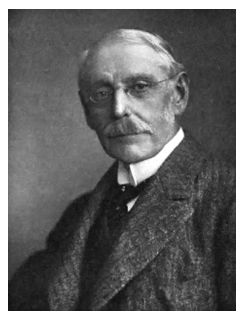
Auruturbiinist väljuv aur veeldub (kondenseerub) aurujõuseadme kolmandas seadises – kondensaatoris KO – püsirõhul $p_2$, mis on ühtlasi auru rõhk aurutur-

biinist väljumisel. Rõhu kondensaatoris määrab peamiselt seda jahutava jahutusvee (-agensi) temperatuur, aga ka soojusülekande tingimused kondensaatoris. Tavaliselt on veeauru rõhk seal 2–4 kPa. Kondensaatorit jahutatakse enamasti veega, mis hangitakse kas mõnest looduslikust veekogust või selleks rajatud veehoidlast. Jahutusvee nappuse puhul on võimalus jahutada vett jahutustornis ehk gradiiris (p 5.2.7), kus jahutusefekt põhineb veepiiskade aurustumisel. Viimasel juhul tekib kinnine jahutusvee ringlussüsteem. Üpris harva kasutatakse süsteemi, kus jahutusvett jahutatakse omakorda õhk-vesisoojusvahetis. Ajaühikus kondensaatorit läbiva jahutusvee massi suhet auruturbiinist väljuvasse ja siis kondensaatoris samal perioodil veelduvasse aurumassi nimetatakse jahutusvee ringlus- ehk tsirkulatsioonikordarvuks. See asub tavaliselt piirides 40–120, seega 1 kg auru kondenseerimine kondensaatoris vajab 40–120 kg jahutusvett. Siit johtub ka vajadus rajada võimsad soojuselektrijaamad võimalikult suure loodusliku veekogu lähedale.

Ideaalse soojusjõuseadme korral eeldatakse, et veelduva auru kondensaat väljub kondensaatorist sealsele rõhule vastava küllastustemperatuuriga (olukord alumisel piirkõveral).

Aurujõuseade vajab toitepumpa TP, mis pumpab vee kondensaatorist aurugeneraatorisse. Pumpa siseneb kondensaat sama rõhuga $p_2$, mis tal on kondensaatoris, ja pump surub vee adiabaatselt (ideaalses seadmes tagastatavalt, isoentroopselt) aurugeneraatorisse sealse rõhuga $p_1$. See protsess tarbib tööd $l_p$.

Kondensaatoriga seadistatud aurujõuseadet, kus aur täielikult kondenseerub jahutustingimustega määratud temperatuurile vastaval küllastusrõhul, tuntakse kui kondensatsioon-aurujõuseadet, skeemis olevat auruturbiini kui kondensatsioonturbiini. Kasutusel on ka turbiinid, kust aur suundub soojustarbijale (kondensaatori asemel) ülerõhuga, mis on tarbijale sobiv ka temperatuuri poolest (p 8.1.9).



**Sir Charles Algernon Parsons** (13.06.1854 London – 11.02.1931 Kingston, Jamaica), inglise insener ja ettevõtja, kelle tegevusel oli suur mõju jõuenergeetika arengule laevastikus ja elektri genereerimisel. Täiustas ka optilisi riistu – teleskoopi, helgiheitjat jm. Londoni Kuningliku Seltsi liige (1898). Õppis Trinity College'is Dublinis Iirimaal (1871–1873) ja St. John's College'is Cambridge'is (1873–1877), mille lõpetas kiitusega matemaatikas.

Temas oli ühendatud andekas insener ja edukas ettevõtja. 1884 ehitas esimese mitmeastmelise reaktiivauruturbiini, mille tähtsust jõumasinana laevadel ja elektrigeneraatori ajamina ta suurepäraselt mõistis.

Turbiinide ja vajalike elektriseadmete tööstuslikuks tootmiseks asutas mitu ettevõtet, neist tuntuim asus Newcastle'i lähedal (1889). Parsonsi viljakat inseneritegevust ilmestab seegi, et kui tema esimese turbiini võimsus oli 7,5 kW ja kasutegur 1,6%, siis juba 1899 paigutas ta ühele jahtlaevale turbiini võimsusega u 1 MW, mille abil too arendas kiirust kuni 34 sõlme. 1906 olid Parsonsi turbiinid juba mitme suure sõjalaeva mootoriks.

### 8.1.2 Carnot' ringprotsess niiske auru piirkonnas

Siin ja edaspidi vaatleme ringprotsesse, kus termodünaamiliseks kehaks on veeaur. Aurujõuseadmes toimuva ringprotsessi uurimist alustame Carnot' ringprotsessiga (üldisel kujul p 2.1.12).

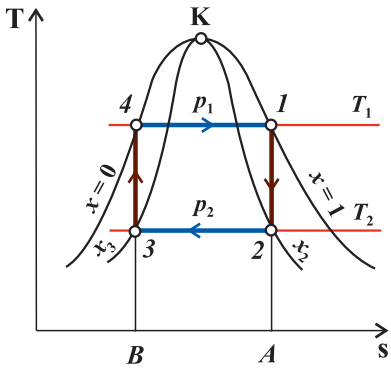
Etteantud kahe temperatuuri (soojusallika ja jahuti) vahemikus on kõigist võimalikest ringprotsessidest kõrgeim termiline kasutegur Carnot' ringprotsessil. Aurujõuseadme puhul on soojusallika temperatuur sama mis jõumasinasse siseneval aurul ning temperatuur kondensaatoris ühtlasi jahuti temperatuur. Tegeliku soojusjõuseadme ringprotsessi võrdlus Carnot' ringprotsessiga annab aluse hinnata soojuse tööks muundamise täiuslikkust selles seadmes, ühtlasi osutab võimalustele, kuidas lähendada tegelikku ringprotsessi Carnot' ringprotsessile. Viimase väite tõestuseks on auru vaheülekuumenduse ja toitevee regeneratiivse eelsoojenduse laiaulatuslik rakendamine tänapäeva aurujõuseadmetes.

Niisiis koosneb tagastatav Carnot' ringprotsess praegusel juhul kahest isotermist, millest üks väljendab soojuse siirdumist protsessi ja teine sellest lahkumist, ning neid siduvast kahest isoentroobist, üks nendest kujutab termodünaamilise keha paisumist, teine aga selle komprimeerimist. Gaasilise keha puhul on soojuse isotermne suunamine protsessi, samuti selle isotermne väljaviimine sealt väga raskesti realiseeritav, kuid kergesti teostatav isobaarselt.

Aurujõuseadme Carnot' ringprotsess niiske auru piirkonnas on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 8.2. Sellelt nähtub, et soojuse isotermne ringprotsessi viimine ja sealt eemaldamine on hõlpsasti realiseeritav niiske auru piirkonnas (ala piirkõverate vahel), kusjuures need protsessid on samaaegselt ka isobaarsed, sest toimuvad küllastunud auruga.

Punkt *1* joonisel vastab kuiva küllastunud auru olekule selle sisenemisel soojusjõumasinasse. Punkti asukoha ülemisel piirkõveral paneb paika auru algrõhk $p_1$, mis määrab ka auru küllastustemperatuuri $t_1$. Jõumasinas paisub aur isoentroopselt rõhult $p_1$ rõhuni kondensaatoris $p_2$, paisumise lõppolekut tähistab punkt *2*, kus on ühtlasi rõhule $p_2$ vastav küllastustemperatuur $t_2$. Paisumise käigus aur niiskub ja selle lõpul on tal kuivusaste $x_2$. Järgnevalt aur kondenseerub kondensaatoris püsirõhul ja -temperatuuril, kuid mitte täielikult, vaid kuivusastmeni $x_3$ (joon *23*), misjärel niiske aur väljub kondensaatorist ning surutakse kokku kompressoris isoentroopselt rõhult $p_2$ rõhuni $p_1$ (algtemperatuurini $t_1$, joon *34*).

Auru lähteolek punktis *3* tuleb valida nii, et komprimeerimine lõpeks punktis *4* alumisel piirkõveral, kus oleks algrõhk $p_1$ ja sellele vastav küllastustemperatuur $t_1$. Seejärel vesi siseneb aurugeneraatorisse (olek punktis *4*) ja aurustub isobaarses-isotermses kuumutusprotsessis (rõhul $p_1$ ja küllastustemperatuuril $t_1$), muutudes kuivaks küllastunud auruks (punkt *1*). Aurujõuseadme skeem, mille kohaselt Carnot' ringprotsess võiks toimuda, erineb joonisel 8.1 toodud skeemist selle poolest, et siin asendab toitepumpa niiske auru kompressor (ka aurugeneraatori ülekuumendi järele poleks vajadust).




**Joonis 8.2. Niiske auruga Carnot' ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Niiske auru piirkonnas toimuvasse Carnot' ringprotsessi suunatud soojushulk $q_1$ (□*B41AB*) võrdub vee aurustumissoojusega $r_1$ rõhul $p_1$. Ringprotsessist eemaldatav (kondensaatoris jahutusveele üleantav) soojushulk $q_2 = (x_2 - x_3)\, r_2 =$ □*A23BA*. Siin on $r_2$ vee aurustumissoojus rõhul $p_2$. Carnot' ringprotsessi kasulik töö $l = q_1 - q_2 =$ □*12341*.

Niiske auruga toimuva Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_c = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - (x_2 - x_3)\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (8\text{-}1)$$

Niiske veeauru piirkonnas toimuva Carnot' ringprotsessi ülemine võimalik soojusallika temperatuur on veeauru kriitiline temperatuur $t_k = 374{,}15$ °C (tabel 1.2). Alumine piirtemperatuur (jahuti temperatuur) on enamasti vahemikus 15–30 °C. Kui $t_1 = t_k$, langevad punktid *1* ja *4* joonisel 8.2 kokku ja ringprotsessi rakendada ei ole võimalik ($q_1 = 0$). Tegelikult võimalik ülemine piirtemperatuur võib olla 340–350 °C, millele vastab Carnot' ringprotsessi termiline kasutegur $\eta_c \approx 0{,}5$. See aga tähendab, et isegi Carnot' ringprotsessiga, mis teatavasti on kõige täiuslikum ringprotsess, on küllastunud veeauruga töötavas jõuseadmes võimalik muundada kasulikuks tööks vaid umbes pool protsessi suunatud soojusest.

Carnot' ringprotsessi praktiline rakendamine takerdub tehniliste raskuste taha. Eelkõige vajatakse kompressorit, mis suruks sellesse siseneva niiske auru veeks küllastustemperatuuril. Samuti on äärmiselt raske tagada kondensaatorist väljuvale aurule kompressorisse sisenemiseks sobivat kuivusastet.

### 8.1.3 Tagastatav Rankine'i ringprotsess

Erinevalt Carnot' ringprotsessist, kus veeaur jahutist (kondensaatorist) väljub vaid osaliselt veeldununa (joonis 8.2, $x_3 > 0$), kondenseerub Rankine'i ringprotsessis aur kondensaatoris täielikult. Sel juhul ei tule komprimeerida suure isotermse kokkusurutavusega vähetihedat niisket auru rõhult $p_2$ rõhuni $p_1$, sest kompressorit asendab pump, mis teisaldab vähekokkusurutavat kondensaati.

Pumba tarbitav töö on oluliselt väiksem kui töö niiske auru komprimeerimisel, kuid ühtlasi suureneb Rankine'i ringprotsessist lahkuv soojushulk.

Rankine'i ringprotsessi kulg ja kuju *Ts*-diagrammil sõltub jõumasinasse siseneva auru parameetritest, mille alusel võib esile tõsta kolm tüüpjuhtumit: 1) ringprotsess küllastunud (niiske) auruga; 2) ringprotsess ülekuumendatud auruga, kus auru algtemperatuur ületab algrõhule vastava küllastustemperatuuri (võimalik siis, kui auru algrõhk on kriitilisest rõhust madalam); 3) ringprotsess auruga, mille algparameetrid on kõrgemad kriitilistest.

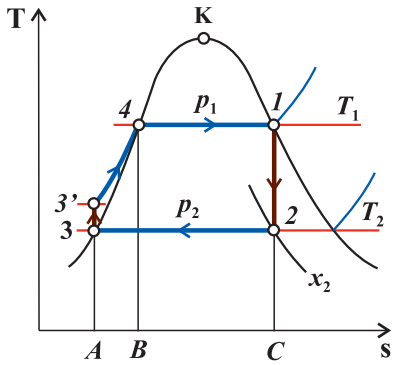
*Küllastunud auruga* toimuv tagastatav Rankine'i ringprotsess *Ts*-diagrammil on esitatud joonisel 8.3. Joon *12* väljendab auru isoentroopset paisumist algrõhult $p_1$ aurujõumasinas kuni rõhuni $p_2$ kondensaatoris. Punkti *1* asukoha ülemisel piirkõveral määrab auru algrõhk. Paisumisprotsessis auru temperatuur pidevalt alaneb, auru niiskus seejuures suureneb, kuni saavutab lõppkuivuse $x_2$ punktis *2*, kus on kondensaatori rõhule vastav küllastustemperatuur. Joon *23* kujutab auru täielikku isobaarset-isotermset kondenseerumist kondensaatoris, joon *33*' vee isoentroopset rõhutõusu pumbas kondensaatori rõhult $p_2$ rõhuni $p_1$ aurugeneraatoris, joon *3*'*4* vee isobaarset kuumutamist küllastustemperatuurini aurugeneraatoris, joon *41* vee isobaarset-isotermset aurustumist aurugeneraatoris. Suhteliselt madala rõhu korral (alla 3 MPa) on isobaarjooned vee piirkonnas *Ts*-diagrammil väga lähedal alumisele piirkõverale, mistõttu võib vee kuumutusprotsessi ilma olulise veata käsitleda lihtsamalt, kulgevana mööda alumist piirkõverat (p 4.3.1).

Ringprotsessi antav soojushulk $q_1$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A3*'*41CA*) on praegusel juhul kahe soojushulga summa: soojus vee kuumutamiseks küllastustemperatuurini ja vee aurustamissoojus. Ringprotsessist eemaldatakse soojushulk $q_2$ = □*C23AC*, ringprotsessis sooritatav kasulik töö $l$ = □*1233*'*41*.



**William Rankine** (5.07.1820 Edinburgh – 24.12.1872 Glasgow) šoti füüsik ja insener. Õppis Edinburghi ülikoolis, seejärel töötas kuni 1848 insenerina raudteede, sadamate, hüdrorajatiste ehitustel, misjärel pühendus täielikult teadustööle. Rankine oli aastast 1849 Edinburghi Kuningliku Seltsi liige, 1855–1872 Glasgow ülikooli mehaanika ja tsiviilehituse professor. Tegutses mitmes teadusharus – termodünaamika, hüdromehaanika, elastsusteooria, laevade stabiilsuse alal. Samal ajal Clausiuse ja Thomsoniga arendas edasi Carnot' teooriat, võttis kasutusele siseenergia mõiste, nagu seda tegi ka Clausius.

Rankine osutas Carnot' ringprotsessi võimalikele modifikatsioonidele, sh üldtuntud ringprotsessile veeauruga (***Rankine'i ringprotsess***), mis on kasutusel tänapäeva soojuselektrijaama aurujõuseadmeis. Oli Šoti Inseneride Ühingu asutaja (1857) ja esimene president. Tema nime järgi on tuntud ***Rankine'i temperatuuriskaala*** (1859), mille jaotus ühtib Fahrenheiti skaalaga, nullpunkt aga Kelvini skaalaga.

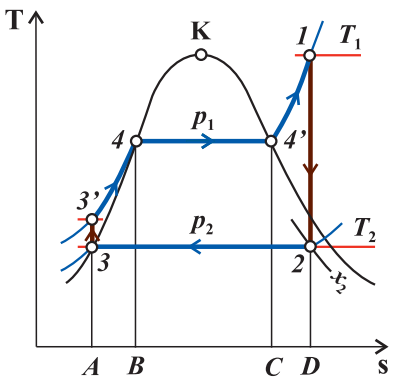



**Joonis 8.3. Küllastunud auruga Rankine'i ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Küllastunud auruga toimuva Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur on väiksem kui samas temperatuurivahemikus ($t_1$ kuni $t_2$) toimuval Carnot' ringprotsessil. Nimelt ei kuumutata siin vedelikku mitte isotermselt, vaid isobaarselt (joon *3'4*), sest Rankine'i ringprotsessi sisestub soojus madalamal keskmisel temperatuuril ($\overline{T}_1$) kui Carnot' ringprotsessi. Ilmselt

$$T_1 > \frac{1}{s_1 - s_3} \int_{(3'41)} T\mathrm{d}s = \overline{T}_1 .$$

*Ülekuumendatud auruga* toimuv tagastatav Rankine'i ringprotsess (*Ts*-diagramm joonisel 8.4) on tüüpiline tänapäeva soojuselektrijaama soojusjõuseadmes kasutatav alusringprotsess, kus auru algrõhk on kriitilisest rõhust madalam, algtemperatuur aga kõrgem kui algrõhule vastav küllastustemperatuur. Auru algoleku (punkt *1*) määrab siin auru rõhk ja temperatuur. Aur paisub isoentroopselt algrõhult $p_1$ jõuseadmes rõhuni $p_2$ kondensaatoris (punkt *2*), jäädes seejuures ülekuumendatuks kuni lõikumiseni ülemise piirkõveraga. Siit alates hakkab aur protsessi kulgemise käigus niiskuma, tema kuivusaste väheneb ja temperatuur alaneb. Joon *23* kujutab auru täielikku isobaarset-isotermset kondenseerumist kondensaatoris, joon *33'* vee rõhu isoentroopset tõusu pumbas, joon *3'4* vee isobaarset kuumutamist kuni rõhule $p_1$ vastava küllastustemperatuurini aurugeneraatoris, joon *44'* vee isobaarset-isotermset aurustumist ja joon *4'1* auru isobaarset ülekuumendamist aurugeneraatoris.




**Joonis 8.4. Ülekuumendatud auruga Rankine'i ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Ringprotsessi antav kogu soojushulk $q_1$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A3'44'1DA*) kujuneb kolmest osasoojushulgast, mis kasutatakse vee kuumutamiseks kuni küllastustemperatuurini, vee aurustamiseks ja auru ülekuumendamiseks. Ringprotsessist lahkuvat soojushulka $q_2$ esitab pindala □*D23AD* ja ringprotsessis sooritatud kasulikku tööd *l* pindala □*1233'44'1*.

Jooniselt 8.4 nähtub, et auru ülekuumendamine tõstab protsessi viidava soojuse keskmise temperatuuri $\overline{T}_1$ kõrgemaks küllastunud auruga toimuva ringprotsessi omast. Ülekuumendatud auru kasutamine alandab jõumasinast väljuva auru lõppniiskust (punkt *2*) seda enam, mida kõrgem on auru algtemperatuur sama algrõhu juures. Auru lõppniiskuse alanemine mõjub soodsalt aurujõumasina (turbiini) tööle.

*Ülekriitiliste auruparameetritega* tagastatav Rankine'i ringprotsess (joonis 8.5) on omane ülekriitilisel rõhul töötavatele tänapäeva soojuselektrijaama soojusjõuseadmetele.

Kui auru algrõhk on kriitilisest kõrgem, siis faasisiire puudub ja vee kuumutamise isobaarjoon diagrammidel ei lõiku piirkõveratega, mistõttu ringprotsessi antavat soojust kujutav joon *3'1* on joonisel sujuv. Teistes osades on ringprotsess sarnane eelmistega.

Tagastatavat Rankine'i ringprotsessi iseloomustavate suuruste arvutamine ei sõltu ringprotsessi piirkonnast, mistõttu alljärgnev on üldkehtiv.

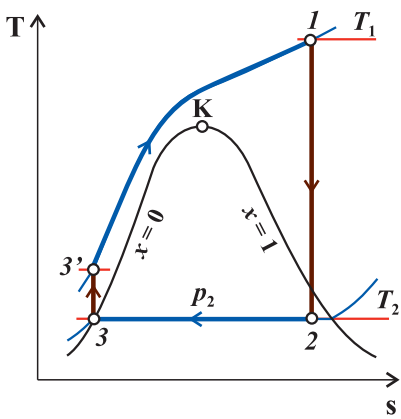
Termodünaamilisele kehale ringprotsessis (aurugeneraatoris) üleantav soojushulk

$$q_1 = h_1 - h_{3'} \tag{8-2}$$

ning ringprotsessist eemalduv soojushulk

$$q_2 = h_2 - h_2', \tag{8-3}$$

kus $h_1$ – soojusjõumasinasse siseneva auru entalpia, $h_2$ – soojusjõumasinast väljuva auru entalpia, $h_{3'}$ – pumbast väljuva vee entalpia, $h'_2$ – vee entalpia küllastusrõhul $p_2$ (alumisel piirkõveral).




**Joonis 8.5. Auru ülekriitiliste parameetritega Rankine'i ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Ringprotsessist saadav kasulik töö

$$l = q_1 - q_2 = (h_1 - h_2) - (h_{3'} - h_2') = \Delta h - \Delta h_\mathrm{p}. \tag{8-4}$$

Siin väljendab vahe $l_\mathrm{t} = \Delta h = h_1 - h_2$ auru isoentroopset paisumistööd aurujõumasinas ning vahe $l_\mathrm{p} = \Delta h_\mathrm{p} = h_{3'} - h_2'$ tööd vee rõhu isoentroopseks tõstmiseks pumbas.

Toitepumba tarbitava töö saab avaldada ka valemiga

$$l_\mathrm{p} = \int_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p. \tag{8-5}$$

See valem eeldab, et on teada seos vee erimahu ja rõhu vahel pumba rõhutõusu protsessis. Kuna vee kokkusurutavus on tühine, siis võib suurema veata lugeda vee erimahu pumba tööprotsessis konstantseks, $v$ = *konst*. Sellisel juhul pumba tarbitav töö

$$l_\mathrm{p} = v(p_1 - p_2). \tag{8-6}$$

Soojuse tööks muundamise tõhusust soojusjõuseadmes näitab ringprotsessi kasutegur, mis võrdub ringprotsessi kasuliku töö ja ringprotsessi suunatud soojushulga suhtega. Tagastatava ringprotsessi kasutegurit tuntakse kui ringprotsessi termilist kasutegurit. Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{R} = \frac{l}{q_1} = \frac{\Delta h - \Delta h_p}{h_1 - h_{3'}} = \frac{\Delta h - \int_{p_2}^{p_1} v\,\mathrm{d}p}{h_1 - h_{3'}}. \tag{8-7}$$

Vee entalpia toitepumbast väljumisel (p 4.3.1)

$$h_{3'} = h_2' + \int_{p_2}^{p_1} v\,\mathrm{d}p, \tag{8-8}$$

mistõttu valem (8-7) omandab eksaktse kuju

$$\eta_R = \frac{\Delta h - \int_{p_2}^{p_1} v\,\mathrm{d}p}{\left(h_1 - h_2'\right) - \int_{p_2}^{p_1} v\,\mathrm{d}p}. \tag{8-9}$$

Lihtsustus (8-6) lubab anda valemile (8-9) praktikas kasutatava kuju

$$\eta_R = \frac{\Delta h - v(p_1 - p_2)}{\left(h_1 - h_2'\right) - v(p_1 - p_2)}. \tag{8-10}$$

Algrõhul $p_1 \leq 3$ MPa on küllaldaselt täpne asendada valem (8-10) lihtsa seosega

$$\eta_R = \frac{\Delta h}{h_1 - h_2'}, \tag{8-11}$$

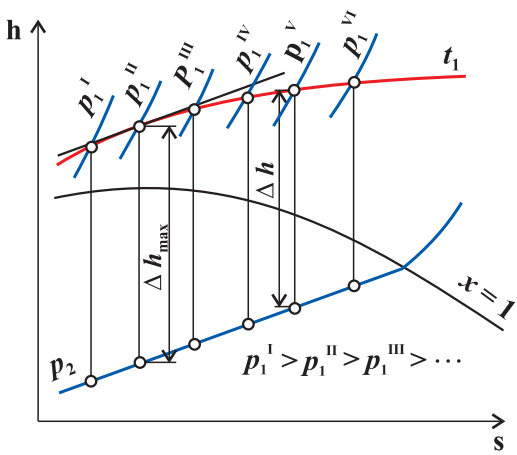
sest siis on toitepumba tarbitav töö võrreldes auru paisumistööga jõumasinas kaduvväike.

### 8.1.4 Auru parameetrite mõju Rankine'i ringprotsessi termilisele kasutegurile

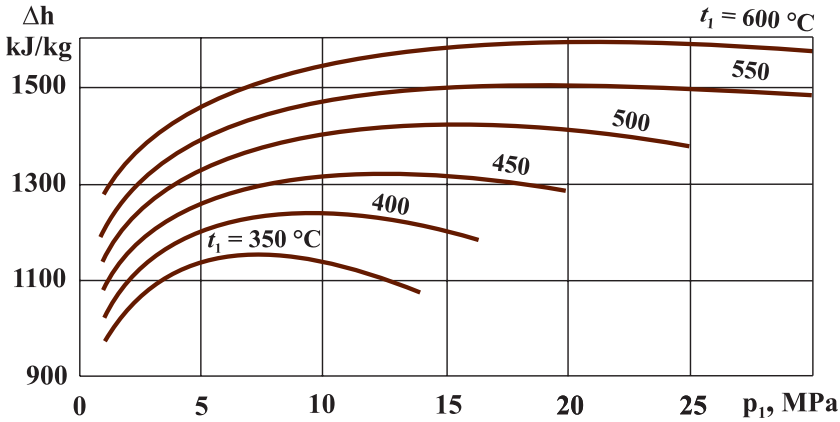
Avaldisest (8-7) nähtub, et Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur sõltub isoentroopsest entalpialangust $\Delta h$ aurujõumasinas, jõumasinasse siseneva auru entalpiast $h_1$, kondensaatorist väljuva vee entalpiast $h_2'$ ja pumba tarbitavast tööst $l_p$. Enamik loetletud suurustest on sõltuvuses auru parameetritest jõumasinasse sisenemisel ja sealt väljumisel. Nii auru algtemperatuuri kui ka algrõhu mõju jõuseadme termilisele kasutegurile on erisugustele termodünaamilistele kehadele (ainetele) erinev. Seepärast sõltub Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur, erinevalt Carnot' ringprotsessi omast, seadmes kasutatava aine omadustest. Siin kerkib paratamatult küsimus vee sobivusest Rankine'i ringprotsessi tarvis, mida arutatakse p 8.2.2.

Uurime esiteks auru algparameetrite mõju entalpialangule aurujõumasinas. Selle määramiseks lähtume joonisel 8.6 esitatud skeemist, kus *hs*-diagrammil on kujutatud isoentroopne entalpialang $\Delta h$ auru erinevatel algrõhkudel, kuid püsival algtemperatuuril ja paisumise lõpprõhul kondensaatoris.

Aurujõumasina isoentroopse entalpialangu $\Delta h$ sõltuvus auru algrõhust algtemperatuuri ja paisumise lõpprõhu püsiväärtusel ilmneb asjaolus, et rõhu tõustes suureneb entalpialang $\Delta h$ suhteliselt kiiresti, maksimumi saavutanuna hakkab aga aeglaselt vähenema (joonis 8.7).




**Joonis 8.6. Isoentroopse soojuslangu määramist selgitav skeem**




**Joonis 8.7. Isoentroopse soojuslangu sõltuvus veeauru algparameetritest**

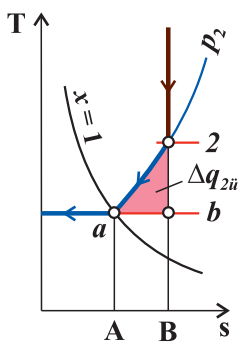
Maksimaalse $\Delta h$ väärtus on leitav tingimusest

$$\left(\frac{\partial h_1}{\partial s}\right)_{t_1} = \left(\frac{\partial h_2}{\partial s}\right)_{p_2} .$$

Maksimaalse $\Delta h$ väärtust *hs*-diagrammil (joonis 8.6) kajastab joonele $t_1 = konst$ tõmmatud, sirgega $p_2 = konst$ paralleelne puutuja.

Kui tõsta auru algtemperatuuri, siis entalpialangu $\Delta h$ maksimum nihkub kõrgema rõhu suunas. Auru algrõhu püsiväärtusel suurendab temperatuuri tõus entalpialangu $\Delta h$, mistõttu auru algtemperatuur mõjutab tugevasti ka Rankine'i ringprotsessi termilist kasutegurit.

Auru algrõhu tõustes ($t_1$ püsiväärtusel) suureneb pumba tarbitav töö ja ka auru paisumise lõppniiskus. Madalal algrõhul võib aga auru paisumise lõppolekut iseloomustav punkt *2* (joonis 8.8) teatud olukorras jääda ülekuumendatud auru piirkonda. Nüüd sisaldub ringprotsessist lahkuvas soojushulgas $q_2$ lisaks auru kondenseerumissoojusele veel auru ülekuumendussoojus $\Delta q_{2ü} = \square B2aAB$. Sellest tingituna väheneb ringprotsessist saadav kasulik töö ($\square a2ba$).

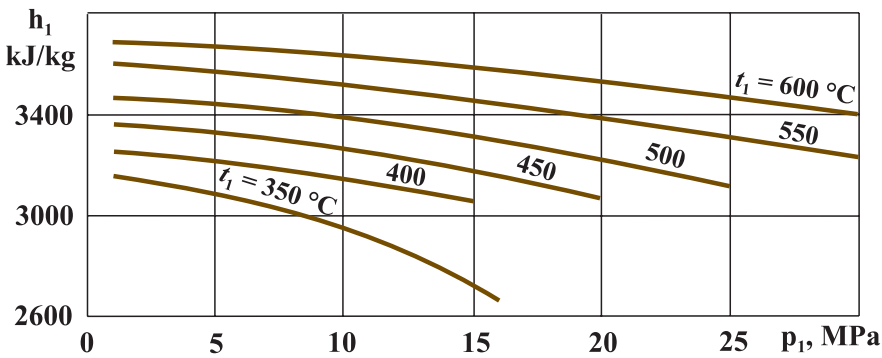



**Joonis 8.8. Auru ülekuumendussoojuse $\Delta q_{2ü}$ mõju selgitav *Ts*-diagramm**

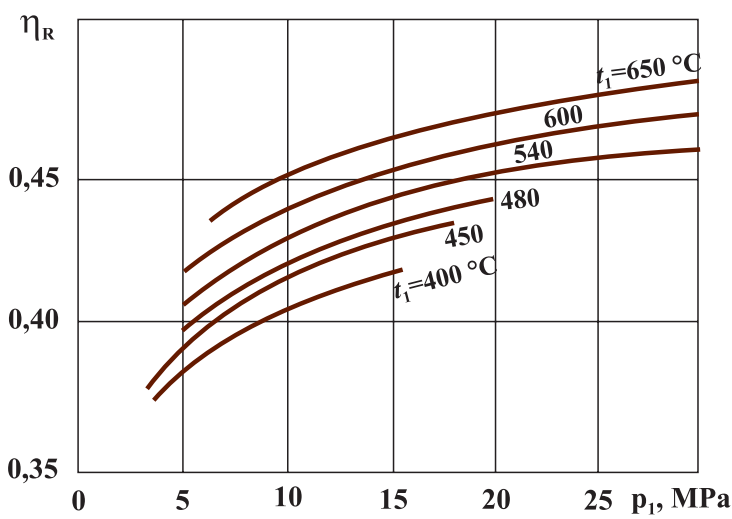
Kui aur siseneb jõumasinasse püsitemperatuuril, langeb entalpia rõhu tõustes, sellest väheneb ka ringprotsessi sisenev soojushulk $q_1$ ning lõppkokkuvõttes tõuseb ringprotsessi termiline kasutegur (valem (8-11)). Veeauru entalpia olenevus rõhust ja temperatuurist on näha joonisel 8.9.

Kasuteguri tõus auru algentalpia vähenemisest on eriti märgatav kuni rõhuni 16–20 MPa, edasi mõjutab rõhu tõus kasutegurit vähem, kuna algrõhu tõusul alaneb isoentroopne entalpialang. Seega nii auru algrõhu kui ka algtemperatuuri tõus tõstab Rankine'i ringprotsessi termilist kasutegurit (joonis 8.10). Nüüdisaegsetes aurujõuseadmetes võib auru algrõhk küündida kuni 30–35 MPa ja auru algtemperatuur kuni 600–650 °C (üksikjuhtudel ka kõrgemale).

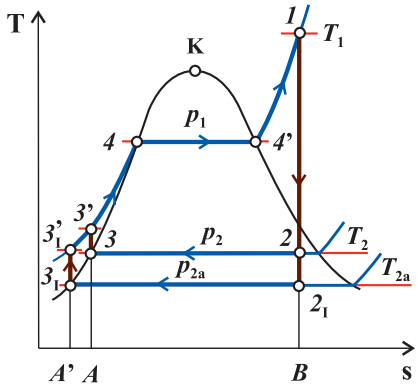
Olulist mõju Rankine'i ringprotsessi termilisele kasutegurile avaldab ka rõhk $p_2$ kondensaatoris. See sõltub peamiselt kondensaatori jahutusagensi (jahutusvee) temperatuurist. Rõhu tõus kondensaatoris kärbib isoentroopset entalpialangu soojusjõumasinas, millest suureneb ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2$.




**Joonis 8.9. Veeauru entalpia sõltuvus auru algparameetritest**




**Joonis 8.10. Rankine'i ringprotsessi termilise kasuteguri sõltuvus veeauru algparameetritest**




**Joonis 8.11. Rankine'i ringprotsessi *Ts*-diagramm auru paisumise erineval lõpprõhul**

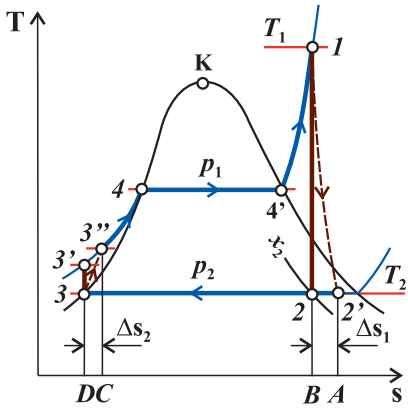
Koos vasturõhu $p_2$ muutusega (auru kindlatel algparameetritel $p_1$ ja $t_1$) muutub auru kondenseerumistemperatuur $t_2$ ning koos sellega ka ringprotsessist soojuse eemaldumise keskmine temperatuur. *Ts*-diagrammilt joonisel 8.11 nähtub, et vasturõhu vähenemisel $p_2$-lt $p_{2a}$-ni suureneb ringprotsessi kasulik töö $\Delta l = \square\, 233'3'_1 3_1 2_1 2$ võrra ja ringprotsessi antav soojus $\Delta q_1 = \square A'3_1'3'AA'$ ulatuses. Kuna $\Delta l > \Delta q_1$, siis vasturõhu alanemisel Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur tõuseb. Rõhku kondensaatoris piirab peamiselt jahutusagensi temperatuur.

Auru temperatuuri alanemise mõju paisumisprotsessi lõpul Rankine'i ringprotsessi termilisele kasutegurile ei ole ekvivalentne auru algtemperatuuri tõusu mõjuga (p 2.1.12). Termodünaamilise keha temperatuuri langus paisumisprotsessi lõpul mõjutab alati ringprotsessi kasutegurit enam kui keha algtemperatuuri samaväärne tõus.

Põhimõtteliselt on võimalik luua ka kondensaatorita aurujõuseade (nt auruvedur), kus aur paisatakse jõumasinast otse väliskeskkonda. Kui aur paisub otse atmosfääri, on paisumise lõpprõhk võrdne atmosfäärirõhuga ning ringprotsessi kasulik töö palju väiksem. Samuti jääb aurugeneraatorisse suunduva toitevee temperatuur madalamaks ümbruskeskkonna rõhule vastavast küllastustemperatuurist. Sellisel juhul on toitevee kuumutamiseks vaja lisasoojushulka, sest vee temperatuur on auru paisumise lõpptemperatuurist madalam. Säärane lahendus on äärmiselt ebaökonoomne ja tänapäeval rakenduslikult mõeldamatu.

### 8.1.5 Tagastamatu Rankine'i ringprotsess

Nagu veendusime, koosneb tagastatav (ideaalne) Rankine'i ringprotsess neljast osaprotsessist: auru isoentroopne paisumine aurujõumasinas, auru isobaarne-isotermne kondenseerumine kondensaatoris, vee rõhu isoentroopne tõus pumbas, auru genereerimine ja ülekuumendamine aurugeneraatoris. Tegelik Rankine'i ringprotsess aurujõuseadmes on tagastamatu ja selle põhjus on eelkõige auru tagastamatu adiabaatne paisumine aurujõumasinas, vähemal määral ka vee rõhu tagastamatu adiabaatne tõus toitepumbas. Tagastamatu Rankine'i ringprotsess ning selle võrdlus tagastatava protsessiga on kujutatud joonisel 8.12. Kontuur *1233'44'1* väljendab tagastatavat ja kontuur *12'33"44'1* tagastamatut ringprotsessi.




**Joonis 8.12. Tagastamatu Rankine'i ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Tagastamatu adiabaatne paisumine aurujõumasinas (turbiinis) kutsub esile termodünaamilise keha entroopia kasvu ja soojusjõuseadme kasuliku töö vähenemise. Tagastamatu adiabaatne paisumine aurujõumasinas, mille käigus keha entroopia kasvab $\Delta s_1$ võrra, on kujutatud punktiirjoonega *1 2*'. Protsessi tagastamatuse ja entroopia kasvu põhjustab peamiselt hõõrdumisnähtus auru voolamisel jõumasinas. Auru töö tagastamatus adiabaatses protsessis

$$l_{\mathrm{t}}' = \Delta h' = h_1 - h_{2'}, \tag{8-12}$$

kus $h_1$ – aurujõumasinasse siseneva auru entalpia; $h_{2'}$ – aurujõumasinast väljuva (ühtlasi kondensaatorisse siseneva) auru entalpia.

Suurust $\Delta h$' nimetatakse kasutatud adiabaatseks entalpialanguks ning ta on võrdne tagastamatu adiabaatse paisumisprotsessi tööga soojusjõumasinas.

Kuna $h_{2'} > h_2$, siis $\Delta h > \Delta h'$ ehk $l_{\mathrm{t}} > l_{\mathrm{t}}'$. Vahe $\Delta h_{\mathrm{k}} = \Delta h - \Delta h'$ on võrdne energiaga, mis ei muundu auru paisumisel tööks (*Ts*-diagrammil pindala $\square A2'2BA$).

Auru tagastamatu adiabaatse paisumise töö suhe tagastatava isoentroopse protsessi töösse on tuntud kui aurujõumasina suhteline sisemine kasutegur

$$\eta_{\mathrm{oi}} = \frac{\Delta h'}{\Delta h} = 1 - \frac{\Delta h_{\mathrm{k}}}{\Delta h} = \frac{l_{\mathrm{t}}'}{l}. \tag{8-13}$$

Vee rõhu tagastamatu adiabaatne tõus toitepumbas on kujutatud joonisel 8.12 joonena *33*''. Tagastamatus tõstab vee entroopiat $\Delta s_2$ võrra. Protsessi tagastamatuse koos keha entroopia kasvuga põhjustavad peamiselt hõõrdumisnähtused pumbas. Pumba tarbitav töö tagastamatu protsessi korral

$$l_{\mathrm{p}}' = h_{3''} - h_2', \tag{8-14}$$

kus $h_{3''}$ – vee entalpia pumbast väljumisel, $h_2'$ – vee entalpia alumisel piirkõveral rõhul $p_2$.

Et $h_{3''} > h_{3'}$, siis ka $l_{\mathrm{p}}' > l_{\mathrm{p}}$. Vahe $\Delta l_{\mathrm{p}} = l_{\mathrm{p}}' > l_{\mathrm{p}}$ väljendab pumba tarbitava töö suurenemist tagastamatus protsessis võrreldes tagastatava protsessiga.

Pumba efektiivsust vee rõhu tagastamatul adiabaatsel tõusul väljendab pumba adiabaatne kasutegur

$$\eta_{\mathrm{oi}}^{\mathrm{p}} = \frac{l_{\mathrm{p}}}{l_{\mathrm{p}}'} = \frac{h_{3'} - h_2'}{h_{3''} - h_2'}. \tag{8-15}$$

Tänapäeva auruturbiini ja pumba suhteline sisemine kasutegur on piirides 0,85–0,94.

Tagastamatus Rankine'i ringprotsessis on aurujõumasina kasuliku töö ja toitepumba tarbitava töö vahe

$$l' = l_{\mathrm{t}}' - l_{\mathrm{p}}' = (h_1 - h_{2'}) - (h_{3''} - h_2') =$$

$$= (h_1 - h_2)\eta_{\mathrm{oi}} - \frac{h_{3'} - h_2'}{\eta_{\mathrm{oi}}^{\mathrm{p}}} = \Delta h \eta_{\mathrm{oi}} - \frac{\Delta h_{\mathrm{p}}}{\eta_{\mathrm{oi}}^{\mathrm{p}}}. \tag{8-16}$$

Aurujõuseadme suhteline sisemine kasutegur kui tagastamatu ja tagastatava ringprotsessi kasuliku töö suhe

$$\eta_{\mathrm{oi}}' = \frac{l'}{l} = \frac{\Delta h \eta_{\mathrm{oi}} - \dfrac{\Delta h_{\mathrm{p}}}{\eta_{\mathrm{oi}}^{\mathrm{p}}}}{\Delta h - \Delta h_{\mathrm{p}}}. \tag{8-17}$$

Viimane valem lihtsustub, kui $\Delta h_{\mathrm{p}}$ avaldada valemiga $\Delta h_{\mathrm{p}} = v(p_1 - p_2)$:

$$\eta_{\mathrm{oi}}' = \frac{\Delta h \eta_{\mathrm{oi}} - \dfrac{v(p_1 - p_2)}{\eta_{\mathrm{oi}}^{\mathrm{p}}}}{\Delta h - v(p_1 - p_2)}. \tag{8-18}$$

Tagastamatu Rankine'i ringprotsessi suhteline sisemine kasutegur sõltub tugevasti aurujõumasina suhtelisest sisemisest kasutegurist. Väiksemat mõju avaldab pumba kasutegur, sest aurujõumasinas sooritatav töö on palju kordi suurem pumba tarbitavast tööst.

Aurujõumasina suhteline sisemine kasutegur sõltub masina konstruktsioonist, teatud määral ka võimsusest. Auru algparameetritelgi on sellele mõningane mõju. Auru algtemperatuuri tõus tavaliselt tõstab aurujõumasina sisemist suhtelist kasutegurit, vähendades auru niiskust paisumisprotsessi lõpul.

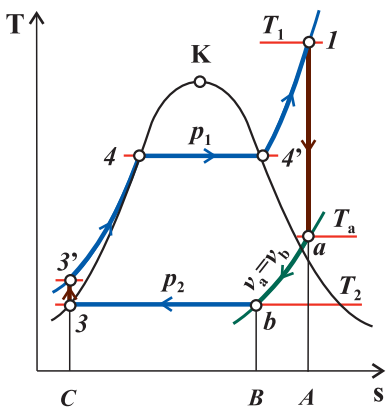
Nagu nenditud, on Rankine'i ringprotsessi tagastamatus peamiselt põhjustatud hõõrdekadudest turbiinis ja toitepumbas. Nende mõju aurujõuseadmele kajastub

ka otseselt nii valemis esineva auruturbiini sisemise suhtelise kasuteguri kui ka pumba kasuteguri kaudu. Mainitud kadude kõrval tuleb arvestada ka hõõrdumisest tingitud rõhulangust aurugeneraatorivälises torustikus, mis mõjutab mingil määral jõuseadme kui terviku efektiivset kasutegurit. Samuti esineb tegelikes jõuseadmetes kondensaadi allajahutus. See tähendab, et kondensaatorist väljuva vee temperatuur on teatud määral madalam kondensaatori rõhule vastavast küllastustemperatuurist. Vee temperatuuri tõstmine küllastustemperatuurini tähendab aga soojuse lisakulu, võrreldes tagastatavasse ringprotsessi antava soojushulgaga $q_1$.

### 8.1.6 Mayeri ringprotsess

Rankine'i ringprotsess on soojusjõuseadme põhiringprotsess, mis eeldab, et seadme koosseisus on soojusjõumasin, milles aur paisub takistamatult kondensaatori jahutusagensi temperatuuriga määratud rõhuni (vasturõhuni) $p_2$. Niisugune jõumasin on tavaliselt auruturbiin. Ent soojusjõuseadme skeemis võib olla ka aurujõumasin, kus aur ei paisu ülalmainitud rõhuni $p_2$, vaid jääb sellest kõrgemaks. Sellise jõumasina näide on kolbaurumasin (või mõni muu sellesarnase tööpõhimõttega masin). Kolbaurumasinas aur paisub lõpprõhuni (olgu selle tähis $p_a$), mille määrab töösilindri maht. Seejärel aur jahtub ja loovutab püsimahuliselt soojuse, kuni temperatuur on langenud jahutusagensi temperatuurini. Nüüd aur veeldub isobaarselt-isotermselt, andes soojuse üle jahutusagensile. Kirjeldatud ringprotsessi, mis on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 8.13, tuntakse ka Mayeri ringprotsessina.

Joonisel: *1a* – auru isoentroopne paisumine soojusjõumasinas, *ab* – auru isohoorne jahtumine, *b3* – auru isobaarne-isotermne kondenseerumine, *33'* – vee rõhu adiabaatne tõus pumbas, *3'44'1* – vee kuumutamine ja aurustamine ning auru ülekuumendamine aurugeneraatoris.




**Joonis 8.13. Mayeri ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Mayeri ringprotsessi antud soojushulk $q_1 = h_1 - h_{3'} = \square C3'44'1AC$. Ringprotsessist eemalduv soojushulk koosneb kahest osast: esimene osa $q_2'$ (*Ts*-diagrammil pindala $\square AabBA$) lahkub ringprotsessist auru isohoorse jahtumise käigus, teine osa $q_2'' = \square Bb3CB$ aga auru isobaarsel-isotermsel kondenseerumisel. Mayeri ringprotsessi kasulik töö

$$l = q_1 - q_2 = (h_1 - h_{3'}) - \left[(u_\mathrm{a} - u_\mathrm{b}) + (h_\mathrm{b} - h_2')\right] =$$
$$= (h_1 - h_\mathrm{a}) + v_\mathrm{a}(p_\mathrm{a} - p_2) - v(p_1 - p_2), \qquad (8\text{-}19)$$

sest

$$u = h - pv,\ v_\mathrm{a} = v_\mathrm{b},\ p_\mathrm{b} = p_2$$

ja pumba tarbitav töö

$$l_\mathrm{p} = v(p_1 - p_2).$$

Mayeri ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{M} = \frac{l}{q_1} = \frac{(h_1 - h_\mathrm{a}) + v_\mathrm{a}(p_\mathrm{a} - p_2) - v(p_1 - p_2)}{(h_1 - h_2') - v(p_1 - p_2)}. \qquad (8\text{-}20)$$

Mayeri ringprotsessi termiline kasutegur, võrrelduna samade auru alg- ja lõpparameetritega töötava Rankine'i ringprotsessi termilise kasuteguriga, jääb madalamaks ringprotsessist lahkuva lisasoojushulga $q_2' = u_\mathrm{a} - u_\mathrm{b}$ tõttu.

Soojushulk $q_2'$ sõltub aga peamiselt rõhuvahest $p_\mathrm{a} - p_2$. Mida lähedasem on auru rõhk paisumisprotsessi lõpul jahutusagensi temperatuuriga määratud auru küllastusrõhule, seda kõrgem on Mayeri ringprotsessi termiline kasutegur.

### 8.1.7 Auru vaheülekuumendusega ringprotsess

Nagu esitatust selgus, on Rankine'i ringprotsessi kasutegurit võimalik suurendada soojusjõumasinasse siseneva auru temperatuuri tõstes, mida aga piirab auru ülekuumendi materjali kuumuskindlus. Teine võimalus suurendada termodünaamilise keha temperatuuri soodsat mõju ringprotsessi kasutegurile on viia soojust ringprotsessi astmeliselt. Nii tõstetakse protsessi soojust siirdava auru keskmist temperatuuri $\overline{T}_1$ ja sel viisil lähendatakse Rankine'i ringprotsessi Carnot' ringprotsessile. Soojuse astmeline protsessiviimine aurujõuseadmes seisneb auru täiendavas kuumutamises ringprotsessi kestel. See idee teostub vaheülekuumendusega ringprotsessi näol, millega ei tõsteta mitte ainult aurujõuseadme kasutegurit, vaid samaaegselt vähendatakse ka auru niiskust paisumisprotsessi lõpul.

Auru vaheülekuumenduse kasutamine soojusjõuseadmetes on nüüdisajal laialt levinud. Sellise seadme põhimõtteskeem on joonisel 8.14. Aurugeneraatori AG ülekuumendist ÜK väljuv aur suundub aurujõumasinasse AJM, kus ta kõrgrõhu-

osas K osaliselt paisub kuni teatud vaherõhuni. Nüüd juhitakse aur tagasi aurugeneraatorisse, mille gaasikäigus paikneb lisaküttepind vaheülekuumendi VÜ kujul. Kui aur on vaheülekuumendis saanud täiendava soojushulga ja tema temperatuur on oluliselt tõusnud, siis suundub ta uuesti aurujõumasinasse, kus paisub madalrõhuosas M lõplikult kuni kondensaatori rõhuni. Kondensaatorist KO pumbatakse kondensaat toitepumba TP abil tagasi aurugeneraatorisse.

Auru vaheülekuumendamine võib toimuda ka aurugeneraatorist väljuvalt aurult saadava soojuse arvel. Sellisel juhul jääb ära auru tagasisuunamine aurugeneraatorisse, kuid paratamatult jääb vaheauru temperatuur sellisel juhul alati põhiauru temperatuurist madalamaks, mis on sellise skeemi taamus. Tegelikkuses rakendatakse seda võimalust üsna harva.

Vaheülekuumendis tõstetakse auru temperatuur enamikjuhtudel ligilähedaselt põhiülekuumendist väljuva auru temperatuurini; vaheülekuumendatud auru rõhk moodustab umbes ¼ põhiauru rõhust.

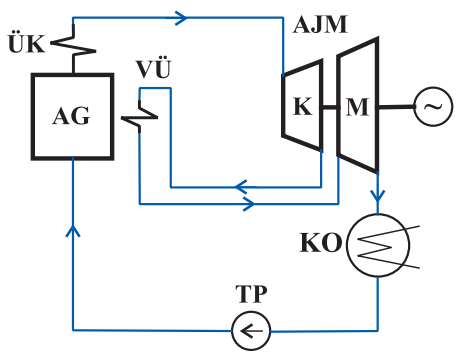
Joonisel 8.14 kujutatu on auru ühekordse vaheülekuumendusega aurujõuseadme skeem. Kasutuses on ka auru korduv vaheülekuumendamine, kuid praktikas enam kui kahekordset vaheülekuumendust siiski ei kasutata, peamiselt konstruktsiooni keerukuse ja vähese efektiivsuse tõttu.

Vaheülekuumendusega aurujõuseadme tagastatav ringprotsess kujutatuna *Ts*-diagrammil on joonisel 8.15, kus: *1 2*' – auru isoentroopne paisumine aurujõumasina kõrgrõhuosas, *2*'*1*' – auru isobaarne kuumutamine vaheülekuumendis, *1*'*2* – auru isoentroopne paisumine aurujõumasina madalrõhuosas, *2 3* – auru veeldumine kondensaatoris, *3 3*' – vee isoentroopne rõhutõus pumbas, *3*'*4 4*'*1* – vee kuumutamine, aurustumine ja auru ülekuumendamine põhiülekuumendis.

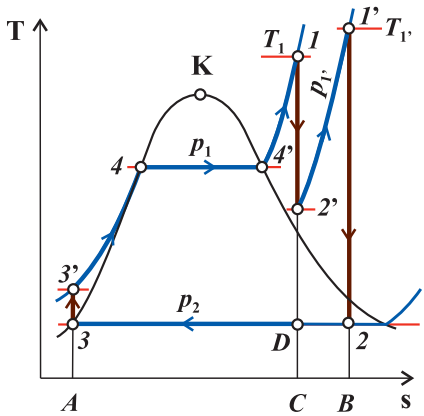
Auru vaheülekuumendusega ringprotsessi antud soojushulk

$$q_1 = q_1^{'} + q_1^{''},$$

kus $q_1^{'}$ – aurugeneraatori põhiosas aurule üleantud soojushulk, $q_1^{''}$ – vaheülekuumendis aurule lisatud soojushulk.




**Joonis 8.14. Auru ühekordse vaheülekuumendusega jõuseadme skeem:**
**AG – aurugeneraator,**
**ÜK – auru põhiülekuumendi,**
**VÜ – auru vaheülekuumendi,**
**AJM – aurujõumasin,**
**K – aurujõumasina kõrgrõhuosa,**
**M – aurujõumasina madalrõhuosa,**
**KO – kondensaator, TP – toitepump**




**Joonis 8.15. Auru ühekordse vaheülekuumendusega ringprotsess *Ts*-diagrammil**

*Ts*-diagrammil $q_1 = \square A3'44'12'1'BA$; $q_1^{'} = \square A3'44'1CA$; $q_1^{''} = \square C2'1'BC$; ringprotsessi kasulik töö $l = \square 12'1'233'44'1$ ning ringprotsessist eemaldatav soojushulk $q_2 = B23AB$.

Soojushulga $q_1$ saab arvutada valemiga

$$q_1 = q_1^{'} + q_1^{''} = (h_1 - h_{3'}) + (h_{1'} - h_{2'}) = (h_1 - h_{3'}) + \Delta q\,, \tag{8-21}$$

kus $\Delta q = h_{1'} - h_{2'}$ – vaheülekuumendis aurule üleantud soojushulk.

Ringprotsessist eemaldatav soojushulk

$$q_2 = h_2 - h_2^{'}\,. \tag{8-22}$$

Ringprotsessi kasulik töö

$$l = (h_1 - h_{2'}) + (h_{1'} - h_2) - (h_{3'} - h_2^{'}) = \Delta h_1 + \Delta h_2 - v(p_1 - p_2)\,. \tag{8-23}$$

Vaheülekuumendusega aurujõuseadme ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2 - v(p_1 - p)}{(h_1 - h_2^{'}) + \Delta q - v(p_1 - p_2)}\,. \tag{8-24}$$

Madala aururõhu piirkonnas võib ringprotsessi termilise kasuteguri arvutada lihtsustatult:

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{(h_1 - h_2^{'}) + \Delta q}\,. \tag{8-25}$$

Valemites (8-21)–(8-25) $h_1$ – soojusjõumasinasse siseneva auru entalpia, $h_{2'}$ – auru entalpia enne vaheülekuumendit, $h_{1'}$ – auru entalpia pärast vaheülekuumendit, $\Delta h = h_{1'} - h_{2'}$ – vaheülekuumendis aurule üleantud soojus, $h_2$ – auru entalpia kondensaatorisse sisenemisel, $\Delta h_1 = h_1 - h_{2'}$ – kasutatav isoentroopne soojuslang aurujõumasina kõrgrõhuosas, $\Delta h_2 = h_{1'} - h_2$ – kasutatav isoentroopne soojuslang

aurujõumasina madalrõhuosas, $h_2'$ – vee entalpia pumpa sisenemisel, $h_{3'}$ – vee entalpia pumbast väljumisel.

Vaheülekuumendusega aurujõuseadme ringprotsessi termiline kasutegur on Rankine'i ringprotsessi termilisest kasutegurist kõrgem siis, kui

$$\frac{1}{s_1 - s_3} \int\limits_{(3'44'1)} T\mathrm{d}s < \frac{1}{s_2 - s_1} \int\limits_{(2'1')} T\mathrm{d}s .$$

Võrratuse vasak pool väljendab keha keskmist temperatuuri, millega soojus suunatakse põhiringprotsessi *1D33'44'1* (Rankine'i ringprotsess), ning parem pool lisaringprotsessi *1'2D2'1'* suunatava soojuse keskmist temperatuuri. Võrratuse liige $\frac{1}{s_2 - s_1} \int\limits_{(2'1')} T\mathrm{d}s$ on määratud punktide *2'* ja *1'* asukohaga. Esimene nendest sõltub auru paisumise lõpprõhust aurujõumasina kõrgrõhuosas ning teine vaheauru ülekuumendustemperatuurist.

Siiani käsitletu vastab auru ühekordse vaheülekuumendusega ringprotsessile. Aurujõuseadme ringprotsessi kasutegurit on võimalik põhimõtteliselt veelgi tõsta, kasutades auru mitmekordset vaheülekuumendamist. Viimasel juhul ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_\mathrm{t} = \frac{\sum\limits_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} \Delta h_\mathrm{j} - v(p_1 - p_2)}{(h_1 - h_2') + \sum\limits_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}-1} \Delta q_\mathrm{j} - v(p_1 - p_2)}, \tag{8-26}$$

kus $\sum\limits_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} \Delta h_\mathrm{j}$ – kasutatavate isoentroopsete soojuslangude summa soojusjõumasina üksikutes osades, $\sum\limits_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}-1} \Delta q_\mathrm{j}$ – vaheülekuumendites aurule üleantud lisasoojushulk, m – auruturbiini osade arv, $\Delta q_\mathrm{j}$ – igas vaheülekuumendis aurule juurdeantud soojushulk.

Iga lisanduv auru ülekuumendamine eelmise temperatuurini annab aurujõuseadmele väiksema kasuteguri tõusu kui eelnev. Põhjus on selles, et auru rõhk igal järgneval vaheülekuumendusel on eelmisest madalam ning ka mõju kasuteguri juurdekasvule tagasihoidlikum. Kui esimene auru vaheülekuumendus suurendab ringprotsessi termilist kasutegurit tavaliselt 4–5% (suhteline juurdekasv), siis teine l,0–1,5% ning kolmas juba alla 0,5%. Seepärast praktikas, nagu juba mainitud, enam kui kaht auru vaheülekuumendust ei kasutata.

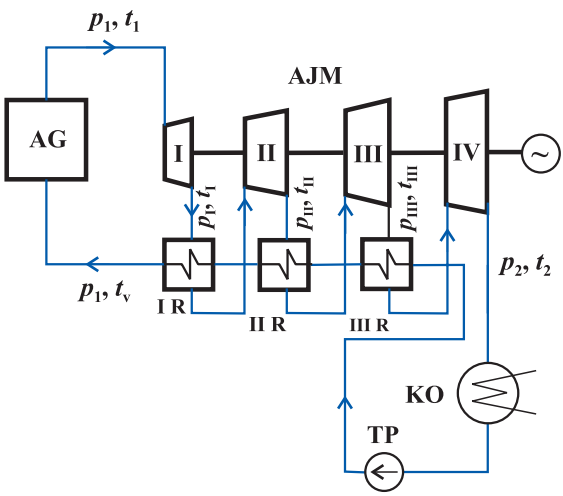
### 8.1.8 Regeneratiivne ringprotsess

Eespool toodud abinõude kõrval on aurujõuseadme kasutegurit võimalik veelgi tõsta aurugeneraatorisse siseneva toitevee regeneratiivse eelsoojenduse abil.

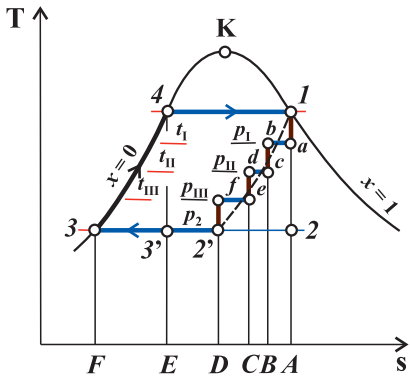
Mõte on selles, et aurujõumasinas paisuv aur loovutab protsessi käigus soojust aurugeneraatorisse suunduvale veele tõstmaks selle temperatuuri, vähendades niimoodi jahutusveele kondensaatoris üleantavat soojushulka. Sellist ringprotsessi nimetatakse aurujõuseadme regeneratiivseks ringprotsessiks (toitevee regeneratiivne eelsoojendus).

Toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme põhimõtteskeem on joonisel 8.16. Aurugeneraatorist väljuv (antud juhul küllastunud) aur suunatakse aurujõumasina esimesse sektsiooni, kus ta isoentroopselt paisub algrõhult $p_1$ rõhuni $p_I$ (lõik *1a* joonisel 8.17). Seejärel läbib aur esimese eelsoojendi ehk regeneraatori I R. Aur annab regeneraatoris isobaarses-isotermses protsessis *ab* toiteveele soojushulga $q_{IR}$ (*Ts*-diagrammil pindala □*AabBA*). Regeneraatorit läbides tõuseb toitevee temperatuur $t_{II}$-lt $t_I$-ni. Lihtsustuse nimel eeldatakse siin, et regeneraatoris tõstetakse toitevee temperatuur aurujõumasinast tuleva auru temperatuurini. Nüüd suundub aur regeneraatorist I R aurujõumasina teise sektsiooni, kus ta paisub isoentroopselt rõhuni $p_{II}$ (lõik *bc*). Pärast väljumist aurujõumasinast annab aur regeneraatoris II R toiteveele püsirõhul ja -temperatuuril soojushulga $q_{IIR}$ (lõik *cd*, pindala □*BcdCB*). Toitevee temperatuur tõuseb regeneraatori läbimisel $t_{III}$-lt $t_{II}$-ni. Edasi kordub sama protsess ka järgmistes aurujõumasina sektsioonides ja regeneraatorites, kuni aur saavutab kondensaatori jahutusagensi temperatuurile vastava küllastusrõhu.

Regeneratiivset ringprotsessi väljendab *Ts*-diagrammil kontuur *1abcdef2'341* (eeldatakse, et vee kuumutamine jälgib alumist piirkõverat). Kui regeneraatorite arv on lõpmata suur, siis auru paisumist soojusjõumasinas väljendab alumise piirkõveraga võrdsel kaugusel joon *1 2'* (joonisel punktiirjoon).




**Joonis 8.16. Toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme skeem:**
**AG – aurugeneraator,**
**AJM – aurujõumasin,**
**KO – kondensaator,**
**TP – toitepump,**
**I R, II R, III R – toitevee regeneraatorid (eelsoojendid)**




**Joonis 8.17. Toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil (niiske auru piirkond)**

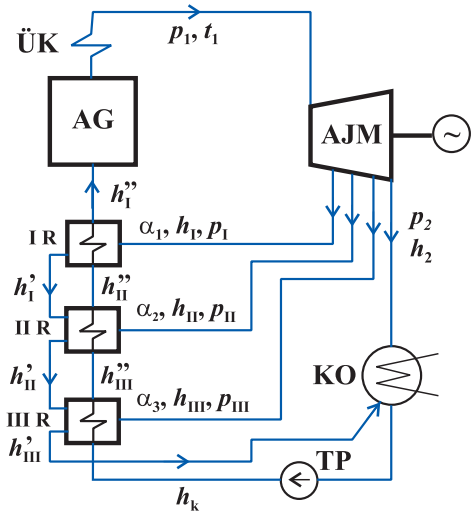
Kuna pindala □*D2'1AD* (mööda punktiirjoont) on võrdne pindalaga □*F34EF*, siis on vaadeldav aurujõuseadme regeneratiivne ringprotsess samaväärne Carnot' ringprotsessiga mööda kontuuri *123'41*. Siit tulenevalt on regeneratiivse ringprotsessi termiline kasutegur Rankine'i ringprotsessi termilisest kasutegurist kõrgem (eeldatakse, et mõlemad ringprotsessid toimuvad ühes ja samas temperatuurivahemikus).

Aurujõuseadme toitevee regeneratiivne eelsoojendus on täielikult realiseeritav siis, kui aurugeneraatorisse siseneva toitevee temperatuur on tõstetud auru küllastustemperatuurini. Selleks peab ringprotsess toimuma kas niiske või kuiva küllastunud auruga, misjuhul aurugeneraatorisse siseneva toitevee temperatuur võrdsustub aurugeneraatori rõhule vastava küllastustemperatuuriga. Ringprotsessis ülekuumendatud auruga, kus aurujõuseadmesse siseneb aur kõrgemal temperatuuril, kui seda on aurugeneraatori rõhule vastav küllastustemperatuur, ei saa toitevee temperatuur joonisel 8.16 esitatud skeemi kohaselt ületada mainitud küllastustemperatuuri. Seetõttu mõjutab toitevee regeneratiivne eelsoojendamine ülekuumendatud auruga ringprotsessi kasutegurit vähemal määral kui niiske auru piirkonnas toimuva ringprotsessi oma.

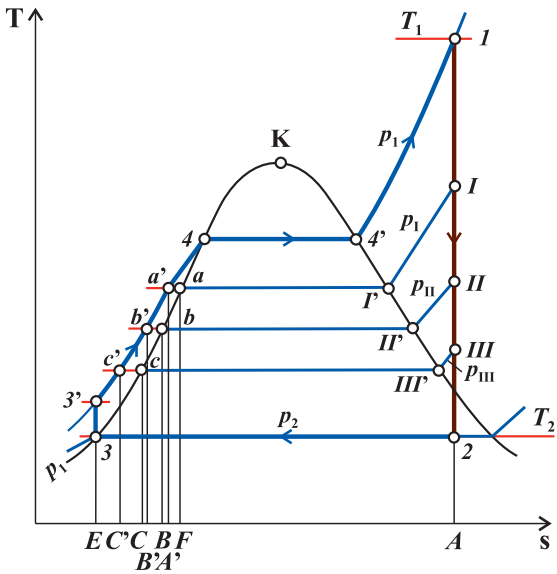
Esitatud toitevee regeneratiivse eelsoojenduse skeemi reaalset rakendamist aurujõuseadmes piiravad mitmed tehnilised raskused ja auru intensiivne niiskumine süsteemis. Seepärast ei suunata tegelikus aurujõuseadmes regeneraatorisse mitte kogu aurujõumasinas paisuv aur, vaid ainult osa sellest, nn vaheltvõtuaur, mis regeneraatoris täielikult kondenseerub. Auru kondenseerumine võib põhimõtteliselt puududa (ülekriitiliste auruparameetritega jõuseade), kui auru parameetrid regeneraatoris on kriitilisest kõrgemad.

Tuntakse kolme toitevee regeneratiivse eelsoojenduse põhiskeemi: pindregeneraatoritega (suletud süsteem), segunemisregeneraatoritega (avatud süsteem) ja segasüsteem.

Pindregeneraatoritega soojusjõuseadme üks võimalik skeem on joonisel 8.18 ja selle tagastatav ringprotsess *Ts*-diagrammina joonisel 8.19.




**Joonis 8.18. Pindregeneraatoritega toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme skeem**




**Joonis 8.19. Pindregeneraatoritega toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Eeldame, et aurujõumasinaks on auruturbiin. Aur paisub turbiinis algrõhult $p_1$ kuni vasturõhuni $p_2$ kondensaatoris. Rõhuni $p_I$ paisunud aur suunatakse osaliselt turbiinist toitevee regeneraatorisse I R, kus ta täielikult kondenseerub.

Regeneraatorist I R suunatakse kondensaat järgmisse regeneraatorisse II R, kus on madalam rõhk, ning seal annab ta oma soojust ära toiteveele. Niisamuti toimivad ka ülejäänud regeneraatorid. Igasse regeneraatorisse antava vahelt-võtuauru hulka näitab selle suhteline kogus $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, ... Suhteline vahelt-võtuauru kogus

$$\alpha_j = \frac{D_j}{D}, \tag{8-27}$$

kus $D_j$ – turbiinist võetava vaheltvõtuauru kogus ajaühikus, $D$ – turbiini sisenev aurukogus ajaühikus.

Oletades, et regeneraatorist väljuva toitevee temperatuur on võrdne regeneraatorisse siseneva auru küllastustemperatuuriga, võime suhtelised vaheltvõtuauru kogused regeneraatorite soojusbilansi võrranditest määrata alljärgnevalt.

Esimese regeneraatori soojusbilansi võrrand:

$$h_{\mathrm{I}}'' - h_{\mathrm{II}}'' = \alpha_1 (h_{\mathrm{I}} - h_{\mathrm{I}}'),$$

millest vaheltvõtuauru suhtelise kogus

$$\alpha_1 = \frac{h_{\mathrm{I}}'' - h_{\mathrm{II}}''}{h_{\mathrm{I}} - h_{\mathrm{I}}}, \tag{8-28}$$

kus $h_{\mathrm{I}}'', h_{\mathrm{II}}''$ – esimesest ja teisest regeneraatorist väljuva toitevee entalpia, $h_{\mathrm{I}}$ – esimese vaheltvõtuauru entalpia, $h_{\mathrm{I}}'$ – esimesest regeneraatorist väljuva kondensaadi entalpia.

Tegelikust pindregeneraatorist väljuva toitevee temperatuur on kondenseeruva auru temperatuurist mõnevõrra madalam, sest soojusvahetusel regeneraatoris on teatud termiline takistus.

Teise regeneraatori soojusbilansi võrrand:

$$h_{\mathrm{II}}'' - h_{\mathrm{III}}'' = \alpha_2 (h_{\mathrm{II}} - h_{\mathrm{II}}') + \alpha_1 (h_{\mathrm{I}}' - h_{\mathrm{II}}').$$

Võrrandis sisalduv liige $\alpha_2 (h_{\mathrm{II}} - h_{\mathrm{II}}')$ on võrdne soojushulgaga, mis antakse regeneraatoris vaheltvõtuaurult veele. Liige $\alpha_1 (h_{\mathrm{I}}' - h_{\mathrm{II}}')$ võrdub aga soojushulgaga, mille annab üle esimesest regeneraatorist teise regeneraatorisse suunduv kondensaat. Suhtarv viimasest võrrandist

$$\alpha_2 = \frac{(h_{\mathrm{II}}'' - h_{\mathrm{III}}'') - \alpha_1 (h_{\mathrm{I}}' - h_{\mathrm{II}}')}{h_{\mathrm{II}} - h_{\mathrm{II}}'}. \tag{8-29}$$

Samaviisi koostatakse soojusbilansi võrrandid ka ülejäänud regeneraatoritele.

Üldjuhul

$$h_{\mathrm{N}}'' - h_{\mathrm{N-1}}'' = \alpha_{\mathrm{n}} \left( h_{\mathrm{N}} - h_{\mathrm{N}}' \right) + \left( h_{\mathrm{N-1}}' - h_{\mathrm{N}}' \right) \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n-1}} \alpha_{\mathrm{i}}, \tag{8-30}$$

kus N – regeneraatori number ja n – vaheltvõtu number.

Vaatleme pindregeneraatoritega regeneratiivse aurujõuseadme ringprotsessi *Ts*-diagrammil (joonis 8.19). Lõigud *1 I*, *I II*, ... väljendavad veeauru isoentroopset paisumist auruturbiini esimeses, teises jne sektsioonis. Esimene vaheltvõtuaur rõhul $p_{\mathrm{I}}$ loovutab esimest regeneraatorit I R läbivale toiteveele soojushulga

$q_{IR} = \alpha_1 \square AII'aFA$. Selle tagajärjel tõuseb toitevee temperatuur rõhu $p_{II}$ küllastustemperatuurist rõhu $p_I$ küllastustemperatuurini ning toiteveele siirdub soojushulk $q_{IR} = \square B'b'a'A'B'$. Teine vaheltvõtuaur rõhul $p_{II}$ annab teises regeneraatoris toiteveele soojushulga $q_{IIR1} = \alpha_2 \square AII\,II\,'bBA$ ning sellele lisaks kandub samas regeneraatoris toiteveele veel soojushulk $q_{IIR2} = \alpha_1 \square BbaFB$. Samuti $q_{IIR} = q_{IIR1} + q_{IIR2} = \square C'c'b'B'C'$. Samalaadne protsess kordub ka järgmistes regeneraatorites. Ringprotsessi siirdunud soojushulk $q_1 = h_1 - h_I'' = \square A'a'44'1AA'$ ja ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2 = (1 - \alpha_1 - \alpha_2 - ...)\ (h_2 - h_2') = (1 - \alpha_1 - - \alpha_2 - ...) \square A23EA$.

Ringprotsessi kasulik töö

$$l = (h_1 - h_I) + (1 - \alpha_1)(h_I - h_{II}) + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)(h_{II} - h_{III}) + ... -$$

$$- v(p_1 - p_2) = (h_1 - h_2) - \sum_{j=1}^{n} \alpha_j (h_j - h_2) - v(p_1 - p_2), \qquad (8\text{-}31)$$

kus $h_1$ – turbiini siseneva auru entalpia; $h_2$ – turbiinist väljuva auru entalpia; $h_I$, $h_{II}$, $h_{III}$ ... – vaheltvõtuauru entalpia; $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, ... – vaheltvõtuauru suhtelised kogused; $v(p_1 - p_2)$ – pumba tarbitav töö.

Toitevee eelsoojendamiseks kulutatava vaheltvõtuauru tõttu on soojusjõuseadme kasulik töö regeneratiivses ringprotsessis turbiini siseneva auru massiühiku kohta väiksem Rankine'i ringprotsessi kasulikust tööst, ja nimelt

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j (h_j - h_2)$$

võrra.

Toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} =$$

$$= \frac{(h_1 - h_I) + (1 - \alpha_1)(h_I - h_{II}) + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)(h_{II} - h_{III}) + ... - v(p_1 - p_2)}{h_1 - h_I''} =$$

$$= \frac{(h_1 - h_2) - \sum_{j=1}^{n} \alpha_j (h_j - h_2) - v(p_1 - p_2)}{h_1 - h_I''}, \qquad (8\text{-}32)$$

mis on kõrgem Rankine'i ringprotsessi termilisest kasutegurist auru samade alg- ja lõpp-parameetrite korral.

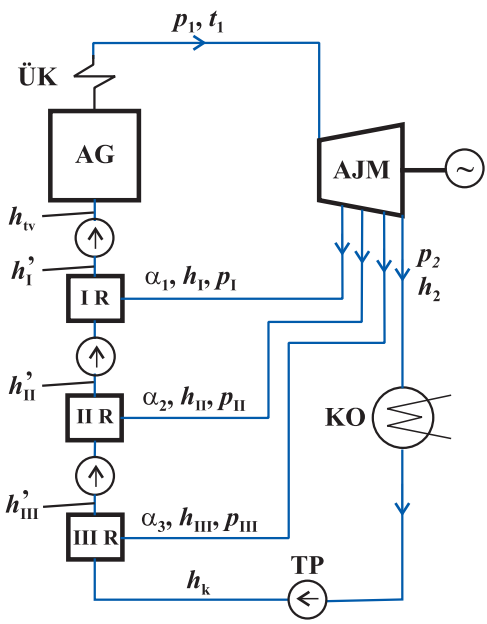
Pindregeneraatoris ei ole toitevee ja kondenseeruva vaheltvõtuauru otsest kokkupuudet, neid lahutab soojusvahetuspind ning kontakt on vaid soojuslik. Segunemisregeneraatoris seevastu on vahetu kontakt siseneva toitevee ja vaheltvõtuauru vahel olemas, soojusülekanne aurult veele toimub nende segunemisel. Segunemisregeneraatorist väljuva vee temperatuur on võrdne vaheltvõtuauru rõhule vastava küllastustemperatuuriga, kuna puudub pindregeneraatorile omane soojusvahetuspinna termiline takistus.

Segunemisregeneraatoritega aurujõuseadme põhimõtteskeem on joonisel 8.20 ning sellele skeemile vastavat tagastatavat ringprotsessi kujutab *Ts*-diagramm joonisel 8.21.

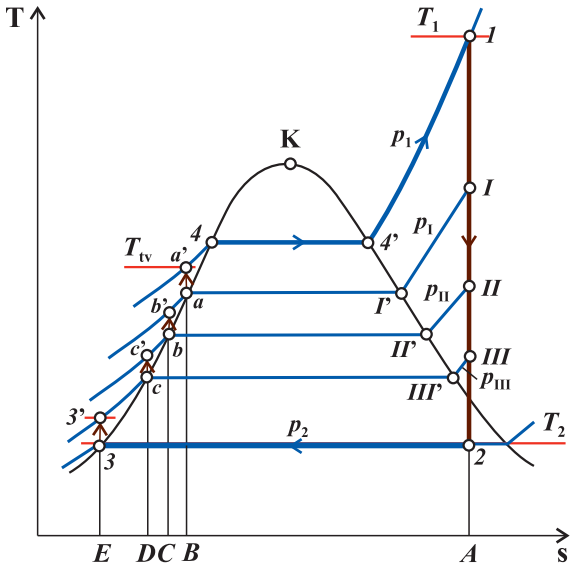
Iga segunemisregeneraator asetseb kahe pumba vahel, sest vaheltvõtuauru rõhk kasvab toitevee liikumise suunas.

Pidades kinni joonise 8.20 tähistustest, toome üksikute regeneraatorite soojusbilansi võrrandid:

$$\left.\begin{aligned} & h'_{\mathrm{I}} = \alpha_1 h_{\mathrm{I}} + (1-\alpha_1)\left[h'_{\mathrm{II}} + v'_{\mathrm{II}}(p_{\mathrm{I}} - p_{\mathrm{II}})\right] \\ & (1-\alpha_1)h'_{\mathrm{II}} = \alpha_2 h_{\mathrm{II}} + (1-\alpha_1-\alpha_2)\left[h'_{\mathrm{III}} + v'_{\mathrm{III}}(p_{\mathrm{II}} - p_{\mathrm{III}})\right] \\ & (1-\alpha_1-\alpha_2)h'_{\mathrm{III}} = \alpha_3 h_{\mathrm{III}} + (1-\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)\left[h'_{\mathrm{IV}} + v'_{\mathrm{IV}}(p_{\mathrm{III}} - p_{\mathrm{IV}})\right] \\ & \ldots \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}33)$$




**Joonis 8.20. Segunemisregeneraatoritega toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme skeem**




**Joonis 8.21. Segunemis-regeneraatoritega toitevee regeneratiivse eelsoojendusega aurujõuseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Võrranditest (8-33) tulenevad arvutusvalemid auru suhteliste vaheltvõtukoguste kohta:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{(h'_{\mathrm{I}} - h'_{\mathrm{II}}) - v'_{\mathrm{II}}(p_{\mathrm{I}} - p_{\mathrm{II}})}{(h_{\mathrm{I}} - h'_{\mathrm{II}}) - v'_{\mathrm{II}}(p_{\mathrm{I}} - p_{\mathrm{II}})} \\
\alpha_2 &= \frac{(1-\alpha_1)\left[(h'_{\mathrm{II}} - h'_{\mathrm{III}}) - v'_{\mathrm{III}}(p_{\mathrm{II}} - p_{\mathrm{III}})\right]}{(h_{\mathrm{II}} - h'_{\mathrm{III}}) - v'_{\mathrm{III}}(p_{\mathrm{II}} - p_{\mathrm{III}})} \\
\alpha_3 &= \frac{(1-\alpha_1-\alpha_2)\left[(h'_{\mathrm{III}} - h'_{\mathrm{IV}}) - v'_{\mathrm{IV}}(p_{\mathrm{III}} - p_{\mathrm{IV}})\right]}{(h_{\mathrm{III}} - h'_{\mathrm{IV}}) - v'_{\mathrm{IV}}(p_{\mathrm{III}} - p_{\mathrm{IV}})} \\
&\ldots
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}34)$$

Üldjuhul

$$\alpha_{\mathrm{j}} = \frac{(1-\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}-1}\alpha_{\mathrm{j}})\left[(h'_{\mathrm{j}} - h'_{\mathrm{j}+1}) - v'_{\mathrm{j}+1}(p_{\mathrm{j}} - p_{\mathrm{j}+1})\right]}{(h'_{\mathrm{j}} - h'_{\mathrm{j}+1}) - v'_{\mathrm{j}+1}(p_{\mathrm{j}} - p_{\mathrm{j}+1})}. \qquad (8\text{-}35)$$

Lõigud *1 I*, *I II*, ... väljendavad joonisel 8.21 auru isoentroopset paisumist auruturbiini esimeses, teises jne sektsioonis ning lõigud *aa*', *bb*', ... vee rõhu tõusu aurugeneraatori esimese, teise jne regeneraatori ees asetsevas pumbas. Vaheltvõtuaur rõhul $p_{\mathrm{I}}$ annab esimeses regeneraatoris I R toiteveele soojushulga, millele vastab pindala $\alpha_1$ □*AII'aBA*. Selle tagajärjel tõuseb toitevee küllastus-

temperatuur rõhul $p_{II}$ küllastustemperatuurini rõhul $p_I$ ning veele siirdub soojushulk $\square Cb'aBC$. Samamoodi toimivad ka järgnevad regeneraatorid. Ringprotsessi siirduv soojushulk $q_1 = h_1 - h_{tv} = \square Ba'44'1AB$ ja ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2 = (1-\alpha_1-\alpha_2-...)(h_2 - h_2') = (1-\alpha_1-\alpha_2-...)\square A23EA$.

Ringprotsessi kasulik töö

$$l = (h_1 - h_I) + (1-\alpha_1)(h_I - h_{II}) + (1-\alpha_1-\alpha_2-...)(h_{II} - h_{III}) + ...$$
$$-[v_I'(p_1 - p_I) + v_{II}'\ (p_I - p_{II}) + ...] =$$
$$= (h_1 - h_2) - \sum_{j=1}^{n} \alpha_j (h_j - h_2) - \sum_{j=1}^{n} v'(p_j - p_{j+1}). \qquad (8\text{-}36)$$

Joonisel 8.20 kujutatud skeemile vastava ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} =$$
$$= \frac{(h_1 - h_I) + (1-\alpha_1)(h_I - h_{II}) + (1-\alpha_1-\alpha_2-...)(h_{II} - h_{III}) + ... - [v_I'(p_1 - p_I) + v_{II}'\ (p_I - p_{II}) + ...]}{h_1 - h_{tv}} =$$
$$= \frac{(h_1 - h_2) - \sum_{j=1}^{n} \alpha_j (h_j - h_2) - \sum_{j=1}^{n} v'(p_j - p_{j+1})}{h_1 - h_{tv}}, \qquad (8-37)$$

kus $h_{tv}$ – aurugeneraatorisse siseneva toitevee entalpia.

Segunemisregeneraatoritega aurujõuseadme skeemi ja reguleeritavuse teeb keerukaks suur pumpade arv, mistõttu ainuüksi seda tüüpi regeneraatoritega skeeme leidub tegelikkuses harva.

Praktikas on kasutatavaim nn segaskeem nii pind- kui ka segunemisregeneraatoritega. Viimaseid on sagedamini üks, kus vesi keemistemperatuurini kuumutamisega ühtlasi deaereeritakse.

Toitevee regeneraatorite üldarv tänapäeva aurujõuseadmes ulatub kuni kaheteistkümneni, harvadel juhtudel on neid ka enam.

### 8.1.9 Ringprotsess elektri ja tarbesoojuse saamiseks

Termodünaamika teine seadus välistab võimaluse muundada kogu ringprotsessi antav soojus kasulikuks tööks, alati tuleb ringprotsessist loovutada teatud soojushulk madalama temperatuuriga kehale (jahutile). Nüüdisaegse kondensatsioon-aurujõuseadme termiline kasutegur ei ületa isegi parimal juhul 50–55%, samal ajal kui kondensaatoris jahutusveele üleantud soojus ei ole madala temperatuuri tõttu tarbesoojusena kasutatav. Näiteks veeauru kondenseerumisrõhule 2–4 kPa vastab küllastustemperatuur 17–29 °C, kondensaatorist väljuva jahutusvee temperatuur on aga sellest veelgi madalam. Muutmaks ringprotsessist äraan-

tavat soojust tehniliselt kasutatavaks, peaks aurujõumasinast väljuv aur kondenseeruma mainitust kõrgemal rõhul, kuigi auru kondenseerumisrõhu (vasturõhu) tõstmine halvendab ringprotsessi termilist kasutegurit. Kuid teisalt, vasturõhu tõus avab võimaluse kasutada lahkuvat soojust mitmel otstarbel. Siit võrsubki idee koondada elektrienergia ja tarbesoojuse saamine ühisesse aurujõuseadmesse. Praktikas evitatuna tuntakse seda ka kui elektri ja soojuse koostootmist. Kui soojusest elektri genereerimisel on esikohal kondensatsioon-aurujõuseadme ringprotsess, siis elektri ja soojuse koostootmisel on aurujõuseadmes jõumasinaks kas vasturõhu- või auru reguleeritavate vaheltvõttudega aurujõumasin.

Vasturõhu-aurujõumasinas (vasturõhuturbiinis) jääb auru paisumise lõpprõhk jõumasinast väljumisel märksa kõrgemaks ümbruskeskkonna (nt jahutusvee) temperatuurile vastavast küllastusrõhust, olles võimaluse piires sobitatud soojustarbijale vajaliku aururõhuga.

Reguleeritava auruvaheltvõtuga turbiini rakendamisel hangitakse tarbesoojus turbiinist, nagu see toimus toitevee regeneratiivse eelsoojendusega ringprotsessis. Põhimõtteline erinevus seisneb vaid selles, et kui koostootmise juhtumil peab turbiinist vaheltvõetava auru hulk olema reguleeritav kooskõlas tarbesoojuse vajadusega, siis regeneratiivse tsükli puhul on regeneratiivseks eelsoojenduseks võetav auruhulk piiratud ja isereguleeruv toitevee temperatuuri alusel, ilma otsese koguselise reguleerimiseta.

Lihtsaim on koostootmine vasturõhuturbiiniga skeemi järgi. Vasturõhuturbiinist väljuva auru võib anda otse soojustarbijale, tavaliselt nn tehnoloogilise auru näol, kuid enamasti suunatakse aur turbiinist soojusvahetisse ehk boilerisse, kus ta kondenseerub, andes seejuures soojuse üle soojusvahetit läbiva tarbijale suunatud soojusvõrguvee kuumutamiseks. Viimasel juhul väljub aur vasturõhuturbiinist enamasti rõhuga 0,07–0,25 MPa.

Kuna aurujõuseadme ringprotsessi kasulik töö väheneb tarbijale lähetatava soojuse tõttu, siis alaneb ka ringprotsessi termiline kasutegur, mis võrdleb kasuliku töö osa protsessi antava soojushulgaga. See selgub ka joonisel 8.11 kujutatud aurujõuseadme ringprotsessi *Ts*-diagrammilt kahe vasturõhu korral ($p_2 > p_{2a}$). Ringprotsessi *1233'44'1* kasulik töö on väiksem kui ringprotsessi $12_I3_I3_I'44'1$ kasulik töö. Oletades, et rõhk $p_2$ on ühtlasi vasturõhuturbiinist väljuva auru rõhk, on ringprotsessist saadav tarbesoojuse $q_t$ hulk võrdne pindalaga $\square B23AB$.

Vasturõhuturbiini puhul on tarbijale väljastatava soojushulga ja turbogeneraatori võimsuse vahel otsene seos: kui suureneb soojuskoormus, siis kasvab sellega koos ka automaatselt turboagregaadi elektriline võimsus, ja vastupidi, elektrilise võimsuse kasvuga suureneb ka väljastatav soojushulk. Siit järeldub, et kui soojustarbija langeb mingil põhjusel välja, siis tuleb seisata kogu agregaat. Seega töötab vasturõhuturbiiniga turboagregaat soojustarbija graafiku järgi ning soojuskoormuse kõikumisega seotud paratamatu elektrilise koormuse muutus tuleb kompenseerida mingil muul viisil, näiteks elektrisüsteemi kaudu või vasturõhuturbiiniga paralleeltöös olevate kondensatsioonturbiinide abil.

Teine võimalus toota koos elektrit ja tarbesoojust on teha seda, nagu eespool öeldud, reguleeritavate auruvaheltvõttudega turbiini sisaldava soojusskeemi alusel. Vastavalt vajadusele võib vaheltvõtuauru suunata tarbijale kas otse või kuuma veena boilerite vahendusel.

Reguleeritavaid auruvaheltvõtte on turbiinil kuni kaks, enamasti üks, kuid kokku võib ühel auruturbiinil olla vaheltvõtte märksa rohkem ja erinevate auruparameetritega – lisaks reguleeritavaile veel toitevee regeneratiivseks eelsoojenduseks või mõneks muuks otstarbeks. Reguleeritavate vaheltvõttudega turbiinide põhirakendusala on termofikatsioon (kaugküte), nende soojusliku ja elektrilise võimsuse vahekord on agregaadi piires reguleeritav, vajadusel võivad nad töötada ka puht kondensatsioonirežiimil.

Nagu mainitud, on nii vasturõhuturbiini kui ka reguleeritavate vaheltvõttudega turbiini puhul aurujõuseadme termiline kasutegur (ringprotsessi kasuliku töö suhe ringprotsessi antavasse soojushulka) väiksem kui kondensatsioonturbiiniga aurujõuseadmel, sest osa ringprotsessi sisenevast soojusest ei muundu tööks, vaid läheb soojustarbijale. Ent kui lugeda ringprotsessist soojustarbijatele antud soojushulk nagu töögi kasulikuks (mis on igati põhjendatud), siis on elektri ja tarbesoojuse koostootmise efektiivsust sobiv hinnata soojuskasutusteguriga

$$K = \frac{l + q_\mathrm{t}}{q_1} = \eta_\mathrm{t} + K', \tag{8-38}$$

kus $l$ – ringprotsessi kasulik töö, $q_\mathrm{t}$ – soojusjõuseadmest väljastatav tarbesoojus, $q_1$ – ringprotsessi antud soojushulk, $\eta_\mathrm{t}$ – ringprotsessi termiline kasutegur, $K'$ – ringprotsessist väljastatava tarbesoojuse ja ringprotsessi antud soojushulga suhe.

Olgu tarbesoojuse saamiseks vajalik vaheltvõtuauru suhteline kogus $\beta_\mathrm{t}$ ja toitevee regeneratiivseks eelsoojenduseks kasutatav vaheltvõtuauru kogus $\alpha_\mathrm{r}$. Soojuskoormuse puududes ($\beta_\mathrm{t} = 0$) kondenseerub kondensaatoris auru koguses $1 - \alpha_\mathrm{r}$. Tarbesoojuskoormuse olemasolul läheb kondensaatorisse suhteline auru hulk $1 - \beta_\mathrm{t} - \alpha_\mathrm{r}$. On ilmne, et soojuskoormuse vähenemisel (samal elektrilisel koormusel) suureneb kondensaatoris kondenseeruva auru kogus.

Vasturõhuturbiiniga aurujõuseadmest väljub aur enamasti ülekuumendatud olekus, mistõttu auru algtemperatuuri tõstmine (samal algrõhul) mõjutab ringprotsessi termilist kasutegurit vähem kui kondensatsioon-aurujõuseadme puhul, kus jõumasinast väljuv aur on enamasti niiske. Vaatamata sellele suurendab auru algtemperatuuri tõus mõlemal juhul ringprotsessist saadavat kasulikku tööd.

Auru algrõhu tõstmine (samal algtemperatuuril) vähendab vasturõhuauru ülekuumendatuse astet: $\Delta t = t_1 - t_\mathrm{s}$ ($t_1$ on auru algtemperatuur, $t_\mathrm{s}$ – auru küllastustemperatuur algrõhul), mistõttu auru algrõhu tõstmine suurendab koostootmise ringprotsessist saadavat kasulikku tööd enam kui kondensatsioon-aurujõuseadme ringprotsessis.

Toitevee regeneratiivne eelsoojendus avaldab koostootmise ringprotsessi termilisele kasutegurile väiksemat mõju kui kondensatsioon-soojusjõuseadmeis. Põhjuseks on asjaolu, et elektri ja tarbesoojuse saamise jõuseadmel on vähem või puuduvad üldse enim soojuslikku efekti andvad madalrõhuauru vaheltvõtud toitevee regeneratiivseks eelsoojendamiseks.

## 8.2 Liitringprotsessid

### 8.2.1 Carnot' ringprotsessidega liitringprotsess

Ringprotsessi termiline kasutegur sõltub sellest, milline on keskmine temperatuur $\overline{T}_1$ soojuse suunamisel ringprotsessi ja millisel keskmisel temperatuuril $\overline{T}_2$ lahkub soojus ringprotsessist. Keskmiste temperatuuride $\overline{T}_1$ ja $\overline{T}_2$ abil on võimalik avaldada suvalise ringprotsessi termiline kasutegur Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguri (p 2.1.15) kaudu:

$$\eta_{\mathrm{t}} = 1 - \frac{\overline{T}_2}{\overline{T}_1}. \tag{8-39}$$

Liitringprotsessi all mõistetakse ringprotsessi, mis toimub erinevates omavahel soojuslikult sidestatud soojusjõuseadmetes. Enamasti kasutatakse liitsoojusjõuseadme (nt gaasiturbiinseade koos aurujõuseadmega) üksikosades erinevate omadustega termodünaamilist keha. Liitringprotsessid võimaldavad tavaliselt tõsta keskmist temperatuuri $\overline{T}_1$ või harvemal juhul alandada ka temperatuuri $\overline{T}_2$.

Liitringprotsessi näide, kus on kokku liidetud kaks tagastatavat Carnot' ringprotsessi, on joonisel 8.22 *Ts*-diagrammina. Kõrgema temperatuuri piirkonnas toimuvat ringprotsessi *I II III IV* nimetatakse ülemiseks ning madalama temperatuuri vahemikus toimuvat ringprotsessi *1234* alumiseks ehk ka liitringprotsessi ülemiseks ja alumiseks osaks. Ringprotsessi antud soojusest $q_1 = q_1^{\mathrm{I}} = \square BIV\,IAB$ muutub ülemises ringprotsessis kasulikuks tööks $l_{\mathrm{I}} = \eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{I}} q_1$. Ülemisest ringprotsessist väljuv soojus $q_2^{\mathrm{I}} = \square AII\,IIIBA$ suunatakse alumisse ringprotsessi, mistõttu $q_1^{\mathrm{II}} = q_2^{\mathrm{I}}$.

Eeldame, et ülemise ringprotsessi madalaim temperatuur võrdub alumise ringprotsessi kõrgeima temperatuuriga ($T_{\mathrm{II}} = T_1$). Alumisest ringprotsessist saadav kasulik töö $l_{\mathrm{II}} = \eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{II}} q_1^{\mathrm{II}} = \eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{II}} q_2^{\mathrm{I}}$. Ringprotsessist eemalduv soojushulk $q_2 = q_2^{\mathrm{II}} = \square A23BA$.

Ülemise ja alumise ringprotsessi termiline kasutegur avaldub kujul

$$\eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{I}} = \frac{l_{\mathrm{I}}}{q_1^{\mathrm{I}}} = 1 - \frac{T_{\mathrm{II}}}{T_{\mathrm{I}}} \tag{8-40}$$

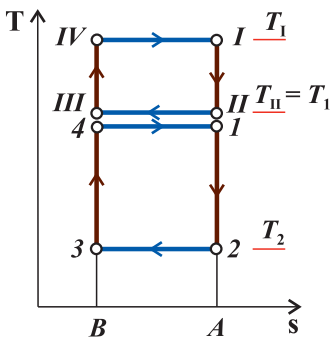
ja

$$\eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{II}} = \frac{l_{\mathrm{II}}}{q_1^{\mathrm{II}}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \tag{8-41}$$

Liitringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1^{\mathrm{II}} + l_{\mathrm{I}}} = \frac{l_{\mathrm{I}} + l_{\mathrm{II}}}{q_1^{\mathrm{II}} + l_{\mathrm{I}}}. \tag{8-42}$$

Valemitest (8-40) – (8-42) järeldub, et $\eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{I}} < \eta_{\mathrm{t}} > \eta_{\mathrm{c}}^{\mathrm{II}}$. Seega liitringprotsessi termiline kasutegur on kõrgem kui ülemise ja alumise ringprotsessi termiline kasutegur eraldi. See järeldus kehtib mis tahes liitringprotsessi kohta, sest suvalise ringprotsessi termilist kasutegurit kirjeldab valem (8-39).

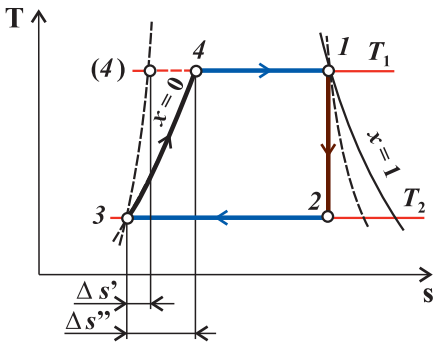



**Joonis 8.22. Kahest Carnot' ringprotsessist koosnev liitringprotsess *Ts*-diagrammil**

### 8.2.2 Termodünaamilise keha omaduste mõju Rankine'i ringprotsessi kasutegurile

Erinevalt Carnot' ringprotsessi termilisest kasutegurist sõltub Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur aurujõuseadmes kasutatava keha termodünaamilistest omadustest. Siit kerkib küsimus: millised peaksid olema keha omadused, et Rankine'i ringprotsess oleks võimalikult lähedane Carnot' ringprotsessile?

Vaatame, millistest termodünaamilise keha omadustest tagastatava Rankine'i ringprotsessi üksikutes osades sõltub selle efektiivne kasutegur. Lähtume joonisel 8.23 kujutatud, niiske auru piirkonnas kahe erineva ainega toimuvast Rankine'i ringprotsessist. Võrdluse aluseks olgu vee ja elavhõbeda termodünaamilised omadused (p 8.2.3).




**Joonis 8.23. Rankine'i ringprotsess *Ts* -diagrammil kahe erineva termodünaamilise keha korral**

1. *Väike erisoojus vedelfaasis*. Mida väiksem on Rankine'i ringprotsessis kasutatava keha erisoojus vedelfaasis, seda väiksem on ühtlasi vedeliku entroopia tõus kuumutamisel, mis aga määrab alumise piirkõvera tõusu *Ts*-diagrammil ning on keha vedelfaasi erisoojuse *c*' püsiväärtusel esitatav valemiga

$$\Delta s = \int_{T_3}^{T_4} c' \frac{\mathrm{d}T}{T} = c' \ln \frac{T_1}{T_2}.$$

Vedelfaasis väiksema erisoojusega aine rakendamisel on Rankine'i ringprotsessi termiline kasutegur kõrgem (samadel auru alg- ja lõpp-parameetritel). Ringprotsessi töö on sellest lahkuva ühe ja sama soojushulga puhul pindala *34(4)3* võrra suurem ($\Delta s' < \Delta s''$). Väiksema *c*' puhul läheneb piirkõvera osa *3 4* üha enam isoentroobile ning koos sellega kogu ringprotsess Carnot' ringprotsessile. Vesi ei ole kuumutusfaasis suure erisoojuse tõttu sobiv keha, küll on aga selleks väikese erisoojusega elavhõbe.

2. *Aine kõrge kriitiline temperatuur*. Parima termodünaamiline keha on aine, mille kriitiline temperatuur on kõrgem kui aurujõumasinasse siseneva auru temperatuur. Viimase määravad tavaliselt materjali (terase) tugevusomadused.

Kui ainel on sobiv kriitiline temperatuur, langeb ära vajadus ülekuumendatud auru kasutamiseks, soojus siirdub ringprotsessi püsirõhul ja -temperatuuril ning ühtib selles osas Carnot' ringprotsessiga. Vesi ei ole suhteliselt madala (Rankine'i ringprotsessi seisukohast) kriitilise rõhu ja temperatuuri tõttu sobilik keha. Rankine'i ringprotsessi tarvis märksa sobivam keha on kõrge kriitilise temperatuuriga elavhõbe.

3. *Sobiv auru küllastusrõhu ja -temperatuuri vaheline seos*. Ringprotsess on lihtsamini realiseeritav ainega, mille küllastustemperatuur on suhteliselt madal paisumise kõrge lõpprõhu juures. Liialt madal lõpprõhk põhjustaks sügava vaakumi vajaduse kondensaatoris, suure erimahu ning turbiini viimaste astmete ja kondensaatori realiseerimatu konstruktsiooni. Sellest seisukohast lähtudes on vesi kohane aine, elavhõbe aga mitte.

4. *Kuiva küllastunud auru väikese negatiivsusega erisoojus*. Auru lõppniiskus adiabaatsel paisumisel aurujõumasinas sõltub kuiva küllastunud auru erisoojusest $c''$. Sobiv on aine, mille $c''$ väärtus on väike, kuid negatiivne. See tagab ühelt poolt auru madala lõppniiskuse paisumisprotsessi lõpul ning teisalt soojuse isobaarse-isotermse eemaldumise ringprotsessist ($c''$ vähenemisel auru kuivusaste punktis *2* väheneb). Positiivse $c''$ korral lahkuks osa soojust ringprotsessist ainult isobaarselt (vt samuti joonis 4.12). Nii vee- kui ka elavhõbedaaurul on kuivas küllastunud olekus negatiivne erisoojus.

### 8.2.3 Binaarne ringprotsess

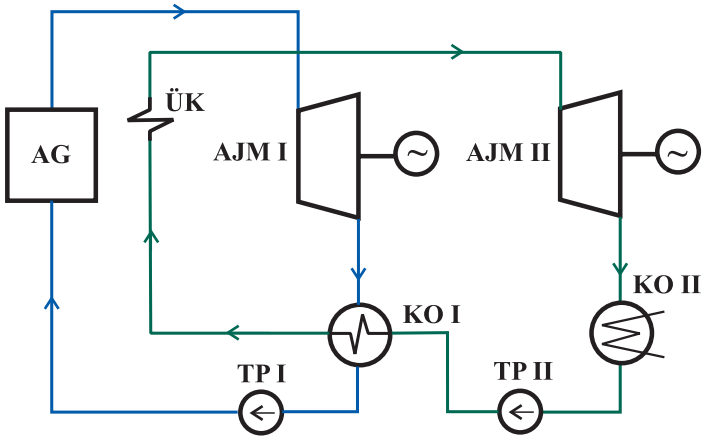
Rankine'i ringprotsess, mille kasutegur on sõltuv selles kasutatava termodünaamilise keha omadustest, on tänapäeval lähtealus enamikule aurujõuseadmetele. Praegu ei tunta aineid, mille kasutamisel saaks veeauruga võrreldes oluliselt tõsta Rankine'i ringprotsessi efektiivsust ning mis vastaksid eespool loetletud nõuetele. Küll aga leidub aineid, mis vastavad neile vaid osaliselt. See on viinud mõttele kasutada soojuslikult liidetud jõuseadmetes erinevate termodünaamiliste omadustega aineid. Klassikaliseks näiteks, mida vaatleme, on nn binaarne ringprotsess kahe teineteisest järsult erineva termodünaamilise keha vahendusel. Nendeks on elavhõbe ja vesi. Nagu nägime, allub aurujõuseadmetes termodünaamilise kehana kõige enam kasutatav aine – vesi – küllaltki hästi kolmandale ja neljandale tingimusele (p 8.2.2), tänu millele on ta sobiv termodünaamiline keha alumises ringprotsessis.

Elavhõbe, erinevalt veest, rahuldab hästi esimest ja teist tingimust ning on sobiv termodünaamiline keha liitringprotsessi ülemises ringprotsessis. Kahjuks puuduvad täpsed andmed elavhõbeda kriitiliste termiliste parameetrite kohta. Elavhõbeda kriitiline rõhk ja temperatuur on ligikaudu järgmised: $p_k = 151$ MPa ja $t_k = 1490$ °C. Elavhõbeda erisoojus $c'$ temperatuuril 20 °C on 0,l4 kJ/(kg·K) ja sõltub vähe temperatuurist.

Binaarsel ringprotsessil töötava aurujõuseadme skeem on joonisel 8.24. Elavhõbedaauru-generaatoris AG genereeritav aur suunatakse elavhõbedaaurul töötavasse aurujõumasinasse AJM I, millest väljuv paisunud aur kondenseerub kondensaatoris KO I.

Seejärel pumbatakse vedel elavhõbe toitepumba TP I abil aurugeneraatorisse tagasi. Kondensaatoris vabaneva elavhõbedaauru kondenseerumissoojuse arvel genereeritud veeaur juhitakse auruülekuumendisse ÜK ning pärast paisumist aurujõumasinas AJM II läheb see veeauru-kondensaatorisse KO II, kus veeldub. Toitepump TP II pumpab veeauru kondensaadi elavhõbedaauru-kondensaatorisse.

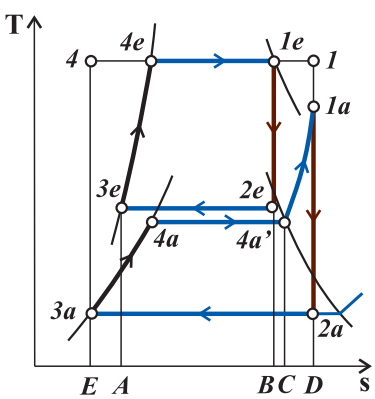
Kahte erinevat aurujõuseadet ühendav lüli on elavhõbedaauru-kondensaator, mis on ühtlasi ka veeauru-generaator. Tänu elavhõbedaauru kõrgele kriitilisele temperatuurile pole vajadust teda üle kuumendada, mistõttu soojus suundub protsessi isobaarselt-isotermselt.




**Joonis 8.24. Binaarse ringprotsessiga aurujõuseadme skeem:**
**AG – elavhõbedaauru-generaator, AJM I – elavhõbedaaurul töötav aurujõumasin, KO I – elavhõbedaauru-kondensaator, TP I – elavhõbedaauru-generaatori toitepump, ÜK – veeauru-ülekuumendi, AJM II – veeaurul töötav aurujõumasin, KO II – veeaurukondensaator, TP II – veepump**

Elavhõbedaauru ülimadala küllastusrõhu ja suure erimahu tõttu ei ole auru paisumine aurujõumasinas tehniliselt teostatav ümbruskeskkonna temperatuurini (elavhõbedaauru küllastusrõhk temperatuuril 120 °C on 0,1 kPa, erimaht aga ~165 $m^3$/kg). Tuginedes sellele elavhõbedaauru omadusele, saab tema kõrgtemperatuursel kondenseerumisel vabanevat soojust kasutada veeauru genereerimiseks (elavhõbedaauru kondenseerumistemperatuur rõhul 0,05 MPa on 320 °C lähedal, vastates ligikaudu veeauru küllastusrõhule 11 MPa).

Ideaalse binaarse ringprotsessi *Ts*-diagramm on joonisel 8.25 esitatud lihtsustatud kujul, kus nii elavhõbeda kui ka vee kuumutamist vaadeldakse mööda alumist piirkõverat toimuvana.




**Joonis 8.25. Binaarne ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Diagrammil: *1e2e* – elavhõbedaauru isoentroopne paisumine aurujõumasinas, *2e3e* – elavhõbedaauru isobaarne-isotermne kondenseerumine kondensaatoris, *3e4e1e* – elavhõbeda kuumutamine ja isobaarne-isotermne aurustumine aurugeneraatoris, *1a2a* – veeauru isoentroopne paisumine aurujõumasinas, *2a3a* – veeauru kondenseerumine kondensaatoris, *3a4a4a'* – vee kuumutamine ja aurustumine elavhõbedaauru-kondensaatoris, *4a'1a* – veeauru isobaarne ülekuumendamine.

Binaarses ringprotsessis ringleva elavhõbeda ja vee hulk on nende erisuguse soojusmahtuvuse tõttu erinev. Ringprotsessis ringleva elavhõbeda ja vee massi suhe on arvutatav soojusbilansi võrrandist

$$h''_{\mathrm{a}} - h'_{2\mathrm{a}} = m(h_{2\mathrm{e}} - h'_{2\mathrm{e}}),$$

millest

$$m = \frac{h''_{\mathrm{a}} - h'_{2\mathrm{a}}}{h_{2\mathrm{e}} - h'_{2\mathrm{e}}}, \tag{8-43}$$

kus $h''_{\mathrm{a}}$ – elavhõbedaauru-kondensaatorist väljuva veeauru (kuivas küllastunud olekus) entalpia, $h'_{2\mathrm{a}}$ – elavhõbedaauru-kondensaatorisse siseneva vee (küllastunud olekus) entalpia, $h_{2\mathrm{e}}$ – kondensaatorisse siseneva elavhõbedaauru entalpia, $h'_{2\mathrm{e}}$ – kondensaatorist väljuva elavhõbeda entalpia.

Kuna l kg vee kohta tuleb *m* kg elavhõbedat, siis *Ts*-diagrammi veeauru osa koostatakse samuti l kg-le veele ning elavhõbeda osa *m* kg-le elavhõbedale.

Elavhõbedaauru tehtud kasulik töö $l_{\mathrm{e}}$ avaldub *Ts*-diagrammil pindalana $m$□*1e 2e 3e 4e 1e* ja veeauru kasulik töö $l_{\mathrm{a}}$ = □*1a 2a 3a 4a 4a'1a*.

Elavhõbedaauru-kondensaatoris üleantud soojushulk $q_{2\mathrm{e}} = m$□*B2e 3e AB* = = □*E3a 4a 4a'CE*. Auruülekuumendis veeaurule üleantud soojushulk avaldub pindalana □*C4a' 1a DC*. Olemasolevas maksimaalse ja minimaalse temperatuuri vahemikus väljendub Carnot' ringprotsess kontuurina □*12a 3a 41*. Sellest nähtub, et binaarne ringprotsess on Carnot' ringprotsessile lähedasem kui veeauruga toimuv Rankine'i ringprotsess.

Binaarse ringprotsessi termiline kasutegur väljendub valemiga

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{ml_{\mathrm{e}} + l_{\mathrm{a}}}{q_1}. \tag{8-44}$$

Binaarses ringprotsessis elavhõbedaauru tehtud töö massiühiku veeauru kohta

$$l_{\mathrm{e}} = m\left(h_{1\mathrm{e}} - h_{2\mathrm{e}}\right),$$

veeauru tehtud töö

$$l_{\mathrm{a}} = h_{1\mathrm{a}} - h_{2\mathrm{a}}$$

ja ringprotsessi suunatud soojus

$$q_1 = m\left(h_{1e} - h'_{2e}\right) + \left(h_{1a} - h''_{1a}\right).$$

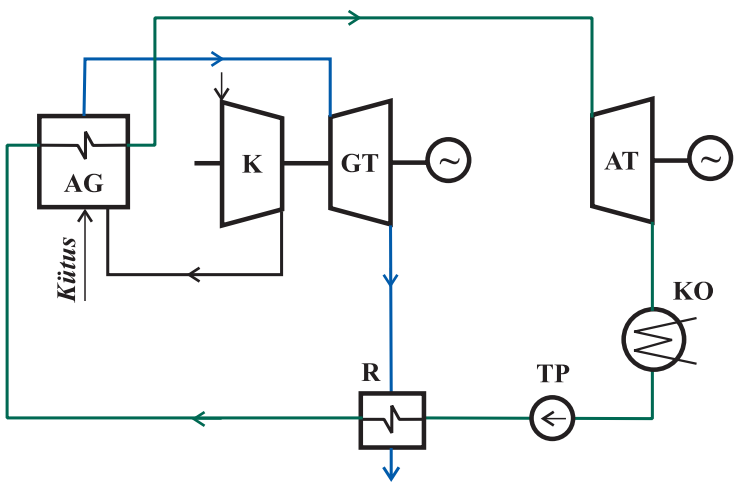
Viimase valemi esimene liige väljendab elavhõbedaauru-generaatoris elavhõbedale antud soojushulka ning teine liige soojushulka, mis antakse veeaurule ülekuumendis. Pärast vastavaid asendusi valemisse (8-44) binaarse ringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{m\left(h_{1e} - h_{2e}\right) + \left(h_{1a} - h_{2a}\right)}{m\left(h_{1e} - h'_{2e}\right) + \left(h_{1a} - h''_{1a}\right)}. \qquad (8\text{-}45)$$

Vaatamata sellele, et binaarse ringprotsessi rakendamine võimaldaks märgatavalt suurendada aurujõuseadme termilist kasutegurit, ei ole ta mitmel põhjusel (elavhõbedaauru mürgisus, niiskel elavhõbedaaurul töötav turbiin jms) laiaulatuslikku kasutamist leidnud.

### 8.2.4 Gaasi- ja auruturbiiniga liitringprotsess

Gaasi- ja auruturbiiniga liitjõuseadmes (joonis 8.26) on soojusjõumasinaid siduvaks lüliks põlemiskamber, milles paiknev soojusvahetuspind täidab aurugeneraatori osa. Seadmes sisaldub põlemisgaasilt aurugeneraatori toiteveele soojust ülekandev regeneraator. Kompressorist K väljuv õhk surutakse üheaegselt kütusega aurugeneraatori AG põlemiskambrisse. Põlemisgaasilt veele ülekantava soojuse arvel genereeritakse põlemiskambri (aurugeneraatori) soojusvahetuspinnas aur, mis suundub auruturbiini AT ning sealt väljumisel veeldatakse kondensaatoris KO.




**Joonis 8.26. Gaasi- ja auruturbiiniga soojusjõuseadme skeem:**
**AG – aurugeneraator (põlemiskamber), K – kompressor, GT – gaasiturbiin, AT – auruturbiin, KO – kondensaator, TP – toitepump, R – regeneraator**

Pärast jahtumist juhitakse sobiva temperatuuriga põlemisgaas aurugeneraatorist gaasiturbiini GT (gaasi temperatuur alaneb vee aurustamiseks ja auru ülekuumendamiseks kulunud soojuse tõttu). Sealt väljuv põlemisgaas jahtub regeneraatoris R, andes soojust seda läbivale toiteveele.

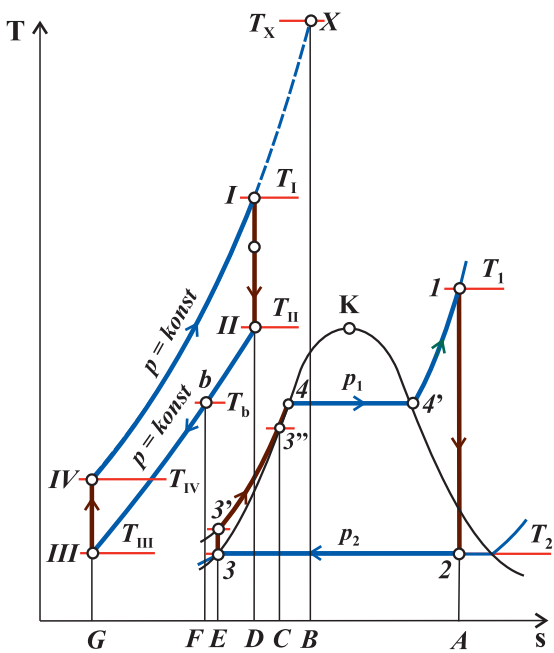
Gaasi- ja auruturbiiniga ringprotsessi korral kuulub 75–80% kogu soojusjõuseadme võimsusest auruturbiinile.

Gaasi- ja auruturbiiniga liitringprotsessi kasuteguri tõusu võrreldes aurujõuseadme ringprotsessiga mõjutab enim ringprotsessi siirduva termodünaamilise keha kõrgem temperatuur. Ringprotsessi kasutegurit tõstab ka regeneraatoris põlemisgaasilt toiteveele ülekantav lisasoojushulk.

Eeldame, et gaasiturbiinis toimub õhu adiabaatse komprimeerimisega Braytoni ringprotsess ning aurujõuseadmes Rankine'i ringprotsess. Selline tagastatav liitprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammil joonisel 8.27. Kontuur *I II III IV I* väljendab gaasiturbiinseadme ringprotsessi, kontuur *1233'44'1* aga aurujõuseadme ringprotsessi. Kuna gaasiturbiini läbiva ja aurujõuseadmes ringleva aine hulk ajaühikus on erinev, siis tuleb nii liitringprotsessis sooritatavad tööd kui ka soojushulgad taandada ühele ja samale keha hulgale.

Selleks valitakse tavaliselt vee mass. Liitringprotsessis ringleva põlemisgaasi ja vee massi suhe on arvutatav regeneraatori soojusbilansi võrrandist

$$h_{3''} - h_{3'} = m\left(h_{\mathrm{II}} - h_{\mathrm{b}}\right).$$




**Joonis 8.27. Gaasi - ja auruturbiiniga soojusjõuseadme liitringprotsess *Ts*-diagrammil**

Siit

$$m = \frac{h_{3''} - h_{3'}}{h_{II} - h_b}, \tag{8-46}$$

kus $h_{3''}$ – regeneraatorist väljuva vee entalpia, $h_{3'}$ – regeneraatorisse siseneva vee entalpia, $h_{II}$ – gaasiturbiinist väljuva põlemisgaasi entalpia, $h_b$ – regeneraatorist väljuva põlemisgaasi entalpia.

Joon *IV X* kirjeldab kogu soojuse vabanemist kütuse isobaarsel põlemisel põlemiskambris, millest ühe osa (□*GIVIDG*) viib põlemisgaas gaasiturbiini ning teine osa (□*DIXBD*) kandub läbi soojusvahetuspinna veele ja veeaurule. Põlemisgaas siseneb turbiini temperatuuril $T_I$. Aurugeneraatoris veele ja aurule üleantav soojushulk $q_a = h_1 - h_{3''} =$ □*C3"44'1AC*. Regeneraatorit läbiva põlemisgaasi temperatuur alaneb $T_{II}$-lt $T_b$-ni ning veele kandub soojushulk $q' = m(h_{II} - h_b) = m$□*DIIbFD* = □*E3'3"CE*. Ringprotsessist põlemisgaasiga lahkuv soojushulk $q_{2g} = m$□*FbIIIGF* ning kondensaatoris aurult jahutusveele üleantud soojushulk $q_{2a} =$ □*A23EA*.

Õhukompressori tarbitav töö

$$l_k = m(h_{IV} - h_{III}),$$

gaasiturbiinis sooritatav töö

$$l_p = m(h_I - h_{II}),$$

auruturbiinis sooritatav töö

$$l_t = h_1 - h_2,$$

toiteveepumba tarbitav töö

$$l_{tp} = h_{3'} - h_3 = v(p_1 - p_2).$$

Tagastatava liitringprotsessi kasulik töö

$$l = (l_p - l_k) + (l_t - l_{tp}) \tag{8-47}$$

ning termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{[(h_1 - h_2) - v(p_1 - p_2)] + m[(h_I - h_{II}) - (h_{IV} - h_{III}]}{m(h_I - h_{IV}) + (h_1 - h_{3''})}. \tag{8-48}$$

### 8.2.5 Magnethüdrodünaamilise generaatoriga liitringprotsess

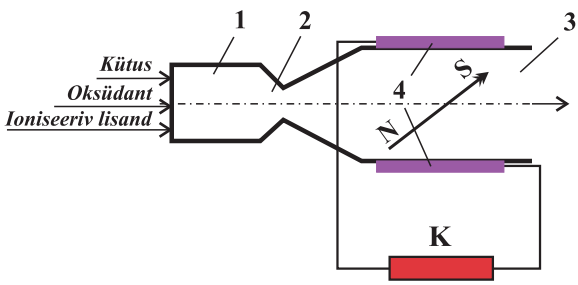
Elektrit juhtiva liikuva vedeliku ja magnetvälja koosmõju tuntakse magnethüdrodünaamikana, mille esmauurija oli Michael Faraday.

Elektrit juhtiva vedeliku voolamine läbi magnetvälja indutseerib elektrivoolu ja magnetvälja induktsiooniga ristsuunalise pingevektori. Kui selline vedelik voolab magnetvälja läbivas kanalis ja voolus on kontaktis välise elektrilise takistusega, siis tekib vedelikust ja välisest takistusest moodustuvas kinnises kontuuris elektrivool. Elektrivoolu ja magnetvälja koosmõjul toimib vedelikule pidurdusjõud, mille mõjul voolus pidurdub ning sooritab töö, mis kandub elektrienergiana välistakistusele. Liikuva vedeliku energia muundub töö vahendusel elektrienergiaks.

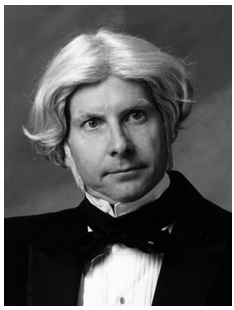
Allpool vaatleme magnethüdrodünaamika printsiibist lähtudes olukorda, kus termodünaamiliselt kehalt ülekantav soojus muundatakse magnethüdrodünaamilises generaatoris elektrienergiaks.

Joonisel 8.28 on toodud kütuse põlemisgaasil töötava magnethüdrodünaamilise (MHD) generaatori põhimõtteskeem. Põlemiskambrist 1 suundub kütuse põlemisgaas läbi düüsi 2 magnethüdrodünaamilisse kanalisse 3. Gaasivoolus kiireneb düüsis (suurusjärguni 1000 m/s). Temperatuuri 2500–3000 °C saavutamiseks kasutatakse kütuse põlemisel kas kõrgetemperatuurilist või hapnikuga rikastatud õhku. Temperatuuril 2000–3000 °C gaas ioniseerub, muutudes vabu elektrone ja ioone sisaldavaks ning seega elektrit juhtivaks kehaks. Säärast osaliselt ioniseeritud gaasi nimetatakse madalatemperatuuriliseks plasmaks. Gaasi elektrijuhtivust iseloomustab ionisatsiooniaste, mis väljendab antud ruumiosas olevate elektriliselt laetud osakeste arvu suhet osakeste koguarvu. Gaasi elektrijuhtivus sõltub otseselt ionisatsiooniastmest.

Põlemisgaas ioniseerub märgatavalt alles suhteliselt kõrgel temperatuuril (2000 °C ja enam). Plasma ionisatsiooniastme suurendamiseks suunatakse põlemiskambrisse madala ionisatsioonipotentsiaaliga aineid, peamiselt leelismetalle (nt kaaliumi ja tseesiumi ühendeid).




**Joonis 8.28. MHD generaatori põhimõtteskeem: 1 – põlemiskamber, 2 – düüs, 3 – MHD kanal, 4 – elektroodid, K – elektriline koormus. (Kanalit läbiv magnetväli on joonise tasapinnaga risti)**



**Michael Faraday** (22.09.1791 Londoni läh – 25.08.1867 Richmondi läh), inglise füüsik ja keemik, Londoni Kuningliku Seltsi liige (1824). Pärast algkooli, raamatuköitja õpilasena, huvitus loodusteadustest. Saatis oma ülestähendused Humphry Davy'le, kes kutsus ta oma assistendiks. Oli suurepärane eksperimentaator, a-st 1827 professor Londonis (Royal Institution).

Keemia alal töötades veeldas kloori (1823) ja avastas benseeni (1825). Tema elutöö keskmeks sai elektri ja magnetismi uurimine. Tõi teadusesse elektromagnetvälja mõiste ja avas selle sisu. 1831 avastas elektromagnetilise induktsiooni, mille formuleeris kui elektrotehnika põhiseaduse. Uurides seda nähtust, jõudis elektrigeneraatori ja -mootori loomise ideeni ning endainduktsiooni avastamiseni.

Sõnastas (1833–1834) elektrolüüsi seadused (***Faraday seadused***). 1845 avastas diamagnetismi, 1847 paramagnetismi ning tõestas katseliselt elektrilaengu jäävuse seaduse. Teda peetakse nüüdisaegse elektrotehnika ja Maxwelli elektrodünaamika alusepanijaks. Faraday tõi teadusesse üle ilma kasutatavad terminid katood, anood, ioon, elektrolüüs, elektrood jt. Tema järgi on nimetatud elektrimahtuvuse ühik farad.

Düüsist väljudes suundub plasma suurel kiirusel magnetväljas paiknevasse kanalisse. Elektrit juhtiva plasmavooluse ristsuunalisel lõikumisel magnetväljaga indutseeritakse kanalis plasma liikumisega risti elektromotoorjõud, mis väljub kanali seinu katvate ja plasmaga kontaktis olevate elektroodide 4 kaudu. Suletud ahelas tekib elektrivool. Tekkiva pidurdusjõu tehtav töö väljendub vooluse kineetilise energia vähenemises. Kuna plasmavoolus on ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud (adiabaatne) süsteem, siis süsteemist väljuv elektrienergia on võrdeline plasma entalpia vähenemisega magnethüdrodünaamilises kanalis. Adiabaatses protsessis langeb plasma temperatuur ja koos sellega ka põlemisgaasi ionisatsiooniaste määrani, kus elektri genereerimine ei ole enam võimalik. Plasma elektrijuhtivus termodünaamiliselt tasakaalulises seisundis on eksponentsiaalses sõltuvuses temperatuurist.

Magnethüdrodünaamilise kanali oluline iseloomulik näitaja on mahuühiku kohta tulev maksimaalselt võimalik võimsus (erivõimsus)

$$n = \frac{1}{4}\sigma w^2 B^2 , \tag{8-49}$$

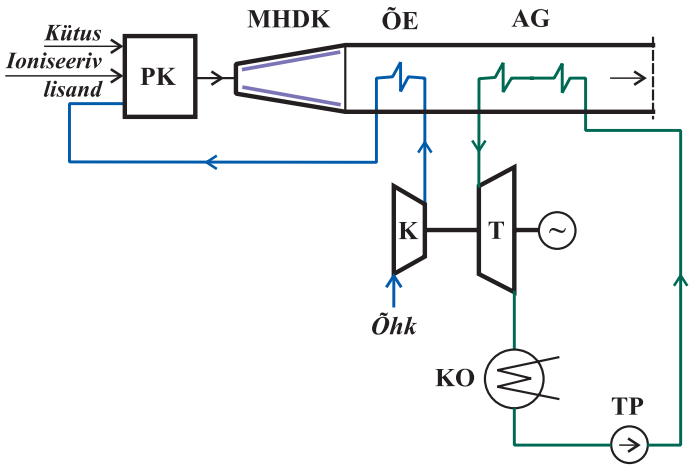
kus $\sigma$ – plasma elektrijuhtivus, $w$ – plasma kiirus, $B$ – magnetvälja induktsioon.

Viimasest valemist nähtub, et kanali erivõimsus ning ühtlasi ka mõõtmed on võrdelised plasma elektrijuhtivusega ning tugevalt sõltuvad vooluse kiirusest ja magnetvälja tugevusest.

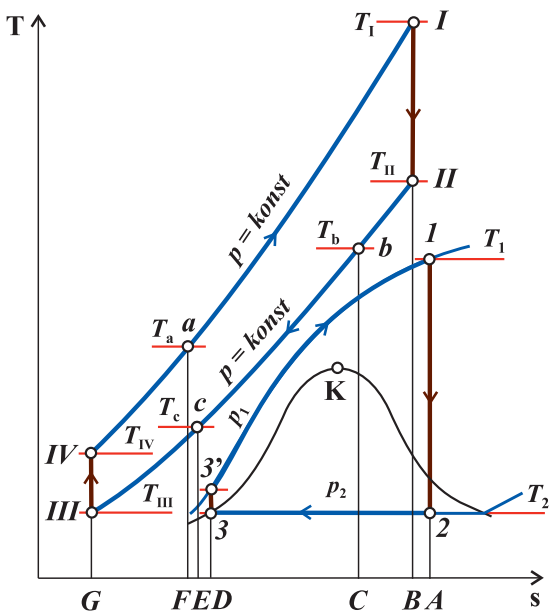
Magnethüdrodünaamilise generaatori rakendamine liitringprotsessi ülemises astmes võimaldab järsult suurendada ringprotsessi siirduva keha temperatuuri, võrreldes nii gaasiturbiini kui ka aurujõuseadme ringprotsessiga. Siin vastab termodünaamilise keha temperatuur otseselt soojusallika temperatuurile. Tänu sellele on magnethüdrodünaamilises generaatorprotsessis väline tagastamatus väike.

Magnethüdrodünaamilisest generaatorist väljuva gaasi temperatuur, olles määratud vajaliku minimaalse elektrijuhtivusega, on suurusjärgus 2000 °C. Kuum põlemisgaas sobib põlemiskambrisse antava õhu eelsoojendamiseks ja magnethüdrodünaamilise generaatoriga gaasipoolsest küljest sidestatud aurujõuseadmele auru genereerimiseks. Aurugeneraator koos auruturbiini ja teiste seadmetega moodustavad soojusjõuseadme alumise astme.

Magnethüdrodünaamilise generaatoriga jõuseadme põhimõtteline skeem on joonisel 8.29 ja sellele vastav ideaalne ringprotsess *Ts*-diagrammil joonisel 8.30.




**Joonis 8.29. MHD generaatoriga jõuseadme skeem: PK – põlemiskamber, MHDK – MHD kanal, ÕE – õhueelsoojendi, AG – aurugeneraator, K – kompressor, T – auruturbiin, KO – kondensaator, TP – toitepump**




**Joonis 8.30. MHD generaatoriga jõuseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Kompressoris K komprimeeritakse õhk atmosfäärirõhult $p_{III}$ rõhuni $p_{IV}$. Põlemiskambrisse PK sisenev õhk eelsoojendatakse kanalist MHDK väljuvalt põlemisgaasilt saadava soojuse arvel. Põlemiskambrisse juhitakse samuti ka gaasi ioniseeriv lisand.

Termodünaamiline keha teeb kanalis adiabaatsel paisumisel ja samaaegsel temperatuurilangusel tehnilist tööd, mille väljundiks on elektrienergia. Õhueelsoojendi ÕE järel asetseb aurugeneraatori AG soojusvahetuspind. Aurugeneraatorist väljuv aur suundub auruturbiini T, kus ta paisub, teeb tööd ning edastab selle elektrigeneraatorile ja õhukompressorile. Aur kondenseerub kondensaatoris KO ning kondensaat pumbatakse toitepumba TP abil tagasi aurugeneraatorisse.

Joonisel 8.30: *I II* – põlemisgaasi isoentroopne paisumine MHD generaatoris, *II b* – gaasi isobaarne jahtumine õhueelsoojendis, *b c* – gaasi isobaarne jahtumine aurugeneraatori soojusvahetuspinda läbides, *cIII* – gaasi jahtumine atmosfääris, *III IV* – õhu adiabaatne komprimeerimine kompressoris, *IV I* – soojuse isobaarne protsessi viimine (*IVa* – soojuse siire õhule õhueelsoojendis, *aI* – soojuse eraldumine põlemiskambris), *1 2* – auru isoentroopne paisumine auruturbiinis, *2 3* – auru isobaarne-isotermne kondenseerumine kondensaatoris, *3 3*' – vee adiabaatne rõhutõus pumbas, *3'1* – soojuse ülekanne aurugeneraatoris.

Liitringprotsessis ringleva gaasi ja vee hulga suhe on arvutatav soojusbilansi võrrandist

$$m(h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{c}}) = h_1 - h_{3'} = (h_1 - h_2^{'}) - v(p_1 - p_2), \qquad (8\text{-}50)$$

kus $h_{\mathrm{b}}$ – aurugeneraatorisse siseneva gaasi entalpia, $h_{\mathrm{c}}$ – aurugeneraatorist väljuva gaasi entalpia, $h_1$ – turbiini siseneva auru entalpia, $h_{3'}$ – aurugeneraatorisse siseneva vee entalpia, $h'_2$ – kondensaatorist väljuva vee entalpia, $v$ – vee erimaht pumbas, $p_1$ – vee rõhk pumbast väljumisel, $p_2$ – vee rõhk pumpa sisenemisel.

Siin ja edaspidi on kõik soojushulgad ja töö antud vee massiühiku kohta.

Õhueelsoojendis õhule üleantud soojushulk

$$q_{\tilde{o}} = m\left(h_{\mathrm{a}} - h_{\mathrm{IV}}\right) = m(h_{\mathrm{II}} - h_{\mathrm{b}})$$

($q_{\tilde{o}} = \square GIVaFG = \square BIIbCB$).

Aurugeneraatoris põlemisgaasilt aurule üleantud soojushulk

$$q_{\mathrm{a}} = h_1 - h_3^{'} = m(h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{c}})$$

($q_{\mathrm{a}} = \square D3'1AD = m\square CbcEC$).

Ringprotsessi siirdunud soojushulk

$$q_1 = m\left(h_{\mathrm{I}} - h_{\mathrm{a}}\right)$$

($q_1 = m\square FaIBF$).

Ringprotsessist eemalduv soojushulk

$$q_2 = m(h_c - h_{III}) + (h_2 - h_2')$$

($q_2 = m\square EcIIIGE + \square A23DA$).

Liitringprotsessi kasulik töö

$$l = m\left[(h_I - h_{II}) - (h_{IV} - h_{III})\right] + \left[(h_1 - h_2) - v(p_1 - p_2)\right]$$

($l = m\square I\ II\ III\ IV + \square 1233'1$).

Magnethüdrodünaamilise generaatoriga jõuseadme liitringprotsessi termiline kasutegur

$$\eta_t = \frac{m[(h_I - h_{II}) - (h_{IV} - h_{III})] + [(h_1 - h_2) - v(p_1 - p_2)]}{m(h_I - h_a)}. \qquad (8\text{-}51)$$

Liitringprotsessi termiline kasutegur on eelkõige sõltuv energia osast, mis muundatakse elektriks kanalis, ning aurujõuseadmes toimuva ringprotsessi efektiivsusest. Magnethüdrodünaamilises kanalis elektrienergiaks muunduv energiaosa on määratud peamiselt plasma algtemperatuuriga, aurujõuseadme ringprotsessi efektiivsus aga auru parameetritega.

**Üheksas peatükk**

# SOOJUSE TRANSFORMATSIOON

## 9.1 Pöördringprotsessid soojustransformaatorites

### 9.1.1 Soojuse transformatsiooniprotsesside iseloomustus

Soojuse transformatsioon on soojuse ülekanne madalama temperatuuriga kehalt kõrgema temperatuuriga kehale, seda teostavaid seadmeid nimetatakse soojustransformaatoriteks. Termodünaamika teise seaduse kohaselt saab soojust transformeerida ainult välise töö või energia arvel.

Sõltuvalt soojust loovutava (madalama temperatuuriga) keha ja soojust vastuvõtva (kõrgema temperatuuriga) keha temperatuurist võrrelduna ümbrustemperatuuriga, jagunevad nii soojuse transformatsiooniprotsessid kui ka soojustransformaatorid kolme rühma. Soojust andvat ja soojust vastuvõtvat keha nimetatakse sageli ka vastavalt alumiseks ja ülemiseks soojusallikaks.

1. *Külmutus- ja jahutusprotsess*. Külmutusprotsessis on alumise soojusallika temperatuur $T_{II}$ madalam kui ümbrustemperatuur $T_0$ ($T_{II} < T_0$) ning ülemise soojusallika temperatuur $T_I$ võrdub sellega ($T_I = T_0$). Niisiis kandub külmutus- ja jahutusseadmes soojus madalama temperatuuriga kehalt üle ümbruskeskkonda. Külmutusprotsessiks nimetatakse tavaliselt sellist, kus alumise soojusallika (jahutuskambri) temperatuur on alla 0 °C, mis võimaldab seal näiteks vajadusel saada veest jääd. Jahutusprotsessis on alumise soojusallika temperatuur aga 0 °C ja ümbrustemperatuuri vahepealne.

2. *Soojuspumpprotsess*. Soojuspumpprotsessis on alumise soojusallika temperatuur kas ümbritsevast kõrgem või sellega võrdne ($T_{II} \geq T_0$) ning ülemise soojusallika temperatuur ületab ümbruskeskkonna oma. Kui soojust loovutava keha temperatuur on kõrgem kui ümbruskeskkonnas, võib soojuskandjaks olla tehnoloogilise seadme jahutusvesi või muu jahutusvedelik (nt trafo jahutusõli), mille temperatuur on veidi kõrgem ümbruskeskkonnas valitsevast.

3. *Kombineeritud külmutus-soojuspumpprotsess*. Siin on alumise soojusallika temperatuur madalam ümbrustemperatuurist ($T_{II} < T_0$) ja ülemise soojusallika temperatuur sellest kõrgem ($T_I > T_0$).

Külmutus- või jahutusprotsessi eesmärk on langetada keha temperatuur ümbrustemperatuurist allapoole. Külmutusprotsessi rakendatakse ulatuslikult mitmes

tööstusharus (keemia-, metallurgia-, toiduainetööstus jm), kanalite ja tunnelite ehitusel, mäetöödel, pinnase külmutamisel jne. Jahutusprotsesse kasutatakse peamiselt õhu konditsioneerimisel, hoonete ventileerimisel, toiduainete säilitamisel külmkapis jm.

Soojuspumpprotsessi rakendatakse soojuse kandmisel ümbrustemperatuurist kõrgema temperatuuriga kehale, näiteks soojusvarustuses (küte, soojaveevarustus). Kombineeritud protsess ühendab endas nii külmutus- kui ka soojuspumpprotsessi.

Tööpõhimõttelt jagunevad soojustransformaatorid kolme põhiklassi: kompressor-, ejektor- ja absorptsioonseadmed. Nende kõrval kasutatakse veel Ranque'i-Hilschi efektil põhinevaid ning termoelektrilisi, termomagnetilisi ja magnetilisi soojustransformaatoreid. Olenevalt soojuse transformeerimiseks kasutatava termodünaamilise keha omadustest jagunevad kompressorseadmed gaasi- ja aurukompressor-soojustransformaatoriteks.

Soojustransformaatori töö aluseks on mingi pöördringprotsess (p 2.1.11). Nendest kõige täiuslikum on Carnot' pöördringprotsess (p 2.1.14).

Paljude soojustransformaatorite koostisosaks on termodünaamilise keha paisuti alandamaks tema temperatuuri. Termodünaamiline keha paisub kas selleks ettenähtud töömasinas, nn detandris, või drosselseadises. Detandris paisudes teeb termodünaamiline keha tööd. Tuntakse kolb- ja turbiindetandreid, mis ehituselt sarnanevad kolbmootoriga või turbiiniga. Detander on tavaliselt otsesidestuses kompressoriga.

Termodünaamika esimese seaduse kohaselt

$$q_1 - q_0 = l, \tag{9-1}$$

kus $q_1$ – ümbruskeskkonda üleantud soojushulk, $q_0$ – madalama temperatuuriga kehalt lahkuv soojushulk, $l$ – töö soojushulga $q_0$ ülekandmiseks kõrgema temperatuuriga kehale.

Viimasest valemist nähtub selgelt, et ümbruskeskkonda üleantav soojushulk on jahutatavalt kehalt võetud soojushulga ja ringprotsessis tarbitava töö summa.

Ideaalse (tagastatava) külmutusseadme ringprotsessi efektiivsust hindab teoreetiline jahutustegur, s.o jahutuskambris termodünaamilisele kehale üleantava soojushulga suhe pöördringprotsessis tarbitavasse töösse:

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{q_0}{l}. \tag{9-2}$$

Arvestades valemit (9-1)

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{q_0}{q_1 - q_0}. \tag{9-3}$$

Carnot' pöördringprotsessi rakendamisel (valem (2-79)) teoreetiline jahutustegur

$$\varepsilon_{\mathrm{c}} = \frac{T_{\mathrm{II}}}{T_0 - T_{\mathrm{II}}} = \frac{1}{\frac{T_0}{T_{\mathrm{II}}} - 1}, \tag{9-4}$$

kus $T_0$ – ümbrustemperatuur, $T_{\mathrm{II}}$ – alumise soojusallika temperatuur.

Valemist (9-4) nähtub, et Carnot' pöördringprotsessi jahutustegur on seda suurem, mida väiksem on suhe $T_0/T_{\mathrm{II}}$. Temperatuuri $T_0$ alanedes tegur $\varepsilon_{\mathrm{c}}$ suureneb, temperatuuri $T_{\mathrm{II}}$ alanedes aga väheneb. Sama väide jääb kehtima põhimõtteliselt ka mis tahes teise ringprotsessiga külmutusseadme kohta, kui $T_0$ ja $T_{\mathrm{II}}$ asendada vastava keskmise temperatuuriga, millega soojus protsessist lahkub ($q_1$) ja protsessi siseneb ($q_0$).

Reaalse külmutus- või jahutusseadme ringprotsess on energiakadude tõttu tagastamatu ning mingi soojushulga transformeerimiseks vajalik töö on protsessi tagastamatuse tõttu muidugi suurem. Tegelikku külmutusseadet iseloomustab jahutustegur

$$\varepsilon = \frac{q_0}{l'}, \tag{9-5}$$

kus $l'$ – tagastamatus ringprotsessis tarbitud töö.

Kui kahe erineva temperatuuriga keha vahel paikneb nii päripidisel ringprotsessil töötav soojusjõumasin kui ka pöördringprotsessil töötav soojustransformaator ning mõlemad ringprotsessid on tagastatavad, siis on päripidisest ringprotsessist saadav kasulik töö soojuse üleminekul kuumemalt kehalt jahedamale võrdne pöördringprotsessis tarbitava tööga soojuskandeks jahedamalt kehalt kuumemale. Kui vaadeldavad protsessid on aga tagastamatud, siis päripidises ringprotsessis ei piisa soojusest $q_1$ saadavast tööst sama suure soojushulga ülekandmiseks kuumemale kehale.

Ideaalse soojuspumba tõhususe iseloomustamiseks kasutatakse teoreetilist soojustegurit, mille all mõistetakse ülemisele soojusallikale üleantud soojushulga suhet ringprotsessis tarbitavasse töösse:

$$\xi_{\mathrm{t}} = \frac{q_1}{l} = \frac{q_0 + l}{l} = 1 + \varepsilon_{\mathrm{t}}. \tag{9-6}$$

Kui külmutusseadme ringprotsessi kasulikkuse näitajaks on jahutatavalt kehalt eemaldatav soojushulk $q_0$, siis soojuspumbas on selleks ümbruskeskkonnalt kõrgema temperatuuriga kehale ülekantav soojushulk. Siit tulenevalt ületab ülekantav soojushulk alati tema transformeerimiseks vajaliku töö ning soojustegur $\xi_{\mathrm{t}} > 1$.

Soojuse tagastamatut transformatsiooni iseloomustatakse tegeliku jahutus- ja soojusteguriga.

### 9.1.2 Gaasikompressor-külmutusseade

Gaasikompressor-külmutusseadmes ja -jahutusseadmes (edaspidi gaasikompressor-külmutusseade, joonis 9.1) kasutatakse termodünaamilise kehana peamiselt õhku, mistõttu teda sageli nimetatakse ka õhukompressor-külmutusseadmeks. Termodünaamiline keha on siin kogu ringprotsessi vältel gaasilises olekus. Seadmele vastav ideaalne ringprotsess on kujutatud joonisel 9.2 täisjoonena *Ts*-diagrammil.

Termodünaamiline keha jahtub ja paisub detandris isoentroopselt rõhult $p_1$ ($T_0$) punktis *1* rõhuni $p_2$ ($T_2$) punktis *2* ning teeb tööd $l_p$, mis kantakse üle detandriga sidestatud kompressorile. Detandrist suundub keha jahutuskambrisse, kus ta saab isobaarselt soojushulga $q_0$ (*Ts*-diagrammil pindala □*A23BA*).

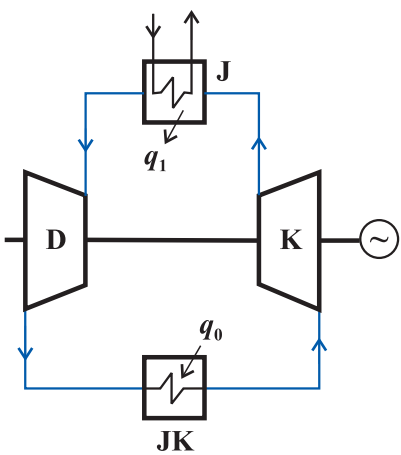
Soojuse juurdevoolu tõttu tõuseb gaasilises olekus keha temperatuur $T_2$-lt (punkt *2*) $T_3$-ni (punkt *3*). Kompressoris tõuseb keha temperatuur isoentroopsel komprimeerimisel üle ümbrustemperatuuri, muidu ei kanduks soojus kehalt keskkonnale. Termodünaamilise keha isoentroopset komprimeerimist väljendab joon *3 4*. Keha isobaarsel jahtumisel antakse ümbruskeskkonnale soojushulk $q_1$ (□*B41AB*). Soojuse transformeerimiseks tarbitav töö *l* on ekvivalentne pindalaga □*12341* diagrammil.

Termodünaamilisele kehale jahutuskambris üleantud soojushulk

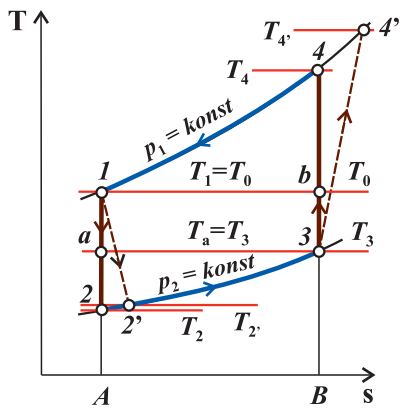
$$q_0 = h_3 - h_2 = c_p\left(T_3 - T_2\right). \tag{9-7}$$

Ümbrusele üleantud soojushulk

$$q_1 = h_4 - h_1 = c_p\left(T_4 - T_0\right). \tag{9-8}$$




**Joonis 9.1. Gaasikompressor-külmutusseadme skeem:**
**K – kompressor, D – detander, JK – jahutuskamber, J – jahuti**




**Joonis 9.2. Gaasikompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Valemid (9-7) ja (9-8) eeldavad keha erisoojuse sõltumatust temperatuurist.

Kuna ringprotsessis tarbitud töö avaldub valemiga (9-1), siis gaasikompressor-külmutusseadme jahutustegur

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{q_0}{l} = \frac{1}{\dfrac{T_4 - T_0}{T_3 - T_2} - 1}. \tag{9-9}$$

Kui termodünaamiline keha on ideaalgaas, siis

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{ja} \quad \frac{T_0}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

millest järeldub, et

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_0}{T_2} \quad \text{ehk} \quad \frac{T_0}{T_4} = \frac{T_2}{T_3}$$

ning

$$1 - \frac{T_0}{T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_3}$$

ja

$$\frac{T_4 - T_0}{T_3 - T_2} = \frac{T_4}{T_3}.$$

Seega

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{1}{\dfrac{T_4}{T_3} - 1} = \frac{1}{\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}. \tag{9-10}$$

Gaasikompressor-külmutusseadme efektiivsus on seda suurem, mida lähemal on teineteisele temperatuurid $T_4$ ja $T_3$, ning $T_0$ ja $T_2$.

Mida kitsamas entroopia muutuse intervallis $s_4$ kuni $s_1$ toimub seadme ringprotsess, seda madalam on temperatuur $T_4$ ja kõrgem temperatuur $T_2$. Vahe $(s_4 - s_1)$ vähenemisel ringprotsessi jahutustegur suureneb ning läheneb üha enam Carnot' pöördringprotsessi (temperatuurivahemikus $T_0$ kuni $T_3$) jahutustegurile. Seda põhjusel, et protsessi ülemine keskmine temperatuur $\overline{T}_{\mathrm{I}} = \dfrac{1}{s_4 - s_1} \int\limits_{(14)} T\mathrm{d}s$ ligineb temperatuurile $T_0$ ning alumine keskmine temperatuur $\overline{T}_{\mathrm{II}} = \dfrac{1}{s_4 - s_1} \int\limits_{(23)} T\mathrm{d}s$ omakorda temperatuurile $T_3$. Ringprotsessi niisugune „kokkusurumine" viib soojushulga

$q_0 = h_3 - h_2$ vähenemisele ja samaaegsele termodünaamilise keha kulu (kg/s) suurenemisele.

Temperatuure $\overline{T}_{\mathrm{I}}$ ja $T_0$ ning $\overline{T}_{\mathrm{II}}$ ja $T_3$ on võimalik teineteisele lähendada (ehk vähendada temperatuurivahet $\Delta T_{\mathrm{I}} = T_4 - T_0$ ja $\Delta T_{\mathrm{II}} = T_3 - T_2$) ning koos sellega suurendada gaasikompressor-külmutusseadme jahutustegurit, kui rakendada mitmeastmelist komprimeerimist ja paisumist.

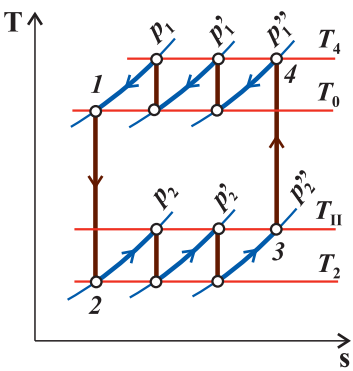
Termodünaamilise keha kolmeastmelise komprimeerimise ja paisumisega tagastatav ringprotsess on *Ts*-diagrammina joonisel 9.3. Keha isoentroopne komprimeerimine kompressori astmetes on näidatud vertikaaljoontena kuni temperatuurini $T_4$. Kompressori iga astme järel paikneb jahuti, kus kantakse ümbruskeskkonnale üle soojushulk $q_1$. Termodünaamilise keha jahtumine jahutites toimub isobaarselt rõhkudel $p_1'', p_1', p_1$. Keha isoentroopne paisumine detandri üksikutes astmetes on kujutatud vertikaaljoontena kuni temperatuurini $T_2$. Detandri iga astme järel paikneb jahutuskambri soojusvaheti, milles antakse kehale üle jahutuskambrist eemaldatav soojushulk $q_0$. Soojus kandub soojusvahetis üle isobaarselt rõhkudel $p_2'', p_2', p_2$.

Gaasikompressor-külmutusseadme reaalne ringprotsess erineb tagastatavast ringprotsessist jahutuskambris ülekantava soojushulga ja tarbitava töö osas. Külmutusseadme tagastamatus ringprotsessis suureneb termodünaamilise keha entroopia nii komprimeerimisel kui ka paisumisel (reaalset ringprotsessi väljendab joonisel 9.2 kontuur *12'34'1*). Seejuures ei ole arvestatud gaasi rõhu mõningast muutust soojusvahetite läbimisel.

Kasutame joonisel 9.2 esitatud tähiseid, siis tagastamatu ringprotsessiga gaasikompressor-külmutusseadme jahutustegur

$$\varepsilon = \frac{T_3 - T_{2'}}{(T_{4'} - T_3) - (T_1 - T_{2'})} = \frac{T_3 - T_{2'}}{\dfrac{T_4 - T_3}{\eta_{\mathrm{ad}}} - (T_1 - T_2)\eta_{\mathrm{d}}}, \qquad (9\text{-}11)$$

kus $\eta_{\mathrm{ad}}$ – kompressori adiabaatne kasutegur, $\eta_{\mathrm{d}}$ – detandri adiabaatne kasutegur.




**Joonis 9.3. Mitmeastmelise gaasikompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Et

$$T_{2'} = T_1 - (T_1 - T_2)\eta_d$$

ning

$$z = \frac{T_1}{T_3} \quad \text{ja} \quad x = \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2},$$

siis saab valem (9-11) pärast mõningaid teisendusi kuju

$$\varepsilon = \frac{\frac{z-1}{x-1}\eta_{ad} - \frac{z}{x}\eta_{ad}\eta_d}{\frac{z}{x}\eta_{ad}\eta_d - 1}. \qquad (9\text{-}12)$$

Viimasest seosest nähtub, et jahutustegur $\varepsilon = 0$, kui

$$\frac{x}{x-1} = \frac{z}{z-1}\eta_d$$

ehk

$$x = \frac{z\eta_d}{1 - z(1-\eta_d)}.$$

Kui käsitleda jahutustegurit $\varepsilon$ funktsioonina suurusest $x$, on tal antud $z$ juures maksimumväärtus, mille saab leida tingimusest $(\partial\varepsilon / \partial x)_z = 0$. Näiteks kui $z = 1{,}25$, $\eta_{ad} = 0{,}8$ ja $\eta_{ad}\eta_d = 0{,}7$, on jahutustegur $\varepsilon$ maksimaalne $x \approx 1{,}6$ juures.

Jahutusteguri ekstreemväärtuse olemasolu olenevana $x$ väärtusest etteantud $z$ korral on põhjustatud kahest vastandlikust nähtusest. Entroopiavahemiku $s_4$ kuni $s_1$ vähendamine suurendab külmutusseadme teoreetilist jahutustegurit, kuid ühtlasi lähendab ka punkti *2*' punktile *3*, suurendades nii ka ringprotsessi tagastamatust. Viimast võib hinnata suhtega $(s_{2'} - s_2)/(s_4 - s_1)$.

Seadme jahutustegurit on võimalik tõsta ning ringprotsessi lähendada Carnot' pöördringprotsessile soojuse regeneratsiooni abil.

Vaatleme regeneratiivse gaasikompressor-külmutusseadme skeemi joonisel 9.4. Jahutist J väljuv termodünaamiline keha läbib enne detandrisse D sisenemist regeneraatori R, mistõttu keha temperatuur detandrisse sisenemisel alaneb, võimaldades gaasi sügavamat jahtumist adiabaatsel paisumisel. Pärast jahutuskambris soojenemist läbib keha taas regeneraatori ning suundub kompressorisse.

Piirilise regeneratsiooniga ($T_1 = T_b$ ja $T_3 = T_a$) gaasikompressor-külmutusseadme tagastatav ringprotsess *Ts*-diagrammil on kujutatud joonisel 9.5.

Piiriline regeneratsioon tähendab, et keha siseneb detandrisse ja väljub jahutuskambrist samal temperatuuril ning võrdne on ka jahutist väljuva ja kompressorisse siseneva keha temperatuur. Joonisel: *12* – isoentroopne paisumine detandris, *2b* – isobaarne soojenemine jahutuskambris, *b3* – kuumenemine

regeneraatoris, *34* – isoentroopne komprimeerimine kompressoris, *4a* – isobaarne jahtumine jahutis, *a1* – keha isobaarne jahtumine regeneraatoris. Nagu näeme, on regeneratsiooni rakendamisel jahutuskambris gaasi kõrgeim temperatuur $T_1$, regeneratsiooni puudumisel oleks temperatuur aga tunduvalt kõrgem. Regeneratsiooniga saab alandada ka protsessi kõrgeimat temperatuuri $T_4$. *Ts*-diagrammil tähistab jahutuskambrist eemaldatavat soojushulka $q_0$ pindala □*D2bCD*, regeneraatoris üleantud soojushulk $q_r$ = □*Cb3AC* = □*Ba1DB*. Jahutis ümbruskeskkonnale üleantud soojushulk $q_1$ = □*A4aBA*.

Tuletame regeneratiivse gaasikompressor-jahutusseadme teoreetilise jahutusteguri avaldise.

Jahutuskambris termodünaamilisele kehale üleantav soojushulk (piiriline regeneratsioon)

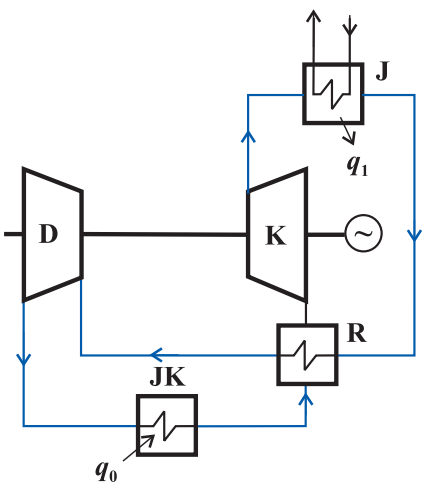
$$q_0 = h_b - h_2 = c_p(T_b - T_2) = c_p(T_1 - T_2). \tag{9-13}$$

Ringprotsessis tarbitav töö

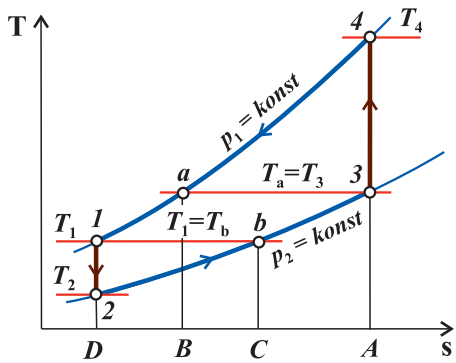
$$l = (h_4 - h_3) - (h_1 - h_2) = c_p[(T_4 - T_3) - (T_1 - T_2)]. \tag{9-14}$$

Jahutustegur

$$\varepsilon_t = \frac{q_0}{l} = \frac{T_1 - T_2}{(T_4 - T_3) - (T_1 - T_2)} = \frac{1}{\dfrac{T_4 - T_3}{T_1 - T_2} - 1}. \tag{9-15}$$




**Joonis 9.4. Regeneratiivse gaasikompressor-külmutusseadme skeem. R – regeneraator (ülejäänud tähised jooniselt 9.1)**




**Joonis 9.5. Regeneratiivse gaasikompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Jagades võrrandi (9-15) lugeja ja nimetaja läbi temperatuuriga $T_2$ ning arvestades, et

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

ehk

$$\frac{T_4 - T_3}{T_1 - T_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1},$$

saame

$$\varepsilon_t = \frac{1}{\frac{T_4}{T_1} - 1} = \frac{T_1}{T_4 - T_1}. \qquad (9\text{-}16)$$

Tulemusest selgub, et regeneratiivse gaasikompressor-külmutusseadme ringprotsessi jahutustegur suureneb piirilise regeneratsiooni korral temperatuurisuhte $T_4/T_1$ vähenedes. Temperatuuri $T_4$ alanemine suurendab jahutustegurit, sest nüüd ei lähene komprimeerimis- ja paisumistööde suhe mitte ühele, vaid temperatuurisuhtele $T_3/T_1$. Seega suurendab regeneratsiooni kasutamine (analoogiliselt päripidise ringprotsessiga, vt VII ptk) seadme soojuslikku efektiivsust.

Kuna gaasilise keha erisoojus on suhteliselt madal, siis on ajaühikus jahutusseadet läbiva termodünaamilise keha kogus märkimisväärselt suur, mis piirab gaasikompressor-jahutusseadmetes kolbkompressorite ja -detandrite kasutamist. Otstarbekamad on kõrgrõhu-tsentrifugaalkompressor ja -turbiindetander.

Gaasikompressor-soojuspumba ringprotsess sarnaneb kirjeldatuga. Siin on soojustegur määratav jahutusteguri kaudu valemi (9-6) abil. Õhukompressor-soojuspumpasid kasutatakse hoonete kütte- ja ventilatsioonisüsteemides.

### 9.1.3 Aurukompressor-külmutusseade

Aurukompressor-külmutusseade on eelkäsitletust levinum nii olmes kui ka tööstuses, eriti siis, kui jahutuskambris vajatakse mõõdukat temperatuuri.

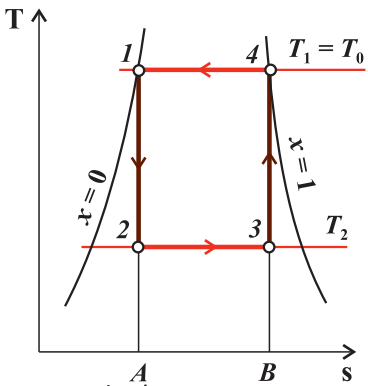
Gaasikompressori jahutusprotsessi peamine taamus on gaasi kui termodünaamilise keha temperatuuri muutumine isobaarses soojusvahetusprotsessis, kuid just säärane soojusülekanne toimub nii gaasikompressor-külmutusseadme jahutuskambris kui ka jahutis soojuse kandumisel ümbruskeskkonda. Mainitud puudust saab kõrvaldada, kui valida termodünaamiliseks kehaks aine, mille omadused vastavad külmutusseadme tööparameetritega määratuile. Selleks sobib aine, mis on termodünaamilises tasakaalusolekus kahefaasiline, sest niisugusel juhul ühtib isobaar faasisiirdel teatavasti isotermiga. Nii luuakse võimalus edastada soojust isobaarses-isotermses faasisiirdeprotsessis ning seda nii külmutusseadme jahutuskambris (aurustis) kui ka soojuse ülekandel jahutis (kondensaatoris). See

samm võimaldab lähendada külmutis toimuvat ringprotsessi Carnot' pöördringprotsessile, mis on täiuslikem külmutusseadme ringprotsess. Aurukompressor-külmutusseadme uurimine lähtub aine faasisiirdega Carnot' pöördringprotsessist niiske auru piirkonnas. Viimane on joonisel 9.6 kujutatud tagastatava ringprotsessina *Ts*-diagrammil. Isobaarses-isotermses aurustumisprotsessis *23* antakse termodünaamilisele kehale jahutuskambris soojushulk $q_0 = \square A23BA$. Niiske aur komprimeeritakse olekust *3* isoentroopselt olekusse *4* (kuiv küllastunud aur). Järgnevalt viiakse kehalt isobaarse-isotermse kondenseerumisega *41* ära soojus $q_1 = \square B41AB$. Selle protsessi käigus aur kondenseerub täielikult. Joon *12* väljendab auru tagastatavat adiabaatset paisumist detandris. Ringprotsessis tarbitav töö *l* võrdub pindalaga $\square 12341$.

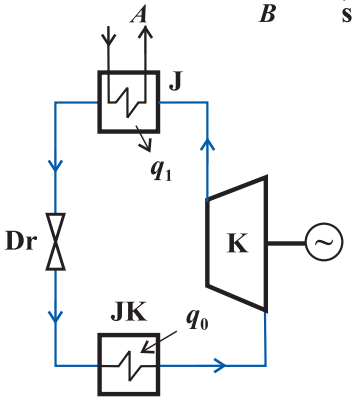
Carnot' pöördringprotsessi teoreetilise jahutusteguri arvutusvalem on (9-4).

Aurukompressor-külmutusseadme skeemilt joonisel 9.7 näeme, et seadmel puudub detander, see on asendatud drosselventiiliga.

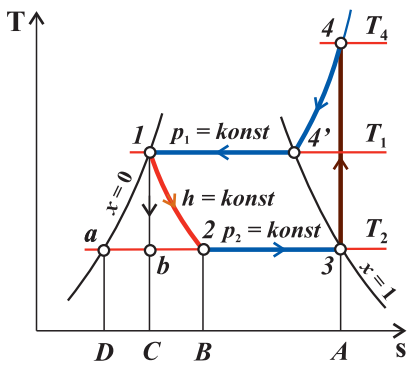
*Ts*-diagramm (joonis 9.8) on koostatud juhule, kui aurustist väljub kuiv küllastunud aur (punkt 3).




**Joonis 9.6. Niiske auru piirkonnas toimuv Carnot' pöördringprotsess *Ts*-diagrammil**




**Joonis 9.7. Aurukompressor-külmutusseadme skeem: Dr – drosselventiil (ülejäänud tähised jooniselt 9.1)**




**Joonis 9.8. Aurukompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Kompressorist suundub kokkusurutud aur rõhul $p_1$ jahutisse olekus *4*, kus loovutab ümbruskeskkonnale soojushulga $q_1$. Soojuse ülekandeprotsessis aur jahtub temperatuurilt $T_4$ küllastustemperatuurini $T_1$ (vastab rõhule $p_1$) ning seejärel kondenseerub (punkt *1*). Vedelik rõhuga $p_1$ ja temperatuuriga $T_1$ läbib drosselventiili, kus paisub rõhuni $p_2$, joon *12*. Drosselventiili läbimisel keha entalpia ei muutu, kuid kasvab entroopia (p 6.4.1), mis osutab keha drosseldusprotsessi tagastamatusele. Siit järeldub, et ka ideaalne ringprotsess muutub sisemiselt tagastamatuks.

On oluline, et niiske auru piirkonnas drosseldamisel külmutusagensi temperatuur alati langeks. Drosseldamise käigus suureneb ka auru niiskus, kuid mitte oluliselt. Detandri asendamine lihtsakonstruktsioonilise drosselventiiliga lihtsustab tunduvalt külmutusseadme ehitust, hõlbustab reguleerimist ja suurendab töökindlust. Detandri asendamine drosselventiiliga ei mõjuta eriti tugevalt protsessi jahutustegurit, kuna paisumis- ja komprimeerimistöö suhe ei ole suur.

Drosselventiilist suundub niiske aur rõhul $p_2$ jahutuskambrisse ehk aurustisse, kus vedelik aurustub jahutuskambris kehale ülekantava soojuse arvel. Aurustusprotsessi vältel aur pidevalt kuiveneb. Isobaarset-isotermset soojuse üleminekut jahutuskambri keskkonnast kehale väljendab *Ts*-diagrammil rõhtjoon *23*. Jahutuskambrist suundub aur kompressorisse, kus auru rõhk isoentroopse kokkusurumise käigus (joon *34*) tõuseb $p_2$-lt $p_1$-ni. Ringprotsess sulgub keha suundudes kompressorist jahutisse.

Detandri olemasolul paisuks aur isoentroopselt mööda joont *1b* ning saadav töö $l_\mathrm{p} = h_1 - h_\mathrm{b}$. Drosselventiili puhul ei paisu keha enam mööda joont *1b,* vaid mööda tagastamatut adiabaati *12* nii, et $h_1 = h_2$. Detandri asendamine drosselventiiliga suurendab kompressori tarbitavat tööd ning vähendab jahutuskambris aurule üleantavat soojushulka ($h_3 - h_\mathrm{b}$) = □*Cb3AC* soojushulgani $q_0 = h_3 - h_2$ = □*B23AB*. Seega jääb jahutuskambris üle andmata soojushulk, mis *Ts*-diagrammil väljendub pindalana □*Cb2BC*. Kompressori tarbitav töö $l_\mathrm{k} = h_4 - h_3$ = □*344'1a3* (eeldusel, et isobaarjoon $p_1$ ühtib alumise piirkõveraga).

On oluline, et kompressorisse ei siseneks niiske, vaid kuiv küllastunud aur, mis suurendab märgatavalt kompressori suhtelist sisemist kasutegurit ning lihtsustab komprimeerimist. Kui kompressorisse siseneb kuiv küllastunud aur nii, nagu on näidatud joonisel 9.8 (punkt *3* asub ülemisel piirkõveral), siis on see kogu komprimeerimisprotsessi jooksul ülekuumendatud olekus. Nii on võimalik kehale üle kanda suurem soojushulk kui komprimeerimise alguspunktiga niiske auru alas. Kirjeldatud tingimust on aga tegelikes oludes sageli raske täita. Seepärast kasutatakse jahutuskambrist väljuva auru separeerimist, millega eraldatakse niiskest aurust vedelikupiisad. Nüüd suundub kompressorisse enam-vähem kuiv aur, mis on komprimeerimisprotsessi jooksul suures ulatuses ülekuumendatud olekus.

Aurukompressorseadme teoreetiline jahutustegur

$$\varepsilon_\mathrm{t} = \frac{h_3 - h_2}{h_4 - h_3}. \qquad (9\text{-}17)$$

Aurukompressor-külmutusseadme jahutustegur on Carnot' pöördringprotsessi jahutustegurile märgatavalt lähem, kui see on gaasikompressor-jahutusseadme puhul. Põhjus on selles, et viimases suundub soojus gaasile isobaarselt muutuv-temperatuuri tingimustes, esimeses aga isobaarselt püsitemperatuuril.

Milliseid nõudeid peab rahuldama aurukompressor-külmutusseadmes kasutatav jahutusagens? Valiku määrab paljuski seadmes kasutatav temperatuurivahemik ($T_1$–$T_2$). Oluline on, et jahutusagensi omadused võimaldaksid ringprotsessidel toimuda etteantud temperatuurivahemikus, mis jääb jahutusagensi kolmik- ja kriitilise punkti vahemikku ehk teisisõnu, et protsess saaks toimida niiske auru piirkonnas. See loob võimaluse soojusülekandeks jahutusagensi püsitemperatuuril. On soovitav, et mainitud temperatuurivahemikus jahutusagensi küllastusrõhk jääks võimalikult ümbruskonna rõhu lähedaseks. Liialt madal küllastusrõhk tingiks ebasobivalt sügava vaakumi, kõrge küllastusrõhk aga seevastu suure ülerõhu. Nii sügav vaakum kui ka kõrge ülerõhk suurendaks jahutusseadme konstruktsiooni keerukust.

Jahutusprotsessis kasutatav ülemine temperatuur $T_1$ on määratud ümbruskeskkonna (nt õhk, jahutusvesi jt) temperatuuriga. Alumine temperatuur oleneb aga püstitatud tingimustest ning on määravam lähtesuurus külmutusseadmete kujundamisel ja jahutusagensi valikul. On oluline, nagu äsja mainitud, et temperatuurile $T_2$ vastav jahutusagensi küllastusrõhk oleks võimalikult lähedane atmosfäärirõhule.

Külmutusseadmes ringleva jahutusagensi massiühiku kohta jahutuskambris ülekantav soojushulk on seda suurem, mida laiem on entroopiamuutuse intervall: $(s_{4'} - s_1) = r_1/T_1$ ($r_1$ on aurustumissoojus temperatuuril $T_1$). Siit järeldub, et sobivaim on aine, mille aurustumissoojus temperatuuri $T_1$ piirkonnas on võimalikult suur.

Tabel 9.1 annab ülevaate kasutatavate jahutusagensite omadustest.

Üheastmelisi aurukompressor-külmutusseadmeid kasutatakse enamasti kuni rõhutõusuastmeni $p_1/p_2 = 7$–$12$. Suurema rõhutõusuastme korral rakendatakse jahutusagensi mitmeastmelist komprimeerimist (tavaliselt siiski mitte üle kolme astme).

**Tabel 9.1. Aurukompressor-külmutusseadmetes kasutatavaid jahutusagenseid**

| Aine | $t_s$, °C | $t_k$, °C | $p_k$, MPa | $t_h$, °C | $T_k/T_s$ | $z_k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ammoniaak | –33,5 | 132,4 | 11,30 | –77,4 | 1,65 | 4,26 |
| Süsinikdioksiid | –78,5 | 31,0 | 7,38 | –56,6 | 1,55 | 3,63 |
| Kloormetüül | –23,7 | 143,1 | 6,68 | –97,6 | 1,67 | 3,63 |
| R 12 | –29,8 | 112,0 | 4,12 | –155,0 | 1,80 | 3,59 |
| R 22 | –40,8 | 96,0 | 4,94 | –160,0 | 1,59 | 3,78 |
| R 142 | –9,2 | 136,4 | 4,12 | –130,8 | 1,55 | 3,53 |
| R 143 | –47,6 | 73,1 | 3,78 | –111,3 | 1,56 | 3,90 |

$t_s$, $t_h$ – küllastus- ja hangumistemperatuur rõhul 1 atm; $t_k$, $p_k$ – kriitiline temperatuur ja rõhk; $z_k$ – kriitiline kokkusurutavustegur.

Suure temperatuurivahe korral ja ka madala temperatuuri saamiseks kasutatakse kaskaadlülituses seadmeid, kus järjestikku on lülitatud mitu külmutusseadet sel viisil, et esimese aurusti on teise kondensaatoriks jne. Kaskaadlülitus võimaldab üheastmelise seadmega võrreldes tõsta ringprotsessi jahutustegurit.

Kaheastmelise kaskaadlülituses aurukompressor-külmutusseadme skeem ja sellele vastav *Ts*-diagramm on joonistel 9.9 ja 9.10. Astmeid ühendavaks lüliks on soojusvaheti, mis on alumises kontuuris kondensaator ning ülemises aurusti.

Mõlemas toimuvad sarnased pöördringprotsessid ning tavaliselt kasutavad nad ka samade termodünaamiliste omadustega jahutusagensit (sellest lähtuvalt on koostatud ka protsessi *Ts*-diagramm). Erinevate omadustega jahutusagensid võetakse kasutusele, kui see võimaldab tõsta protsessi jahutustegurit.

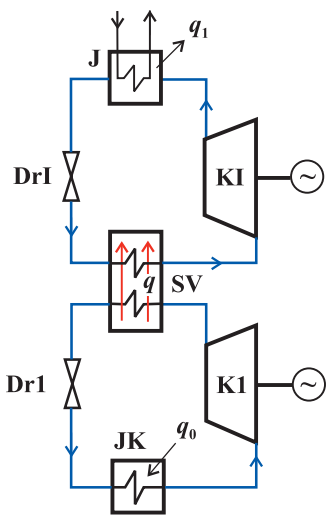
Diagrammil on alumine kontuur *12344'1*, ülemine kontuur *I II III IV IV'I*. Ühekontuurilise aurukompressor-külmutusseadme ringprotsess väljenduks kontuurina *Ia3bIV'I*.

Olgu alumises ja ülemises kontuuris ringleva jahutusagensi suhe *m*, siis on soojusvaheti soojusbilansi võrrand

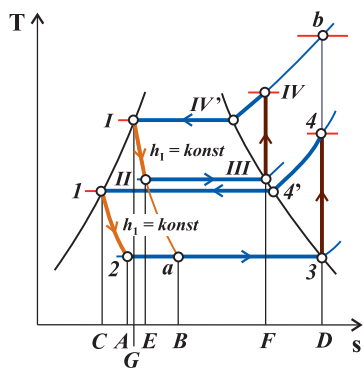
$$q_{\mathrm{SV}} = h_{\mathrm{III}} - h_{\mathrm{II}} = m\left(h_4 - h_1\right),$$

millest

$$m = \frac{h_{\mathrm{III}} - h_{\mathrm{II}}}{h_4 - h_1}. \qquad (9\text{-}18)$$




**Joonis 9.9. Kaheastmelise kaskaadse aurukompressor-külmutusseadme skeem: KI ja K1 – kompressorid, DrI ja Dr1 – drosselventiilid, SV – soojusvaheti, JK – jahutuskamber, J – jahuti**




**Joonis 9.10. Kaheastmelise kaskaadse aurukompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Siin on $q_{SV}$ soojusvahetis ülekantud soojushulk alumises kontuuris ringleva jahutusagensi massiühiku kohta (*Ts*-diagrammil $\square D44'1CD = m\square FIII IIEF$). Jahutuskambris jahutusagensile üleantud soojushulk $q_0 = h_3 - h_2 = \square A23DA$ ning jahutist ümbruskeskkonda läinud soojushulk $q_1 = m\square FIV\,IV'IGF$.

Kaskaad-aurukompressorseadme jahutustegur

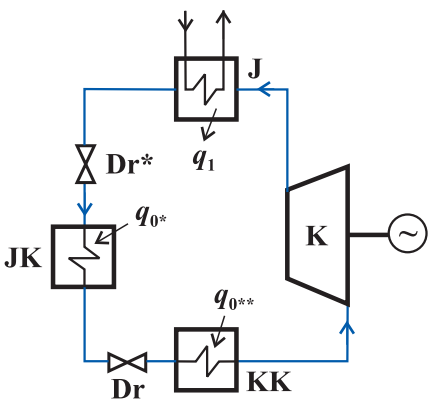
$$\varepsilon_t = \frac{q_0}{l} = \frac{m(h_3 - h_2)}{(h_{IV} - h_{III}) + m(h_4 - h_3)} \tag{9-19}$$

(tähiste indeksid selguvad jooniselt 9.10).

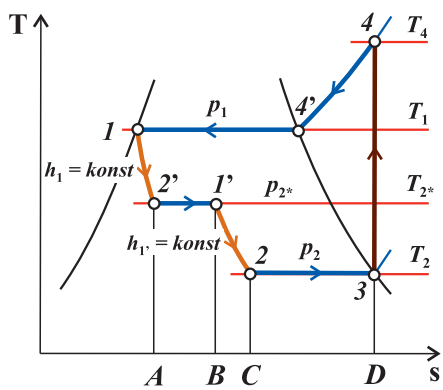
*Ts*-diagrammilt on näha, et kaskaadskeemi korral kantakse jahutuskambris jahutusagensile lisasoojushulk $\Delta q_0 = \square A2aBA$ ning ringprotsessi tarbitav töö väheneb pindala $\square III\,IVb4III$ võrra (eeldusel, et $III \equiv 4'$).

Tööstuses, kuid eriti laialt kodumasinais, on kasutusel ühekompressoriline kahe jahutuskambriga aurukompressor-külmutusseade (joonis 9.11). Seadmes toimuv tagastatav ringprotsess *Ts*-tasandil on joonisel 9.12.

Kondensaatorist väljuv vedelik paisub drosselventiilis Dr* isoentalpselt rõhule $p_{2*}$ vastavale küllastustemperatuurile, mis on määratud jahutuskambri temperatuuriga $T_{2*}$. Jahutuskambris auru kuivusaste väheneb vedeliku aurustumise tõttu. Jahutusagensile ülekantav soojushulk $q_{0*} = \square A2'1'BA$. Järgnevalt suundub jahutusagens teise drosselventiili, paisudes seal isoentalpselt rõhuni $p_2$, mis on omakorda määratud külmutuskambri temperatuuriga $T_2 < T_{2*}$. Külmutuskambris jahutusagensile ülekantud soojushulk $q_{0**} = \square C23DC$.




**Joonis 9.11. Jahutus- ja külmutuskambriga ühekompressorilise aurukompressor-jahutusseadme skeem: K – kompressor, JK – jahutuskamber, KK – külmutuskamber, J – jahuti, Dr ja Dr* – drosselventiilid**



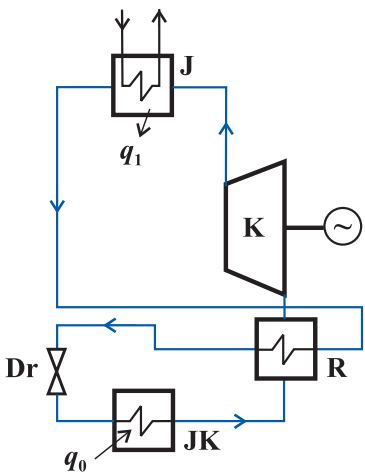

**Joonis 9.12. Jahutus- ja külmutuskambriga ühekompressorilise aurukompressor-jahutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Ühekompressorilise kahe jahutuskambriga aurukompressor-külmutusseadme jahutustegur

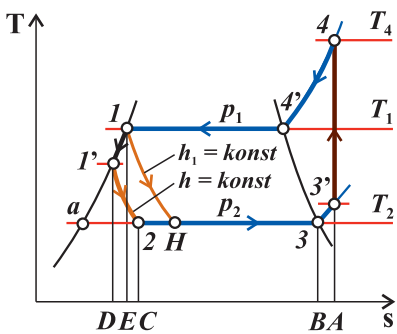
$$\varepsilon_t = \frac{q_{0*} + q_{0**}}{l} = \frac{(h_{1'} - h_{2'}) + (h_3 - h_2)}{h_4 - h_3}. \qquad (9\text{-}20)$$

Aurukompressor-külmutusseadme tõhusust on võimalik tõsta soojuse regeneratsiooni abil (seadme skeem joonisel 9.13). Kondensaatorist (jahutist) väljuv vedelik jahtub, läbides kompressori ette paigutatud soojusvaheti (regeneraatori), sest jahutuskambrist väljuva jahutusagensi temperatuur on madalam kui jahutist väljuval vedelikul. Soojuse regeneratsioon suurendab jahutuskambris üleantavat soojushulka $q_0$. Kompressori tarbitav töö muutub seejuures vähe.

Aurukompressor-külmutusseadme regeneratiivne ringprotsess on kujutatud *Ts*-koordinaadistikus joonisel 9.14. Joon *1 1'* kajastab jahutist väljuva vedeliku isobaarset jahtumist rõhul $p_1$ regeneraatoris (eeldatakse kulgemist mööda alumist piirkõverat). Teisalt aga tõuseb jahutuskambrist väljuva auru temperatuur, kui aur on regeneraatorisse sisenemisel kuivas küllastunud olekus (punkt *3'*). Seda väljendab mööda isobaarjoont $p_2$ kulgev lõik *3 3*'. Aur suundub kompressorisse nõrgalt ülekuumendatuna. Kui aga aur on niiske, siis temperatuur ei muutu. Joon *1'2* näitab keha temperatuuri langust drosseldamisel rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$. Regeneratiivse ringprotsessi korral nihkub punkt *2* vasakule (regeneratsioonita protsessi korral punkt *H*), mille tulemusel kehale antav soojushulk $q_0 = h_3 - h_2$ suureneb. Regeneraatoris üleantud soojushulk $q_r = h_1 - h_{1'} = h_{3'} - h_3 = \square E11'DE = \square B33'AB$. Isoentroopset rõhutõusu kompressoris väljendab joon *3' 4*.




**Joonis 9.13. Regeneratiivse aurukompressor-külmutusseadme skeem: Dr – drosselventiil, R – regeneraator (ülejäänud tähised joonisel 9.11)**




**Joonis 9.14. Regeneratiivse aurukompressor-külmutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Regeneratiivse aurukompressor-külmutusseadme ringprotsessi jahutustegur

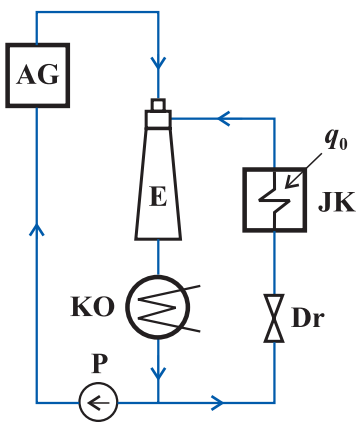
$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{h_3 - h_2}{h_4 - h_{3'}}. \tag{9-21}$$

### 9.1.4 Auruejektor-jahutusseade

Auruejektor- ehk aurujugapump-jahutusseade (joonis 9.15) erineb aurukompressor-soojustransformaatorist selle poolest, et siin ei kasutata jahutusagensi komprimeerimiseks mehaanilist energiat, vaid välissoojust aurujoa kineetilise energia näol. Auruejektor-jahutusseadet rakendatakse tavaliselt mõõdukalt madala temperatuuri saamiseks (+3 kuni +10 °C), kuid välistatud ei ole selle kasutamine ka madalama temperatuuri taotlemisel. Mõõdukalt madala temperatuuri saamiseks on jahutusagensina võimalik kasutada veeauru. Kuna veeauru erimaht madalal temperatuuril on üsnagi suur, siis kompressor-jahutusseadme korral tingib see vajaduse suuremõõtmelise kompressori järele, muutes kogu külmutusseadme liialt kogukaks. See on ka üks olulisi põhjusi, miks veeaurul töötavates jahutusseadmetes kasutatakse kompressori asemel auruejektorit, vaatamata selle madalale efektiivsusele.

Küllastustemperatuuril olev vedelik drosseldatakse drosselventiilis Dr rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$, mille jooksul jahutusagensi temperatuur langeb $T_1$-lt $T_2$-ni, ning suunatakse jahutuskambrisse (aurustisse) JK, kus ta saab soojushulga $q_0$. Aurustist väljuv kõrge kuivusastmega aur rõhul $p_2$ läheb auruejektori E segunemiskambrisse. Samasse suundub ka ejektori düüsist suure kiirusega väljuv aur, põhjustades rõhu alanemise aurugeneraatori rõhult $p_{\mathrm{c}}$ rõhuni $p_2 < p_1$.

Aurugeneraatorist AG düüsi suunduv aur genereeritakse välissoojuse arvel. Segunemiskambrist väljuva auru rõhk tõuseb ejektori difuusoris rõhuni $p_1$, misjärel aur veeldatakse kondensaatoris KO. Auru kondenseerumisel vabanev soojus kantakse kondensaatori soojusvahetuspinna kaudu ümbruskeskkonda (nt kondensaatori jahutusveele). Kondensaatorist väljudes jaguneb vedelikuvoolus rõhul $p_1$ kaheks: üks osa suundub drosselventiili, teine osa aga pumbatakse aurugeneraatorisse rõhul $p_{\mathrm{c}}$.




**Joonis 9.15. Auruejektor-jahutusseadme skeem: AG – aurugeneraator, E – ejektor, KO – kondensaator, JK – jahutuskamber, Dr – drosselventiil, P – pump**

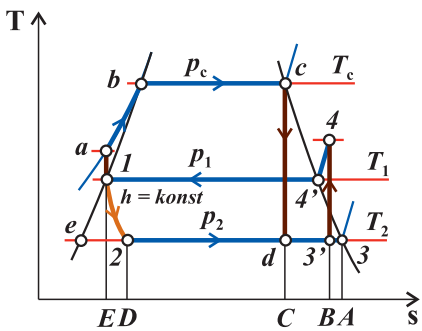
Auruejektor-jahutusseadme ideaalne ringprotsess on kujutatud *Ts*-diagrammina joonisel 9.16. Lõik *12* joonisel kujutab auru isoentalpset rõhulangust drosselventiilis ja lõik *23* soojuse isobaarset-isotermset ülekannet jahutuskambri keskkonnalt jahutusagensile. Punkt *d* vastab auru olekule düüsist väljumisel. Düüsist väljuv aur seguneb jahutuskambrist tuleva auruga, moodustunud segu olekule vastab punkt *3*' isobaarjoonel punktide *d* ja *3* vahel. Vertikaaljoon *3*'*4* tähistab auru isoentroopset rõhutõusu ejektori difuusoris ja joon *44*'*1* auru kondenseerumist kondensaatoris. Vedeliku rõhu tõusu pumbas väljendab joon *1a* (isoentroopne protsess) ning vedeliku isobaarset kuumutamist ja aurustumist aurugeneraatoris joon *abc*. Auru isoentroopset paisumist ejektori düüsis kujutab vertikaaljoon *cd*.

Seade koosneb kahest kontuurist. Esimene kujutab ringlust aurugeneraatori ja auruejektori vahel, teine jahutuskambri ja segunemiskambri vahel. Ringleva jahutusagensi hulgad nendes kontuurides on erinevad.

Kuna *Ts*-diagramm väljendab aine omadusi 1 kg keha kohta, siis on ratsionaalne taandada kõik kvantitatiivsed suurused ühtedele ja samadele lähtetingimustele. Antud juhul on ühikuliseks suuruseks valitud aurugeneraatorist väljuv aurukogus. Kui jahutuskambrisse siseneb *m* kg jahutusagensit 1 kg aurugeneraatorist väljuva auru kohta, siis läbib ejektorit (1+*m*) kg auru. Siit lähtuvalt võrdub jahutuskambris aurule üleantav soojushulk $q_0$ pindalaga $m$□*D23AD* ja komprimeerimistöö difuusoris $l_k = (1+m)$ □*3*'*44*'*1e3*' (on eeldatud isobaarjoone $p_1$ ühtimist alumise piirkõveraga). Ümbruskeskkonda üleantav soojushulk $q_1 = (1+m)$ □*B44*'*1EB* ja aurugeneraatoris kehale üleantav soojushulk $q_k$ = □*EabcCE*.

Ideaalse auruejektor-jahutusseadme tõhusust iseloomustab teoreetiline soojuskasutustegur $\chi_t$. Viimase all mõistetakse jahutuskambris jahutusagensile üleantud soojushulga suhet aurugeneraatorisse suunatud soojushulka:

$$\chi_t = \frac{q_0}{q_k}. \qquad (9\text{-}22)$$




**Joonis 9.16. Auruejektor-jahutusseadme ringprotsess *Ts*-diagrammil**

Kasutame joonisel 9.16 märgitud tähiseid, siis

$$\chi_{\mathrm{t}} = \frac{m(h_3 - h_2)}{(h_{\mathrm{c}} - h_{\mathrm{a}}) - v(p_{\mathrm{c}} - p_1)}. \tag{9-23}$$

Liige $v(p_{\mathrm{c}} - p_1)$ valemis väljendab pumba tarbitavat tööd.

Soojuskasutustegurit ei saa otseselt kõrvutada pöördringprotsessi jahutustegurigа, küll võib seda teha ligikaudselt. Olgu $l^*$ töö, mida võiks saada aurugeneraatoris jahutusagensile siirdunud soojushulgast ringprotsessis, mis toimub temperatuurivahemikus $T_{\mathrm{c}}$ kuni $T_1$. Sellist ringprotsessi iseloomustab termiline kasutegur $\eta_{\mathrm{t}} = l^*/q_{\mathrm{k}}$ ning jahutustegur avaldub suhtena

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{\chi_{\mathrm{t}}}{\eta_{\mathrm{t}}}. \tag{9-24}$$

Esimeses lähenduses võib $\eta_{\mathrm{t}}$ lugeda võrdseks Carnot' ringprotsessi termilise kasuteguriga.

Termodünaamilisest seisukohast jääb auruejektor-jahutusseade aurukompressorseadmele alla, eelkõige suure energiakao tõttu vooluste segunemisel ejektori segunemiskambris. Selle taamuse korvab aga seadme lihtne ehitus ja kompaktsus.

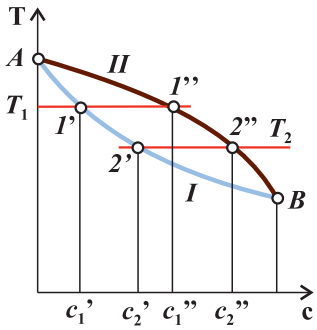
### 9.1.5 Absorptsioonjahutusseade

Absorptsioonjahutusseadmes kasutatakse soojuse transformeerimiseks soojust ennast. Seetõttu erineb seadme tööpõhimõte eespool vaadeldud külmutusseadmete omast. Absorptsioonseadmes rakendatakse termodünaamilise keha rõhu tõstmiseks termokeemilist komprimeerimist. Selleks tarbitakse soojust ümbrustemperatuurist kõrgema temperatuuriga soojusallikalt. Termodünaamiliseks kehaks on siin binaarlahus, mis on kahe erinevate termodünaamiliste omadustega aine segu.

Absorptsioonjahutusseadmes kasutatakse lahuse omadust absorbeerida auru. Erinevalt puhtast ainest on lahusel võime absorbeerida teatud koostisega auru teistsuguse koostisega lahusest, kui esimese temperatuur on teise omast kõrgem. Allpool uurimegi binaarlahuse omadusi sellest vaatepunktist lähtudes.

Kahest erineva keemistemperatuuriga ainest koosneva binaarlahuse püsirõhuline keemistemperatuur sõltub komponentide vahekorrast lahuses. Lahuse keemistemperatuur on seda kõrgem, mida suurem on kõrgema keemistemperatuuriga aine kontsentratsioon lahuses. Oluline on ka see, et keemisel moodustuvas aurus on madalama keemistemperatuuriga osise kontsentratsioon alati kõrgem kui keevas vedelikus.

Selgitame binaarlahuse käitumist joonisel 9.17 esitatud olekudiagrammi abil. Püstteljele on kantud lahuse temperatuur, rõhtteljele aga madalama keemistemperatuuriga aine massikontsentratsioon lahuses.



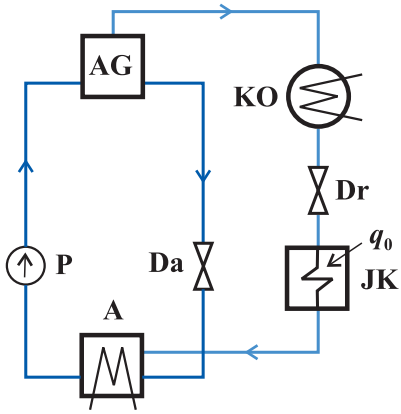

**Joonis 9.17. Binaarlahuse olekudiagramm: *I* – vedelik, *II* – aur**

Diagramm on koostatud kindlale rõhule. Joon *I* väljendab vedeliku kontsentratsiooni ja temperatuuri vahelist seost, joon *II* aga vedelikuga termodünaamilises tasakaalus oleva küllastunud auru ja temperatuuri seost. Punktid *A* ja *B* vastavad binaarlahuses olevate puhaste ainete keemistemperatuurile. Kontuur *AIBIIA* moodustab binaarlahuse tasakaalu piirkõvera. Olekudiagrammilt nähtub, et antud temperatuuril (nt $T_1$) on ainete kontsentratsiooni vahekord vedelikus ja temaga termodünaamilises tasakaalus olevas küllastunud aurus erinev.

Kui keeval vedelikul on olekus *1'* kontsentratsioon $c_1'$, siis temaga tasakaalus oleva küllastunud auru olek on määratud punktiga *1"*, millele vastab kontsentratsioon $c_1''$. Ilmselt $c_1' < c_1''$. Seetõttu võib binaarlahuse küllastunud aur kontsentratsiooniga $c_1''$ olla termodünaamilises tasakaalus ainult vedelikuga, mille kontsentratsioon on $c_1'$. Sama seaduspärasus kehtib ka temperatuuril $T_2 < T_1$. Kui viia kokku küllastunud aur kontsentratsiooniga $c_2''$ ja temperatuuriga $T_2$ ning vedelik temperatuuril $T_1$ kontsentratsiooniga $c_1'$, mille suhtes aur kontsentratsiooniga $c_2''$ on allajahtunud olekus, hakkab aur kondenseeruma ning vedelik absorbeerib auru. Kirjeldatud protsess toimub püsirõhul. Auru kondenseerumise ehk absorptsiooni käigus eraldub temperatuuril $T_1$ kondensatsioonisoojus, mis tuleb protsessist välja viia. Moodustub lahus kontsentratsiooniga $c$, kusjuures $c > c_2'$. Siit nähtub, et auru kondenseerumise käigus vabanev soojus siirdub jahedamalt kehalt kuumemale.

Kasutatavam jahutusagens absorptsioonjahutusseadmetes on ammoniaagi vesilahus.

Absorptsioonjahutusseadme skeem on joonisel 9.18. Aurugeneraatoris AG binaarlahusest moodustuv kõrge kontsentratsiooniga aur kondenseeritakse kondensaatoris KO ümbrustemperatuuril $T_0$. Vedeliku aurustamiseks suunatakse aurugeneraatorisse soojushulk $q_k$. Kondensaatorist väljuv vedelik drosseldatakse drosselventiilis Dr rõhult $p_1$ rõhuni $p_2$. Drosseldusprotsessis langeb jahutusagensi temperatuur $T_1$-lt jahutuskambri temperatuurini $T_2$, moodustub niiske aur. Jahutuskambris niiskest aurust isobaarses-isotermses aurustumisprotsessis temperatuuril $T_2$ tekkiv kuiv küllastunud aur (või ka väikese niiskusega aur) suundub absorberisse A, kuhu antakse aurugeneraatorist läbi drosselventiili Da ka madala kontsentratsiooniga jahutusagens rõhu alanemisel $p_1$-lt $p_2$-ni.




**Joonis 9.18. Absorptsioonjahutusseadme skeem: AG – aurugeneraator, KO – kondensaator, Dr ja Da – drosselventiilid, JK – jahutuskamber, A – absorber, P – pump**

Toimub auru kondenseerumine (absorptsioon), mille jooksul kondenseerumissoojus $q_0$ siirdub ümbruskeskkonda. Madalama keemistemperatuuriga komponendi kontsentratsioon vedelikus kasvab absorptsiooniprotsessi tulemusel. Kõrgendatud kontsentratsiooniga vedeliku rõhk tõstetakse $p_2$-lt pumbas rõhule $p_1$ ning suunatakse aurugeneraatorisse. Aurugeneraatorist väljuv vedelik drosseldatakse drosselventiilis Da ning suunatakse absorberist tagasi aurugeneraatorisse. See toiming tasakaalustab ja hoiab muutumatuna erineva keemistemperatuuriga komponentide kontsentratsiooni aurugeneraatoris ja absorberis. Võimalik on ka ilma pumbata loomuliku tsirkulatsiooniga kontuur.

Absorptsioonjahutusseadme efektiivsuse hindamiseks kasutatakse samuti soojuskasutustegurit:

$$\chi_\mathrm{t} = \frac{q_0}{q_\mathrm{k} + v(p_1 - p_2)}, \tag{9-25}$$

kus liige $v(p_1 - p_2)$ väljendab pumba tarbitavat tööd.

Kui hinnata aurugeneraatoris üleantava soojushulga tööks muundamist Carnot' ringprotsessi kaudu, siis absorptsioonjahutusseadme jahutustegur

$$\varepsilon_\mathrm{t} = \frac{\chi_\mathrm{t}}{\eta_\mathrm{c}} = \chi_\mathrm{t} \frac{T_\mathrm{g}}{T_\mathrm{g} - T_0}, \tag{9-26}$$

kus $T_\mathrm{g}$ – temperatuur aurugeneraatoris, $T_0$ – ümbrustemperatuur.

Kehtib järgmine soojusbilansi võrrand:

$$Q_\mathrm{k} + Q_\mathrm{p} + Q_0 = Q_\mathrm{k0} + Q_\mathrm{ab}, \tag{9-27}$$

kus $Q_\mathrm{k}$ – aurugeneraatoris üleantud soojushulk, $Q_\mathrm{p}$ – pumba tarbitava töö soojusekvivalent, $Q_0$ – jahutuskambris üleantud soojushulk, $Q_\mathrm{k0}$ – kondensaatorist ümbruskeskkonda kandunud soojushulk, $Q_\mathrm{ab}$ – absorberist ümbruskeskkonda kandunud soojushulk.

### 9.1.6 Keeristoru-jahutusseade

Keeristoru-jahutusseadme töö põhineb Ranque'i-Hilschi efektil.

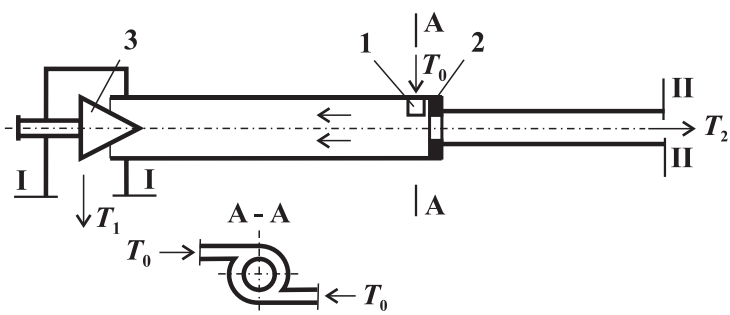
Jahutusefekt saavutatakse temperatuuri langusega rõhu all oleva gaasi (tavaliselt õhu) adiabaatsel paisumisel düüsis, keerisliikumise tekitamise ning erineva pidurdustemperatuuri-gradiendiga radiaalsuunaliste tsoonide moodustumise teel. Keeristoru põhimõtteskeem on joonisel 9.19. Gaas, millel on ümbrustemperatuur $T_0$ ja ümbrusrõhust kõrgem rõhk $p_1$, paisub düüsis 1 ligilähedaselt ümbruskonna rõhuni, omandades suure, tavaliselt helikiirust ületava kiiruse. Seejärel suunatakse gaas tangentsiaalselt ümartorusse, tekitades niimoodi intensiivse torusisese keerisliikumise. Diafragma jagab vooluse kahte ossa, perifeerseks ja telgvooluseks. Perifeerne voolus liigub vasakule, täidab kogu toru mahu ning, läbinud reguleerventiili, väljub ümbruskeskkonda. Ventiiliga seatakse perifeerse vooluse ja telgvooluse massi vahekorda. Telgvoolus läbib diafragma 2 ja väljub paremalt poolt, ristlõikest II-II. Osutub, et telgvooluse temperatuur $T_2$ on madalam ning perifeerse vooluse temperatuur $T_1$ on kõrgem keeristorusse siseneva gaasi temperatuurist $T_0$.

Kui kompressoris on rõhutõusuaste 10, siis võib keeristorus saada temperatuurilanguse kuni 60–70 K. Keeristoru efektiivsust hinnatakse tavaliselt jahutusefekti ja kompressoris gaasi kokkusurumiseks kasutatud töö suhte kaudu, enamasti asetseb see vahemikus 0,10–0,15.

Keeristoru tööpõhimõte seisneb selles, et perifeerse gaasivooluse kiiruse tangentsiaalkomponent alaneb kanali telje suunas ning sellega võrdeliselt väheneb ka gaasi pidurdustemperatuur. Pidurdustemperatuur vastavalt valemile (6-26)

$$T^* = T_{\mathrm{II}} + \frac{\overline{w}_{\mathrm{t}}^2 + \overline{w}_0^2}{2c_{\mathrm{p}}}, \tag{9-28}$$

kus $T_{\mathrm{II}}$ – gaasi temperatuur düüsist väljumisel (adiabaatne paisumine), $\overline{w}_{\mathrm{t}}$ – vooluse keskmine tangentsiaalkiirus, $\overline{w}_0$ – vooluse keskmine telgkiirus, $c_{\mathrm{p}}$ – gaasi isobaarne erisoojus.




**Joonis 9.19. Keeristoru skeem: 1 – tangentsiaaldüüs, 2 – diafragma, 3 – reguleerventiil**

Kuna vooluse tangentsiaalkiirus

$$w_{\mathrm{t}} = \omega r,$$

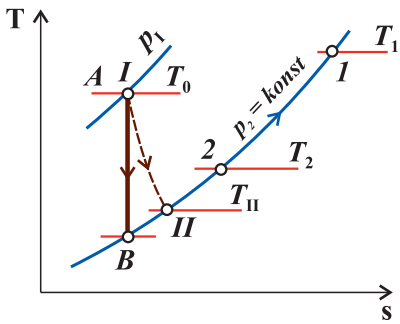
siis

$$T^* = T_{\mathrm{II}} + \frac{(\omega r)^2 + \overline{w}_0^2}{2c_{\mathrm{p}}}. \tag{9-29}$$

Siin $\omega$ – vooluse nurkkiirus, $r$ – raadius.

Valemist (9-30) järeldub, et $T_1 > T_2$, sest toru seina ääres $r = r_0$ ja teljel $r = 0$.

Keeristorus toimuvaid nähtusi selgitab *Ts*-diagramm joonisel 9.20. Siin tähistab lõik *I II* gaasi tagastamatut adiabaatset paisumist düüsis ning jooned *II 1* ja *II 2* vastavalt perifeer- ja telgvooluse isobaarset pidurdumist.




**Joonis 9.20. Keeristorus toimuv jahutusprotsess *Ts*-diagrammil**

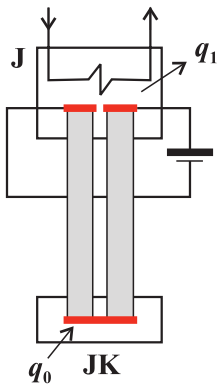
Temperatuurivahemik $T_1$–$T_2$ sõltub diafragmat läbiva gaasi suhtelisest hulgast. Nagu eespool mainitud, saab viimast reguleerida ventiiliga 3 (joonisel 9.19).

Keeristoru efektiivsust on võimalik tõsta, kui soojuslikult isoleeritud seadme asemel kasutada välist vesi- või õhkjahutust. Kui joonisel 9.19 esitatud konstruktsiooni puhul viiakse soojus süsteemist välja läbi ristlõike I-I gaasivooluga, siis välisjahutusel lahkub soojus ka keeristoru seina kaudu.

### 9.1.7 Termoelektriline soojustransformaator

Termoelektrilise soojustransformaatori töö põhineb Peltier' efektil, mis on olemuselt vastupidine termopaaris esinevale Seebecki efektile. Peltier' efekt seisneb nähtuses, kus termoelektrilist ahelat läbiv vool kutsub esile ühe liitekoha kuumenemise ja teise jahtumise, mispuhul soojus kandub üle jahedamalt kehalt kuumemale tarbitava elektrienergia arvel.

Vaatleme termoelektrilise jahutusseadme skeemi joonisel 9.21. Jahutuskambrist JK külmliitekohale üleantav soojushulk $q_0$ kandub elektrilisel teel jahutisse J, kus ta omakorda suundub ümbruskeskkonda.




**Joonis 9.21. Termoelektrilise jahutusseadme skeem (tähised jooniselt 9.1)**

Kuumliitekohas eraldunud ja külmliitekohas üleantud soojushulga vahe ehk vastavalt ringprotsessi üldomadusele töö

$$l = q_1 - q_0 = \alpha I (T_1 - T_2), \tag{9-30}$$

kus $\alpha$ – võrdetegur, $I$ – ahelat läbiv vool, $T_1$ – kuumliitekoha temperatuur, $T_2$ – külmliitekoha temperatuur.

Ideaalse termoelektrilise soojustransformaatori teoreetiline jahutustegur

$$\varepsilon_t = \frac{q_0}{l} = \frac{\alpha I T_2}{\alpha I (T_1 - T_2)} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \tag{9-31}$$

Siit järeldub, et tagastatava ringprotsessiga termoelektrilise soojustransformaatori jahutustegur on samane Carnot' pöördringprotsessi jahutusteguriga.

Tegeliku termoelektrilise soojustransformaatori jahutustegur on energiakadude tõttu tagastatava ringprotsessi jahutustegurist väiksem. Need kaod on põhiliselt tingitud Joule'i soojusest ja elektroodidevahelisest soojusjuhtivusest. Joule'i soojus

$$q_J = R I^2, \tag{9-32}$$

kus $R$ – süsteemi elektritakistus.
Elektroodidevahelisest soojusjuhtivusest põhjustatud soojusvoog

$$q_\lambda = \lambda_e (T_1 - T_2), \tag{9-33}$$

kus $\lambda_e$ – elektroodide efektiivne soojusjuhtivus.

Oletades, et pool eralduvast Joule'i soojusest kandub külmliitekohta ja ülejäänud osa kuumliitekohta, siis jahutuskambris ülekantud soojushulk

$$q_0' = \alpha I T_2 - \frac{1}{2} q_J - q_\lambda. \tag{9-34}$$

Elektriline töö kulub soojuse üleviimiseks jahedamalt kehalt kuumemale ja elektritakistuse ületamiseks (Joule'i soojus). Seega tegelikus ringprotsessis tarbitud töö

$$l' = \alpha I (T_1 - T_2) + q_\mathrm{J}$$

ning tegelik jahutustegur

$$\varepsilon = \frac{q_0'}{l'} = \frac{\alpha I T_2 - \frac{1}{2} q_\mathrm{J} - q_\lambda}{\alpha I (T_1 - T_2) + q_\mathrm{J}} = \frac{\alpha I T_2 - \frac{1}{2} I^2 R - \lambda_\mathrm{e} (T_1 - T_2)}{\alpha I (T_1 - T_2) + I^2 R}. \qquad (9\text{-}35)$$

Mida suurem on teguri $\alpha$ arvväärtus ning mida väiksem on elektriahela takistus ja efektiivne soojusjuhtivus, seda suurem on jahutustegur. Mainitud suurusi käsitletakse sageli ühtse funktsioonina arvust $y = \alpha^2/\lambda_\mathrm{e} R$. Mida suurem on $y$, seda suurem on ka jahutustegur. Arv $y$ on suurim pooljuhtmaterjalil, mis on andnud sellele teiste materjalide ees suure eelise.

Energiakadudest $q_\mathrm{J}$ ja $q_\lambda$ tingituna on termoelektrilised soojustransformaatorid termodünaamilisest seisukohast vähetõhusad. Tänu nende lihtsale ehitusele ja suurele töökindlusele on nad siiski laialt levinud.

## 9.2 Gaaside veeldamine

Vedelgaasi saamine on olulise tähtsusega tehniline probleem. Gaasi veeldamist kasutatakse näiteks gaaside lahutamiseks üksteisest gaasisegus ja lisanditest vabastamiseks. Vedelgaasi kasutatakse gaasi transpordi hõlbustamiseks, vedelkütusena jne.

Gaasilises olekus keha on võimalik muuta vedelaks ainult siis, kui veeldatava gaasi temperatuur on aine kriitilisest temperatuurist madalam.

Gaasi veeldamisel on palju ühist soojuse transformatsiooniprotsesside termodünaamikaga, kuid on ka mõningaid erinevusi. Kui soojustransformaatorites kantakse soojus üle madalama temperatuuriga kehalt kõrgema temperatuuriga kehale soojuskandja (jahutusagensi) kaudu, siis gaasi veeldamisel on termodünaamiliseks kehaks tavaliselt veeldatav gaas ise (vähemalt veeldamisprotsessi lõppfaasis).

Gaasi veeldamise meetoditest tutvume kahe tuntuimaga.

*Linde meetod* põhineb veeldatava gaasi drosseldamisel. Seda rakendatakse siis, kui gaasi lähtetemperatuur on madalam inversioonitemperatuurist.

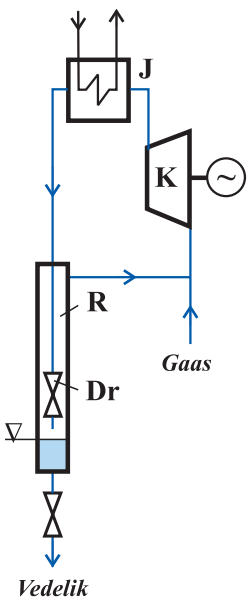
Linde protsessi skeem on joonisel 9.22. Veeldatav gaas segatakse kondenseerumata gaasiga eelmisest tsüklist, komprimeeritakse tavaliselt mitmeastmelises vahejahutustega (joonisel ei ole näidatud) kompressoris K, jahutatakse seejärel soojusvahetis J ümbrustemperatuurini ning drosseldatakse drosselventiiliga Dr. Drosselventiili läbides gaas jahtub. Ühekordne drosseldamine ei ole gaasi veeldamiseks sageli küllaldane, gaas jahtub ainult osaliselt. Jahtunud gaas, läbides

vastuvoolusoojusvaheti (regeneraatori R), suundub lähtegaasiga segatuna uuesti kompressorisse. Soojuse regeneratsiooni tõttu alaneb gaasi temperatuur enne drosselventiili ning koos sellega langeb ka temperatuur drosselseadmest väljumisel. Kirjeldatud protsessi korratakse senikaua, kuni keha saavutab drosselist väljumisel ettenähtud rõhule vastava küllastustemperatuuri. Edasises protsessi käigus temperatuur enam ei lange, sest gaas kondenseerub. Drosselventiilist väljuvast kahefaasilisest segust eraldatakse vedelik, gaas aga läbib regeneraatori ning naaseb kompressorisse.

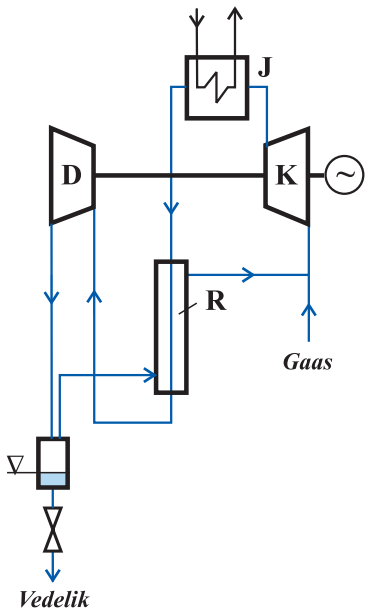
Kui veeldatava gaasi lähtetemperatuur (keskkonnatemperatuur) on kõrgem inversioonitemperatuurist, tuleb gaasi eelnevalt jahutada. Selleks võib kasutada teisi veeldatud gaase. Näiteks hapniku veeldamiseks jahutatakse teda vedela ammoniaagiga, vesinikku jahutatakse vedela lämmastiku ning heeliumit vedela vesinikuga.

*Claude'i meetodi* puhul, erinevalt Linde protsessist, rakendatakse veeldatava gaasi adiabaatse drosseldamise asemel adiabaatset paisumist detandris.

Nagu veendusime jaotises 6.4.2, on adiabaatne temperatuuritegur $\alpha_s$ keha adiabaatsel paisumisel (keha teeb tööd) antud rõhuvahemikus suurem Joule'i-Thomsoni tegurist $\alpha_i$. Seepärast on protsessi lõpptemperatuur gaasi adiabaatsel paisumisel antud algparameetritelt kuni antud lõpprõhuni alati madalam kui adiabaatsel drosseldamisel.




**Joonis 9.22. Gaasi veeldamisprotsess Linde meetodil: K – kompressor, R – regeneraator, Dr – drosselventiil, J – jahuti**




**Joonis 9.23. Gaasi veeldamisprotsess Claude'i meetodil: D – detander (ülejäänud tähised jooniselt 9.22)**

Claude'i protsessi skeemilt (joonis 9.23) näeme, et siin kasutatakse drosselventiili asemel detandrit. Et adiabaatsel paisumisel keha temperatuur alati langeb, siis võib gaasi eeljahutamisest (vajalik Linde meetodi puhul, kui $T_0 < T_i$) loobuda.

Termodünaamilisest seisukohast on Claude'i protsess tõhusam, kuid seadme konstruktsiooni lihtsuse poolest on Linde protsess eelistatum.

**Teine osa**

# PÕLEMINE. KEEMILINE TERMODÜNAAMIKA

Termodünaamikas ei ole esiplaanil küsimus, kust võetakse protsessiks vajalik energia, mis soojusena siirdub süsteemi. Enam huvitab meid see, kui suurt osa sellest on võimalik muundada kasulikuks tööks. Termodünaamilises mõttes tähendab see, et peab olema teatud kuum soojusallikas, millest ammutada energiat (siseenergiat, entalpiat) sooritatava soojustehnoloogilise protsessi tarbeks. Süsteemi ülekantava soojuse kvalitatiivse väärtuse määrab keha temperatuur keskkonna temperatuuri suhtes – mida kõrgem see on, seda suurem on kehalt siirduva soojuse hulk, ühtlasi ka keha eksergia väärtus näiteks kasulikuks tööks muundamise seisukohast. Termodünaamikas on kesksel kohal soojushulga mõiste ja vajalikud tingimused selle muundamisel kasulikuks tööks.

Looduses napib kehi, mille temperatuur oleks keskkonna temperatuuri suhtes piisavalt kõrge, et kooskõlas termodünaamika seadustega saada sellelt sobival hulgal kasulikku energiat, mida muuta näiteks mehaaniliseks tööks. See olukord sunnib otsima teisi võimalusi. Üks üldtuntud võimalus peitub keemilistes reaktsioonides, sellistes, milles aine keemiline energia muutub keha siseenergiaks (entalpiaks) koos keha temperatuuri samaaegse tõusuga. Sääraste reaktsioonide seas on üliolulised kütuse põlemisreaktsioonid ja vabaneva energia ülekanne põlemisgaasile. Samalaadne on ka aatomituumade lagunemisreaktsioon, mille käigus vabanev energia läheb soojusülekande teel otse üle mingile teisele kehale, näiteks veele tuumareaktoris.

Õpiku teine osa on pühendatud kütuste omaduste, kütuse põlemisel vabaneva energia ja põlemiskiiruse käsitlusele. Tuuakse ülevaade tähtsamatest kütuse liikidest, nende koostisest ja iseloomulikest omadustest. Põlemiskiirus näitab sisuliselt soojuse vabanemise intensiivsust põlemisprotsessis. Käsitletakse ka keemilist termodünaamikat. Kuna sellel on otsene side kütuse põlemisprotsessidega, siis hõlmatakse keemilise termodünaamika esitamisel ka põlemisreaktsioonid.

Õpikus vaadeldakse vaid orgaanilisi kütuseid, kõrvale on jäetud tuumakütus. Orgaaniline kütus on aine, mille osiste ühinemisel hapnikuga tekib keemiliste reaktsioonide tagajärjel põlemisgaas, kuhu läheb ka põlemisel vabanev keemiline energia. Põlemisgaasi siseenergia (entalpia) kasvab ja temperatuur tõuseb, millega põlemisgaas kui kõrgema temperatuuriga keha tagab keemilise energia muundamise kasulikuks tööks, ühtlasi luues ka võimaluse kasutada keemilist energiat kõrget temperatuuri nõudva protsessi toimumiseks.

Kütuse põlemine on füüsikalis-keemiliste nähtuste kooslus, milles kütuse osised ühinevad hapnikuga.

Kütuse põlemist võib esitada kui termodünaamika seaduste rakendamist keemilistele reaktsioonidele. Lähtealus on siingi massi ja energia jäävuse seadus ning termodünaamika teine seadus.

Põlemise sisuks on ühinemisreaktsioonid kütuse põlevkomponentide ja hapniku vahel. Nende reaktsioonide käigus eraldub energia, mis on ekvivalentne kütuse

põlemissoojusega võrduva küttevääртusega. Tähtsaimad põlevkomponendid kütuses on süsinik ja vesinik, vähemal määral ka väävel. Vajalik põlemishapnik võetakse tavaliselt õhust.

Kütuse põlemiseks nõutav õhuhulk ja põlemisgaasi osiste kogused leitakse põlemisreaktsioonide stöhhiomeetrilistest võrranditest.

Põlemine on põlevaine ja hapniku vahel kulgev iseeneslik protsess ajas, mis vastavalt termodünaamika seadustele kestab põlemises osalevate ainete tasakaalu saabumiseni. Enamkasutatava temperatuuri tingimustes on lähteosiste kogus põlemisgaasis siiski niivõrd väike, et põlemisprotsessi võib pidada lõpuni kulgevaks.

Nagu mainitud, on kütuse põlemine isekulgev protsess, mis eeldab kütuse eelnevat süttimist, seda iseloomustab aga omakorda süttimistemperatuur. Süttimisele eelnev protsess seisneb kahes vastandlikus, temperatuurist sõltuvas nähtuses: kütuse ja hapniku vahelise reaktsiooni soojuse eraldumises ning selle lahkumises süsteemist. Kütus süttib ja katkematu põlemine saab jätkuda siis, kui esimene mainitud soojushulkadest ületab teise. Nende protsesside intensiivsuse võrdsus määrab süttimistemperatuuri. Süttimistemperatuur ise oleneb mitmest süsteemisisesest ja -välisest parameetrist, ega ole seetõttu kütuse püsiväärtus.

Tuntakse homogeenset ja heterogeenset põlemist. Homogeense põlemise korral on nii kütus kui ka hapnik gaasilises olekus. Selle näiteks on gaaskütuse põlemine. Heterogeensel põlemisel on kütus tahkes või vedelas olekus, hapnik aga gaasilises. Siin on tüüpnäideteks vedel- ja tahkekütuse põlemine.

Põlemine on kaheetapiline nähtus. Esiteks on vajalik kontakt kütuse ja hapniku molekulide vahel, teiseks nende ühinemisreaktsioon. Esimene nendest on füüsikaline protsess, teine aga olemuselt keemiline nähtus.

Kütuse ja hapniku molekulide vahelise kontakti saavutamisel on määrava tähtsusega difusioon, mis hõlmab gaasifaasis aine ülekandenähtused. Difusiooni intensiivsuse määrab *Ficki* seadus, mille kohaselt difundeeruva aine voog on võrdeline kontsentratsioonigradiendi ja difusioonitegurigа. Difusioonitegur on aineti erinev, kuid teatud määral temperatuurist sõltuv suurus. Keemilise reaktsiooni kiirus allub *Arrheniuse* seadusele, mille kohaselt ta on temperatuurist ülitugevalt sõltuv eksponentfunktsioon. Keemiline reaktsioon on üldiselt seda intensiivsem, mida kõrgem on reageeriva aine kontsentratsioon. Öeldust saab järeldada, et kõrgel põlemistemperatuuril domineerivad difusiooninähtused, madalamal temperatuuril sageli aga reaktsioonikineetikaga määratud protsessid.

Põlemisreaktsioonide uurimine on keemilise termodünaamika osa, seda käsitletakse õpiku vastavas peatükis. Keemiline termodünaamika on termodünaamika alusseaduste laiendamine süsteemile, kus aine koostis muutub. Kui muutumatu keemilise koostisega aine korral on keha olek määratud ainult süsteemi olekuparameetritega (nt temperatuuri ja rõhuga), siis keemiliste reaktsioonide toimumi-

sel tuleb arvestada süsteemi koostise muutusega. See asjaolu lisab süsteemi kirjeldusele uue parameetri, mis iseloomustab reaktsioonides osalevate ainekoguste omavahelist suhet. Süsteemis aset leidvate keemiliste reaktsioonidega kaasneb alati soojusefekt kas soojuse eraldumise või neeldumise näol. Keemilise termodünaamika ülesandeid ongi reaktsioonides osaleva soojuse hulga määramine, kuid ka keemilise reaktsiooni võimalikkuse ning reaktsiooni suuna ja ulatuse väljaselgitamine etteantud tingimustel.

Raamatu teises osas käsitletakse keemilise termodünaamika raames üldkujul ka kütuseelemendi toimimise põhimõtet, mis selgitab kütuse keemilise energia muundamist otse elektrienergiaks madalatemperatuurilises oksüdatsiooniprotsessis elektrolüüdi vahendusel.

**Kümnes peatükk**

# KÜTUS. PÕLEMISE STÖHHIOMEETRIA

## 10.1 Kütus

### 10.1.1 Kütuse liigid

Käesolevas peatükis käsitatakse kütusena ainet, mille reageerimisel hapnikuga eraldub suurel hulgal soojust. Soojuse väikseimat kogust, mis lubaks mingi aine selle põlemisel eralduva soojuse alusel kütuste hulka arvata, ei ole võimalik täpselt määrata, kuivõrd see sõltub põletustehnoloogiast, aga ka majanduslikest kaalutlustest. Tavaliselt siiski loetakse kütuseks selline aine, mis etteantud tingimustel ühineb hapnikuga küllalt kiiresti, on looduses laialt levinud ning mille põlemissaadused on gaasilised (põlemisgaas).

Agregaatoleku alusel jagunevad kütused gaas-, vedel- ja tahkekütusteks. Tahkekütuste hulka kuuluvad söed (pruunsüsi, kivisüsi), põlevkivi, turvas ja puit koos teiste taastuvate biokütustega. Fossiilkütused on toorõli (nafta), maagaas, söed ja põlevkivi.

Fossiilkütused võib jaotada tekketingimuste järgi kahte suurde ritta.

*Söerida,* milles on sedimentogeense orgaanilise ainega rikastunud kivimid.

*Naftarida*, kuhu kuuluvad oma vedela oleku läbi esialgse tekkekoha hüljanud kütused.

Söerea kütused omakorda jagunevad kaheks: huumus- ja sapropeelkütusteks. Kuigi kummagi rea kütuste tekkeprotsessis toimus sette söestumine ehk grafiidistumine peamiselt just muunduse viimasel etapil, mistõttu söestumisprotsessid on teatud määral sarnased, on söestumise lõppjärgus moodustunud kütuste omadused siiski suuresti erinevad.

*Huumuskütuste tekkerida*: maismaataimed → turvas → pruunsüsi → kivisüsi → antratsiit. Huumuskütuste mitmekesisuse (turbast antratsiidini) tingib kütuse lähteainete bioloogilise lagunemise erinev aste.

Turvas on tekkinud sootaimede biokeemilise humifitseerumise tulemusena hapnikuvaeguses (anaeroobsus) mikroorganismide osalusel.

Taime rakukestad koosnevad peamiselt tselluloosist, hemitselluloosist ja ligniinist. Lagunemissoodumuselt jagunevad taimkatte koostisosad keemilisest struk-

tuurist johtuvalt kahte rühma: kergesti lagunevad (peamiselt tselluloos, hemitselluloos, valgud jt) ja raskesti lagunevad (enamasti ligniin, vaigud, vahad, lipiidid jt). Esimese rühma aine söestumisel lahkuvad sellest lenduvad ja vees lahustuvad osised, mis seega ei jää kütusesse. Teise rühma aine polümeriseerub ja tiheneb nooremate kihtide raskuse all. Seetõttu rikastub huumuskütus vananemisel süsinikuga, vaesub aga vesiniku ja hapniku poolest. Samuti kahaneb kütuses lendaine hulk, kuid ühtlasi kasvab seotud süsiniku sisaldus.

*Sapropeelkütuste tekkerida*: ainuraksed organismid ja alamad taimed → sapropeel → sapropeelsüsi.

Põlevkivi kuulub samasse rühma. Põlevkivi on orgaanilist ainet (nn kerogeeni) sisaldav settekivim, mille lähteaineks on olnud ainuraksete organismide, bakterite, vetikate ning füto- ja zooplanktoni orgaanilised ühendid. Põlevkivi orgaanilise aine eripära võrreldes huumuskütustega on vesiniku- ja hapnikurikkus.

Kütused liigitatakse veel looduslikeks ja tehiskütusteks. Looduslikud kütused on söe- ja naftarea kütused, ka biokütused kuuluvad samasse rühma. Tehiskütused on tavaliselt loodusliku kütuse töötlemise tulemus. Tahkekütustest kuulub siia kõigepealt koks. Tehisvedelkütus on nafta töötlemisel saadav bensiin, petrool, diiselkütus jt ning tahkekütuse töötlemisel saadav vedelkütus (nt põlevkiviõli) või gaas.

Kütuse oksüdeerimisprotsessi (hapnikuga ühinemise) keemilised reaktsioonid kokku moodustavad põlemise. Hapnikuga reageerivad tähtsamad elemendid kütuses on süsinik ja vesinik, sageli lisandub nendele veel väävel. Küllaltki oluline kütuse koostisosa, eriti just mõju seisukohalt keskkonnale, on ka lämmastik.

Puhtas hapnikus põletatakse kütust üpris harva, tavaline on põletamine õhuhapniku arvel, mis aga ei välista kasutamast muid hapnikku sisaldavaid aineid, sealhulgas ka kütuse enda hapnikku.

Kuiv õhk sisaldab (mahu- või mooliprotsentides) 20,9% hapnikku, 78,1% lämmastikku, 0,9% argooni, lisaks veel süsihappegaasi, vesinikku, heeliumi, neooni jt. Tehnilistes arvutustes käsitletakse argooni üheskoos lämmastikuga, lämmastiku hulgaks õhus võetakse 79%, hapniku hulgaks 21%. Põlemisel õhus kaasab iga mahuühik (mool) hapnikku 3,76 mahuühikut (mooli) lämmastikku.

Kütuse põlemisel õhukeskkonnas käitub lämmastik kui inertgaas (välja arvatud üliväike osa, mis reageerib hapnikuga lämmastikoksiidideks).

Õhulämmastiku mõju põlemisprotsessile ja seadme (nt aurukatla) soojusbilansile on märkimisväärne. Nimelt vähendab lämmastik tunduvalt hapniku kontsentratsiooni gaasilises keskkonnas nii põlemisprotsessi alguses kui ka selle käigus. Kuna lämmastik siseneb põlemiskambrisse tavaliselt madalal temperatuuril, kuid lahkub seadmest palju kõrgema temperatuuriga, siis viib ta endaga kaasa märgatava osa põlemisprotsessis põlemisgaasi siirdunud energiast.

Põlemisõhk sisaldab tavaliselt ka niiskust veeauru näol, mida tuleb arvestada soojus- ja massibilansi koostamisel. Õhu niiskust käsitatakse nagu lämmastikkugi inertgaasina, mis otseselt põlemisreaktsioonides ei osale, kuid võib mõjutada põlemisgaasi osiste kontsentratsiooni. Sõltuvana kastepunkti väärtusest võib õhu niiskus esineda ka piiskadena. (Veeauru õhus vaadeldi jaotises 5.2.)

### 10.1.2 Kütuse koostis

Tahkekütus koosneb põlevosast, mineraalosast ja niiskusest. Ka vedelkütuses võib olla mõningal määral mineraallisandeid ja vett, kuid tavaliselt niivõrd vähe, et nendega ei ole vaja arvestada. Kütuse põlevosa koosneb omakorda orgaanilisest ainest ja püriitsest väävlist. Orgaanilise osa moodustavad süsiniku, vesiniku, väävli, hapniku ja lämmastiku kõrgmolekulaarsed ühendid. Tuntakse ka kütuseid, mille orgaaniline osa võib vähesel määral sisaldada leelismetalle ja kloori. Peamised koostisosad kõigis kütustes on siiski süsinik ja vesinik, kuid nooremates huumuskütuse liikides ja põlevkivis ka hapnik. Hapnik kütuse orgaanilises osas vähendab süsiniku ja vesiniku osa selles ning ühtlasi ka kütuse põlemissoojust.

Väävel võib tahkes kütuses esineda kolmeti: orgaaniline väävel $S_o$, püriitne väävel $S_p$ ja sulfaatne väävel $S_s$. Orgaaniline väävel kuulub kas orgaanilise aine molekuli koostisesse või esineb eheda väävlina. Püriitne väävel on seotud rauaga ühendi $FeS_2$ kujul. Sulfaatset väävlit leidub sulfaatsetes ühendites, näiteks $CaSO_4$, $MgSO_4$ jt. Kütuse orgaanilise ja püriitse väävli summat

$$S_{o+p} = S_o + S_p$$

nimetatakse põlevväävliks.

Vedelkütuses võib kohata orgaanilist väävlit, gaaskütuses on seda kas väävelvesinikuna $H_2S$ või vääveldioksiidina $SO_2$.

Väävel on kütuses ebasoovitav komponent, mis enamasti toimib põletusseadmele kahjustavalt. Pealegi vabaneb väävli põlemisel süsinikuga võrreldes mitmeid kordi vähem soojust.

Kütust sellisel kujul, nagu teda kasutatakse (tarbitakse), nimetatakse tarbimiskütuseks ehk tarbimisaineks. Tarbimiskütuse komponendid tähistatakse ülaindeksiga t. Tarbimiskütus koosneb kolmest osast – orgaaniline osa $R^t$, mineraalosa $M^t$ ja niiskus $W^t$:

$$R^t + M^t + W^t = 100\%. \tag{10-1}$$

Tarbimisaine orgaanilise osa koostis:

$$C^t + H^t + S_o^t + O^t + N^t = R^t\,\%, \tag{10-2}$$

kus $C^t$, $H^t$, $S_o^t$, $O^t$ ja $N^t$ – süsiniku, vesiniku, orgaanilise väävli, hapniku ja lämmastiku sisaldus tarbimisaines, %.

Orgaanilise osa koostis:

$$C^{\mathrm{R}} + H^{\mathrm{R}} + S_{\mathrm{o}}^{\mathrm{R}} + O^{\mathrm{R}} + N^{\mathrm{R}} = 100\% \tag{10-3}$$

(indeks *R* märgib orgaanilist osa).

Ülevaate mõnede kütuste orgaanilise osa elementkoostisest annab tabel 10-1.

**Tabel 10.1. Kütuste orgaanilise osa ligilähedasi elementkoostisi %**

| Kütus | C | H | O | N | S |
|---|---|---|---|---|---|
| Puit | 48–50 | 6–6,5 | 38–43 | 0,5–2,5 | 0,05 |
| Turvas | 50–57 | 5–7,5 | 35–40 | 1,3–3 | <0,3 |
| Pruunsüsi | 60–70 | 4,5–6 | 25–30 | 1–2,5 | <1 |
| Kivisüsi | 75–85 | 3,5–5 | 3–5 | 0,8–1,2 | <1 |
| Antratsiit | 90–95 | 2–4 | 1–3 | 0,5–1,0 | 0,5–2,0 |
| Põlevkivi | 77–78 | 9–10 | 9–10 | 0,3–0,5 | 1,5–2,0 |
| Toorõli | 82–87 | 11–14 | – | 0,2–1,2 | 0,1–0,5 |

Niiskusvaba kütus on kütuse kuivaine:

$$R^{\mathrm{k}} + M^{\mathrm{k}} = 100\%. \tag{10-4}$$

Samuti

$$C^{\mathrm{k}} + H^{\mathrm{k}} + S_{\mathrm{o+p}}^{\mathrm{k}} + O^{\mathrm{k}} + N^{\mathrm{k}} + M^{\mathrm{k}} = 100\%. \tag{10-5}$$

Kui kütuse mineraalosast eraldada püriitne väävel ja see lisada orgaanilisele osale, siis kütuse põlevaine

$$P = R + S_{\mathrm{p}} \tag{10-6}$$

ehk

$$C^{\mathrm{p}} + H^{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{o+p}}^{\mathrm{p}} + O^{\mathrm{p}} + N^{\mathrm{p}} = 100\%. \tag{10-7}$$

Kui vedel- ja tahkekütuse koostis komponentide kaupa antakse osamassidena või massiprotsentides, siis gaaskütuse osiste koostis tuuakse osamahtudena või mahuprotsentides.

Gaaskütus on mehaaniline segu üksikutest gaasikomponentidest. Kui gaasisegu komponendid väljendada mahuprotsentides, siis

$$CO + H_2 + CH_4 + H_2S + CO_2 + O_2 + \ldots = 100\%. \tag{10-8}$$

### 10.1.3 Kütuse niiskus

Kütuse niiskus $W^{\mathrm{t}}$ hõlmab keemiliselt sidumata välimise ehk mehaanilise ja sisemise ehk hügroskoopse niiskuse (valem (10-1)).

Välimine niiskus katab kütuse sisepooride välispinda ja lahkub kütusest loomuliku kuivamise teel õhukeskkonnas.

Hügroskoopne niiskus jääb kütuse kapillaaridesse ja pooridesse pärast loomulikku kuivamist õhus, olles sõltuv kütuse sisestruktuurist. Hügroskoopne niiskus omandab õhu temperatuurile ja niiskusele vastava tasakaaluväärtuse. Tavaliselt mõistetakse hügroskoopse niiskusena kütuse analüütilise proovi niiskust õhu temperatuuril 20 °C ja suhtelisel niiskusel 65%. Hügroskoopne niiskus lahkub kütusest selle kuumutamisel atmosfäärirõhul temperatuuril üle 100 °C.

Koguniiskus $W^t$ määratakse harilikult kütuse kuumutamisel temperatuuril 102–110 °C, selle määramismeetod on standardiseeritud.

Kõrge hügroskoopse niiskusega kütus on puit, turvas ja pruunsüsi (5–15%). Põlevkivi hügroskoopne niiskus on ligikaudu 1%.

Väga niisked kütused on puit, turvas, pruunsüsi, põlevkivis on niiskust 9–12%.

Tühiselt vähe on niiskust maagaasis, mõni tehisgaas aga võib veeauru näol niiskust sisaldada märgataval hulgal.

Niiskusele lisaks võivad kütuse mineraalid sisaldada vett kristallvee kujul, mis lahkub alles kõrgetemperatuurilisel kuumutamisel (temperatuur oleneb mineraali tüübist). Kristallveega mineraalid kütuses on sagedasti kips $CaSO_4 \cdot 2H_2O$, limoniit $Fe_2O_3 \cdot H_2O$, kaoliniit $Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$, muskoviit $K_2O \cdot 3Al_2O_3 \cdot 6SiO_2 \cdot 2H_2O$, montmorilloniit $Al_2O_3 \cdot 6SiO_2 \cdot 2H_2O$ jt. Kristallvee hulka kütuse mineraalides on tülikas määrata, üldiselt on selle osatähtsus väike, jäädes tavaliselt alla 1–2% kütuse kogumassist. Kütuse tehnilise koostise määramisel arvatakse kristallvesi kütuse põlevainesse, seega ei kuulu mineraalide kristallvesi kütuse koguniiskuse hulka, vastasel juhul ei kehtiks ka valem (10-1).

Niiskus on kütuse kahjulik osis, põhjustades üleliigset veokulu ja suure külmumisohu talvel. Niiskus alandab kütuse küttevääртust, tõstab kastepunkti ning suurendab põlemisgaasi hulka.

### 10.1.4 Kütuse mineraalosa

Kütuse mineraalosa moodustab kütuses esinevate mineraalühendite kooslus ühendite algkujul. Põlemise käigus lähevad mineraalosa osised kas täielikult või osaliselt üle tuhka nii esialgsel kujul, muundunult kui ka uusmineraalidena.

Kütuse mineraalosa iseloomustatakse selle keemilise ja mineraloogilise koostise kaudu. Keemiline koostis antakse sagedamini mineraalossa kuuluvate keemiliste elementide oksiididena.

Kütuse mineraalosa jaguneb kaheks – sisemiseks ja välimiseks.

Sisemine mineraalosa on sattunud kütusesse tihkelt seotud lähtematerjaliga, mis on olnud kütust moodustava aine otsene koostisosa. Sisemine mineraalosa on jaotunud ja tihedalt läbi põimunud kütuse orgaanilise ainega, mistõttu teda on väga raske sellest mehaaniliselt lahutada.

Välimine mineraalosa on moodustunud mineraalidest, mis on kandunud kütuseladumetesse väliskeskkonnast selle tekkeperioodil. Välimise mineraalosa koostis on sageli lähedane ladet ümbritseva geoloogilise keskkonna omale, asetsedes

kütuselademes sageli ebaühtlaselt, lokaalsete moodustistena. Välimises mineraalosas on ka ümbrusest, peamiselt veest, difusiooni teel kandunud ühendeid. Sisemise ja välimise mineraalosa massisuhe sõltub kütuse lähteainete koostisest ja tekketingimustest ning võib kõikuda suurtes piirides.

Olulisemad ja sagedasemad elemendid kütuse mineraalosas on räni (Si), alumiinium (Al), raud (Fe), kaltsium (Ca), magneesium (Mg), naatrium (Na), kaalium (K), fosfor (P) ja titaan (Ti), kuid nende sisaldus kütustes on suhteliselt erinev.

Tahkekütuse mineraalosa üks olulisem element on räni. Ränioksiid ($SiO_2$) esineb kas vabal kujul või seotult savi- ja silikaatmineraalidega. Savimineraalidest leidub sagedamini kaoliniiti, muskoviiti ja montmorilloniiti. Ka püriit ($FeS_2$) on enamikus kütustes oluline mineraal.

Karbonaatmineraalidest on levinumad kaltsiumkarbonaat ($CaCO_3$) ja dolomiit ($CaMg(CO_3)_2$). Peaaegu kõik kütused sisaldavad vähesel määral ka sideriiti ($FeCO_3$) ja ankeriiti ($MgO \cdot CaCO_3 \cdot xFeCO_3$).

Põlevkivi mineraalosa jaguneb kahte suurde rühma: liiv-saviosa ja karbonaatosa. Liiv-saviosa põhiosised on $SiO_2$, $Al_2O_3$, $K_2O$, põlevkivikihis on ta tihedalt läbi põimunud orgaanilise ainega. Karbonaatmineraalid esinevad nii omaette vahekihtidena kui ka põlevkivikihis hajusalt.

Näitena on tabelites 10.2 ja 10.3 toodud Eesti põlevkivi mineraalosa keemiline ja mineraloogiline koostis.

**Tabel 10.2. Põlevkivi mineraalosa keemiline koostis %**

| Liiv-saviosa | | Karbonaatosa | |
|---|---|---|---|
| Komponent | Kogus | Komponent | Kogus |
| $SiO_2$ | 59,8 | CaO | 48,1 |
| CaO | 0,7 | MgO | 6,6 |
| $Al_2O_3$ | 16,1 | FeO | 0,2 |
| $Fe_2O_3$ | 2,8 | $CO_2$ | 45,1 |
| $TiO_2$ | 0,7 | Kokku | 100,0 |
| MgO | 0,4 | | |
| $Na_2O$ | 0,8 | | |
| $K_2O$ | 6,3 | | |
| $FeS_2$ | 9,3 | | |
| $SO_3$ | 0,5 | | |
| $H_2O$ | 2,6 | | |
| Kokku | 100,0 | | |

**Tabel 10.3. Põlevkivi mineraalosa mineraloogiline koostis %**

| Mineraalide rühm | Mineraal | Valem | Kogus |
|---|---|---|---|
| Karbonaadid | Kaltsiit | $CaCO_3$ | 69,1 |
| | Dolomiit | $CaMg(CO_3)_2$ | 30,6 |
| | Sideriit | $FeCO_3$ | 0,3 |
| | | | Kokku 100,0 |
| Liiv-savi-mineraalid | Kvarts | $SiO_2$ | 23,9 |
| | Rutiil | $TiO_2$ | 0,7 |
| | Ortoklass | $K_2O{\cdot}Al_2O_3{\cdot}6SiO_2$ | 29,0 |
| | Albiit | $Na_2O{\cdot}Al_2O_3{\cdot}6SiO_2$ | 6,0 |
| | Anortiit | $CaO{\cdot}Al_2O_3{\cdot}2SiO_2$ | 1,4 |
| | Hüdromuskoviit | $[K_{1-x}(H_2O)_x{\cdot}Al_3Si_3O_{10}(OH)_2]_2$ | 23,7 |
| | Amfipool | $[NaCa_2Mg_4)Fe,Al)Si_8O_{22}(OH)_2]$ | 2,1 |
| | Markasiit | $FeS_2$ | 9,3 |
| | Limoniit | $Fe_2O_3{\cdot}H_2O$ | 2,9 |
| | Kips | $CaSO_4{\cdot}2H_2O$ | 1,0 |
| | | | Kokku 100,0 |

## 10.1.5 Tuhk. Tuha sulavus

Tuhk on kütuse põlemisel tekkiv tahke jääk, mis moodustub peamiselt kütuse mineraalosast, kuid sellesse võib mõningal määral lisanduda ühendeid orgaanilisest ainest komplitseeritud keemiliste protsesside tagajärjel. Seetõttu ei saa põlemisel tekkivat tuhka samastada kütuse mineraalosaga ei koostise ega hulga poolest, kuigi seda üsna sageli ekslikult tehakse.

Kütuse tuhastamisel tekkiva tuha hulk ja omadused sõltuvad tuhastamistingimustest, eelkõige aga temperatuurist.

Kütuse kvaliteedi üks võimalik näitaja on kütuseproovi laboratoorsel tuhastamisel tekkiva tuha hulk ehk laboratoorne tuhk. See määratakse kütuseproovi kuumutamisel temperatuuril 815±15 °C muhvelahjus õhukeskkonnas ja tuhk tähistatakse kütuse koostise esitamisel tähega *A*. Laboratoorse tuha määramise tingimused on standardiseeritud.

Kui kütuse mineraalosa sisaldab karbonaatmineraale, tuleb silmas pidada, et tuhastusprotsessi käigus need lagunevad ja eraldub süsihappegaas, nagu näiteks kaltsiumkarbonaadi ja dolomiidi puhul reaktsioonides

$$CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$$

ja

$$CaMg(CO_3)_2 \rightarrow CaO + MgO + 2CO_2 .$$

Lagunemisproduktid CaO ja MgO lähevad üle tuhka, süsihappegaas aga eraldub gaasina.

Sellest tingituna tuleb karbonaatmineraale sisaldava kütuse tuhasuse määramisel ühtaegu arvestada ka nende lagunemisel tekkivat süsihappegaasi. Seda tehakse tavaliselt kütuseproovi soolhappe vesilahusega töötlemisel eralduva süsihappegaasi hulga kaudu (mineraalse süsihappegaasi hulk kütuses tähistatakse tavaliselt $(CO_2)_k$).

Kuna kütuse tuhastamisel sõltuvad tuha hulk ja koostis temperatuurist, siis kütuseproovi laboratoorsel tuhastamisel ning tööstusseadmetes tekkiva tuha hulk ja koostis üldjuhul ei kattu.

Tuhastamisel reageerib kütuse püriit õhuhapnikuga, andes raudoksiidi ja vääveldioksiidi:

$$4\,FeS_2 + 11O_2 \rightarrow 2\,Fe_2O_3 + 8SO_2\,.$$

Lisaks tekib vääveldioksiid ka orgaanilise väävli reageerimisel õhuhapnikuga.

Karbonaatmineraalide lagunemisel tekkiv lubi (CaO) reageerib eeltoodud reaktsioonis tekkinud vääveldioksiidiga, andes kaltsiumsulfaadi:

$$2\,CaO + 2SO_2 + O_2 \rightarrow 2CaSO_4\,.$$

Mineraalides sisalduv kristallvesi eraldub tuhastamisprotsessis veeauruna.

Esitatud reaktsioonidest selgub, et kütuse tuhastamisel saadava tuha hulk erineb süsihappegaasivaba mineraalosa sisaldusest kütuses, osutudes tavaliselt suuremaks.

Teades kütuse tuhastamisprotsessis esinevaid reaktsioone ja nende ulatust, on võimalik laboratoorse tuha hulk taandada arvväärtusele, mis on võrdne karbonaatse $CO_2$ vaba mineraalosa hulgaga kütuses. Niimoodi saadud tuhahulka nimetatakse kütuse parandatud tuhaks (tähistatakse $A_p$), mille kaudu saab avaldada põlevainesisalduse kütuse kuivaines

$$P^k = 100 - A_p^k - (CO_2)_k^k\ \%. \qquad (10\text{-}9)$$

Oluline suurus kütuse iseloomustamisel on tuha sulavus, mis antakse kolme iseloomuliku, standardiseeritud viisil määratava temperatuuri kaudu. Tuha sulamistemperatuurid määratakse, jälgides kindla geomeetrilise kujuga tuhaproovi käitumist kuumenevas keskkonnas. Jälgimise käigus määratakse iseloomulikud temperatuurid proovikeha kuju välisdeformatsiooni järgi.

Tuha sulamistemperatuuride määramise levinumad meetodid on Leizi meetod ja püramiidimeetod.

Tuha iseloomulikud sulamistemperatuurid: $t_A$ (ehk $t_1$) – deformatsiooni algustemperatuur, $t_B$ (ehk $t_2$) – pehmenemistemperatuur, $t_C$ (ehk $t_3$) – sulamistemperatuur.

Tuha sulamistemperatuuride määramise Leizi meetodi skeem on joonisel 10.1a. Mikroskoobiga jälgitakse tuhast pressitud 3–5 mm kõrguse ja sama läbimõõduga

proovikeha käitumist kuumutamisel. Püramiidimeetodi puhul jälgitakse aga 21 mm kõrguse ja 7 mm aluse laiusega kolmetahulise püramiidi seisundit (joonis 10.1b).

Sulamistemperatuurid sõltuvad tuha keemilisest koostisest. Enim mõjutavad tuha sulavust $SiO_2$, $CaO$, $Al_2O_3$ ja rauaühendid. Nende mõju sulamistemperatuuridele väljendub kõigepealt komponendi enda sulamiskarakteristiku, kuid ka moodustuva eutektilise segu sulamistemperatuuri kaudu.

Sulamistemperatuure mõjutab ka ümbruskeskkonna koostis, millest omakorda sõltub aga teatud tuhakomponentide keemiline koostis segus. Taandavaid gaasilisi ühendeid (peamiselt CO-d) sisaldavas keskkonnas on tuha sulamistemperatuurid üldiselt madalamad. Ümbruskeskkonna mõju avaldub peamiselt rauaühendite koostise kaudu. Taandavas keskkonnas muunduvad raua kõrgemad oksiidid ($Fe_2O_3$) madalamateks ($Fe_3O_4$, FeO) ning alandavad sel moel tuha sulamistemperatuure.

Tuha keemilist koostist iseloomustatakse sageli tuhas leiduvate aluseliste ja happeliste ühendite kaudu. Tuhas sisalduvate aluseliste komponentide summa

$$AL = CaO + MgO + Fe_2O_3 + K_2O + Na_2O$$

ja happeliste komponentide summa

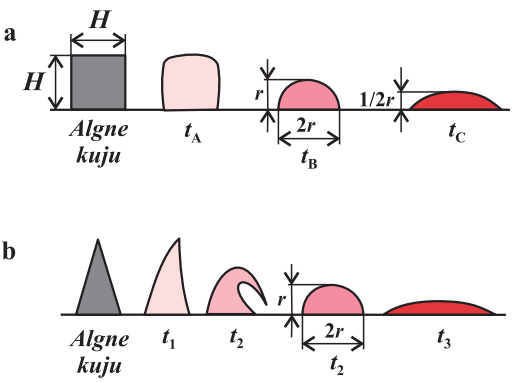
$$HA = SiO_2 + Al_2O_3 + TiO_2$$

ning nende suhe

$$R_{\mathrm{AL/HA}} = \frac{CaO + MgO + F_2O_3 + K_2O + Na_2O}{SiO_2 + Al_2O_3 + TiO_2}. \qquad (10\text{-}10)$$

Aluselise tuha korral $R_{\mathrm{AL/HA}} \geq 1$, happelise tuha puhul aga $R_{\mathrm{AL/HA}} < 1$.

Tuha koostise mõju sulamistemperatuuridele väljendub üldkujul selle sõltuvusena äsjakirjeldatud parameetrist $R_{\mathrm{AL/HA}}$. Joonisel 10.2 on näitena toodud tuha pehmenemistemperatuuri $t_B$ olenevus parameetrist $R_{\mathrm{AL/HA}}$. Samalaadsed kõverad kehtivad ka temperatuuride $t_A$ ja $t_C$ kohta.

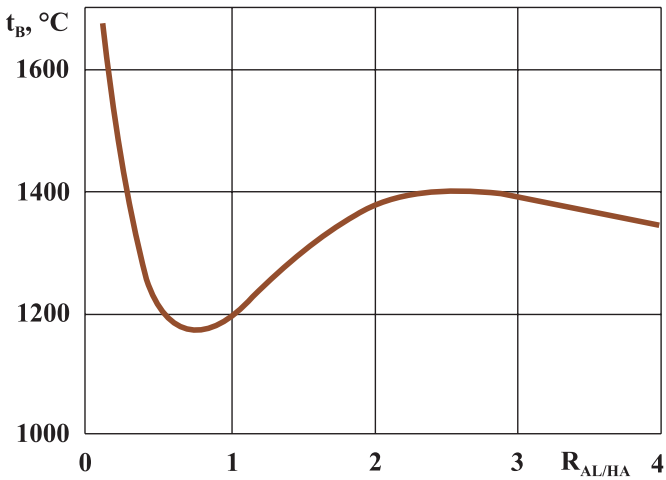



**Joonis 10.1. Tuha sulamistemperatuuride määramise skeem:**
**a) Leizi meetod,**
**b) püramiidimeetod**

Tuha sulamistemperatuurid on kõrgeimad $R_{AL/HA}$ väikesel väärtusel, madalaimad aga happelise tuha piirkonnas ($R_{AL/HA} \approx 0{,}75$). Alas $R_{AL/HA} > 0{,}75$ kasvavad sulamistemperatuurid parameetri $R_{AL/HA}$ suurenemisel, kuid kasv pidurdub alates selle väärtusest 2–3.

Rõhutame, et joonisel 10.2 toodud sõltuvus väljendab tuha sulamistemperatuuride üldist olenevust parameetrist $R_{AL/HA}$ ning seal toodud pehmenemistemperatuur kajastab vaid sulamistemperatuuri suurusjärku. Samuti sõltuvad sulamistemperatuuride arvväärtused ka gaasilise keskkonna koostisest ja tuha rauasisaldusest, kuid see ei muuda joonisel esitatud kõvera üldist kuju ja sulamistemperatuuride muutuse tendentsi funktsioonina parameetrist $R_{AL/HA}$.

Võib kohata ka karakteristikuid, kus tuha sulamistemperatuurid tuuakse sõltuvuses kas aluseliste komponentide summast või kaltsiumoksiidi hulgast tuhas.




**Joonis 10.2. Tuha pehmenemistemperatuuri olenevus parameetrist $R_{AL/HA}$**

## 10.1.6 Tahkekütuse lendosa ja koks

Hapnikuvabas keskkonnas kuumutamisel lagunevad tahkekütuse orgaanilise aine molekulid lihtsamateks ühenditeks. See nähtus on tuntud kui kütuse orgaanilise osa termiline lagunemine. Termilise lagunemise käigus osa kütuse orgaanilisest ainest läheb üle gaasifaasi ja lendub. Gaasilisse olekusse läinud orgaanilise aine osa nimetatakse kütuse lendosaks ehk lendaineks, tahkesse olekusse jääv aine on koks. Gaasifaasis eralduv lendosa, jahtudes kuni väliskeskkonna temperatuurini, jaguneb gaasiliseks ja kondenseeruvaks faasiks. Kondenseeruva komponendi osarõhk on kõrgem väliskeskkonna temperatuurile vastavast komponendi küllastusrõhust.

Kütuse orgaanilise osa termilise stabiilsuse üks näitajaid on tema lagunemise algustemperatuur, mille määrab orgaanilise aine koostis ja struktuur. Termilise lagunemise algustemperatuurile avaldab märgatavat mõju hapniku hulk orgaanilises aines. Mida hapnikurikkam on kütus, seda madalam on termilise lagunemi-

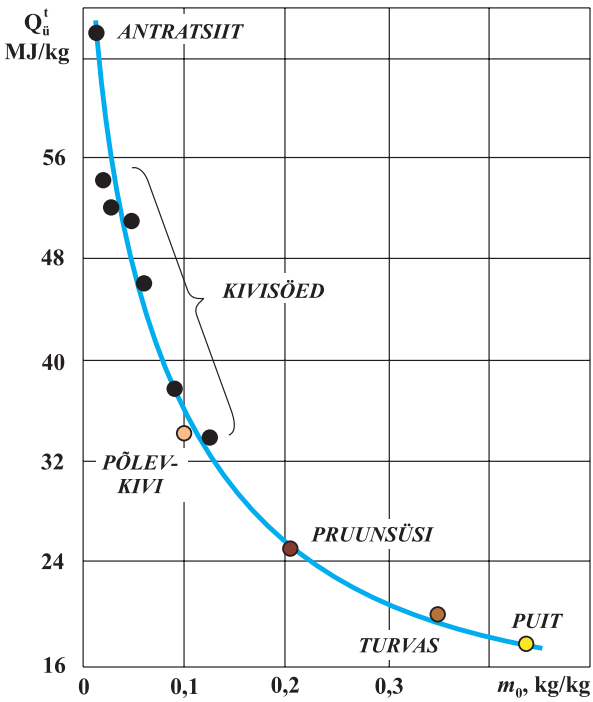
se algustemperatuur. Sellistel hapnikurikastel kütustel nagu puit ja turvas on see vahemikus 100–160 °C, hapnikuvaesel antratsiidil aga 380–400 °C.

Tahkekütuseid iseloomustatakse ja liigitatakse sageli lendosa hulga järgi, kuna see on kütuse põlemise korralduse seisukohalt oluline näitaja. Kütuse lendosa ei ole võimalik kvantitatiivselt üheselt määrata. Selle hulk sõltub kuumutustemperatuurist ja -ajast ning mõningal määral ka kuumenemiskiirusest, sealhulgas ka määramistingimustest. Lendosa kogus on leppeline suurus ja selleks loetakse kütuse orgaanilise aine massi vähenemine kütuseproovi kuumutamisel 7 minuti jooksul muhvelahjus kaanega suletud tiiglis atmosfäärirõhul 850 °C juures. Tegelikult jätkub kütuse termiline lagunemine mõningal määral ka veel kõrgemal temperatuuril ja lakkab enamasti 1000–1100 °C vahel.

Nii lendosa kui ka koksi hulk antakse üldreeglina kütuse orgaanilise aine massi, harvematel juhtudel ka kütuse kogumassi kohta.

Lendosa hulk kütustes on küllaltki erinev, olles üldiselt võrdeline kütuse vesinikusisaldusega. Enim sisaldavad lendosa puit (~90%), põlevkivi (85–90%), turvas (~70%) ja pruunsüsi (40–60%). Antratsiidis on lendosa tavaliselt alla 10%.

Termiliselt kõige ebapüsivamad kütuse orgaanilises osas on hapnikuühendid, mis lagunevad kergesti. See on ka põhjus, mispärast termilisel lagunemisel eralduva lendosa küttevääртus hapniku vähenemisega orgaanilises osas kasvab. See nähtub joonisel 10.3 toodud graafikult.




**Joonis 10.3. Kütuse lendosa ülemise küttevääртuse olenevus hapnikusisaldusest orgaanilises aines**

Graafik kujutab lendosa ülemise kütteväärtuse olenevust orgaanilise aine hapnikusisaldusest. Joonisel toodud kõverat kirjeldab ka valem

$$Q_{\text{ü}}^{\text{l}} = \frac{14,7}{m_0^{0,42}} \text{ MJ/kg}, \tag{10-11}$$

kus $m_0$ – hapniku hulk orgaanilises aines, kg/kg.

Seos (10-11) kannab Knorre valemi nime.

Kütuse termilisel lagunemisel saadava koksi omadused sõltuvad kütuse liigist ja koksistamise tingimustest. Termilisel lagunemisel eralduva lendosa hulk ja koostis on korrelatsioonis koksi keemilise koostise ja füüsikaliste omadustega. Viimastest on olulisemad tihedus ja poorsus, mis määravad lõppkokkuvõttes ka koksi difusioonilised omadused. Nii keemiline koostis kui ka tihedus on määravad parameetrid koksi reageerimisel hapnikuga.

Koksi põhikomponent on süsinik, sellest on tingitud ka koksis sisalduva põlevaine nimetamine seotud süsinikuks. Vesinikurikkast kütusest moodustunud koks sisaldab mõningal määral ka vesinikku ja alati on selles ka teatud hulk väävlit.

Koksi põlemise seisukohalt on iseloomulik parameeter süsiniku ja vesiniku suhe selles. Olulised ühendid kütuse termilisel lagunemisel eralduvas lendosas on süsivesinikud, mistõttu süsiniku ja vesiniku suhe koksis on palju suurem kui lähtekütuses. Süsiniku ja vesiniku suhe koksis oleneb eelkõige kütuse orgaanilise aine koostisest ja koksistustemperatuurist. Mida väiksem on see suhe, seda kiiremini reageerib koks hapnikuga.

### 10.1.7 Kütteväärtus

Kütteväärtus on soojushulk, mis etteantud tingimustel eraldub ühiku kütuse täielikul põlemisel. Kütteväärtus antakse tahke- ja vedelkütusele 1 kg ja gaaskütusele 1 m$^3$ kütuse kohta normaaltingimustel. Eristatakse ülemist ($Q_{\text{ü}}$) ja alumist ($Q_{\text{a}}$) kütteväärtust. Ülemisse kütteväärtusesse arvatakse ka põlemisgaasi veeauru kondenseerumissoojus.

Et põlemistehnilistest seadmetest lahkuva põlemisgaasi temperatuur on tavaliselt kõrgem selles sisalduva veeauru kondenseerumistemperatuurist (kastepunktist), siis rakendatakse praktikas peamiselt alumist kütteväärtust. Kuid on ka seadmeid, kus on võetud kasutusele põlemisgaasi veeauru kondenseerumissoojus, mida tuleb seal muidugi arvestada.

Veeauru hulk põlemisgaasis sõltub kütuse niiskusest ja vesinikusisaldusest. Lähtudes 1 kg veeauru kondenseerumissoojusest 2,442 MJ temperatuuril 25 °C ja asjaolust, et 1 kg vesiniku põlemisel tekib keskmiselt 8,94 kg veeauru, siis tarbimisaine ülemise ja alumise kütteväärtuse vahe

$$Q_{\text{ü}}^{\text{t}} - Q_{\text{a}}^{\text{t}} = 0,02442\,(8,94\,H^{\text{t}} + W^{\text{t}}) \text{ MJ/kg}. \tag{10-12}$$

Kütteväärtus sõltub enim põlevaine hulgast kütuses ja koostisest, kusjuures tähtis on süsiniku ja vesiniku suhe. Orgaanilise aine hapnikku võib vaadelda kui kütuse osalise oksüdeerumise tulemust, mis vähendab põlemisel eralduvat soojushulka.

Kütuse põlemisel eralduva soojushulga määramise lähtealus on enamasti selle kindlal tingimusel leitud väärtus, milleks sagedamini on kütuseproovi põlemisel pommkalorimeetris vabanev soojushulk $Q_{\mathrm{p}}$. Viimast nimetatakse kütteväärtuseks pommkalorimeetris. Kütteväärtuse määramise metoodika on standardiseeritud, siin kehtivad kindel kord ja tingimused.

Pommkalorimeetris määratud kütteväärtus on sisuliselt ülemine kütteväärtus, sest tekkiv veeaur kondenseerub. Peale selle lahustuvad pommkalorimeetris tekkinud väävel- ja lämmastikhape vees ning nendes protsessides eraldunud soojus on osa pommkalorimeetris kütuse põlemisel vabanenud soojusest. Öeldut arvestades on kütuse ülemine kütteväärtus standardi kohaselt

$$Q_{\mathrm{ü}} = Q_{\mathrm{p}} - \Delta Q_{\mathrm{H_2SO_4}} - \Delta Q_{\mathrm{NHO_3}} \ \mathrm{MJ/kg}, \qquad (10\text{-}13)$$

kus $\Delta Q_{\mathrm{H_2SO_4}}$ – väävelhappe tekkesoojus, $\Delta Q_{\mathrm{NHO_3}}$ – lämmastikhappe tekkesoojus.

Viimases valemis sisalduvad soojusefektid $\Delta Q_{\mathrm{H_2SO_4}}$ ja $\Delta Q_{\mathrm{NHO_3}}$ on omased põlemisprotsessile pommkalorimeetris ega esine põlemistehnilistes seadmetes.

Pommkalorimeetris saadud kütteväärtus ja valemite (10-12) ja (10-13) alusel leitud väljendavad kütuse kvaliteeti ning annavad hinnangu kütuse põlemisel vabanevale soojushulgale.

Kütuse põlemisel eralduv soojus on põlemisprotsessi enese ja kõigi sellega kaasnevate soojusefektide summa.

Valdav osa soojust eraldub kütuse orgaanilise osa oksüdeerumisel, kuid seda soojushulka võivad oluliselt mõjutada ka kütuse põlemisel mineraalosas toimuvad endotermilised ja eksotermilised reaktsioonid. Soojusefektid kütuse mineraalosas sõltuvad oluliselt selle keemilisest ja mineraloogilisest koostisest ja põlemistingimustest.

Kuna mineraalosas toimuvaid nähtusi mõjutavad põlemisprotsessi parameetrid, nagu temperatuur, rõhk, keskkond jt, siis ka kütuse põlemisel eralduv soojushulk sõltub mainitud parameetritest. Karbonaatmineraale sisaldavate kütuste korral on oluline mineraalide termilise lagunemisega seonduv endotermiline soojusefekt, mis sõltub eelkõige karbonaatmineraalide hulgast ja lagunemise ulatusest põlemisprotsessis ehk nende lagunemisastmest. Näiteks kaltsiumkarbonaadi lagunemisel vajatakse 1 kg süsihappegaasi eraldumiseks 4,0 MJ soojust.

Samuti tuleb märkida soojusefekti, mis on seotud kaltsiumoksiidi sulfateerumisreaktsiooniga (p 10.1.5). Selle reaktsiooniga kaasneb 15,6 MJ soojuse eraldumine 1 kg väävli kohta.

Pommkalorimeetris või mõnel muul katselisel viisil saadud kütteväärtus ei võrdu enamikjuhtudel kütuse põlemisel koldes vabaneva soojushulgaga. Põhjuseks on põlemisprotsesside erinevus pommkalorimeetris ja reaalses koldes. Seepärast on vaja teada, mis põhjusel erinevad pommkalorimeetris ja reaalses koldes avalduvad soojusefektid ja millised mõjurid seejuures toimivad. Erinevus ei seisne mitte kütuse orgaanilise osa põlemisel vabanevas soojushulgas (see on sama), vaid kütuse mineraalosa osistega toimuvates protsessides soojuse eraldumise või neeldumise näol kütuse põlemisel. Näiteks kui põlemisel pommkalorimeetris karbonaatmineraalid lagunevad täielikult, siis tegelikus koldes võib nende lagunemise ulatus olla märgatavalt väiksem. Sama kehtib ka tuha sulfateerumisprotsesside jt samalaadsete nähtuste kohta.

Gaaskütuse kütteväärtus määratakse tavaliselt arvutuslikul teel kõigi gaasiosiste kütteväärtuste kaudu:

$$Q_{\mathrm{a}}^{\mathrm{t}} = 0{,}01(Q_{\mathrm{CO}}CO + Q_{\mathrm{H_2}}H_2 + Q_{\mathrm{H_2S}}H_2S + \\ + \sum Q_{\mathrm{C_mH_n}}C_{\mathrm{m}}H_{\mathrm{n}})\ \mathrm{MJ/m^3}, \qquad (10\text{-}14)$$

kus $Q_{\mathrm{CO}}, Q_{\mathrm{H_2}}, Q_{\mathrm{H_2S}}, Q_{\mathrm{C_mH_n}}$ – osise kütteväärtus; $CO$, $H_2$, $H_2S$, $C_{\mathrm{m}}H_{\mathrm{n}}$ – osise sisaldus mahuprotsentides.

Kütuste omavaheliseks võrdlemiseks kasutatakse ka õli- või söeekvivalendi mõistet. Õliekvivalendi alumine kütteväärtus on leppeliselt 40,61 MJ/kg, söeekvivalendil 29,31 MJ/kg.

**Tabel 10.4. Gaaskütuse koostisosade alumine kütteväärtus ja tihedus normaaltingimustel**

| Gaas | Keemiline valem | Kütteväärtus MJ/m$^3$ | Tihedus kg/m$^3$ |
|---|---|---|---|
| Vesinik | $H_2$ | 10,79 | 0,090 |
| Süsinikmonooksiid | CO | 12,64 | 1,250 |
| Väävelvesinik | $H_2S$ | 23,37 | 1,536 |
| Metaan | $CH_4$ | 35,88 | 0,717 |
| Etaan | $C_2H_6$ | 64,36 | 1,355 |
| Propaan | $C_3H_8$ | 93,18 | 2,009 |
| Butaan | $C_4H_{10}$ | 123,15 | 2,697 |
| Pentaan | $C_5H_{12}$ | 156,63 | 3,454 |
| Heksaan | $C_6H_{14}$ | 173,17 | 3,848 |
| Heptaan | $C_7H_{16}$ | 200,55 | 4,474 |
| Etüleen | $C_2H_4$ | 59,06 | 1,251 |
| Propüleen | $C_3H_6$ | 86,00 | 1,877 |
| Butüleen | $C_4H_8$ | 113,51 | 2,503 |
| Bensool | $C_6H_6$ | 140,38 | 3,485 |
| Lämmastik | $N_2$ | – | 1,250 |
| Süsinikdioksiid | $CO_2$ | – | 1,964 |
| Hapnik | $O_2$ | – | 1,428 |

## 10.2 Põlemisreaktsioonide stöhhiomeetria

### 10.2.1 Põlemise reaktsioonid. Põlemiseks vajalik õhuhulk

Kütuse põhikomponentide süsiniku, vesiniku ja väävli täielikul reageerimisel hapnikuga tekivad vastavalt $CO_2$, $H_2O$ ja $SO_2$. Stöhhiomeetrilised põlemisvõrrandid võimaldavad määrata nende põlemissaaduste moodustumiseks vajaliku hapniku ja õhu stöhhiomeetrilise (teoreetilise) hulga, mis on kütuse täielikuks põlemiseks minimaalselt vajalik. Kütuse põlemiseks vajaliku hapniku- ja õhuhulga arvutamise alus on põlemise stöhhiomeetriliste võrrandite alusel koostatud massibilanss, mille kohaselt reageerivate ainete mass on võrdne reaktsioonisaaduste massiga. Järgnevas vaadeldakse kütuse põlemiseks vajaliku hapniku- ja õhuhulga arvutamist.

Süsiniku täielikul põlemisel stöhhiomeetrilise võrrandi

$$C + O_2 = CO_2$$

kohaselt kehtib moolivahekord

$$1\,\text{kmol}\,C + 1\,\text{kmol}\,O_2 = 1\,\text{kmol}\,CO_2$$

ehk massibilanss

$$12\,\text{kg}\,C + 32\,\text{kg}\,O_2 = 44\,\text{kg}\,CO_2 .$$

Sama 1 kg süsiniku kohta:

$$1\,\text{kg}\,C + 2{,}67\,\text{kg}\,O_2 = 3{,}67\,\text{kg}\,CO_2 .$$

Seega vajab 1 kg süsiniku täielik põlemine 2,67 kg hapnikku, kusjuures moodustub 3,67 kg süsihappegaasi.

Arvestame hapniku ja süsihappegaasi tihedust normaaltingimustel ( $\rho_{O_2}$ = 1,428 $m^3/kg$, $\rho_{CO_2}$ = 1,964 $m^3/kg$), siis

$$1\,\text{kg}\,C + 1{,}866\,\text{m}^3\,O_2 = 1{,}866\,\text{m}^3\,CO_2 .$$

Viimase tulemuse kohaselt on 1 kg süsiniku täielikuks põlemiseks vaja 1,866 $m^3$ hapnikku ning tekib 1,866 $m^3$ süsihappegaasi.

Vesiniku täielikul põlemisel stöhhiomeetrilise võrrandi

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O$$

järgi kehtivad järgmised seosed:

$$2\,\text{kmol}\,H_2 + 1\,\text{kmol}\,O_2 = 2\,\text{kmol}\,H_2O,$$

$$4\,\text{kg}\,H_2 + 32\,\text{kg}\,O_2 = 36\,\text{kg}\,H_2O,$$

$$1\,\text{kg}\,H_2 + 8\,\text{kg}\,O_2 = 9\,\text{kg}\,H_2O,$$

$$1\,\text{kg}\,H_2 + 5{,}56\,\text{m}^3\,O_2 = 11{,}12\,\text{m}^3\,H_2O .$$

Järelikult kulub 1 kg vesiniku põlemiseks 5,56 $m^3$ hapnikku ning tekib 11,12 $m^3$ veeauru.

Väävli põlemisreaktsiooni

$$S + O_2 = SO_2$$

kohaselt

$$1\,\text{kmol S} + 1\,\text{kmol O}_2 = 1\,\text{kmol SO}_2,$$

$$32\,\text{kg S} + 32\,\text{kg O}_2 = 64\,\text{kg SO}_2,$$

$$1\,\text{kg S} + 1\,\text{kg O}_2 = 2\,\text{kg SO}_2,$$

$$1\,\text{kg S} + 0,70\,\text{m}^3\ \text{O}_2 = 0,70\,\text{m}^3\ \text{SO}_2.$$

Seega vajab 1 kg väävli põlemine 0,70 $m^3$ hapnikku, kusjuures tekib sama palju vääveldioksiidi.

Vastavalt stöhhiomeetrilistele võrranditele, kus võetakse arvesse ka kütuse orgaanilises aines sisalduv hapnik, on hapnikutarve põlemisel

$$V^0_{O_2} = 0,01866\,C^t + 0,0556\,H^t + 0,0070\,S^t_{o+p} - \\ - 0,0070\,O^t\ \text{m}^3/\text{kg}. \qquad (10\text{-}15)$$

Kütuse täielikuks põlemiseks teoreetiliselt vajalik õhuhulk

$$V^0 = \frac{V^0_{O_2}}{0,21}\ \text{m}^3/\text{kg}$$

ehk

$$V^0 = 0,0889\,C^t + 0,265\,H^t + 0,033\,S^t_{o+p} - \\ - 0,0333\,O^t\ \text{m}^3/\text{kg}. \qquad (10\text{-}16)$$

Gaaskütuse täielikuks põlemiseks teoreetiliselt vajalik õhuhulk

$$V^0 = 0,0476\left[0,5\left(CO + H_2\right) + 1,5H_2S + \right. \\ \left. + \sum\left(m + \frac{n}{4}\right)C_mH_n - O_2\right]\ \text{m}^3/\text{kg}. \qquad (10\text{-}17)$$

Teoreetiliselt vajaliku õhuhulgaga ei ole tegelikult võimalik tagada kütuse täielikku põlemist soojustehnilistes seadmetes, ja seda mitmel põhjusel. Kütuse ja hapniku segu põlemisaeg stöhhiomeetrilises vahekorras on väga pikk, selle tagamine tõstatab suuremõõtmeliste põletusseadmete vajaduse. Samuti on keerukas saada kütuse ja õhu ühtlast segu põlemiskambri ulatuses, ühtlaselt suunata koldesse kütust ja õhku rangelt ettenähtud vahekorras jne. Kütuse täielik põle-

mine vajab keskkonda, kus õhku (hapnikku) on ülehulgas, s.t enam kui stöhhiomeetriliseks põlemiseks vaja.

Kütuse põletamiseks tegelikult kasutatava õhuhulga suhe teoreetiliselt vajalikku õhuhulka on tuntud kui liigõhutegur

$$\alpha = \frac{V_{\text{õ}}^{\alpha}}{V^{0}}. \tag{10-18}$$

Kütuse ja õhu stöhhiomeetrilise vahekorra puhul segus $\alpha = 1$, täieliku põlemise tagamine nõuab $\alpha > 1$, õhuvaegusega põlemisel $\alpha < 1$.

Põlemistehnilise seadme projekteerimisel valitakse liigõhuteguri väärtus põletatava kütuse liiki ja põletustehnoloogiat arvestades.

## 10.2.2 Põlemisgaasi maht

Tahke- ja vedelkütuse põletamisel moodustuva gaasi kogus arvutatakse 1 kg kütuse ning gaaskütuse põletamisel 1 m$^3$ gaasi kohta normaaltingimustel.

Järgnevas lähtume põlemisgaasi koguse arvutamisel kütuse ja õhu koostisest. Kütuse täielikul õhuliiaga ($\alpha > 1$) põlemisel tekib põlemisgaas, mis on süsihappegaasi, veeauru, lämmastiku ja vääveldioksiidi segu. Lisanduvad veel reaktsioonisaadused lämmastiku ja hapniku vahel ning kütuse mineraalosast tekkivad gaasifaasis ühendid (välja arvatud $CO_2$), kuid nende üliväikese hulga tõttu pole vajadust neid arvestada.

*Süsihappegaas* tekib orgaanilise süsiniku põlemisest ja ka karbonaatmineraalide (neid leidub peamiselt põlevkivis) termilisest lagunemisest. Vastavalt süsiniku põlemise stöhhiomeetrilisele võrrandile tekib 1 kg süsiniku põlemisel 3,67 kg $CO_2$, millele lisandub süsihappegaas karbonaatmineraalide lagunemisest võrdeliselt mineraalse $CO_2$ sisaldusega kütuses. Seega süsihappegaasi kogumaht põlemisel

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{0{,}0367C^{\text{t}} + 0{,}01k_{\text{CO}_2}(CO_2)^{\text{t}}_{\text{k}}}{\rho_{\text{CO}_2}} =$$

$$= 0{,}01866C^{\text{t}} + 0{,}00509k_{\text{CO}_2}(CO_2)^{\text{t}}_{\text{k}}\ \text{m}^3/\text{kg}, \tag{10-19}$$

kus $C^{\text{t}}$ – süsinik kütuse tarbimisaines, %; $(CO_2)^{\text{t}}_{\text{k}}$ – mineraalne $CO_2$ kütuse tarbimisaines, %; $\rho_{\text{CO}_2}$ – süsihappegaasi tihedus normaaltingimustel, kg/m$^3$; $k_{\text{CO}_2}$ – karbonaatmineraalide lagunemisaste.

Karbonaatmineraalide lagunemisaste näitab, kui suur osa nende lagunemise süsihappegaasist eraldub kütuse põlemise käigus. Kui karbonaatmineraalid ei lagune, siis $k_{\text{CO}_2} = 0$, täielikul lagunemisel $k_{\text{CO}_2} = 1$. Lagunemisastme väärtus sõltub enim kütuse põletustehnoloogiast.

Gaaskütuse põlemisel moodustuva süsihappegaasi maht

$$V_{\mathrm{CO_2}} = 0{,}01(CO_2 + CO + \sum \mathrm{m}\, C_{\mathrm{m}} H_{\mathrm{n}})\ \mathrm{m^3/m^3}, \qquad (10\text{-}20)$$

kus $CO_2$, $CO$, $C_{\mathrm{m}}H_{\mathrm{n}}$ – komponendi hulk kütuses, %.

*Vääveldioksiid* tekib orgaanilise ja püriitse väävli ühinemisel hapnikuga. Väävli põlemise stöhhiomeetrilise võrrandi kohaselt tekib 1 kg väävli oksüdeerumisel 2 kg $SO_2$. Väävli põlemisel moodustuva vääveldioksiidi maht 1 kg tarbimiskütuse kohta

$$V_{\mathrm{SO_2}} = \frac{0{,}02\, S^{\mathrm{t}}_{\mathrm{o+p}}}{\rho_{\mathrm{SO_2}}} = 0{,}0070\, S^{\mathrm{t}}_{\mathrm{o+p}}\ \mathrm{m^3/kg}, \qquad (10\text{-}21)$$

kus $\mathrm{S}^{\mathrm{t}}_{\mathrm{o+p}}$ – orgaanilise ja püriitse väävli hulk kütuse tarbimisaines, %; $\rho_{\mathrm{SO_2}}$ – vääveldioksiidi tihedus normaaltingimustel, kg/m$^3$.

Vääveldioksiidi maht gaaskütuse põlemisel mahuühiku gaasi kohta

$$V_{\mathrm{SO_2}} = 0{,}01 H_2S\ \mathrm{m^3/m^3}, \qquad (10\text{-}22)$$

kus $H_2S$ – väävelvesinik gaaskütuses, %.

Süsinikdioksiidi ja vääveldioksiidi mahu summa tähistatakse $V_{\mathrm{RO_2}}$, see on ühtlasi kuiva kolmeaatomilise põlemisgaasi maht. Seejuures $RO_2 = CO_2 + SO_2$.

*Veeaur* põlemisgaasis on vesiniku põlemise, niiskuse aurustumise ja koos põlemisõhuga gaasi toodud veeauru summa, seega veeauru maht kütuse tarbimisaine massiühiku kohta

$$V_{\mathrm{H_2O}} = \frac{0{,}0894\, H^{\mathrm{t}} + W^{\mathrm{t}} + 0{,}001 d\, \rho_{\delta} \alpha V^0}{\rho_{\mathrm{H_2O}}} =$$

$$= 0{,}111 H^t + 0{,}0124 W^{\mathrm{t}} + 0{,}0161 \alpha V^0\ \mathrm{m^3/kg}, \qquad (10\text{-}23)$$

kus $H^{\mathrm{t}}$ – vesinik kütuse tarbimisaines, %; $W^{\mathrm{t}}$ – tarbimisaine niiskus %; $d$ – põlemisõhu tehniline niiskus (valemi edasiarenduses võetakse $d$ = 10 g/kg); $\alpha$ – liigõhutegur; $V^0$ – põlemiseks vajalik õhu hulk m$^3$/kg; $\rho_{\delta}$ – õhu tihedus normaaltingimustel, kg/m$^3$; $\rho_{\mathrm{H_2O}}$ – veeauru tihedus normaaltingimustel, kg/m$^3$.

Gaaskütuse korral

$$V_{\mathrm{H_2O}} = 0{,}01(H_2 + H_2S + \sum \frac{\mathrm{n}}{2} C_{\mathrm{m}} H_{\mathrm{n}} + 0{,}124\, d_{\mathrm{g}}) +$$

$$+ 0{,}0161 \alpha V^0\ \mathrm{m^3/m^3} \qquad (10\text{-}24)$$

kus $d_{\mathrm{g}}$ – gaaskütuse niiskus g/m$^3$.

Lämmastiku teoreetiline hulk (α = 1) põlemisgaasis

$$V_{N_2}^0 = 0,79V^0 + \frac{0,01N^t}{\rho_{N_2}} = 0,79V^0 + 0,008N^t \text{ m}^3/\text{kg}, \qquad (10\text{-}25)$$

kus $N^t$ – lämmastiku osa kütuse tarbimisaines, %; $\rho_{N_2}$ – lämmastiku tihedus normaaltingimustel, kg/m$^3$.

Gaaskütusele, milles leidub $N_2$ % lämmastikku

$$V_{N_2}^0 = 0,79V^0 + 0,01N_2 \text{ m}^3/\text{m}^3. \qquad (10\text{-}26)$$

Kui põlemine kulgeb liigõhuga, on tegelik lämmastikuhulk põlemisgaasis

$$V_{N_2} = V_{N_2}^0 + 0,79(\alpha - 1)V^0 \text{ m}^3/\text{kg või m}^3/\text{m}^3. \qquad (10\text{-}27)$$

Kuiva põlemisgaasi hulk

$$\begin{aligned} V_{k.g} &= V_{CO_2} + V_{SO_2} + V_{N_2} + V_{O_2} = \\ &= V_{RO_2} + V_{N_2} + V_{O_2} \text{ m}^3/\text{kg või m}^3/\text{m}^3. \end{aligned} \qquad (10\text{-}28)$$

Põlemisgaasi koguhulk

$$V_g = V_{k.g} + V_{H_2O} \text{ m}^3/\text{kg või m}^3/\text{m}^3. \qquad (10\text{-}29)$$

### 10.2.3 Põlemisvõrrand

Kütuse põlemise võrrand seob omavahel kütuse ja põlemisgaasi koostise.

Lähtume kuiva põlemisgaasi mahtkoostisest:

$$CO_2 + SO_2 + O_2 + N_2 = RO_2 + O_2 + N_2 = 100\%. \qquad (10\text{-}30)$$

Lämmastikuhulk kuivas põlemisgaasis

$$N_2 = 100\frac{V_{N_2}^0}{V_{k.g}} + \frac{79}{21}O_2 \text{ \%}. \qquad (10\text{-}31)$$

Et kuiva põlemisgaasi kogus

$$V_{k.g} = 100\frac{V_{RO_2}}{RO_2},$$

siis arvestades seost (10-31) ning pärast valemi (10-30) mõningaid teisendusi

$$21 - O_2 = 0,21RO_2\left(1 + \frac{V_{N_2}^0}{V_{RO_2}}\right). \qquad (10\text{-}32)$$

Tähistame

$$\beta = 0,21\left(1 + \frac{V^0_{N_2}}{V_{RO_2}}\right),$$

siis saab võrrand (10-32) kuju

$$21 - O_2 = (1+\beta)\,RO_2\,. \qquad (10\text{-}33)$$

Seda nimetatakse täieliku põlemise võrrandiks, kus tegur $\beta$ on kütuse karakteristik (sõltub ainult kütuse koostisest) ehk Bunte tegur.

Suurus $\beta$ on oma olemuselt kütuses sisalduva vesiniku põlemiseks vajaliku hapnikuhulga (v.a kütuse enda hapnik) suhe süsiniku ja väävli põlemiseks vajalikku hapnikuhulka.

Kütuse karakteristik:

$$\beta = 2,37\,\frac{H^{\mathrm{t}} - 0,126\left[O^{\mathrm{t}} + 0,727\,k_{CO_2}(CO_2)^{\mathrm{t}}_{\mathrm{k}}\right] + 0,302\,N^{\mathrm{t}}}{C^{\mathrm{t}} + 0,375\,S^{\mathrm{t}}_{\mathrm{o+p}} + 0,273\,k_{CO_2}(CO_2)^{\mathrm{t}}_{\mathrm{k}}}. \qquad (10\text{-}34)$$

Toodud valem arvestab mineraalse süsihappegaasi sisaldust kütuses ja selle eraldumist põlemisel, jagades ta tinglikult kütuse hapnikuks ja süsinikuks.

Gaaskütuse Bunte tegur

$$\beta = 0,21\,\frac{0,01\,N_2 + 0,79\,V^0}{V_{RO_2}} - 0,79. \qquad (10\text{-}35)$$

Kütuse põlemisel liigõhuteguriga $\alpha = 1$ ($O_2 = 0\%$) sisaldab kuiv põlemisgaas suurimal hulgal $RO_2$, mis võrrandi (10-33) põhjal

$$RO_2^{\max} = \frac{21}{1+\beta}\ \%. \qquad (10\text{-}36)$$

Kui kütuse põlevaine koosneks ainult süsinikust ja väävlist, siis $\beta = 0$, ning täieliku põlemise võrrandi järgi $RO_2 = 21 - O_2$ ja $RO_2^{\max} = 21\%$. Öeldu kehtib siis, kui süsihappegaas tekib ainult orgaanilise süsiniku põlemisest. Mineraalse süsihappegaasi eraldumine karbonaatmineraalidest mõjutab $\beta$ väärtust ja suurendab $CO_2$ hulka põlemisgaasis. Samuti $H = O/8$ puhul (eeldusel, et $N = 0\%$), kui kütuse hapnik kulub kogu vesiniku põlemiseks, siis $\beta = 0$ ning $RO_2^{\max} = 21\%$. Tavaliselt on kütuses vahe $(H - O/8) > 0$ ning $RO_2^{\max} < 21\%$.

Kütuse mittetäielikul põlemisel, kui põlemisgaas sisaldab ka süsinikmonooksiidi, omandab võrrand (10-33) kuju

$$21 - O_2 = (1+\beta)\,RO_2 + (0,605+\beta)\,CO. \qquad (10\text{-}37)$$

### 10.2.4 Liigõhutegur

Liigõhutegur on põlemisprotsessis osaleva õhuhulga suhe kütuse põlemiseks stöhhiomeetriliselt vajalikku õhuhulka. Avaldame liigõhuteguri valemi (10-18) alusel:

$$\alpha = \frac{V_\alpha}{V_\alpha - V'_\alpha}, \tag{10-38}$$

kus $V_\alpha$ – kütuse põlemiseks põlemiskambrisse (koldesse) antav õhuhulk kütusekoguse kohta, $V'_\alpha$ – õhuhulk, mis põlemisel ei osale (tarvitamata õhk).

Tarvitamata õhu hulk avaldub kuiva põlemisgaasi mahu kaudu

$$V'_\alpha = \frac{V_{\text{k.g}}}{21}(O_2 - 0{,}5CO - 0{,}5H_2 - 2CH_4), \tag{10-39}$$

kus $O_2$, $CO$, $CH_4$ – põlemisgaasi komponendid mahuprotsentides.

Õhuhulk

$$V_\alpha = \frac{100}{79}(V_{\text{N}_2} - V^{\text{k}}_{\text{N}_2}) = \frac{100}{79}\left(0{,}01N_2V_{\text{k.g}} - V^{\text{k}}_{\text{N}_2}\right), \tag{10-40}$$

kus $V_{\text{N}_2}$ – lämmastikuhulk põlemisgaasis (m$^3$/kg, m$^3$/m$^3$).

Kütusest põlemisgaasi siirdunud lämmastiku kogus tahke- ja vedelkütuse põlemisel

$$V^{\text{k}}_{\text{N}_2} = \frac{0{,}01}{\rho_{\text{N}_2}}N^{\text{k}} \text{ m}^3/\text{kg}$$

ning gaaskütuse korral

$$V^{\text{k}}_{\text{N}_2} = 0{,}01N^{\text{k}}_2 \text{ m}^3/\text{m}^3.$$

Kui arvestada kahte viimast seost, siis valemi (10-38) põhjal liigõhutegur

$$\alpha = \frac{1}{1 - \dfrac{79}{21}\dfrac{O_2 - 0{,}5CO - 0{,}5H_2 - 2CH_4}{N_2 - \dfrac{V^{\text{k}}_{\text{N}_2}}{V_{\text{k.g}}}}}. \tag{10-41}$$

Kütuse täielikul põlemisel

$$\alpha = \frac{1}{1 - \dfrac{79}{21}\dfrac{O_2}{N_2 - \dfrac{V^{\text{k}}_{\text{N}_2}}{V_{\text{k.g}}}}}. \tag{10-42}$$

Kui asendada valemist (10-30) $O_2$, arvestada seost (10-33) ning jätta arvestamata lämmastiku osatähtsus kütuses, avaldub liigõhutegur järgmise valemi kaudu:

$$\alpha = \frac{\frac{79}{RO_2} + \beta}{\frac{79}{21}(1+\beta)}. \tag{10-43}$$

Võttes viimases valemis $\beta = 0$ ja arvestades, et $O_2 + RO_2 = 21\%$, saame liigõhuteguri määramise nn hapnikuvalemi, mida praktikas laialt kasutatakse:

$$\alpha = \frac{21}{21 - O_2}. \tag{10-44}$$

Valem on seda täpsem, mida süsinikurikkam on kütus ja mida lähedasem nullile on vahe ($H - O/8$).

Arvestades viimast seost, võime valemi (10-43) avaldada ka kujul

$$\alpha = \alpha_{O_2} + \frac{21}{79}\frac{\beta}{1+\beta}, \tag{10-45}$$

kus $\alpha_{O_2}$ – hapnikuvalemi kaudu arvutatav liigõhutegur.

**Üheteistkümnes peatükk**

# PÕLEMISFÜÜSIKA

## 11.1 Põlemisfüüsika olemus

Põlemine on füüsikalis-keemiline nähtus, mille jooksul kütuse osised ühinevad hapnikuga. Klassikalises tähenduses mõistetakse põlemisena kütuse orgaanilise osa ühendite ja hapniku vahel kulgevaid keemilisi reaktsioone, mille väljund on gaasilised ühendid ehk põlemisgaas ja soojus. Siit lähtuvalt vaatleme põlemist ka alljärgnevas osas.

Põlemine on ajas kulgev protsess.

Eristatakse homogeenset ja heterogeenset põlemist. Homogeensel põlemisel on kütuse põlevaine ja oksüdant ühes ja samas faasis. Selle näiteks on gaaskütuse reageerimine hapnikuga. Heterogeensel põlemisel on põlevaine ja oksüdandi olekufaasid erinevad. Heterogeense põlemise tüüpnäide on süsiniku põlemine.

Põlemine algab keemilise reaktsiooniga põlevaine ja hapniku vahel, mis võib kulgeda kuni süsteemi keemilise tasakaalu saabumiseni. See aga tähendab, et reageerivas süsteemis leidub alati nii reaktsiooni lähteaineid kui ka lõppsaadusi. Reaalsetes tingimustes kulgevad põlemisprotsessid enamasti kuni lõpuni.

Peamised keemilised elemendid, mis reageerivad hapnikuga põlemisprotsessi käigus, on süsinik ja vesinik.

Põlemine on nähtus, mis kulgeb iseenesest eeldusel, et kütus on süttinud ja põlemiskeskkonna temperatuur on süttimistemperatuurist kõrgem. Kütus süttib siis, kui areneb põlemises osalevate ainete ühinemisreaktsioon kas reaktsiooni oma- või välissoojuse toimel. Kütuse ja oksüdandi (hapniku) segu süttimistemperatuur sõltub paljudest teguritest, kus oluline on osalejate kontsentratsiooni vahekord ning reageeriva süsteemi ja ümbruskeskkonna vahelise soojusülekande tingimused. Seetõttu ei ole süttimistemperatuur kütuse füüsikaline omadus.

Kütuse põlemine on alati kaheetapiline. Esmalt luuakse kontakt kütuse ja hapniku molekulide vahel, mis olemuselt on füüsikaline nähtus. Sellele järgnevad teise etapina ainete molekulide ühinemisreaktsioonid, mille vältel tekivad reaktsioonisaadused. Olemuselt on see keemiline protsess (uue aine tekkimine). Molekulide ühinemise eeldus on nendevahelise energeetilise barjääri ületamine. Selle saavad ületada ainult need molekulid, mille energia on reaktsiooniks vajaliku aktivatsioonienergiaga võrdne või sellest suurem.

Öeldust nähtub, et põlemine on üldjuhul füüsikaliste ja keemiliste nähtuste kogum. Välistatud ei ole aga ka teatud piirjuhtumid, kus põlemist võib vaadelda kui puhtalt keemilist või füüsikalist protsessi. Kõige selgemini eristuvad need heterogeense põlemise korral, kus põlemise olemuse määrav parameeter on enamasti temperatuur. Madalal temperatuuril on põlevaine ja hapniku molekulide reageerimise kiirus väike, võrreldes hapniku reaktsioonipinnale (põlemispinnale) kandumise kiirusega. Nii ei mõjuta hapniku juurdevool märgatavalt põlemisreaktsioonide kulgemise kiirust – selle dikteerib hapniku juurdevoolust aeglasemalt toimuv keemiline reaktsioon. Põlemine toimub siin nn kineetilises piirkonnas, kus valdav on protsessi keemiline iseloom. Kõrgel temperatuuril kulgeb keemiline reaktsioon väga kiiresti ja protsessi käigu määrab hapniku ülekanne reaktsioonipinnale, mitte enam ühinemisreaktsiooni kiirus. Põlemine toimub difusioonipiirkonnas, kus ülekaalus on füüsikalised nähtused.

Enamiku põlemisprotsesside eeldus on kütuse ja oksüdandi kontakt, mis tegelikkuses luuakse erinevate füüsikaliste protsesside abil. Olgu selleks põlevsegu valmistamine osiste eelsegamisega, hapniku ülekanne reaktsioonipinnale heterogeenses põlemisprotsessis vms.

Põlemine on enamasti seotud selles vabaneva soojuse ülekandenähtustega.

Põlemisel esinevate füüsikaliste ja keemiliste nähtuste koos käsitlemine ongi põlemisfüüsika.

## 11.2 Reaktsioonikiirus

### 11.2.1 Massitoimeseadus

Üldtähenduses mõistetakse reaktsioonikiirusena reageeriva aine hulga (massi, moolkoguse jt) muutumist ajas.

Homogeense reaktsiooni korral (gaaskütuse põlemine) antakse reaktsioonikiirus aine hulga muutusena mahuühikus ajaühiku jooksul, näiteks reageeriva aine mingi komponendi kontsentratsiooni muutusena ajas.

Heterogeense reaktsiooni puhul (vedel- ja tahkekütuse põlemine) avaldatakse reaktsioonikiirus tavaliselt aine massi muutusena ajas põlemispinna ühiku kohta, ka võib selle väljendada hapnikutarbe järgi ajaühikus põlemispinna ühiku kohta. Teatud juhtudel on otstarbekas anda reaktsioonikiirus põlevaine mahuühiku kohta.

Suvalises reaktsioonis osaleb reeglina mitu ainet. Ühinemise käigus väheneb lähteainete, samaaegselt suureneb aga reaktsioonisaaduste kogus. Reaktsioonisaaduste ja lähteosiste hulgad on seejuures ranges stöhhiomeetrilises vastavuses.

Olgu antud homogeenne reaktsioon

$$\chi_A A + \chi_B B \rightarrow \chi_C C + \chi_D D. \qquad (11\text{-}1)$$

Reaktsioonikiiruse võib avaldada kas reaktsioonisaaduste kontsentratsiooni kasvu näol

$$W_{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\tau} \quad \text{ja} \quad W_{\mathrm{D}} = \frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}\tau}$$

või reaktsiooni lähtekomponentide kahanemisena

$$W_{\mathrm{A}} = -\frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}\tau} \quad \text{ja} \quad W_{\mathrm{B}} = -\frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}\tau},$$

kus $c$ – osise kontsentratsioon, $\tau$ – aeg.

Stöhhiomeetrilise võrrandi (11-1) kohaselt reageerib $\chi_{\mathrm{A}}$ kilomooli ainet A $\chi_{\mathrm{B}}$ kilomooli ainega B. Kui aja $\mathrm{d}\tau$ jooksul kulub $\mathrm{d}n_{\mathrm{A}}$ kilomooli ainet A, siis on selleks vaja $\mathrm{d}n_{\mathrm{B}}$ kilomooli ainet B:

$$\mathrm{d}n_{\mathrm{B}} = \frac{\chi_{\mathrm{B}}}{\chi_{\mathrm{A}}}\mathrm{d}n_{\mathrm{A}}.$$

Avaldame reaktsioonikiiruse moolkontsentratsiooni kaudu (kmol/m$^3$):

$$\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\chi_{\mathrm{B}}}{\chi_{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}\tau}. \tag{11-2}$$

Samuti

$$\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{\chi_{\mathrm{C}}}{\chi_{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}\tau}. \tag{11-3}$$

Lõpptulemusena selgub, et reagentide kontsentratsioonide vahel kehtib seos (vt samuti valem (11-1))

$$-\frac{1}{\chi_{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{1}{\chi_{\mathrm{B}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{1}{\chi_{\mathrm{C}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{1}{\chi_{\mathrm{D}}}\frac{\mathrm{d}\overline{c}_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}\tau}. \tag{11-4}$$

Kuna stöhhiomeetrilised tegurid võrrandis (11-1) on konstandid, siis valem (11-4) määrab reaktsioonikiiruse reaktsioonis osaleva suvalise komponendi hulga muutuse kaudu. Põlemisreaktsioonide käsitlemisel leitakse kütuse põlemiskiirus sageli hapniku kontsentratsiooni muutuse alusel põlemisgaasis.

Kui reageerivad komponendid on gaasifaasis, siis on tihti otstarbekas kasutada aine kontsentratsiooni asemel tema osarõhku.

Esitatud valemid defineerivad keemilise reaktsiooni kiiruse, kuid ei anna vastust küsimusele, millised tegurid seda mõjutavad.

Ainete keemilise ühinemise tingimuseks on nende molekulide omavahelised kokkupõrked. Molekulidevaheliste põrgete arv on seda suurem, mida rohkem molekule on mahuühikus ehk mida kõrgem on aine kontsentratsioon. Siit järeldub, et keemilise reaktsiooni kiirus on võrdeline reageerivate ainete kontsentratsiooniga segus (ülejäänud tingimuste püsides). Seda lauset tuntakse ka kui massitoimeseadust.

Stöhhiomeetrilisest võrrandist (11-1) lähtuv massitoimeseadus homogeensele reaktsioonile:

$$W = kc_{\mathrm{A}}^{\chi_{\mathrm{A}}} c_{\mathrm{B}}^{\chi_{\mathrm{B}}} . \tag{11-5}$$

Tegur $k$ on siin reaktsiooni kiiruskonstant, mis sõltub reaktsiooni tüübist ja temperatuurist. Teguri $k$ arvväärtus oleneb sellest, millistes mõõtühikutes väljendatakse reaktsioonikiirus.

Valem (11-5) kirjeldab aine kontsentratsiooni mõju reaktsiooni kiirusele, kuid selle rakendamisel põlemisreaktsioonidele on rohkem teoreetiline kui praktiline väärtus, sest stöhhiomeetrilise võrrandi alusel määratud reaktsiooni järk (stöhhiomeetriliste tegurite ehk kontsentratsiooni astendajate summa) sageli ei vasta tegelikule reaktsioonijärgule. Seetõttu on praktikas enam kasutatud katseliselt saadud tulemusi. Vaatamata öeldule jääb massitoimeseadus, mis määrab aine kontsentratsiooni mõju reaktsioonikiirusele, üldtähenduses kehtima.

Oluline koht põlemisprotsesside uurimisel on heterogeensetel reaktsioonidel, seda nii vedel- kui ka tahkekütuse korral.

Nagu mis tahes tavalisel vedelikul sõltub ka vedelkütuse küllastusrõhk temperatuurist, olles seda kõrgem, mida kõrgem on temperatuur.

Vedelkütuse põlemisel toimub keemiline reaktsioon alati homogeensena kütuse küllastunud auru ja gaasilise hapniku vahel. Määravaks sel juhul on hapniku osarõhk segus, kuna vedelkütuse auru rõhk on püsitemperatuuril muutumatu.

Tahkise ja gaasi vahelisele reaktsioonile on iseloomulik gaasi molekulide põrkumine tahkise pinnaga. Molekulide põrgete arv on võrdeline gaasi tihedusega, mille omakorda määrab reageeriva gaasi osarõhk. Seega massitoimeseaduse kohaselt sõltub reaktsioonikiirus gaasi osarõhust, mistõttu heterogeensete protsesside puhul tuleb reaktsioonikiiruse arvutamisel arvestada ainult gaasifaasis komponentide osarõhku (kontsentratsiooni).

### 11.2.2 Temperatuuri mõju

Põlemisreaktsioonide kiirus oleneb tugevasti temperatuurist, kasvades viimase tõusuga väga järsult. Temperatuuri mõju reaktsioonikiirusele väljendab kõige otsesemalt keemilise reaktsiooni kiiruskonstant valemis (11-5), mille eksponentsiaalset temperatuurisõltuvust kirjeldab Arrheniuse seadus:

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T}\right), \tag{11-6}$$

kus $k_0$ – eksponentkordaja, E – aktivatsioonienergia (kJ/kmol), $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant, $T$ – absoluutne temperatuur.

Valem (11-6) esitatakse sageli ka logaritmilisel kujul

$$\ln k = \ln k_0 - \frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T}. \tag{11-7}$$

Viimasest valemist nähtub, et reaktsiooni kiiruskonstandi logaritm sõltub absoluutse temperatuuri pöördväärtusest lineaarselt. Seepärast on keemilise reaktsiooni kiiruse uurimisel mugav kasutada koordinaadistikku ln $k$ – 1/$T$, mida tuntakse Arrheniuse koordinaadistikuna.



**Svante August Arrhenius** (19.02.1859 Vik, Uppsala läh – 2.10.1927 Stockholm), rootsi füsikokeemik. Rootsi Kuningliku TA liige (1901), selle Nobeli-nimelise Füüsikalise Keemia Instituudi direktor (1905–1927), mitme TA välisliige, Nobeli keemiapreemia laureaat (1903). Õppis Uppsala ülikoolis matemaatikat, füüsikat ja keemiat. 1881 siirdus Stockholmi töötamaks TA-s. 1895 valiti füüsikaprofessoriks Stockholmi *Högskola*'s, mille rektor ta hiljem oli (1897–1905).

Arrhenius on elektrolüütilise dissotsiatsiooniteooria looja. Uuris elektrolüütide elektrokeemilisi omadusi, määras nende dissotsiatsiooni olemuse, sõltuvuse ainest ja lahuse kontsentratsioonist.

Arrhenius avastas kvantitatiivse seose elektrivoolu ja lahuste keemilise aktiivsuse vahel, uuris tulemuslikult elektrolüütilise dissotsiatsiooni mõju osmootsele rõhule, elektrolüütide keemis- ja külmumistemperatuurile. Avastas seaduspärasuse keemilise reaktsiooni kiiruse ja temperatuuri vahel, mille matemaatilist kuju tuntakse ***Arrheniuse seadusena***. Muuhulgas uuris atmosfääris leiduva süsihappegaasi mõju kliimale.

Arrheniuse seaduse diferentsiaalkuju:

$$\frac{\mathrm{d}\ln k}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}T^2}. \tag{11-8}$$

Molekulidevahelise reaktsiooni eeldus on nende vastastikune kontakt ehk kokkupõrge, kuid vaid väikese osa molekulide kokkupõrge viib uue aine tekkimiseni. Molekulid, mis on suutelised omavahel reageerima ja on nn aktiveeritud seisundis, moodustavad teatud osa süsteemis olevate molekulide koguarvust. Süsteemis toimub pidev molekulide aktivatsioon, tekivad uued aktiveeritud molekulid. See protsess vajab teatud energiat, mida Arrheniuse seaduses esindab aktivatsioonienergia E. Sellest väiksema energiaga molekulid ei saa omavahel ühineda. Aktiveeritud ja aktiveerimata molekulidest koosnev süsteem on tasakaaluline ning nagu tasakaalulist süsteemi üldse iseloomustab sedagi tasakaalukonstant. Tasakaalukonstant on aktiveeritud molekulide arvu suhe molekulide koguarvu:

$$K_\mathrm{a} = \frac{N_\mathrm{a}}{N}. \tag{11-9}$$

Aktiveeritud molekulide omavaheline kokkupõrge kutsub esile ühinemisreaktsiooni, mille käigus vabaneb energia.

Kui käsitada valemiga (11-9) avalduvat tasakaalukonstanti samaväärsena reaktsiooni kiiruse konstandiga avaldises (11-8), siis

$$\frac{\mathrm{d}\ln K_\mathrm{a}}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}T^2}.$$

Viimasest valemist nähtub, et tasakaalukonstant $K_a$ suureneb järsult temperatuuri tõustes, mis osutab aktiveeritud molekulide hulga suurenemisele süsteemis.

Aktivatsioonienergia on seega peamine, mis määrab reaktsioonikiiruse. Mida väiksem on aktivatsioonienergia, seda kiirem on ühinemisreaktsioon.

Toetudes öeldule, võib Arrheniuse seadusele anda järgmise tõlgenduse. Eksponentkordaja kajastab molekulide üldist kokkupõrgete arvu ajaühikus, aktivatsioonienergia molekulide vajalikku minimaalset energiat, mis viib nende ühinemisele, ning neid ühendab reaktsiooni kiiruskonstant, milles väljendub ühinenud molekulide arv.

### 11.2.3 Kontsentratsiooni mõju

Kirjeldagu kahe gaasifaasis ainekomponendi vahelist reaktsiooni võrrand

$$\chi_A A + \chi_B B \rightarrow \chi_C C. \tag{11-10}$$

Komponent A võib olla kütus ja komponent B oksüdant. Olgu aine A suhteline osamaht segus $r_A$, aine B suhteline osamaht $r_B$. Valemi (11-10) kohaselt $r_A = (1 - r_B)$. Eeldame, et segu osised alluvad ideaalgaasi seadustele, siis i-nda komponendi moolkontsentratsioon (kmol/m$^3$)

$$\overline{c}_i = \frac{r_i p}{\overline{R} T}$$

ja valemi (11-5) kohaselt eeldusel, et toimub teist järku reaktsioon,

$$\frac{d\overline{c}_C}{d\tau} = k c_A c_B = \frac{kp}{\overline{R} T} r_B (1 - r_B). \tag{11-11}$$

Käsitleme olukorda, kus süsteemi temperatuur ja rõhk on püsisuurused, siis reaktsioonikiirus sõltub peamiselt korrutisest $r_B (1 - r_B)$. Osamahu $r_B$ muutusel väärtuselt 1 (puhas hapnik) väärtuseni 0 (hapnik puudub) muutub korrutis nullist kuni teatud maksimumväärtuseni ning seejärel langeb uuesti nullini. Võrdeliselt sellega muutub ka reaktsioonikiirus. Korrutisel on maksimumväärtus, kui $r_A = r_B = 0{,}5$, mil segus on stöhhiomeetriline vahekord.

Esitatu ei ole tüüpiline kütuse põlemisele tegelikus olukorras, sest kütuse põlemisel näiteks õhukeskkonnas on põlemisgaasi üks oluline koostisosa ka lämmastik kui põlemisreaktsioonis mitteosalev inertgaas. Viimane vähendab reageerivate osiste kontsentratsiooni (osarõhku), samuti osamahtu ja koos sellega ka reaktsioonikiirust.

Tuginedes massitoimeseadusele ja reaktsioonile (11-10) eeldame, et reaktsioonikiirus on igal ajahetkel võrdeline reageeriva osise (nt põlevkomponendi) kontsentratsiooniga. Sellisel juhul

$$\frac{dc}{d\tau} = -kc, \tag{11-12}$$

kus $c$ – komponendi kontsentratsioon ajahetkel $\tau$.

Kui lugeda reaktsioonikiiruse konstant püsisuuruseks (antud temperatuuril) ning kui alghetkel $\tau = 0$ ja $c = c_A$, siis võrrandi (11-12) integraal

$$c = c_A \, e^{-k\tau} . \qquad (11\text{-}13)$$

Saadud tulemus näitab reageeriva osise kontsentratsiooni ajalist vähenemist segus. Seda tüüpi seadupärasus on omane paljudele põlemisreaktsioonidele, kus protsessi intensiivsus on alguses kõrge, seejärel aeglustub reaktsiooni jooksul ning vaibub lõppfaasis asümptootiliselt.

## 11.3 Põlevsegu süttimine

Põlevsegu süttimine on kahe vastandliku nähtuse kooslus: ühelt poolt põlevsegu osiste ühinemisreaktsioon samaaegse soojuse vabanemisega ning teisalt soojusülekanne ümbruskeskkonda. Kui nendest esimesel on tendents tõsta segu temperatuuri, siis teine nähtus, vastupidi, langetab seda. Käsitleme põlevsegu süttimise teooriat, lähtudes neist väidetest (N. Semjonovi järgi).

**Nikolai Nikolajevitš Semjonov** (15.04.1896 Saraatov – 25.09.1986 Moskva), vene füsikokeemik. Nobeli keemiapreemia 1956. NSVL TA akadeemik (1932), mitme välismaise TA akadeemik. Lõpetas 1917 Peterburi ülikooli füüsika-matemaatikateaduskonna. 1920 kutsus A. Joffe ta Tomski ülikoolist Petrogradi (Leningradi) füüsikatehnikainstituudi asedirektoriks ja elektroonikanähtuste laboratooriumi juhatajaks. 1928 edutati professoriks. Selle instituudi alusel moodustati 1931 NSVL TA füüsikalise keemia instituut, mille esimene direktor ta oli. 1944 valiti Moskva riikliku ülikooli professoriks. Semjonovi teadustöö oli mitmekülgne ja väga viljakas.



Olulisemaid teadustöö suundi: dissotsiatsiooni- ja rekombinatsiooniprotsessid, sh metallide ja soolaaurude ioniseerimise potentsiaal; aurude adsorptsiooni- ja kondensatsiooninähtused keha pinnal (nende nähtuste kokkuvõtlik ja ammendav teooria ilmus 1925, kaasautorid Frenkel jt); nähtused elektrivoolust läbitavais gaasides ja tahkistes, sh läbilöök dielektrikus; gaasisegude plahvatusliku põlemise nähtused ja põlemisteooria; keemiliste ahelreaktsioonide mehhanism ja kulgemise aspektid. Pildil on Nikolai Semjonov (paremal) ja tuntud füüsik Pjotr Kapitsa.

Olgu antud põlevsegu kinnises anumas, mis on soojuslikus kontaktis ümbruskeskkonnaga. Alates teatud temperatuurist hakkab segus märgatava kiirusega arenema keemiline reaktsioon ning eralduma soojus. Reaktsiooni kiirenedes soojuse eraldumine kasvab, põlevsegu temperatuuri tõustes suureneb ka temperatuurivahe ümbruskeskkonnaga, ning üha rohkem lahkub protsessist soojust. Seega jaguneb reaktsiooni käigus vabanev soojus kaheks, üks osa tõstab segu temperatuuri, teine osa läheb ümbruskeskkonda.

Kui reaktsioonis eralduv soojushulk on võrdne ümbruskeskkonda kanduva soojushulgaga, siis valitseb soojuslik tasakaal ja segul on püsitemperatuur. Kui aga põlemisel eralduv soojushulk ületab ümbruskeskkonda kanduva soojushulga,

tõuseb temperatuur pidevalt, kasvab reaktsioonikiirus ning põlemisprotsess areneb iseeneslikult.

Põlevsegu süttimisprotsessi selgitab diagramm joonisel 11.1. Kujutagu joon *A* põlemisreaktsioonis mahuühikus eralduvat soojushulka $Q_\mathrm{p}$, mis Arrheniuse seaduse alusel

$$Q_\mathrm{p} = k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T}\right) c Q_\mathrm{k}\,, \tag{11-14}$$

kus $k_0$ – eksponentkordaja, E – aktivatsioonienergia, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant, $T$ – põlevsegu temperatuur, $c$ – hapniku kontsentratsioon, $Q_\mathrm{k}$ – põlevsegu küttevääртus.

Probleemi lihtsustamiseks eeldatakse, et reaktsioonikiirus on hapniku kontsentratsiooni suhtes esimest järku reaktsioon.

Soojushulk $Q_\mathrm{p}$ valemi (11-14) järgi on temperatuuri eksponentfunktsioon.

Põlevsegult kandub ümbruskeskkonda soojushulk

$$Q_\mathrm{v} = \alpha \frac{F}{V}(T - T_0)\,, \tag{11-15}$$

kus $\alpha$ – soojusülekandetegur põlevsegult ümbruskeskkonda, $F$ – anuma välispindala, $V$ – anuma maht, $T_0$ – ümbrustemperatuur.

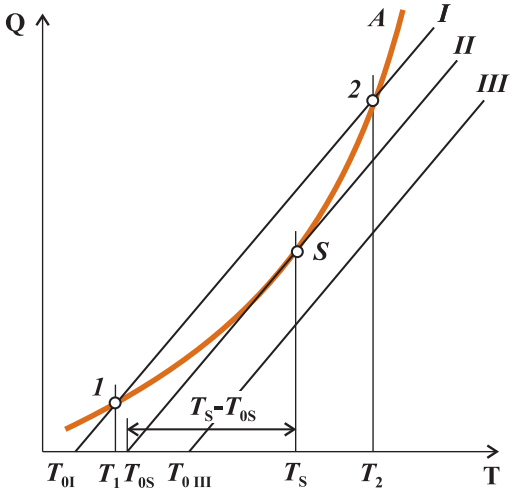
Põlevsegu süttimise paremaks mõistmiseks eeldatakse sageli intensiivset soojusülekannet ümbruskeskkonna ja anuma seina vahel ning sellest tulenevana ümbruskeskkonna ja anuma seinatemperatuuri võrdsust.

Ümbruskeskkonda kanduv soojushulk sõltub põlevsegu temperatuurist lineaarselt, selle sirge asukoha joonisel määrab ümbrustemperatuur $T_0$ ja kompleksi $\alpha F/V$ arvväärtus.

Soojuse siirdumist ümbruskeskkonda väljendavad joonisel 11.1 paralleelsirged *I*, *II* ja *III*, igaühele neist vastab oma ümbruskeskkonna temperatuur $T_0$, sirgete paralleelsus osutab soojuseülekandeteguri temperatuurisõltumatusele.

Seega väljendab joonisel kujutatu põlemisprotsessi ja soojussiirde olukorda ühtedel ning samadel tingimustel, kuid ümbrustemperatuuri mitme väärtuse puhul.

Ümbruskeskkonna temperatuuril $T_{0\mathrm{I}}$ lõikub soojussiiret väljendav sirge *I* soojuse eraldumise joonega *A* kahes punktis, kus esineb soojuslik tasakaal $Q_\mathrm{p} = Q_\mathrm{v}$. Vastaku olekule punktis *1* temperatuur $T_1$; põlemisel selle punktini ületab eralduv soojushulk lahkuva koguse ning segu kuumeneb kuni temperatuurini $T_1$. Edasi segu temperatuur tõusta ei saa, sest süsteemist lahkuv soojushulk ületab reaktsioonist tekkiva. Seega vastab punkt *1* segu stabiilsele ja aeglasele põlemisele madalal temperatuuril. Kui mingil põhjusel segu temperatuur kaldub tasakaalutemperatuurist $T_1$ kõrvale, kas ühele või teisele poole, naaseb põlemine iseeneslikult stabiilsesse seisundisse punktis *1*.




**Joonis 11.1. Põlevsegu süttimist selgitav diagramm**

Kui segu temperatuur on kõrgem kui $T_2$ punktis *2*, siis ületab protsessis eralduv soojus süsteemist lahkuva soojushulga, põlevsegu süttib ise (edaspidi: süttimine) ning põlemine progresseerub. Kui aga temperatuur on madalam kui punktis *2,* siis ületab ümbruskeskkonda lahkuv soojushulk lisanduva soojushulga ning põlemine kandub stabiilsesse olekusse punktis *1*. Seega punkt *2* ei vasta süsteemi stabiilsele seisundile.

Kui tõsta ümbrustemperatuuri väärtuseni $T_{0S}$ nii, et sirge *II* puutuks joont *A* punktis *S*, siis oleks see punkt stabiilne temperatuuri alanedes, kuid ebastabiilne selle tõustes. Punkt *S*, millele vastab põlevsegu temperatuur $T_S$, on süttimise seisukohalt kriitiline punkt. Madalamal temperatuuril kui $T_S$ on põlemine stabiilne, selle temperatuuri ületanuna aga progresseerub iseeneslikult, s.t põlevsegu on süttinud. Nimetame temperatuuri $T_S$ süttimistemperatuuriks, sellele vastab ümbrustemperatuur $T_{0S}$. Mainime, et temperatuurivahe ($T_S - T_{0S}$) oleneb suurel määral ümbruskeskkonda suunatud soojusülekande tingimustest.

Selgub, et süttimistemperatuur $T_S$ ei sõltu mitte ainult põlevsegu omadustest, vaid ka soojusülekande tingimustest. Järelikult ei ole süttimistemperatuur põlevsegu iseloomustav füüsikaline omadus, vaid mitmest mõjurist määratud suurus.

Välisteguritest avaldavad süttimistemperatuurile suurimat mõju ümbruskeskkonna temperatuur ja soojuse sinna siirdumise tingimused.

Põlevsegu süttimistemperatuuri matemaatiline kirjeldus lähtub kahest tingimusest:

$$Q_\mathrm{p} = Q_\mathrm{v}$$

ja

$$\frac{\mathrm{d}Q_\mathrm{p}}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}Q_\mathrm{v}}{\mathrm{d}T}.$$

Esimese tingimuse kohaselt võrdub põlemisreaktsioonis eralduv soojushulk ümbruskeskkonda siirduva soojushulgaga, teine tingimus aga väljendab joone *A* ja sirge *II* puutepunkti.

Diferentseerides avaldisi (11-14) ja (11-15) temperatuuri järgi ning arvestades võrdust $Q_p = Q_v$, saame

$$T_s^2 - \frac{E}{\overline{R}}(T_S - T_{0S}) = 0.$$

Selle võrrandi lahend

$$T_s = \frac{E}{2\overline{R}}\left(1 - \sqrt{1 - 4\frac{\overline{R}}{E}T_{0S}}\right). \qquad (11\text{-}16)$$

Arendame viimases valemis ruutjuurealuse avaldise $T_{0S}$ järgi Taylori ritta

$$\sqrt{1 - 4\overline{R}\frac{T_{0S}}{E}} = 1 - \frac{2\overline{R}T_{0S}}{E} - 2\left(\frac{\overline{R}T_{0S}}{E}\right)^2 + \ldots$$

ning jätame arvestamata sellele järgnevad kõrgemat järku liikmed, siis

$$T_S = T_{0S} + \frac{\overline{R}}{E}T_{0S}^2. \qquad (11\text{-}17)$$

Temperatuurivahe

$$\Delta T_S = T_S - T_{0S} = \frac{\overline{R}}{E}T_{0S}^2$$

määrab põlevsegu süttimiseelse kuumenemise. Kui eelkuumenemisel $\Delta T < \Delta T_S$, siis ei ole segu süttimine võimalik, kui aga $\Delta T > \Delta T_S$, siis segu süttib, kuid vajab teatud kuumenemisaega, nn induktsiooniperioodi. Valemist (11-17) nähtub, et süttimiseelse kuumenemise ulatus sõltub aktivatsioonienergiast ja ka keskkonna temperatuurist. On ilmne, et põlevsegu süttib temperatuuri $T_S$ ületamisel, mis saab toimuda ainult siis, kui $T_0 > T_{0S}$ või kui väheneb põlevsegu ja keskkonna vahelise soojusvahetuse intensiivsus. Olukorras $T_0 > T_{0S}$ (joon *III* joonisel 11.1) ei kandu kogu eralduv soojus ümbruskeskkonnale, sest osa sellest kulub segu kuumutamisele.

Ka süttimistemperatuurist madalama temperatuuri piirkonnas jaguneb reaktsiooni jooksul vabanev soojus kaheks – osa sellest tõstab põlevsegu temperatuuri, teine osa aga lahkub ümbruskeskkonda. Põlevsegu temperatuuri tõus, vastavalt Arrheniuse seadusele, intensiivistab reaktsiooni kulgu, millest tulenevalt tõuseb põlevsegu temperatuur veelgi ja kasvab soojuse eemaldumine keskkonda.

Lähtudes võrdusest $Q_p = Q_v$ ning arvestades valemeid (11-14), (11-15) ja (11-17), saame

$$k_0 \exp\left[-E/\left(\overline{R}T_{0S}\left(1 + \frac{\overline{R}T_{0S}}{E}\right)\right)\right] cQ_k = \alpha\frac{F}{V}\frac{\overline{R}T_{0S}^2}{E}.$$

Et

$$\frac{\overline{\mathrm{R}}T_{0\mathrm{S}}}{\mathrm{E}} << 1\text{, siis}$$

$$k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T_{0\mathrm{S}}}\right) cQ_{\mathrm{k}} = \alpha \frac{F}{V} \frac{\overline{\mathrm{R}}T_{0\mathrm{S}}^2}{\mathrm{E}}.$$

Viimane võrrand kirjeldab soojuslikku tasakaalu põlevsegu süttimispunktis ning vastab süttimistemperatuurile $T_{\mathrm{S}}$. Sellest nähtub, et süttimistemperatuurile vastav temperatuur $T_{0\mathrm{S}}$ sõltub kütuse põlemiskiirust iseloomustavatest näitajatest, põlevsegu ja oksüdandi vahekorrast ning soojuse ümbruskeskkonda suundumise tingimustest.

$T_{0\mathrm{S}}$ on minimaalne temperatuur (üldiselt erineb $T_{0\mathrm{S}}$ vähe põlevsegu temperatuurist), millest alates on antud tingimustes võimalik segu iseeneslik kuumenemine $\Delta T_{\mathrm{S}} = \overline{\mathrm{R}}T_{0\mathrm{S}}^2/\mathrm{E}$ võrra kuni süttimistemperatuurini $T_{\mathrm{S}} = \Delta T_{\mathrm{S}} + T_{0\mathrm{S}}$. Temperatuuril $T_{0\mathrm{S}}$ (millele vastab süttimistemperatuur $T_{\mathrm{S}}$) algab segu temperatuuri tõus, mis viib põlevsegu süttimisele.

Aeg, mis kulub põlevsegu jõudmiseks ümbruskonna temperatuurilt süttimistemperatuurini, on induktsiooniperiood. See on määratud nii kütuse omadustega kui ka režiimi parameetritega ja soojussiirde tingimustega. Induktsiooniperiood lüheneb soojusülekande nõrgenedes.

## 11.4 Gaaskütuse põlemine

### 11.4.1 Leegilevi normaalkiirus

Leegi levikiirus on gaaskütuse kineetilise põlemise intensiivsuse üks oluline näitaja. Seejuures, nagu juba varemgi tähendatud, eeldab kineetiline põlemine oksüdandi ja gaaskütuse eelnevat läbisegamist (nt metaani ja õhu segu põlemine). Leegi levikiirus sõltub mitmest mõjurist, nende hulgas ka põlemise aerodünaamilistest tingimustest. Gaasi põlevsegu kineetilist põlemist seisvas või laminaarselt liikuvas keskkonnas tuntakse kui normaalpõlemist, leegi levimise intensiivsust iseloomustab seejuures leegilevi normaalkiirus.

Kütuse normaalpõlemisel toimub põlevsegu kuumenemine süttimistemperatuurini ja osiste ühinemisreaktsioon põlemata, algolekus segu ja põlemissaadusi lahutavas väga õhukeses kihis (paksusega harilikult alla 1 mm). Seda kihti nimetatakse põlemistsooniks. Et see on väga õhuke, siis käsitletakse teda pinnana ehk põlemisfrondina. Leegilevi normaalkiirus $u_{\mathrm{n}}$ on põlemisfrondi lineaarkiirus pinnanormaali suunas süttimata põlevsegu suhtes. Leegilevi normaalkiiruse mõõtühik on tavaliselt m/s.

Leegilevi normaalkiiruse kõrval on kasutusel veel mõisted mahtpõlemiskiirus $U_{\mathrm{n}}$ ($\mathrm{m}^3/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s})$), mis väljendab leegifronti läbiva põlevsegu mahtkulu ajaühikus,

põlemisfrondi soojuskoormus $Q_n$ (kW/m$^2$), mis näitab ajaühikus pinnaühikult eralduvat soojushulka, ning masspõlemiskiirus $u_m$ (kg/(m$^2$·s)), mis on leegilevi normaalkiiruse ja gaasisegu tiheduse $\rho_g$ korrutis:

$$u_m = \rho_g u_n \,. \qquad (11\text{-}18)$$

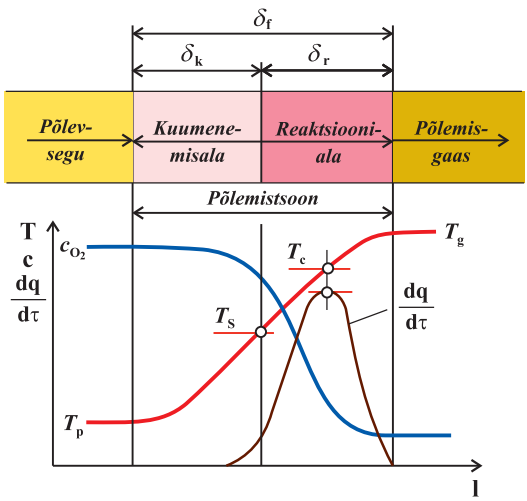
Masspõlemiskiirust väljendab aine masskogus, mis põleb ajaühikus pinnaühiku kohta. Masspõlemiskiirus võimaldab võrrelda leegilevikiirust eri olukordades (põlevsegu erineval tihedusel, temperatuuril, rõhul jne).

Gaaskütuse normaalpõlemine on kirjeldatav järgmiselt (joonis11.2).

Põlemistsoon jagab süsteemi kaheks osaks – madala temperatuuriga põlevsegu ja kõrge temperatuuriga põlemisgaas. Põlemist korraldab oluliselt temperatuurivahe põlemistsooni osade vahel, mis tingib intensiivse soojusülekande põlemisgaasilt põlevsegule nii molekulaarse soojusjuhtivuse kui ka difusiooni teel. Põlemisgaasi osiste difusiooni tõttu põlevsegusse tõuseb põlevsegu temperatuur ja alaneb hapniku kontsentratsioon (osarõhk) selles.

Põlemistsoonis tõuseb järsult temperatuur. Ühtlasi langeb seal põlevkomponentide ja hapniku kontsentratsioon, kuid suureneb põlemissaaduste kogus. Temperatuuri tõus kiirendab põlemisreaktsioone, kuid samaaegne hapniku kontsentratsiooni langus segus pärsib põlemiskiirust. Seepärast ei asu reaktsioonikiiruse maksimumväärtus kõrgeima temperatuuriga alas.

Joonisel 11.2 on toodud temperatuuri $T$, hapniku kontsentratsiooni $c_{O_2}$ ja soojuse eraldumiskiiruse d$q$/d$\tau$ muutus laminaarse leegi põlemise tsoonis. Temperatuur tõuseb põlevsegu algtemperatuurilt $T_p$ põlemisgaasi lõpptemperatuurini $T_g$. Kihi paksust, mille ulatuses temperatuur sel moel tõuseb, nimetatakse põlemistsooni füüsiliseks paksuseks (tähis $\delta_f$). Viimane jaguneb omakorda kaheks – kuumenemis- ja reaktsioonialaks. Kuumenemisalas temperatuur tõuseb, sinna kandub reaktsioonialalt soojust soojusjuhtivuse ja difusiooni teel.




**Joonis 11.2. Laminaarse leegi leviskeem**

Difusiooniprotsess põhjustab hapniku kontsentratsiooni mõningase languse põlevsegus. Kihi paksust, kus kulgevad põlemisreaktsioonid ja vabaneb soojus, nimetatakse reaktsiooniala paksuseks (tähis $\delta_r$). Kuumenemis- ja reaktsiooniala vahelise piiri määrab süttimistemperatuur $T_S$. Süttimistemperatuuri saavutanud põlevsegus kulgeb põlemisprotsess iseeneslikult, sellel temperatuuril on tasakaalus põlemisprotsessis eralduv soojushulk ja leegieelse gaasikihi kuumutamiseks vajalik soojushulk. Kütuse süttimisega on seotud induktsiooniperiood, s.o aeg, mis on vajalik reaktsioonieelsel perioodil jõudmaks süttimistemperatuurini. Kütuse normaalpõlemise korral võrdub induktsiooniperiood segu kuumutusperioodiga, mis aga on selle kihi õheduse tõttu väga lühike. Lühemale induktsiooniperioodile vastab aga kõrgem süttimistemperatuur.

Soojuse eraldumine reaktsioonialas on võrdeline reaktsiooni kiirusega, viimane aga sõltub nii temperatuurist kui ka hapniku kontsentratsioonist. Temperatuuri tõus kiirendab põlemist, kuid hapniku kontsentratsiooni vähenemine aeglustab seda. Seetõttu, nagu varem juba nenditud, on soojuse vabanemine maksimaalne temperatuuril $T_c < T_g$.

Gaaskütuse leegilevi normaalkiiruse matemaatiliseks kirjeldamiseks on mitmeid meetodeid. Vaatleme nende üldpõhimõtteid.

Põlevseguleegi levi matemaatilisel kirjeldamisel tuleb arvestada nii põlemise kineetikat ja soojuse eraldumist põlemisprotsessis kui ka soojusülekannet ja difusiooni.

Kirjeldagu funktsioon F($T$, $c$) põlemisreaktsiooni kiiruse temperatuurisõltuvust ja olenevust põlevaine või oksüdandi kontsentratsioonist (valem (11-14)), siis eraldub põlemistsooni elementaarkihis paksusega d$x$ soojust

$$\mathrm{d}Q_p = Q_k \mathrm{F}(T, c)\,\mathrm{d}x,$$

kus $Q_k$ on põlevsegu küttevääртus.

Osa soojusest $Q_p$ kulub reageeriva segu temperatuuri tõstmiseks, osa kandub soojusülekande teel kuumenemisala põlevsegule ja osa siirdub ümbruskeskkonda.

Soojushulk reageeriva segu temperatuuri tõstmiseks

$$\mathrm{d}Q_r = \rho_s u_n c_p \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x.$$

Põlemisgaasilt põlevsegule soojusjuhtivuse teel ülekantav soojushulk vastavalt soojusjuhtivusvõrrandile (p 13.3)

$$\mathrm{d}Q_t = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x.$$

Keemiliste reaktsioonide tõttu muutub reaktsioonialas ka põlevaine kontsentratsioon, mis kutsub esile komponentide difusiooni. Viimane on kirjeldatav võrrandiga

$$\rho_s u_n \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\rho_g D \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x - \mathrm{F}(T, c).$$

Valemites $\rho_s$, $\rho_g$ – vastavalt põlevgaasisegu ja põlemisgaasi tihedus, $u_n$ – leegilevi normaalkiirus, $c_p$ – isobaarne erisoojus, $\lambda$ – soojusjuhtivustegur, $c$ – reageeriva aine kontsentratsioon, $D$ – molekulaardifusiooni tegur, $F(T, c)$ – põlemisreaktsiooni kiirus.

Selleks et saada analüütilist avaldist arvutamaks kiirust $u_n$, tuleb lahendada esitatud kolmest diferentsiaalvõrrandist koosnev süsteem. Täpse lahendi saamine on ülimalt keerukas matemaatiline ülesanne, kuid on olemas teatud lihtsustavatel eeldustel saadud lahendeid. Avaldades põlevsegu kontsentratsiooni temperatuurifunktsioonina ning võrdsustades omavahel difusiooniteguri ja temperatuurijuhtivusteguri ($D = a = \lambda/\rho c_p$), on võimalik kolm võrrandit asendada ühega

$$Q_p F(T) = \rho_s c_p u_n \frac{dT}{dx} - \lambda \frac{d^2T}{dx^2}. \tag{11-19}$$

Võrrandi vasak pool väljendab põlemisel eralduvat soojust, mis on võrdeline reaktsioonikiirusega ja põlevsegu küttevääruse. Võrrandi parema poole esimene liige väljendab temperatuuritõusu põlevkihis soojuse eraldumisest põlemisreaktsioonis, teine liige reaktsioonialalt soojusjuhtivuse teel lahkuvat soojust.

Pärast veelkordseid lihtsustusi järeldub võrrandist (11-19), et

$$u_n = \sqrt{\frac{2\lambda}{Q_p \rho_s} \int_{T_p}^{T_g} F(T)\, dT}\,.$$

Arvestades reaktsioonikiiruse sõltuvust temperatuurist Arrheniuse seaduse alusel (valem (11-6)) ning tehes mõned lihtsustused ja matemaatilised teisendused, võib viimasele valemile anda kuju

$$u_n = \frac{\overline{R} T_g^2}{E} \sqrt{\frac{2\lambda k_0}{Q_p \rho_s (T_g - T_p)} \exp\left(-\frac{E}{\overline{R} T_g}\right)}. \tag{11-20}$$

Saadud valemi kaudu on võimalik hinnata üksikute suuruste mõju gaasileegi levi normaalkiirusele. Määrav on siinkohal Arrheniuse seadusest tulenev põlemisgaasi temperatuuri mõju põlemisreaktsiooni kiirusele. Põlemisgaasi temperatuur on arvutuslikult määratav põlemissaaduste soojusmahtuvuse ja põlemisel eralduva soojushulga kaudu (p 12.3.3). Täpsemates arvutustes tuleb arvestada ka soojuse siirdumist leegilt keskkonda (soojuskadu). Oluline mõju temperatuuri kõrval on ka aine molekulide reageerimiskiirust määraval aktivatsioonienergial E. Suhet $T_{av} = E/\overline{R}$, millel on temperatuuri mõõtühik, nimetatakse ka aktivatsioonitemperatuuriks. Siit nähtub, et leegi levikiirust ei määra mitte üksnes temperatuur, vaid ka reaktsiooni tüüp.

Nagu mainitud, sõltub leegilevi normaalkiirus vägagi kütuse omadustest ning põlevkomponendi ja hapniku suhtest põlevsegus.

Joonisel 11.3 on esitatud mõne põlevgaasi leegilevi normaalkiiruse olenevus gaasi mahtkontsentratsioonist õhus normaalrõhul ja algtemperatuuril 20 °C.

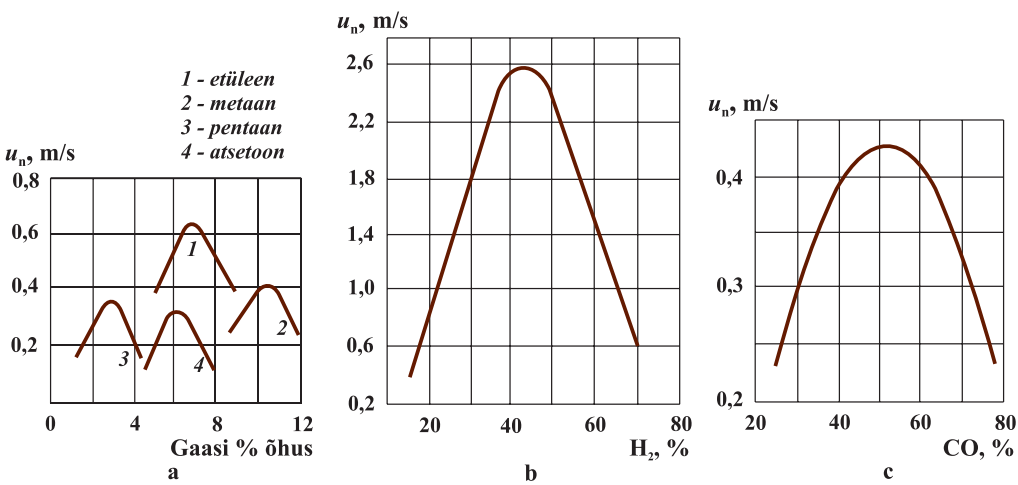
Kõigepealt selgub, nagu teoreetiliseltki tõestatud, et leegilevi normaalkiirus sõltub põlevgaasi liigist. Kõrgeim on leegi levikiiruse tase vesiniku põlemisel. Nii näiteks on leegilevi maksimaalne normaalkiirus vesiniku ja õhu segus kuus korda kõrgem kui metaani ja õhu segus.

Küllastumata süsivesinike $u_n$ on väiksem kui küllastunud süsivesinikel. Leek levib seda kiiremini, mida väiksem on süsivesiniku küllastusaste. Süsinikuaatomite arvu kasv küllastunud süsivesiniku ahelas ei mõjuta märgatavalt leegi leviku kiirust, küllastumata süsivesinike puhul suurendab seda aga märgatavalt.

Leegilevi normaalkiirusel on põlevkomponendi teatud kontsentratsiooni juures maksimaalne väärtus. Seejuures $u_n$ ei ole suurim mitte segu stöhhiomeetrilise suhte korral, vaid reeglina sellest suuremal põlevkomponendi kontsentratsioonil. Näiteks vesiniku stöhhiomeetriline kontsentratsioon segus on 0,295 $m^3/m^3$, leegilevi maksimaalsele kiirusele vastab aga vesiniku kontsentratsioon 0,42 $m^3/m^3$. Sedasama võib öelda ka metaani kohta. Kui metaani ja hapniku stöhhiomeetrilise segu korral (0,095 $m^3/m^3$) on leegilevi normaalkiiruseks 0,36 m/s, siis maksimaalne väärtus 0,40 m/s saavutatakse metaani kontsentratsioonil 0,105 $m^3/m^3$.

Torkab silma, et kui süsivesinike põlemisel on leegilevi normaalkiirus maksimaalne nende suhteliselt kasina kontsentratsiooni juures, siis vesiniku ja süsinikmonooksiidi põledes on see maksimaalne hoopis kõrgemal kontsentratsioonil (joonis 11.3).

Leegilevi normaalkiirusi gaasi ja õhu segu põlemisel normaalrõhul ja algsegu temperatuuril 20 °C leiab tabelist 11.1.




**Joonis 11.3. Leegilevi normaalkiirus süsivesinike (a), vesiniku (b) ja süsinikmonooksiidi (c) segus õhuga olenevalt nende mahtkontsentratsioonist algsegu normaalrõhul ja temperatuuril 20 °C**

Põlevsegu koostise muutus mõjutab ka põlemistemperatuuri, mis avaldab märgatavat mõju $u_n$ väärtusele. Leegi temperatuuri määrab kõigepealt põlevsegu koostis (ehk põlemisel eralduv soojushulk) ning soojust omastava põlemisgaasi omadused. Põlemisgaasi hulk aga sõltub näiteks sellest, kas põlemine toimub segus hapniku või õhuga. Põlemisgaasi temperatuur on üldiselt kõrgeim põlevsegu stöhhiomeetrilise koostise juures. Kuid, nagu öeldud, on leegi levikiirus suurim väiksemal kontsentratsioonil, kui seda eeldaks segu stöhhiomeetriline koostis. See nähtus on tingitud põlemise kineetikast, mis sõltub temperatuuri ja hapniku kontsentratsiooni tasemest segus. Leegi temperatuurile avaldab olulist mõju ka leegilt ümbruskeskkonda kanduv soojushulk.

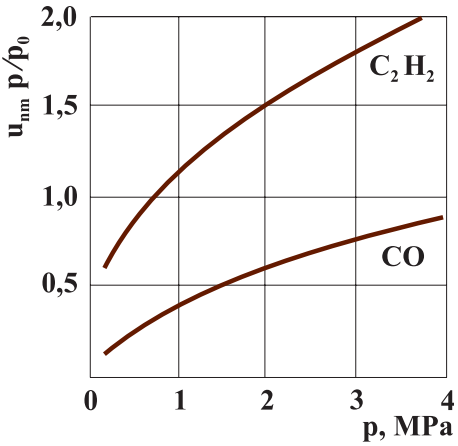
Ei ole raske märgata, et leegi levikiirus sõltub ka inertgaasi kontsentratsioonist segus. Viimase suurenedes kasvab segu soojusmahtuvus, alaneb põlemistemperatuur, väheneb hapniku kontsentratsioon ning koos sellega langeb ka leegi levikiirus.

Leegi temperatuur on seda kõrgem, mida kõrgem on põlevsegu algtemperatuur. Viimase tõus suurendab leegi levikiirust ligikaudu võrdeliselt segu algtemperatuuri ruuduga.

Rõhu tõustes leegilevi normaalkiirus väheneb, kuid süttimise piirkontsentratsioonid lähenevad mõnevõrra üksteisele. Kui aga lähtuda masspõlemiskiirusest (valem (11-18)), siis viimane rõhu tõusuga kasvab, mis osutab põlemise intensiivistumisele rõhu kasvades. Joonisel 11.4 on esitatud masspõlemiskiirusega võrdelise suuruse $u_{nm}p/p_0$ olenevus rõhust atsetüleeni ja õhu segu ning süsinikmonooksiidi ja õhu segu põlemisel ($u_{nm}$ on siin leegilevi maksimaalne normaalkiirus, $p$ – rõhk, $p_0$ – normaalrõhk).

**Tabelis 11.1. Leegilevi normaalkiirus gaasi ja õhu segus**

| Gaas | Valem | Stöhhiomeetriline segu | | Maksimaalne $u_n$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $c_k$, $m^3/m^3$ | $u_n$, m/s | $c_k$, $m^3/m^3$ | $u_n$, m/s |
| Vesinik | $H_2$ | 0,295 | 1,80 | 0,420 | 2,59 |
| Süsinikmonooksiid | CO | 0,295 | 0,30 | 0,521 | 0,43 |
| Metaan | $CH_4$ | 0,095 | 0,36 | 0,105 | 0,40 |
| Etaan | $C_2H_6$ | 0,056 | – | 0,063 | 0,40 |
| Propaan | $C_3H8$ | 0,040 | – | 0,043 | 0,38 |
| Butaan | $C_4H_{10}$ | 0,031 | – | 0,033 | 0,37 |
| Pentaan | $C_5H_{12}$ | 0,026 | 0,33 | 0,029 | 0,36 |
| Heksaan | $C_6H_{14}$ | 0,022 | – | 0,025 | 0,39 |
| Etüleen | $C_2H_4$ | 0,065 | 0,55 | 0,070 | 0,63 |
| Atsetüleen | $C_2H_2$ | 0,770 | 1,00 | 0,100 | 1,35 |
| Bensool | $C_6H_6$ | 0,027 | – | 0,033 | 0,41 |




**Joonis 11.4. Suuruse $u_{nm}p/p_0$ olenevus rõhust atsetüleeni ja õhu segu ning süsinikmonooksiidi ja õhu segu põlemisel**

Gaasisegu leegi levikiirus arvutatakse segu komponentide leegilevi normaalkiiruste kaudu valemiga

$$u_n = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_i u_{ni}}{\sum_{i=1}^{m} c_i}, \qquad (11\text{-}21)$$

kus $c_i$ – komponendi mahtkontsentratsioon (suhteline osamaht), $u_{ni}$ – komponendi leegilevi normaalkiirus.

Intensiivne põlemine saab toimuda põlevsegu kontsentratsiooni kindlas vahemikus. Iga põlevsegu jaoks on olemas alumine ja ülemine kontsentratsioonipiir, mis on käsitatavad kui põlevsegu süttimispiirid. Alumisele piirile vastab lahja, ülemisele rikas põlevsegu.

Kui põlevaine või oksüdandi kontsentratsioon ei ole nendes piirides, pidurdub leegi levimine järsult ning omandab kiiruse väga väikese püsiväärtuse, mis sõltub põlevsegu koostisest ning on ülemisel ja alumisel piiril üldiselt erinev, olles siiski lähedane väärtusele 0,05 m/s. Tabelis 11.2 on toodud mõne gaaskütuse süttimispiirid hapniku ja õhu segus normaalrõhul ja temperatuuril 20 °C.

Gaasisegu süttimise piirkontsentratsioonid on määratavad segu koostisosade piirkontsentratsioonide kaudu valemiga

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{c_i}{L_i}}, \qquad (11\text{-}22)$$

kus $L$ – leitav süttimispiir, $L_i$ – segu komponendi süttimispiir, $c_i$ – vastava komponendi mahtkontsentratsioon segus.

**Tabel 11.2. Gaaskütuse süttimispiirid hapniku- ja õhukeskkonnas algsegu normaalrõhul ja temperatuuril 20 °C**

| Gaas | Valem | Segus õhuga, $m^3/m^3$ | | Segus hapnikuga, $m^3/m^3$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Alumine | Ülemine | Alumine | Ülemine |
| Vesinik | $H_2$ | 0,0400 | 0,7420 | 0,0465 | 0,9390 |
| Süsinikmonooksiid | CO | 0,1250 | 0,7420 | 0,1550 | 0,9390 |
| Metaan | $CH_4$ | 0,0500 | 0,1500 | 0,0540 | 0,5920 |
| Etaan | $C_2H_6$ | 0,0322 | 0,1245 | 0,0410 | 0,5050 |
| Propaan | $C_3H_8$ | 0,0237 | 0,0950 | 0,0230 | 0,5500 |
| Butaan | $C_4H_{10}$ | 0,0186 | 0,0841 | 0,0180 | 0,4900 |
| Pentaan | $C_5H_{12}$ | 0,0140 | 0,0780 | – | – |
| Heksaan | $C_6H_{14}$ | 0,0125 | 0,0690 | – | – |
| Etüleen | $C_2H_4$ | 0,0375 | 0,2960 | 0,0290 | 0,7990 |
| Atsetüleen | $C_2H_2$ | 0,0250 | 0,8000 | 0,0350 | 0,8940 |
| Bensool | $C_6H_6$ | 0,0141 | 0,0675 | 0,0260 | 0,3000 |

## 11.4.2 Leegi levimine

Seisvas põlevsegus liigub põlemisfront kiirusega $u_n$. Kui põlevsegu kiirus võrdub leegilevi normaalkiirusega, on tegemist paigalseisva leegiga, kuid põlemisfrondist lahkuva põlemisgaasi kiirus $w_g$ erineb kiirusest $u_n$, sest põlemisgaasil on kõrgem temperatuur ja sellest tulenevalt ka väiksem tihedus. Kiiruste suhe $w_g/u_n$ on määratav põlevsegu ja põlemisgaasi massi bilansist, mille kohaselt

$$\frac{w_g}{u_n} = \frac{\rho_s}{\rho_g},$$

kus $\rho_s$, $\rho_g$ – vastavalt põlevgaasi ja põlemisgaasi tihedus.

Viimasest valemist nähtub, et leegi kiirus põlemisgaasi suhtes selle paisumise tõttu põlemisprotsessis on suurem kui põlemata gaasisegu suhtes. Seega põlemisfront (leek) liigub põlevsegu suhtes kiirusega $u_n$, põlemisgaasi suhtes aga kiirusega $w_g$. Selleks et saada liikumatut leeki, peaks põlevsegu põlemisfrondi suhtes liikuma leegilevi normaalkiirusega, põlemisgaas aga põlemisfrondist väljudes suurema kiirusega.

Põlemine liikuvas gaasisegus tingituna mitmest põhjusest kõverdab põlemisfronti, mis ei muuda põlemise kiirust, küll aga reaktsioonipinda. Kuna pinna kõverus ei muuda leegilevi normaalkiirust ega sellega ka pinnaühiku kohta tulevat põlevsegu hulka, siis ajaühikus reageeriva gaasi kogus on võrdeline põlemisfrondi pindalaga.

Vaatleme leegi levikut joonisel 11.5 kujutatud skeemi põhjal. Sisenegu põlemisfronti põlevgaas vastavalt joonisel näidatud kiiruse profiilile. Kiiruse profiilil on põlemisfrondi kujunemisele ja kujule määrav tähtsus. Antud juhul, tulenevana

põlemisgaasi kiirusväljast, on põlemisfront kõverpind. Et põlevsegu maht on võrdne põlemisfronti siseneva põlevsegu kogusega, siis

$$wF_{\mathrm{p}} = u_{\mathrm{n}} F_{\mathrm{l}},$$

millest

$$w = \frac{F_{\mathrm{l}}}{F_{\mathrm{p}}} u_{\mathrm{n}}, \tag{11-23}$$

kus $w$ – põlevsegu kiirus põletist väljumisel ehk näiv põlemiskiirus, $u_{\mathrm{n}}$ – leegilevi normaalkiirus, $F_{\mathrm{p}}$ – põleti ristlõikepind, $F_{\mathrm{l}}$ – põlemisfrondi pindala.

Leegi näiv põlemiskiirus on võrdne põlemisfrondi levikiirusega põlemata gaasisegu suhtes. Näiv põlemiskiirus $w$ on niipalju kordi leegilevi normaalkiirusest suurem, kui mitu korda on põlemisfrondi pindala suurem põleti ristlõikepinnast.

Kui vooluse suuna ja leegilevi normaalkiiruse vektori vahel on nurk $\varphi$, siis ilmselt

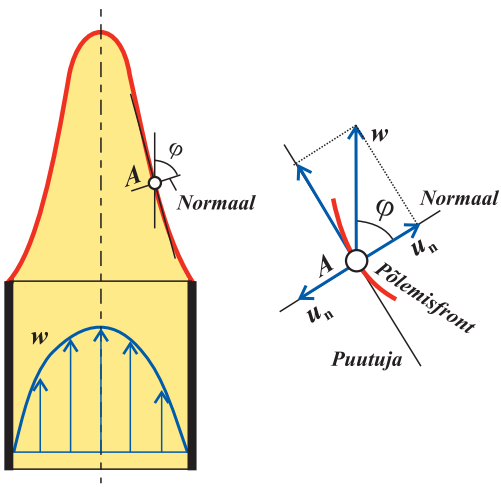
$$u_{\mathrm{n}} = w\cos\varphi, \tag{11-24}$$

kus $w$ – süttimata põlevsegu kiirus, $u_{\mathrm{n}}$ – leegilevi normaalkiirus süttimata põlevsegu suhtes.

Kõvera põlemisfrondi korral suureneb reaktsioonipind, mis ühtlasi suurendab ka seda läbiva põlevsegu kogust.

Vooluse suurima kiirusega $w_{\mathrm{m}}$ punktis põlemisfrondi tipus (joonis 11.5), kus leegilevi normaalkiiruse suund ühtib segu liikumise suunaga, on leegi kiirus samuti suurim ning

$$u_{\mathrm{m}} = u_{\mathrm{n}} + w_{\mathrm{m}}.$$




**Joonis 11.5. Gaasileegi leviku skeem**

Leegi kiirus $w_i$ põlemisfrondi suvalises punktis vooluse suunas, mis moodustab leegi põlemisfrondi normaaliga nurga $\varphi$, avaldub kujul

$$u_i = \frac{u_n}{\cos\varphi_i} + w_i .$$

Et leegifront liigub vooluse suunas sama kiirusega (vaatleja suhtes seisab paigal), siis peab see kiirus suvalises punktis ning punktis, kus voolusel on maksimaalkiirus $w_m$, olema võrdne:

$$u = \frac{u_n}{\cos\varphi_i} + w_i = u_n + w_m . \tag{11-25}$$

Viimane valem kehtib kogu põlemisfrondi kohta. Kui liikuda põlemisfrondil vooluse väiksema kiiruse suunas, siis nurk $\varphi$ suureneb ning valemi (11-25) kohaselt leegilevi normaalkiiruse voolusesuunalise komponendi osatähtsus kasvab. Pinnaelementi leegifrondil läbib leegilevi konstantse normaalkiiruse tõttu üks ja seesama kogus põlevsegu. Sama kogus läbib ka vooluse suunaga risti paiknevat väiksemat projektsioonipinda, aga suurema kiirusega. See tõstab leegi kiiruse põlevsegu aeglasema vooluga alas võrdseks kiireima voolu punktis esinevaga.

### 11.4.3 Leegilevi lihtsustatud mudel

Võrdsustame leegilt füüsilise paksusega $\delta_f$ ülekantava soojushulga temperatuuritõusust põhjustatud soojushulgaga (vt joonis 11.2), siis

$$q = \lambda \frac{T_g - T_p}{\delta_f} = c_p \rho_p u_n (T_g - T_p),$$

millest järeldub, et

$$u_n = \frac{\lambda}{c_p \rho_p \delta_f} = \frac{a}{\delta_f}, \tag{11-26}$$

kus $a = \lambda/c_p\rho_p$ – temperatuurijuhtivustegur, $\lambda$ – soojusjuhtivustegur, $c_p$ – isobaarne erisoojus, $\rho_p$ – põlevsegu tihedus.

Reaktsiooniaeg

$$\tau = \frac{\delta_k}{u_n}.$$

Eeldades, et $\delta_k = \delta_f$, siis

$$\tau = \frac{\delta_k}{u_n} = \frac{a}{u_n^2}$$

ning leegilevi normaalkiirus

$$u_n = \sqrt{\frac{a}{\tau}}, \tag{11-27}$$

kus $\tau$ – reaktsiooniaeg.

Viimane valem kajastab ühtlasi seda, et leegilevi normaalkiirus sõltub reaktsiooni kiirusest ja soojuslevist põlemisel. Esimene nendest määrab valemis (11-27) esineva reaktsiooni kulgemise aja, teine aga sõltub põlevsegu soojusfüüsikalistest omadustest ja avaldub mainitud valemis temperatuurijuhtivusteguri kaudu.

### 11.4.4 Turbulentse leegi levimine

Leegilevi normaalkiirus on otseselt seotud Arrheniuse seadusest tuleneva keemilise reaktsiooni kiirusega ning on rakendatav laminaarse voolamise korral. Vooluse turbulentsel liikumisel sõltub leegi levikiirus tugevasti aerodünaamilistest mõjuritest, kuid on põlemise kineetikaga vähemal määral seotud kui leegilevi normaalkiirus $u_n$. Seega ei ole turbulentse leegi levimise kiirus nii üheselt määratav kui leegilevi normaalkiirus, mis teeb tema selgitamise keerukamaks.

Turbulentse leegi levikiirus $u_t$ on leegifrondi normaalisuunaline keskmine liikumiskiirus põlevsegu (külmsegu) suhtes. Vooluse turbulentsus tõstab märgatavalt leegi levikiirust võrreldes kiirusega $u_n$ ning paksendab põlemistsooni. Põlemisfront ei ole ühtlane, leek on suhteliselt ebastabiilne ning selle püsimiseks on sageli vaja välist soojusallikat, olgu selleks näiteks kõrge temperatuuriga tsirkuleeriv põlemisgaas nagu tavaliselt.

Turbulentse leegi levi on seotud vooluse turbulentsust määravate suurustega, nii nagu seda on turbulentne soojusjuhtivus ja turbulentne difusioon ning nende kõrval vähemal määral ka reaktsioonikiirus. Mainitud aerodünaamilistest mõjuritest on veelgi olulisem vooluse kiirus.

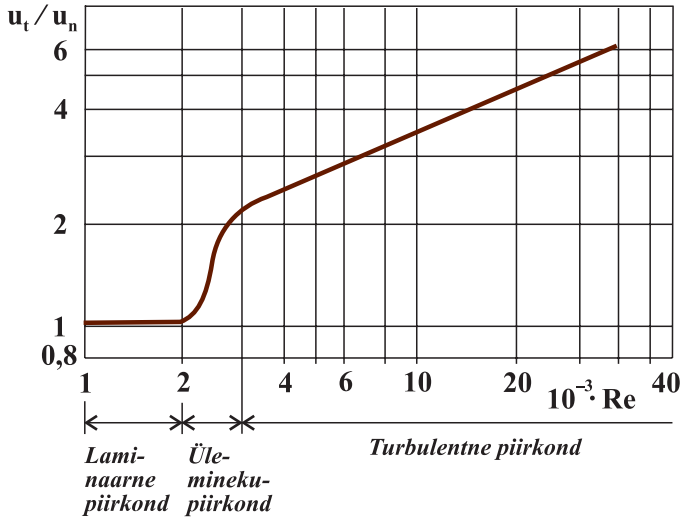
Turbulentse leegi levikiirus kasvab vooluse turbulentsuse suurenemisega. Viimast väljendab suhte $u_t/u_n$ kasv vooluse kiiruse või Reynoldsi arvu Re (p 14.2.1) suurenedes. Suhte $u_t/u_n$ olenevust Reynoldsi arvust selgitab joonis 11.6. Laminaarse voolamise piirkonnas Reynoldsi arv leegi levimist ei mõjuta. Vooluse kiirus (Reynoldsi arvu kaudu) hakkab mõjutama leegi levikiirust turbulentsele voolamisele ülemineku piirkonnas. Laminaarselt voolamiselt turbulentsele ülemineku mõju leegi levikiirusele on küllaltki järsk.

Turbulentse leegi levikiiruse võib arvutada valemiga

$$u_t = 0{,}18 u_n d^{0{,}26} \mathrm{Re}^{0{,}24}, \qquad (11\text{-}28)$$

kus $d$ – põleti diameeter.

Turbulentse leegi levikiiruse mehhanism turbulentsel voolamisel seisneb tekkivate elementaarmahtude segunemises ehk nn turbulentses difusioonis. Statsionaarset turbulentset voolamist püsikiirusel $w$ iseloomustab selle kõrval ka kaootiliselt liikuvate elementaarmahtude pulsatsioonikiirus $w'$. Vooluse kiirusega risti liikuv elementaarmaht peab läbima teatud teekonna omandamaks uues kohas sealse kiiruse, s.o peab läbima teekonna pikkuse, mille kestel ta säilitab oma omadused (individuaalsuse).




**Joonis 11.6. Leegi levikiiruste suhte $u_t/u_n$ olenevus Reynoldsi arvust**

See vahemaa kannab nimetust segunemisteekonna pikkus ehk vooluse turbulentsuse mastaap (tähist *l*). Pulsatsioonikiiruse ja segunemisteekonna pikkuse korrutist

$$\varepsilon = w'l$$

nimetatakse turbulentsuse ülekandeteguriks.

Turbulentsuse ülekandetegur on analoogia põhjal sarnane molekulaardifusiooni teguriga

$$D = \frac{1}{3}\overline{\lambda}\overline{w},$$

kus turbulentsuse mastaap on võrreldav molekuli vabateekonna keskmise pikkusega $\overline{\lambda}$ ja elementaarmahu pulsatsioonikiirus molekuli keskmise kiirusega $\overline{w}$.

Suurused *w*' ja *l* on teineteisest sõltumatud. Niisiis võib seesama turbulentsuse ülekandetegur ette tulla erinevate pulsatsioonikiiruste ja turbulentsuse mastaapide juures. See võimaldab eristada väikese ulatusega, kuid suure pulsatsioonikiirusega turbulentsust suure ulatusega väikese pulsatsioonikiirusega turbulentsusest.

Leegi levikiirus turbulentse vooluse korral sõltub turbulentsuse ulatusest. Väikese ulatusega turbulentsuse puhul on leek õhem või samades piirides laminaarse leegi paksusega, kuid pulsatsioonikiirus intensiivistab soojus- ja massiülekannet ning koos sellega kiirendab leegi levimist.

Leegilevi normaalkiirus on võrdeline ruutjuurega molekulaarse temperatuurijuhtivuse tegurist (valem 11-27). Kuna piiratud turbulentsusega vooluse korral jääb leegi paksus normaalleegi paksuse piiridesse, siis eeldatakse, et leegi levikiirus on samuti võrdeline ruutjuurega molekulaarse ja turbulentse temperatuurijuhtivuse tegurist:

$$u_{\mathrm{t}} \approx \sqrt{\frac{a + a_{\mathrm{t}}}{\tau}},$$

kus $a$, $a_{\mathrm{t}}$ – vastavalt molekulaarse ja turbulentse temperatuurijuhtivuse tegur, $\tau$ – reaktsiooniaeg.

Kuna esimeses lähenduses

$$a + a_{\mathrm{t}} = a + w'l,$$

siis

$$u_{\mathrm{t}} \approx \sqrt{\frac{a}{\tau}\left(1 + \frac{w'l}{a}\right)} = u_{\mathrm{n}}\sqrt{1 + \frac{w'l}{a}}. \qquad (11\text{-}29)$$

Nii sõltub leegi levikiirus väikese ulatusega turbulentsuse korral vooluse pulsatsioonikiirusest, mis omakorda on vooluse kiiruse ja reaktsioonikineetika funktsioon ($\tau$ kaudu). Turbulentsuse puududes $a_{\mathrm{t}} = 0$ ning viimane valem ühtib laminaarse vooluse kohta kehtiva valemiga.

Seega juba väikese ulatusega turbulentsuse korral hakkab põlemise kineetika kõrval leegi levikiirusele üha suuremat mõju avaldama vooluse aerodünaamika.

Vooluse ulatusliku turbulentsuse puhul ületab põlemistsooni paksus piiratud turbulentsusega leegi paksuse, leegifront muutub krobeliseks ja lainetab. Vooluse veelgi suurema turbulentsuse korral rebeneb leek üksikuteks põlevateks elementaarmahtudeks, mis koosnevad omavahel segunevatest põlevatest ja põlemata segu elementaarmahtudest. Põlemine areneb moodustuvate elementaarmahtude pinnal normaalpõlemise leegi levi kohaselt. Vooluse kiiruse kasvades tuleb turbulentsuse mõju leegi levikiirusele üha ilmekamalt esile. Pindpõlemine toimub kirjeldatu kohaselt vooluse turbulentsuse astmele vaatamata, põlemise intensiivsuse määrab leegilevi normaalkiirus. Kui leek ei ole tükeldunud elementaarmahtudeks, siis on põlemise intensiivistumise põhjuseks leegifrondi pinna suurenemine. Kui aga leek on tükeldunud elementaarmahtudeks, siis on turbulentne põlemine määratud kõigi elementaarmahtude pindalade summaga, ning nagu piiratud turbulentsuse korralgi, seletub ka siin põlemise intensiivistumine reaktsioonipinna suurenemisega. Laiahaardelise turbulentsuse puhul sõltub leegi pinna suurenemine pulsatsioonikiirusest. Seepärast võib eeldada, et ka ulatusliku turbulentsusega vooluse leegi levikiirus on võrdeline pulsatsioonikiirusega ja avaldub valemiga

$$u_{\mathrm{t}} = u_{\mathrm{n}}\left(1 + B\frac{w'}{u_{\mathrm{n}}}\right), \qquad (11\text{-}30)$$

kus $B$ on väärtuselt arvule 1 lähedane võrdetegur.

Eriti tugeva turbulentsuse korral on leegi levikiirus võrdeline pulsatsioonikiirusega:

$$u_{\mathrm{t}} \approx w'.$$

Sel juhul määrab leegi turbulentse leviku vooluse aerodünaamika, mis ei sõltu põlevsegu koostisest. Kuid põlevsegu omadused mõjutavad siiski leegi temperatuuri – peamiselt küttevääртuse ning kütuse ja oksüdandi vahekorra kaudu. Kõrge põlemistemperatuur tagab põlevsegusse turbulentselt kanduvate põlemissaaduste elementaarmahtude kõrge entalpia ning leegi suure levikiiruse.

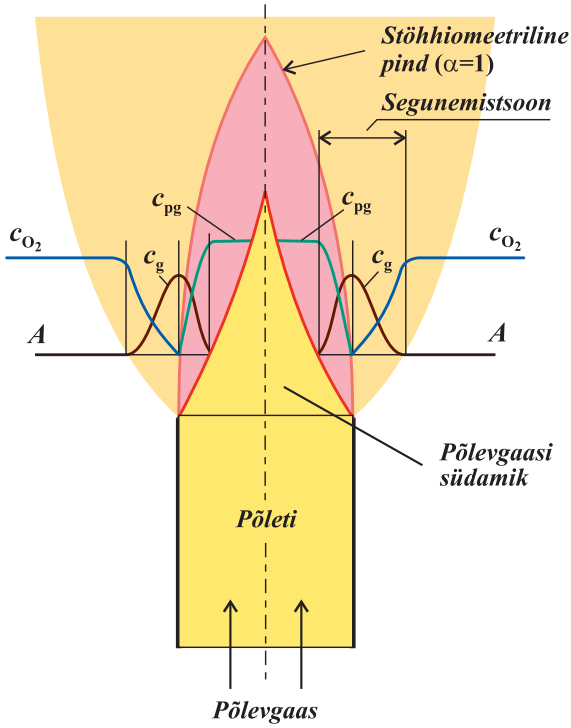
### 11.4.5 Difusiooniline põlemine

Difusioonilise põlemise all mõistetakse eelnevalt oksüdandiga segamata gaaskütuse põlemist hapnikku sisaldavas keskkonnas. Sellisel moel moodustuvat leeki tuntakse difusioonleegina. Difusioonleegi lihtsaim näide on gaasijoa vaba põlemine õhuatmosfääris.

Gaasi difusioonilisel põlemisel põlevsegu ette ei valmistata, segunemine toimub põlemise kohas otse enne segu süttimist. Difusiooniline põlemine võib toimuda kas laminaarses või turbulentses gaasivooluses. Laminaarses vooluses põlemisel kandub hapnik keskkonnast põlemistsooni molekulaarse difusiooni teel, põlemisel turbulentses vooluses aga turbulentse difusiooni vahendusel. Difusioonilisel põlemisel seguneb gaas hapnikuga reaktsioonikiirusest märksa aeglasemalt, mistõttu põlemise kiiruse määrab ainuüksi hapniku ülekande kiirus põlemisfronti. Kuna reaktsioonikiirus on suur, siis põlemistsoon on õhuke.

Joonisel 11.7 on avatud difusioonleegi struktuur põlemisel hapnikku sisaldavas keskkonnas (nt õhus). Väljugu põletist põlevgaas teatud kiirusega hapnikku sisaldavasse seisvasse keskkonda. Põletist kaugenemisel põlevgaasi hulk pidevalt väheneb, põlemistsoon laieneb vooluse telje poole, kujuneb koonusekujuline põlemata gaasi ala (põlevgaasist südamik). Põlemata gaasi ja ümbruskeskkonna vahele jääb nn segunemistsoon, millesse väljastpoolt difundeerub hapnik, seestpoolt aga põlevgaas. Põlemise käigus moodustub kindlakujuline põlevgaasi, hapniku ja põlemisgaasi kontsentratsiooniväli, mille kuju leegi suvalises ristlõikes *A*-*A* on samuti joonisel näha.

Hapniku kontsentratsioon $c_{O_2}$ langeb pidevalt esialgsest, keskkonnale omasest, leegi südamiku poole kuni nullväärtuseni viimase välispinnal (põlemisfrondil). Põlevgaasi kontsentratsioon $c_{pg}$ aga kahaneb vastupidiselt – on suurim põlemata südamikus, langedes nullini leegi välispinnal. Leegifront paigutub iseeneslikult kohale, kus valitseb põlevgaasi ja hapniku stöhhiomeetriline vahekord (liigõhutegur $\alpha = 1$). Kui süttimine toimuks alas, kus $\alpha < 1$, siis jätkuks põlemata gaasikomponentide difusioon hapniku voolule vastassuunas ja põlemisfront nihkuks pinnale, kus $\alpha = 1$. Kui aga gaas süttiks alas, kus $\alpha > 1$, siis jätkaks liighapnik põlevgaasi voolusele vastassuunalist difusiooni, kuni kuluks ära põlemisele, ja põlemisfront tekiks samuti kohas, kus hapnikku ei ole enam liiaga, s.o $\alpha = 1$. Põlemisgaasi kontsentratsioon $c_g$ on maksimaalne leegi stöhhiomeetrilisel pinnal, kus $\alpha = 1$. Põlemisgaasi eemaldudes leegi stöhhiomeetriliselt pinnalt nii paremale kui ka vasakule tema kontsentratsioon segus väheneb.




**Joonis 11.7. Difusioon-gaasileegi kuju ja struktuur**

Leegi stöhhiomeetriline pind jagab segunemistsooni segunemata põlevgaasi ja ümbruskeskkonna vahel kaheks – sisemiseks ja välimiseks. Sisemises osas valitseb põlevgaasi ja põlemisgaasi segu, välimises osas hapniku ja põlemisgaasi segu. Sisemises osas difundeerub põlevgaas põlemisgaasile vastassuunas, välimises osas aga põlemisgaas vastassuunaliselt hapnikule. Seega leegi stöhhiomeetrilise pinna suunas, millel nii hapniku kui ka põlevgaasi kontsentratsioon võrdub nulliga, difundeerub väljastpoolt hapnik ning seestpoolt põlevgaas. Leegi koonuseline kuju on seotud leegi telje suunalise gaasivooluse liikumisega, misjuures põlevgaas kohtab hapnikku leegi pideval paksenemisel üha pikeneva ajavahemiku järel.

Difusioonleegi struktuur üldjuhul ei sõltu sellest, kas gaasivoolus liigub laminaarselt või turbulentselt.

Turbulentsel voolamisel asendub molekulaarne difusioon turbulentse difusiooniga (elementaarmahtude segunemisega), leek muutub lühemaks ning selle piirid laineliseks. Kuna turbulentse voolamise difusioonitegur on võrdeline vooluse kiirusega, siis määravad põlemistsooni asukoha põleti geomeetrilised parameetrid (läbimõõt) ja see sõltub juba üsna vähe vooluse kiirusest.

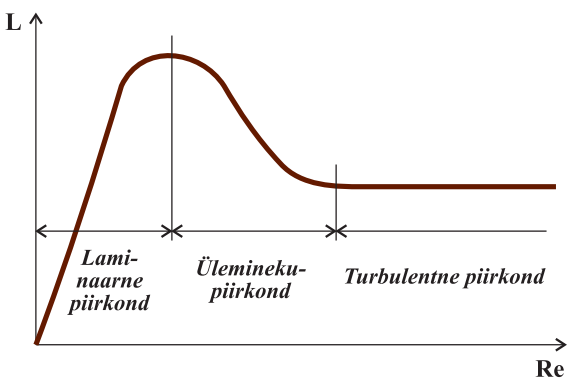
Difusiooniline põlemine, eriti just vaba leegi korral, ei ole täielik. Põlemata gaasi osised satuvad põlemisfrondist väljapoole, kus nende põlemine võib katkeda keskkonna madala temperatuuri tõttu, ning moodustavad nii keemilise põlemiskao.

Süsivesinikke sisaldava põlevgaasi difusioonilisel põlemisel õhukeskkonnas moodustub nn hele leek. See tekib süsivesinike kui termiliselt ebapüsivate ühendite lagunemisel leegieelses hapnikuvaegusega alas. Süsiniku alusel moodustuvad ülipeened kõrge kiirgusteguriga (p 15.3.1) tahmaosakesed, mis koos süsinikuosakestega kuumenevad (hõõguvad) põlemisel vabaneva soojuse arvel, andes intensiivselt kiirgavale leegile heleda tooni. Tekkinud süsiniku ja tahma osakesed reageerivad hapnikuga edasise heterogeense põlemise käigus, mille määrab protsessi kineetika ja hapniku molekulaarne difusioon. Kuna heterogeenne põlemine tahkes faasis on suhteliselt aeglane, siis tahmaosakesed ei jõua alati täielikult ära põleda ja kanduvad põlemata kujul leegist välja.

Leegi heledust on võimalik piirata, segades põlevgaasi eelnevalt õhuga. Kui koostada gaasi ja õhu segu liigõhuteguriga ligikaudu 0,4, asendub hele leek tumedaga, kus peamised soojuskiirguse komponendid on kolmeaatomilised gaasid ($CO_2$, $H_2O$, p 15.6.3).

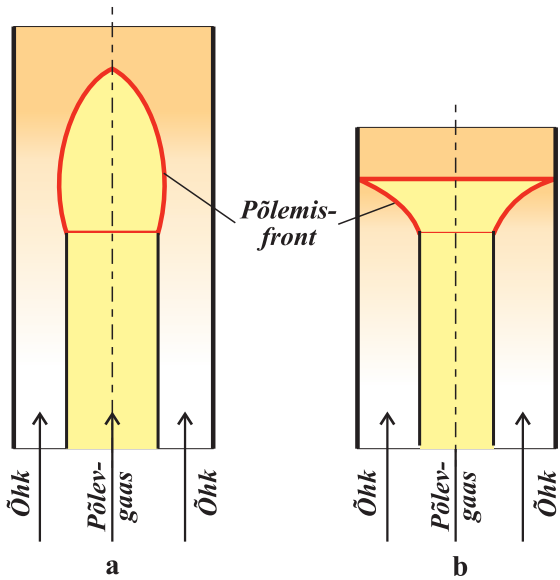
Leegi pikkus on gaaskütuse difusioonilise põlemise üks näitajaid, mis on funktsioon põlevgaasivooluse Reynoldsi arvust. Jooniselt 11.8 selgub difusioonleegi suhtelise pikkuse olenevus Reynoldsi arvust. Laminaarse voolamise piirkonnas leek pikeneb Reynoldsi arvu (kiiruse) suurenedes, sest molekulaarne difusioon on püsiv ega sõltu kiirusest. Üleminekupiirkonnas asendub molekulaarne difusioon Reynoldsi arvu suurenedes üha enam turbulentse difusiooniga ning leek lüheneb. Turbulentsel voolamisel, nagu juba mainitud, on difusioonitegur võrdeline vooluse kiirusega ning Reynoldsi arv leegi pikkust enam ei mõjuta. Siiski, teatud olukorras võib turbulentse leegi üldpikkus Reynoldsi arvu suurenemisel kasvada, kuid seda just järelpõlemistsooni pikkuse arvel, kus põlemistsoonist väljunud põlevkomponente sisaldavate elementaarmahtude põlemine on määratud molekulaarse difusiooniga. Selle kõrval võib põlemisprotsess aeglustuda ka veel hapniku madalama kontsentratsiooni tõttu ümbruskeskkonnas.

Difusioon-gaasileegi pikkus ei ole universaalne suurus, vaid sõltub põlevgaasi põlemiseks vajalikust hapnikuhulgast ehk teisiti öeldes põlevgaasi kütteväärtusest. Gaasi kütteväärtuse suurenemisega kaasneb ka hapnikuvajaduse kasv põlemiseks ja leek pikeneb. Leegi pikkus sõltub ka hapniku kontsentratsioonist ümbruskeskkonnas, selle vähenemine tingib leegi pikenemise.




**Joonis 11.8. Difusioonleegi pikkuse olenevus Reynoldsi arvust**

Difusioonleegi front tekib ka põlevgaasi- ja oksüdandivooluse kokkupuutepinnal nende paralleelliikumisel, nagu näidatud joonisel 11.9. Kui liigõhutegur $\alpha > 1$, on püsiv leek koonusekujuline, tipuga gaasivooluse teljel. Kui aga $\alpha < 1$, tekib oksüdandivoolusesse tungiv leek.




**Joonis 11.9. Leegi moodustumine põlevsegu ja oksüdandi paralleelsel liikumisel: a) α > 1, b) α < 1**

## 11.5 Vedelkütuse põlemine

Vedelkütus põleb aurufaasis, sest tema keemistemperatuur on isesüttimistemperatuurist alati madalam. Kõigepealt vedelkütus aurustub, seejärel aur süttib, järgneb põlemine.

Enne põletamist pihustatakse vedelkütus pihusti abil. Pihustumisel moodustub polüfraktsiooniline kogum erimõõtmelistest piiskadest. Kui vedelkütuse piisad eelnevalt aurustuvad (nt karburaatormootoris), siis tekib aurust ja oksüdandist (õhust) põlevsegu, mille põlemine allub gaaskütuse leegi leviku seadustele.

Olukord on erinev, kui vedelkütuse piisad eelnevalt ei aurustu ega moodusta aurufaasis oleva oksüdandiga põlevsegu. Selline olukord on tüüpiline raske vedelkütuse põlemisel, kuid ka kerge vedelkütuse korral võib seda täheldada, kui tekkivad piisad on liialt suured.

Vedelkütuse piisk kuumeneb hapnikku sisaldavas keskkonnas kuni keskkonna rõhule vastava küllastustemperatuurini, misjärel aurustub välispinnalt. Vedelikupiiska ümbritseb küllastunud auru kelme, kuhu difundeerub ümbruskeskkonnast hapnik. Süttimisel tekib piiska ümbritsev leek ning soojusülekanne sellelt piisa välispinnale tagab edasise aurustumise ja põlemise pidevuse.

Kuna leegi temperatuur ületab märgatavalt piiska ümbritseva keskkonna temperatuuri, siis kasvab aurustumiskiirus pärast segu süttimist hüppeliselt, mis tagab põlemisreaktsioonide katkematuse kuni piisa täieliku aurustumiseni. Seega seisneb vedelkütuse piisa stabiilne põlemine ühelt poolt piisa esmases aurustumises seda ümbritsevalt leegilt ülekantava soojuse arvel ning seejärel auru ja hapniku segu põlemises. Need protsessid on teineteisega tihedalt seotud. Piisa aurustumise kiirus ja segu põlemiskiirus on võrdsed, kuid sõltuvalt tingimustest võib üks nendest osutuda määravaks kogu põlemisprotsessi olemusele.

Kui piiska ümbritsev aurukelme põleb väga kiiresti, niipea kui põlevsegu on moodustunud, siis määrab põlemisprotsessi kui terviku kulgemise kiiruse piisa aurustumise kiirus, mis on kõige aeglasem etapp põlemisprotsessi ahelas. Teine äärmuslik juhtum on see, kui põlemisel on suures ülekaalus auru ja hapniku segu reageerimiskiirus, mitte aga piisa aurustumiskiirus. Seega on vedelkütuse piisa põlemine (joonis 11.10) ühelt poolt auru ja hapniku reageerimise keemiline protsess, teisalt on tal aga soojusülekande füüsikaline olemus.

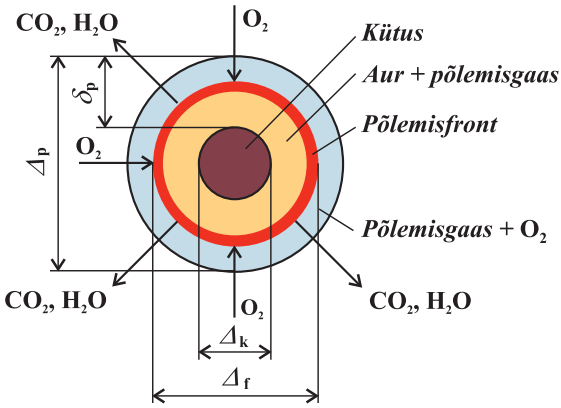
Vaatleme lähemalt juhtumit, kus kütusepiisa põlemise kulgu dikteerib hapniku difusiooni kiirus. Sel juhul kulgevad vedelkütuse põlemise otsustavad protsessid piisa välispinda ümbruskeskkonnast lahutavas kelmes, mida tuntakse kui taandatud kelmet (olgu selle läbimõõt $\Delta_p$ ja paksus $\delta_p$). Taandatud kelmes toimub hapniku molekulaarne difusioon, järsk temperatuuri tõus, auru ja hapniku kontsentratsiooni langus samaaegse põlemissaaduste kontsentratsiooni tõusuga.

Piisa ümber kujuneb õhuke sfäärilise pinnaga põlemistsoon (põlemisfront, p 11.4.1). Põlemisel eralduvast soojusest siirdub osa piisa välispinnale ja kulub vedeliku kuumutamiseks küllastustemperatuurini ning aurustamiseks, teine osa aga lahkub ümbruskeskkonda.

Põlemistsooni (taandatud kelme paksusega haaratud ala) suundub seestpoolt piisa välispinnalt molekulaarse difusiooni teel kütuseaur, väljastpoolt taandatud kelme pinnalt hapnik. Difusiooniline põlemine eeldab, et reaktsioonid kütuseauru ja hapniku vahel kulgevad väga kiiresti, keemiliste ühinemisreaktsioonide aeg on aga kordi lühem difusiooniajast. Nii määrabki põlemisprotsessi intensiivsuse hapniku difusiooni kiirus. See asjaolu lubab oletada, et põlemistsoonis läheneb hapniku ja kütuseauru kontsentratsioon nullile nendevahelise kiire reageerimise ja stöhhiomeetrilise vahekorraga segu moodustumise tõttu.

Põlemistsoonis tekkivad põlemissaadused difundeeruvad läbi taandatud kelme välispinna ümbruskeskkonda, hapnikule vastupidises suunas, viies molekulaarse soojusjuhtivuse teel kaasa ka soojust. Põlemisfront jagab taandatud kelme kaheks: põlemisfrondi ja piisa välispinna vahel paikneb kütuseauru ja põlemissaaduste segu ning põlemisfrondi ja ümbruskeskkonna vahel hapnik ja põlemissaadused.

Vaatleme lihtsustatult, kuidas arvutuslikult määrata vedelkütuse piisa pinnal aurustuvat vedelkütuse hulka $m$ (kg/s).




**Joonis 11.10. Vedelkütuse piisa põlemise skeem**

Kui jätta arvestamata piisa kuumutamiseks küllastustemperatuurini vajalik soojus, siis põlemistsoonist sfäärilisele piisale ülekantav soojushulk

$$m\left[r + c_{\mathrm{p}}(T - T_{\mathrm{k}})\right] = -2\pi\Delta^2\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\Delta}, \qquad (11\text{-}31)$$

kus $r$ – aurustumissoojus, $c_{\mathrm{p}}$ – isobaarne erisoojus, $T$ – hetktemperatuur, $T_{\mathrm{k}}$ – piisa välispinna temperatuur (on võrdne vedelkütuse küllastustemperatuuriga), $\Delta$ – piisa jooksev läbimõõt, $\lambda$ – soojusjuhtivustegur.

Valemi vasak pool väljendab soojushulka, mis kulub kütusepiisa aurustumiseks ja auru kuumutamiseks piisa välispinna temperatuurilt kuni läbimõõdule $\Delta$ vastava temperatuurini, parempoolne liige aga soojusülekannet molekulaarse soojusjuhtivuse teel põlemistsoonist piisa välispinnale.

Piisa välispinna temperatuur $T_{\mathrm{k}}$ on võrdne vedelkütuse küllastustemperatuuriga, mis aga sõltub kütuse liigist ja keskkonna rõhust. Enamasti kujutab vedelkütus endast erinevate omadustega osistest koosnevat nn polükomponentset segu. Sellise segu kuumutamisel aurustuvad kõigepealt kergemad fraktsioonid, siis kõrgema keemistemperatuuriga osad. Kuna kütuse kergemad fraktsioonid aurustuvad raskematest madalamal temperatuuril, siis põlemisprotsessi jooksul ka osakese temperatuur pidevalt tõuseb.

Valem (11-31) on saadud eeldusel, et soojusülekanne põlemistsoonist vedelkütuse piisa välispinnale toimub molekulaarse soojusjuhtivuse kaudu. See on nii, kui põlemine toimuks piisa suhtes liikumatus keskkonnas. Tegelikult on vedelkütuse piisal ümbruskeskkonna suhtes enamasti teatud kiirus (näiteks pihustist väljumisel), mistõttu soojusülekanne ei toimu mitte ainult soojusjuhtivuse kaudu, vaid teatud osatähtsus on ka konvektiivsel soojusülekandel, mis samuti mõjutab taandatud kelme läbimõõtu.

Mainime ka seda, et vedelkütuse piisk, sattudes kõrgetemperatuurilisse keskkonda, ei omanda ümbruskeskkonna rõhule vastavat küllastustemperatuuri otsekohe. See võtab teatud aja, mille leidmiseks võib kasutada mittestatsionaarse soojusülekande arvutusmeetodeid (neid vaadeldakse XIII peatükis).

Valemi (11-31) põhjal

$$m = \frac{2\pi}{\dfrac{1}{\Delta_\mathrm{k}} - \dfrac{1}{\Delta_\mathrm{f}}} \int_{T_\mathrm{k}}^{T_\mathrm{f}} \frac{\lambda}{r + c_\mathrm{p}(T - T_\mathrm{k})}\,\mathrm{d}T\,. \tag{11-32}$$

Lihtsustuse huvides loeme erisoojuse $c_\mathrm{p}$ ja soojusjuhtivusteguri $\lambda$ temperatuurist sõltumatuks, siis pärast võrrandi (11-32) integreerimist

$$m = \frac{2\pi\lambda}{c_\mathrm{p}\left(\dfrac{1}{\Delta_\mathrm{k}} - \dfrac{1}{\Delta_\mathrm{f}}\right)} \ln\left[1 + \frac{c_\mathrm{p}(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{k})}{r}\right]. \tag{11-33}$$

Teisalt, aurustumiskiirus on seotud piisa läbimõõdu $\Delta_\mathrm{k}$ vähenemisega põlemisprotsessi jooksul:

$$m = -\frac{1}{2}\pi\rho_\mathrm{k}\Delta_\mathrm{k}^2\frac{\mathrm{d}\Delta_\mathrm{k}}{\mathrm{d}\tau}. \tag{11-34}$$

Asendame saadud valemisse $m$ väärtuse valemist (11-33):

$$\frac{\mathrm{d}\Delta_\mathrm{k}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{4\lambda}{\rho_\mathrm{k}c_\mathrm{p}\Delta_\mathrm{k}\left(1 - \dfrac{\Delta_\mathrm{k}}{\Delta_\mathrm{f}}\right)} \ln\left[1 + \frac{c_\mathrm{p}(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{k})}{r}\right]. \tag{11-35}$$

Võtame arvesse, et $\Delta_\mathrm{f}/\Delta_\mathrm{k} >> 1$, siis saab viimane võrrand kuju

$$\Delta_\mathrm{k}\frac{\mathrm{d}\Delta_\mathrm{k}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{4\lambda}{\rho_\mathrm{k}c_\mathrm{p}} \ln\left[1 + \frac{c_\mathrm{p}(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{k})}{r}\right]. \tag{11-36}$$

Pärast viimase võrrandi (11-36) integreerimist

$$\Delta_\mathrm{k}^2 = \Delta_{\mathrm{k}0}^2 - 8\int_0^\tau \frac{\lambda}{\rho_\mathrm{k}c_\mathrm{p}} \ln\left[1 + \frac{c_\mathrm{p}(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{k})}{r}\right]\mathrm{d}\tau\,, \tag{11-37}$$

kus $\Delta_{\mathrm{k}0}$ – piisa algläbimõõt.

Loeme integraalialuse funktsiooni ajast sõltumatuks, siis

$$\Delta_\mathrm{k}^2 = \Delta_{\mathrm{k}0}^2 - A\tau\,. \tag{11-38}$$

Viimane valem osutab, et difusioonilisel põlemisel sõltub aurustuva (põleva) vedelkütusepiisa läbimõõdu ruut ajast lineaarselt.

Piisa põlemisaeg on määratav tingimusest $\Delta_\mathrm{k} = 0$. Siit tuleneb, et vedelkütuse piisa põlemisaeg on võrdeline piisa läbimõõdu ruuduga.

Valemis (11-38) esinev vedelkütuse põlemise intensiivsustegur $A$ ($\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ või ka $\mathrm{mm}^2/\mathrm{s}$, kui piisa läbimõõt on antud mm) väljendab temperatuuri, soojusülekande

tingimuste ja piisa soojusmahtuvuse mõju põlemiskiirusele, mis sisuliselt tähendab piisa välispinna muutumise kiirust.

Teguri *A* võib leida kas katseliselt või teoreetiliste arvutuste abil. Viimane on probleemi keerukuse tõttu raskesti teostatav, kuid teoreetiliste arvutuste tulemused võimaldavad hinnata protsessi määravate üksikute mõjurite osa selles. Sõltuvana vedelkütuse liigist ja põlemistingimustest asetsevad katseliselt saadud teguri *A* väärtused vahemikus 1,0–1,5 $mm^2/s$. Mida kergem on kütus, seda suurem on *A* väärtus.

Tegur *A* suureneb ümbruskeskkonna temperatuuri ja hapniku kontsentratsiooni tõustes, sest need suurendavad soojusvoogu piisa välispinnale. Tegur *A* kasvab ka piisa liikumisel keskkonnas, sest nii tõhustub konvektiivne soojusülekanne piisa välispinnale.

Difusioonilise massiülekande suurenedes piisa massi vähenemisel ja piisa välispinnale suunatud soojusülekande intensiivistumisel (nt piisa liikumisest) halvenevad auru põlemistingimused taandatud kelmes ning osa põlemata aurust võib kanduda ümbruskeskkonda. Piiska ümbritsevast kihist väljuvad vedelkütuse aurud põlevad nii nagu gaaskütusest lähtunud seguski. Vedelkütuse põlemata aurude väljumine kihist on seotud ka temperatuuri langusega põlemisfrondis.

## 11.6 Tahkekütuse põlemine

### 11.6.1 Osakese kuumenemine

Hapnikku sisaldavas kõrgetemperatuurilises keskkonnas põledes läbib tahkekütuse osake mitu järku: kuumenemine, kuivamine, lendosa eraldumine, lendosa põlemine ja lõpuks koksi põlemine, mis on kestvaim etapp.

Kuumenemine, kuivamine ja lendosa eraldumine põhineb soojusülekandel ümbruskeskkonnast osakesele. Lendaine eraldumise põhjus on kütuse orgaanilise osa termiline lagunemine lihtsamateks ühenditeks, mille komponendid põlemisel reageerivad hapnikuga. Orgaanilise osa termilise lagunemise jääk on koks, mis koosneb peamiselt süsinikust, kuid milles on vähesel määral vesinikku ja tavaliselt ka väävlit.

Kütuseosake, sattudes kõrge temperatuuriga keskkonda, hakkab kuumenema keskkonnast ülekantava soojuse arvel. Kütuseosakese lõpptemperatuur ja kuumenemiskiirus määravad orgaanilise osa termilise lagunemise ulatuse, intensiivsuse ja kestuse. Kuumenemiskiirus sõltub osakese mõõtmetest ja soojusfüüsikalistest omadustest, väliskeskkonna temperatuurist, soojusülekande liigist ning osakesesisestest soojusefektidest. Kuumenemine on soojuse ülekande mittestatsionaarne protsess, sest osakese temperatuur pidevalt tõuseb.

Osake kuumeneb ümbruskeskkonnast tema välispinnale konvektiivselt ja kiirguslikult ülekantavast soojusest. Seejuures on alati ülekaalus konvektiivne soojusülekanne, kiirguse teel üleantava soojuse osa on seda olulisem, mida kõrgem

on ümbrustemperatuur ja suurem osakese mõõde. Jättes ülesande lihtsustamise huvides kiirgussoojuse osa kõrvale ja arvestades vaid konvektiivset soojusülekannet, saab sfäärilise kütuseosakese kuumenemist kirjeldada võrrandiga

$$\frac{1}{6}\pi \Delta^3 \rho_\mathrm{k} c \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{k}}{\mathrm{d}\tau} = \pi \Delta^2 \alpha_\mathrm{k} (T_\mathrm{g} - T_\mathrm{k}), \tag{11-39}$$

kus $\rho_\mathrm{k}$ – osakese tihedus, $c$ – osakese erisoojus, $T_\mathrm{k}$ – osakese temperatuur, $T_\mathrm{g}$ – ümbruskeskkonna temperatuur, $\Delta$ – osakese läbimõõt, $\alpha_\mathrm{k}$ – ümbruskeskkonna ja osakese välispinna vahelise konvektsiooni soojusülekandetegur.

Valemi vasak pool väljendab osakese soojusmahtuvust, parem pool aga soojuse kandumist osakese pinnale konvektsiooni teel.

Konvektsiooni soojusülekandetegur

$$\alpha_\mathrm{k} = \mathrm{Nu}\frac{\lambda_\mathrm{g}}{\Delta},$$

kus $\lambda_\mathrm{g}$ – gaasilise keskkonna soojusjuhtivustegur, $\mathrm{Nu} = \alpha_\mathrm{k}\Delta/\lambda_\mathrm{g}$ – Nusselti arv (mis on omakorda funktsioon Reynoldsi arvust, vt peatükk XIV).

Pärast mõningaid teisendusi võtab valem (11-39) kuju

$$\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{k}}{\mathrm{d}\tau} = 6\mathrm{Nu}\frac{\lambda_\mathrm{g}}{c\rho_\mathrm{k}\Delta^2}(T_\mathrm{g} - T_\mathrm{k}),$$

mille lahend on

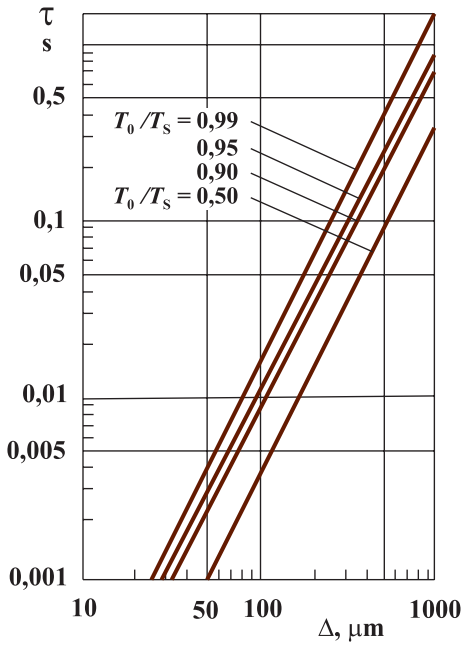
$$T_\mathrm{k} = T_\mathrm{g} - (T_\mathrm{g} - T_{\mathrm{k}0})\exp\left(-6\mathrm{Nu}\frac{\lambda_\mathrm{g}}{c\rho_\mathrm{k}\Delta^2}\tau\right), \tag{11-40}$$

kus $T_{\mathrm{k}0}$ – osakese algtemperatuur.

Valemist nähtub, et osakese temperatuur läheneb temperatuurivahele $(T_\mathrm{g} - T_{\mathrm{k}0})$ eksponentsiaalselt, kusjuures eriti suur mõju temperatuuri tõusule on osakese läbimõõdul, mille vähenemisel kuumenemiskiirus järsult tõuseb. Soojusülekande mõju osakese kuumenemisele väljendub Nusselti arvus: mida suurem on viimase väärtus (ja ühtlasi osakese kiirus gaasilises keskkonnas), seda intensiivsem on kuumenemine.

Osakese välispinna ja sisemuse temperatuur ei ole võrdne, ent väliskeskkonna püsitemperatuuril väheneb temperatuurivahe protsessi kulgedes pidevalt. Osakese välispinna ja keskpunkti temperatuuri muutumist ajas on võimalik arvutuslikult määrata, lähtudes mittestatsionaarse soojusjuhtivuse ülesande lahendist.

Joonisel 11.11 on esitatud aeg, mis kulub sfäärilise osakese jõudmiseks etteantud temperatuurisuhteni $T_0/T_\mathrm{s}$ ($T_0$ ja $T_\mathrm{s}$ on vastavalt osakese keskpunkti ja välispinna temperatuur) osakese läbimõõdust sõltuvalt.




**Joonis 11.11. Etteantava temperatuurisuhte $T_0/T_S$ saavutamise aeg olenevalt sfäärilise osakese läbimõõdust**

Diagrammi koostamisel on arvestatud, et osakese temperatuurijuhtivustegur $a = 9{,}7\cdot10^{-5}$ m$^2$/s, soojusjuhtivustegur $\lambda = 1{,}4$ W/(m·K) ning $T_g = 1200$ K.

Jooniselt võib näha, et 100 μm läbimõõduga osakese keskpunkti ja välispinna temperatuurisuhte väärtuse 0,99 saavutamiseks kulub 0,02 sekundit, 1 mm läbimõõduga osakese puhul on see aeg juba ligikaudu 1 sekund.

## 11.6.2 Lendosa eraldumine

Kütuseosakese kuumenemisel hakkab kütuse orgaaniline osa teatud aja möödudes termiliselt lagunema ja lendosa eralduma. Orgaanilise osa termiline lagunemine kui keemiline protsess on matemaatiliselt kirjeldatav Arrheniuse seadusest lähtudes. Olgu kütuse orgaanilise osa lagunemisastme tähistus

$$X = 1 - \frac{V_l}{V_{0l}}, \tag{11-41}$$

kus $V_{0l}$ – lendosa alghulk kütuses, $V_l$ – lendosa muutuv hulk kütuseosakeses.

Kui vaadelda kütuse termilist lagunemist eralduva lendosahulga suhtes esimest järku reaktsioonina, siis kirjeldab lagunemiskiirust võrrand

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}\tau} = k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T}\right) X, \tag{11-42}$$

kus $T$ – osakese temperatuur, E – kütuse orgaanilise osa lagunemise aktivatsioonienergia, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant, $k_0$ – eksponentkordaja, $\tau$ – aeg.

Viimane võrrand on lihtsasti lahendatav, kui lendosa eraldub osakesest püsival temperatuuril. Siis

$$X = 1 - \exp\left[ -k_0 \exp\left( -\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}T} \right) \tau \right]. \qquad (11\text{-}43)$$

Valemid (11–42) ja (11–43) kehtivad põhimõtteliselt nii orgaanilise aine lagunemisprotsessile tervikuna kui ka termilisel lagunemisel eralduva lendosa iga komponendi kohta eraldi.

Käsitame kütuse orgaanilise osa termilist lagunemist kui üheaegselt eralduvate lendaine komponentide osakesest väljumist, siis võrdub eralduva lendosa koguhulk nende üksikute suhtosade summaga:

$$X = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_{0\mathrm{i}} \left[ 1 - \exp\left( -k_{0\mathrm{i}} \exp\left( -\frac{\mathrm{E_i}}{\mathrm{R}T} \right) \tau \right) \right]. \qquad (11\text{-}44)$$

Kui jagada esimeses lähenduses näiteks põlevkivi termiline lagunemine kaheks samaaegselt toimuvaks protsessiks osadega $X_{01} = 0{,}25$ ja $X_{02} = 0{,}75$, siis nendele vastavad kineetilised konstandid $\mathrm{E}_1 = 33{,}7$ MJ/kmol, $k_{01} = 200$ 1/s ja $\mathrm{E}_2 = 31{,}9$ MJ/kmol, $k_{02} = 17$ 1/s.

Tahkekütuse osakese kuumenemine on alati mittestatsionaarne. See väljendub nii osakese suvalise punkti kui ka osakese kui terviku keskmise temperatuuri tõusus. Võrrandi (11-44) rakendamisel osakese mittestatsionaarsele kuumenemisrežiimile

$$X = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} X_{0\mathrm{i}} \left\{ 1 - \exp\left[ -\int_0^{\tau} k_{0\mathrm{i}} \exp\left( -\frac{\mathrm{E_i}}{\mathrm{R\,T}(\tau)} \right) \mathrm{d}\tau \right] \right\}, \qquad (11\text{-}45)$$

kus $\mathrm{T}(\tau)$ – osakese keskmise temperatuuri ajafunktsioon.

Osakese keskmine temperatuur ise on aga väljendatav mittestatsionaarse soojusülekande võrrandi lahendina.

Lendosa koostisosade keemiline koostis ja suhteline hulk on määratud ühendite funktsionaalrühmade tüübi ja paigutusega kütuse orgaanilise aine molekulis. Orgaanilise aine termilisel lagunemisel tekivad süsivesinikud ($CH_4$, $C_2H_2$, $C_2H_6$ jt) alifaatide rühmast, süsinikdioksiid tuleb karboksüülühendite rühmast, süsinikmonooksiid eeterrühmast ning vesi hüdroksüülrühmast. On täheldatud kütuse termilisel lagunemisel tekkivate ühendite vastastikust keemilist mõju nii osakese sees kui ka ümbruskeskkonnas.

Erinevate ühendirühmade sidemeenergia kütuse orgaanilise aine molekulis ei ole ühesugune. Seetõttu ei ole ka nende aktivatsioonienergia võrdne. Siit tulenevalt ei ole eri tüüpi ühendite hulga suhe erinevatel temperatuuridel üks ja seesama. Järelikult, erinevate ühendirühmade suhteline hulk termilise lagunemise lõppproduktis sõltub protsessi lõpptemperatuurist.

Osakese kuumenemiskiirus, nagu varem mainitud, sõltub tugevasti tema mõõtmetest. Uuringud on näidanud, et osakese kuumenemiskiirus avaldab mõju ka orgaanilise aine lagunemisastme lõppväärtusele (antud temperatuuril). Kuumenemiskiiruse kasvades eralduva lendosa hulk mõningal määral suureneb.

Väikesemõõtmeliste osakeste (100–150 μm) puhul on ülekaalus kineetiline protsess osakesesisese väikese difusioonitakistuse tõttu ning lagunemiskiirus on kirjeldatav ainuüksi võrrandiga (11-42). Selle võrrandi kohaselt määrab kütuse lagunemise kiiruse kineetilise termilise lagunemise piirkonnas peamiselt osakese temperatuur ja lendunud aine kogus (lagunemisaste).

Osakese mõõtmete suurenedes hakkab üha kasvama osakesesisese difusiooni tähtsus ning lagunemise kineetilisele takistusele lisandub difusioonitakistus osakese sees, millele on aga temperatuuril hoopis väiksem mõju kui kineetilise lagunemise korral. Osakesesisene difusioon sõltub ka osakese poorsusest. Kuumenemiskiiruse kasvades osakese piirmõõde, millest alates protsess on käsitatav kineetilisena, väheneb.

### 11.6.3 Lendosa põlemine

Tahkekütusest eralduva lendosa põlemine on tingimustest olenevana sarnane kas vedel- või gaaskütuse põlemisega. Tahkekütuse osake, sattudes hapnikku sisaldavasse keskkonda, kuumeneb kuni teatud temperatuurini, mil algab orgaanilise osa termiline lagunemine ja lendosa eraldumine. Osakest ümbritseb lendosa kiht, kuhu difundeerub ümbruskeskkonnast hapnik. Tekkinud segu süttib, osakest ümbritseb leek. Soojusülekanne leegilt osakese välispinnale tagab orgaanilise osa termilise lagunemise ja põlemise pidevuse. Selline olukord esineb siis, kui lendosa eraldumiskiirus on segu moodustumise (difusiooni) ja põlemise kiirusest väiksem. Vastupidises olukorras, kui lendosa eraldub kiiresti ja põlevsegu moodustub väljaspool osakest ümbritsevat keskkonda, määrab lendosa põlemiskiiruse põlemiskineetika nagu gaasi ja hapnikusegu põlemisel. Sama kehtib ka siis, kui lendosa eraldub ja põleb olukorras, kus on vähem hapnikku, kui seda vajab stöhhiomeetriline põlemine. Eralduv lendosa seguneb edaspidi hapnikuga (sekundaarõhuga) põlevseguks, mis põleb nagu gaaskütuski.

Eeldades, et lendosa eraldumise kiirus kütuse termilisel lagunemisel on kiirem tema põlemisest ning käsitades põlemist hapniku kontsentratsiooni suhtes esimest järku reaktsioonina, mis allub Arrheniuse seadusele, siis

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\tau} = -k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\overline{\mathrm{R}}T}\right) c\,, \tag{11-46}$$

kus $c$ – hapniku kontsentratsioon, E – aktivatsioonienergia, $k_0$ – eksponentkordaja, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant, $T$ – temperatuur, $\tau$ – aeg.

Põlemise ulatust ja kulgu ajas on sobilik väljendada põlemisastme kaudu:

$$\eta(\tau) = 1 - \frac{\mathrm{M}(\tau)}{M_0}, \tag{11-47}$$

kus M(τ) – põlevaine mass hetkel τ, $M_0$ – sama, algushetkel.

Põlemise algushetkel M(0) = $M_0$ ja $\eta = 0$. Kütuse täielikul põlemisel M($\tau_0$) = 0 ja $\eta(\tau_0) = 1$ ($\tau_0$ on siin kogu kütuse põlemisaeg).

Lähtudes hapnikubilansi võrrandist, võib kütuse põlemisastme siduda liigõhuteguriga:

$$\frac{r}{r_\mathrm{o}} + \frac{\eta}{\alpha} = 1, \tag{11-48}$$

kus α – liigõhutegur, $\eta$ – põlemisaste, $r$ – hapniku osamaht põlemisgaasis vastavalt $\eta$ väärtusele, $r_0$ – hapniku osamaht oksüdandis (õhus).

Kui põlevaine põlemisväärtus ajas ei muutu, siis on põlemisel eralduv soojus võrdeline põlemisastmega.

Valem (11-48) on täpne puhta süsiniku põlemise korral. Tulemuse täpsus sõltub vesiniku ja hapniku sisaldusest kütuses, põlevkivi puhul ka karbonaatide lagunemisest põlemisgaasi läinud mineraalse süsihappegaasi hulgast.

Valemitest (11-46) ja (11-48) võib mõne teisenduse abil tuletada lendosa põlemisaja avaldise

$$\tau_1 = k_0^{-1} \exp\left(\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}T}\right) \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha - \beta_1}\right), \tag{11-49}$$

kus $\beta_1$ – lendosa suhteline mass kütuses.

Valemist nähtub, et kompleksi $\ln\{\tau_1^{-1} \ln[\alpha/(\alpha - \beta_1)]\}$ sõltuvus absoluutse temperatuuri pöördväärtusest on lineaarne. Tasapinnal $\ln\{\tau_1^{-1} \ln[\alpha/(\alpha - \beta_1)]\}$ $-T^{-1}$ määravad sirge asukoha lendosa põlemise kineetilised konstandid $k_0$ ja E.

Kütuse lendosa põlemise aktivatsioonienergia E on vahemikus 40–55 kJ/kmol, põlevkivile 39 kJ/kmol. Eksponentkordaja $k_0$ paikneb vahemikus 200–700 1/s, põlevkivile 690 1/s.

## 11.7 Süsiniku põlemine

### 11.7.1 Süsiniku struktuur ja reageerimine hapnikuga

Nagu eespool öeldud, on kõigi tahkekütuste põlemisel määravaks kütuse termilisel lagunemisel tekkiva koksi põlemise staadium. Koksi põlemise käsitlus tuginеb puhta süsiniku põlemise kineetilis-difusioonilisele käsitlusele.

Süsiniku põlemine on heterogeenne protsess, kus oluline on nii põlemisreaktsioonide kineetika kui ka hapniku ja põlemisgaasi osiste osakeseväline ja -sisene difusioon.

Põlemise kineetikale avaldab suurt mõju süsiniku struktuur. Üks süsiniku looduslikke vorme on grafiit, mis on polükristalne aine ja koosneb mitut tüüpi kristallilise pinnaga materjalist, kusjuures üksikkristallid võivad olla üsnagi erimõõtmelised.

Tahkekütuse koks koosneb peamiselt kristalsest ja amorfsest süsinikust ning on struktuurilt lähedane grafiidile. Koks võib sisaldada peale süsiniku ka muid põlevaid komponente, millest tähtsaim on vesinik. Vesinik mõjutab koksi aktiivsust ja põlemiskineetikat. Sageli on koksis ka väävlit. Koksi kristalne struktuur ja poorsus sõltuvad kütuse orgaanilise osa algkoostisest ja koksistumise tingimustest (temperatuurist, kuumenemiskiirusest, osakese mõõtmetest jt). Koksistumistemperatuuri tõustes kristalse faasi osatähtsus kasvab.

Kristalse struktuuri kõrval on koksi oluline omadus ka poorsus, sest süsinik on poorne materjal. Süsiniku polükristalsest struktuurist johtuvalt on süsinikusisesed poorid sageli eri kuju ja mõõtmetega. Reeglina on koks poorsem kui puhas süsinik, ning seda niiskuse ja lendosa eraldumise protsesside tõttu. Osakesesisesed omavahel kokkupõimunud poorid loovad võrgustiku, mille pind harilikult ületab palju kordi osakese välispinna.

Süsiniku põlemisega kaasneb alati hapniku molekulide difusioon süsinikuosakese ümbruskeskkonnast reaktsioonipinnale, milleks võib olla nii osakese väliskui ka sisepind. Toimib nn süsiniku ja hapniku vaheline järjestikuse reageerimise mehhanism. Selle kohaselt kulgevad süsinikku ja hapnikku sisaldavate ($O_2$, $CO_2$ ja $H_2O$) ühendite vahelised reaktsioonid ebastabiilsete vahepealsete ühendite kaudu, mis viibivad osakese pinnal teatud aja kestel absorbeerunud olekus. Süsiniku ja gaasiliste komponentide koosmõju avaldub absorbeerunud gaasikihis.

Absorptsiooni põhjustab aine aatomitevaheliste jõudude tasakaalu puudumine pinnal. Tekib pinnaga ristsuunaline tõmbejõud ning selle tagajärjel absorbeerunud mono- või polümolekulaarne gaasikiht. Absorptsioon võib toimuda nii füüsikaliste kui ka keemiliste jõudude toimel.

Keemiline absorptsioon esineb madalal temperatuuril ainult osal süsiniku pinnast. Aktiivne pind ning koos sellega ka keemilise absorptsiooni osatähtsus kasvab temperatuuri tõustes. Keemiline absorptsioon on seotud aktivatsioonienergiaga. Temperatuuri tõustes haaratakse üha enam kaasa vähem aktiivseid pindu ning koos sellega kasvab ka keemiliste sidemete osatähtsus.

Süsiniku reageerimiskiirus hapniku kontsentratsiooni suhtes on käsitletav esimest järku reaktsioonina.

### 11.7.2 Põlemise stöhhiomeetria

Süsiniku põlemisel hapnikku sisaldavas kuivas keskkonnas toimub neli reaktsiooni:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 395\ \text{kJ/kmol},$$

$$2C + O_2 \rightarrow 2CO + 219\ \text{kJ/kmol},$$
$$C + CO_2 \rightarrow 2CO - 175{,}5\ \text{kJ/kmol},$$
$$2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2 + 571\ \text{kJ/kmol}.$$

Nendest kaks esimest on süsiniku põlemise primaarreaktsioonid. Kolmas on primaarreaktsiooni süsihappegaasi taandusreaktsioon ja neljas süsinikmonooksiidi põlemisreaktsioon. Kahte viimast nimetatakse ka süsiniku põlemise sekundaarreaktsioonideks.

Kolm esimest on heterogeensed reaktsioonid, neljas aga homogeenne.

Süsiniku ja hapniku omavahelisel reageerimisel võib reaktsioonipinnal tekkida üheaegselt nii süsihappegaas kui ka süsinikmonooksiid (vastavalt kahele esimesele võrrandile). Suhe $CO/CO_2$ ei ole püsiv suurus, vaid sõltub mitmest tegurist.

Süsinikuosakese põlemiskiiruse arvutuslik määramine lähtub põlemise hapnikukulust. Kui hapnikukulu osakese välispinna ühiku kohta on $K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}_2}$, siis süsiniku põlemise pindkiirus (süsiniku massi vähenemine ajaühikus välispindala ühiku kohta)

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}} = -\frac{1}{S}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\tau} = \beta K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}2}. \tag{11-50}$$

Tuharikka kütuse koksi põlemisel jääb osakese maht sageli endiseks, põlemine on seega püsimahuline, mida iseloomustab mahtpõlemiskiirus (süsiniku massi vähenemine ajaühikus mahuühiku kohta)

$$K_{\mathrm{V}}^{\mathrm{C}} = -\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\tau} = \beta K_{\mathrm{V}}^{\mathrm{O}2}, \tag{11-51}$$

kus $S$ – osakese välispindala, $m$ – süsiniku (põlevaine) mass, $\tau$ – aeg, $V$ – osakese maht, $\beta$ – stöhhiomeetriline tegur.

Stöhhiomeetriline tegur $\beta$ on reageeriva süsiniku (koksi) ja põlemiseks kuluva hapniku massi suhe, taandades hapnikutarbe süsiniku hulgale.

Stöhhiomeetriline tegur on otseselt määratud suhtega $CO/CO_2$ süsiniku põlemisel ja võib olla vahemikus 0,375–0,750, kusjuures väikseim arv kehtib juhtumil, kui süsiniku põlemisel tekib ainult $CO_2$, suurim aga siis, kui tekiks ainult CO. Suhe $CO/CO_2$ ise on aga omakorda keerukas sõltuvuses mitmest põlemisprotsessi mõjutavast tegurist (olulisemad nendest temperatuur ja osakese mõõtmed).

Stöhhiomeetriline tegur avaldatakse sageli ka kujul

$$\beta = \frac{12}{32}(1 + \xi). \tag{11-52}$$

Siinjuures $\xi$ väärtus sõltub $CO/CO_2$ moolsuhtest süsiniku põlemise primaarreaktsioonides. Kui tekib ainult CO või $CO_2$, siis on tegur $\xi$ vastavalt kas 1 või 0; kui moolsuhe $CO/CO_2 = 1$, siis $\xi = 0{,}33$.

### 11.7.3 Heterogeenne reaktsioonikiirus

Süsiniku põlemine on heterogeenne protsess, kus süsiniku ja hapniku vahelisele reaktsioonile eelneb hapniku difusioon reaktsioonipinnale.

Vaatleme süsiniku põlemist mõnevõrra lihtsustatult. Olgu hapniku kontsentratsioon üle kogu osakese pinna ühesugune. Süsiniku ja hapniku vaheline reaktsioon kulgeb võrdeliselt hapniku kontsentratsiooniga reaktsioonipinnal (toimub esimest järku reaktsioon) ning seal tekivad samaaegselt nii $CO_2$ kui ka CO.

Süsiniku põlemiskiiruse määravad kaks üheaegselt toimuvat nähtust – hapniku difusioon osakese välispinnale ja hapniku reageerimiskiirus seal. Nende protsesside koosmõjul tekib dünaamiline tasakaal pinnale suunduva hapnikuvoo ja süsinikuga reageerimiseks vajaliku hapniku vahel.

Hapnikukulu reaktsioonipinna ühiku kohta vastavalt massitoimeseadusele

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}2} = kc_{\mathrm{S}}, \tag{11-53}$$

kus $k$ – reaktsiooni kiiruskonstant, $c_{\mathrm{S}}$ – hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal.

Teisalt hapniku difusioonivoog reaktsioonipinnale

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}2} = \alpha_{\mathrm{D}}(c_0 - c_{\mathrm{S}}), \tag{11-54}$$

kus $\alpha_{\mathrm{D}}$ – hapniku ülekandetegur ümbruskeskkonnast reaktsioonipinnale, $c_0$ – hapniku kontsentratsioon ümbruskeskkonnas.

Avaldame valemist (11-53) $c_{\mathrm{S}}$ ja asetame selle seosesse (11-54):

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}2} = \frac{c_0}{\frac{1}{k} + \frac{1}{\alpha_{\mathrm{D}}}} \tag{11-55}$$

ja süsiniku põlemiskiirus (valem (11-50))

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}} = \frac{\beta c_0}{\frac{1}{k} + \frac{1}{\alpha_{\mathrm{D}}}}. \tag{11-56}$$

Süsiniku ja hapniku vahelise reaktsiooni kiiruskonstant sõltub Arrheniuse seadusest kohaselt tugevasti temperatuurist. Madalal temperatuuril on reaktsioon aeglane ning hapniku kontsentratsiooni gradient osakest ümbritsevas piirkihis on väike, mistõttu hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal ja ümbruskeskkonnas on lähedased ning põlemiskiirus ei sõltu sellest, kui kiire on hapniku difusioon reaktsioonipinnale, vaid keemilise reaktsiooni kiirusest. Kirjeldatud nähtust tuntakse heterogeense põlemisena kineetilises piirkonnas (põlemine I piirkonnas,

joonis 11.12). Kineetilises piirkonnas põlemisel $\alpha_D >> k$, valemis (11-56) esinev suurus $1/\alpha_D$ on ligikaudu võrdne nulliga ning süsinikuosakese põlemiskiirus

$$K_S^C = \beta k c_0 . \tag{11-57}$$

Süsinikuosakese põlemine kineetilises piirkonnas sõltub kõige enam temperatuurist ja süsiniku omadustest, kuid ei sõltu osakese mõõtmetest ja voolu kiirusest.

Temperatuuri tõustes keemilise reaktsiooni kiirus kasvab. Hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal langeb ning selle gradient piirkihis suureneb. Piirjuhul läheneb hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal suure reaktsioonikiiruse tõttu nullile ning süsiniku põlemiskiiruse määrab ainuüksi hapniku difusioon. Sellist põlemist tuntakse difusioonipiirkonnas põlemisena (põlemine II piirkonnas). Difusioonipiirkonnas põlemisel $k >> \alpha_D$, suurus $1/k$ valemis (11-56) on ligilähedaselt võrdne nulliga ning süsinikuosakese põlemiskiirus

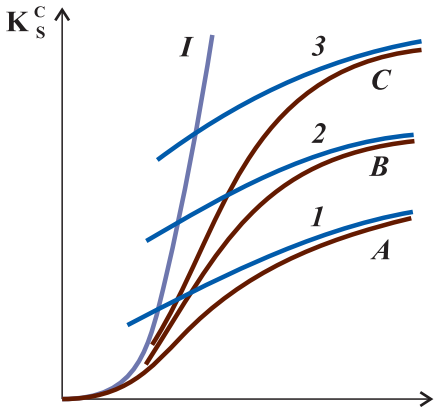
$$K_S^C = \beta \alpha_D c_0 . \tag{11-58}$$

Süsinikuosakese põlemisprotsess difusioonipiirkonnas sõltub enim hapniku kiirusest suundumisel reaktsioonipinnale, see aga oleneb omakorda osakese mõõtmetest ja vooluse kiirusest. Temperatuuritõus intensiivistab põlemist suhteliselt vähe.

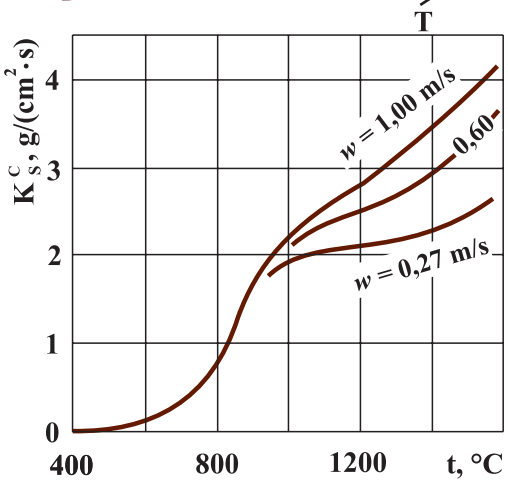
Kineetilise piirkonna ja difusioonipiirkonna vahel asetseb ulatuslik kineetilis-difusiooniline põlemispiirkond (põlemine kineetilis-difusioonilises ehk III piirkonnas), kus keemilise reaktsiooni kiirus ja hapniku difusioonikiirus on võrreldavas suurusjärgus. Antud juhul kujuneb hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal välja keemilise reaktsiooni kiiruse ja hapniku difusioonikiiruse vahekorrast.

Kui difusioonikiirus on ülekaalus, läheneb hapniku kontsentratsioon reaktsioonipinnal selle sisaldusele ümbruskeskkonnas, väheneb aga keemilise reaktsiooni kiirenedes. Põlemise kiirust kineetilis-difusioonilises piirkonnas kirjeldab valem (11-56).

Kirjeldatud kolme põlemispiirkonda selgitab joonis 11.12. Sellel on skemaatiliselt kujutatud süsinikuosakese põlemiskiiruse olenevus temperatuurist. Joon *I* vastab osakese põlemisele kineetilises piirkonnas (valem (11-57)), kus puudub pidurdus hapniku difusioonile. Põlemiskiirus kasvab temperatuuri tõustes järsult. Jooned *1*, *2* ja *3* väljendavad põlemist difusioonipiirkonnas hapniku ülekandeteguri $\alpha_D$ mitmel väärtusel (valem (11-58)), kus temperatuuri mõju põlemisprotsessile on tagasihoidlik. Jooned *A*, *B* ja *C* kajastavad olukorda, kus on arvestatud nii põlemise kineetikat kui ka massiülekannet (valem (11-56)). Siin tuleb reaktsioonikineetika kõrval esile massiülekande tugev mõju: temperatuuri kasvades intensiivistub põlemine nõrgemalt kui kineetilises piirkonnas, põlemiskiiruse kasv väheneb pidevalt, lähenedes väärtusele difusioonipiirkonnas põlemisel. Seega temperatuuri tõusul jooned *A*, *B* ja *C* lähenevad joontele *1*, *2* ja *3*.




**Joonis 11.12. Süsinikuosakese põlemiskiiruse olenevus temperatuurist**




**Joonis 11.13. Sfäärilise süsinikuosakese põlemiskiiruse olenevus temperatuurist ja õhu kiirusest**

Joonisel 11.13 on näitena toodud katseandmete põhjal koostatud 15 mm läbimõõduga sfäärilise koksistatud antratsiidiosakese (süsinikuosakese) põlemiskiiruse sõltuvus temperatuurist õhu kiirusel vahemikus 0,27–1,00 m/s. Osakese põlemisel kineetilises (madala temperatuuri) piirkonnas ei sõltu põlemiskiirus õhu kiirusest. Selle määrab antud hapnikukontsentratsiooni ja osakese läbimõõdu korral ainult temperatuur. Alates temperatuurist 850–950 °C on põlemiskiirus juba mõjutatud massiülekandest ning protsess pidurdub.

### 11.7.4 Osakesesisene põlemine

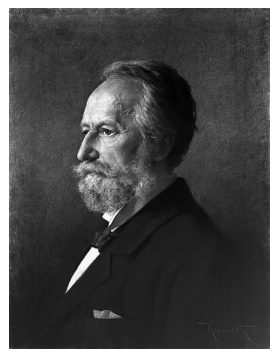
Poorse süsiniku põlemisel kandub hapnik osakesesisesele reaktsioonipinnale kahes järgus: välise difusiooni teel ümbritsevast keskkonnast osakese välispinnale ning siis sisemise difusiooni teel osakese välispinnalt selle sisemusse. Väline difusioon ei sõltu süsiniku omadustest ja tema arvutamine on suhteliselt lihtne. Sisemine difusioon on seotud nii osakese füüsikaliste (eriti poorsuse) kui ka keemiliste omadustega (aktiivsusega). Põlemise käigus võib osakesesisene poorsus muutuda ja nii ka difusioonitingimused.

Väliskeskkonnast osakese välispinnale difundeeruv hapnik reageerib seal süsinikuga, tekib süsinikdioksiid ja -monooksiid. Kui hapniku kontsentratsioon osakese välispinnal on nullväärtusest suurem ($c_S > 0$), siis osa hapnikku difundeerub osakese sisemusse, ühineb süsinikuga ning tekib samuti $CO_2$ ja CO. Hapniku difusioon osakese sees ei sõltu üksnes selle poorsusest, vaid ka süsiniku põlemiskiirusest seal, mis omakorda oleneb süsiniku põlemiskineetilistest konstantidest ja sisemise reaktsioonipinna suurusest. Kõik see määrab hapniku kontsentratsiooni gradiendi osakese sisemuses. Järelikult sõltuvad nii osakesesisene difusioon kui ka reaktsioonivõime pooride struktuurist. Mida poorsem on materjal ja aeglasem põlemisreaktsioon, seda väiksem on hapniku kontsentratsiooni gradient osakese sisemuses.

Hapniku difusioon osakese sees on võimalik ainult hapniku kontsentratsiooni gradiendi korral. Osakesesisene hapniku difusioonivoog on matemaatiliselt kirjeldatav Ficki seadusest lähtuvalt:

$$m_{O_2} = D_i \left( \frac{\partial c}{\partial n} \right)_s . \qquad (11\text{-}59)$$

Suurus $D_i$ valemis on nn sisemine difusioonitegur, mis väljendab hapniku läbivust osakesesisestes poorides. See on füüsikaline suurus, olles seotud pooride struktuuri ja poorsusega ning sõltudes seega koksi (süsiniku) omadustest. Difusioonitegur $D_i$ oleneb mõnevõrra ka temperatuurist, väljendatuna enamasti astmefunktsioonina sellest. Osatuletis $(\partial c/\partial n)_S$ on hapniku kontsentratsiooni normaalisuunaline gradient osakese välispinnal.



**Adolf Eugen Fick** (3.09.1829 Kassel, Saksamaa – 21.08.1901 Blankenberge, Belgia), saksa füsioloog ja biofüüsik. Õppis Marburgi ülikoolis, sealt ka doktorikraad (1851). Töötas Zürichi ja Würzburgi ülikoolis.

Aastal 1855 esitas nn ***Ficki seaduse*** gaasi difusiooni kohta läbi vedelmembraani. Oli võrdsel määral huvitatud oma seaduse rakendamisest nii füsioloogias kui ka füüsikas. Ficki seadusel põhinevaid võrrandeid kasutatakse tänapäeval paljudel aladel massiülekande modelleerimiseks. Leiutas tonomeetri, aparaadi silma siserõhu mõõtmiseks. Füsioloogias rakendas esmakordselt südame jõudluse otsest mõõtmist (1870), avardas teadmisi lihaste liikumisest ja lihasenergeetikast.

Toetudes hapniku difusioonile süsinikplaadi sisemuses ja heterogeensele reageerimisele, saab tuletada ligikaudse hapnikubilansi võrrandi

$$D_i \frac{c_S}{x} = S_i k \frac{c_S}{2}.$$

Sfäärilise osakese korral

$$\pi \Delta^2 D_i \frac{c_S}{x} = \left[ \frac{1}{6} \pi \Delta^3 - \frac{1}{6} \pi (\Delta - x)^3 \right] S_i k \frac{c_S}{2}.$$

Siin $c_S$ – hapniku kontsentratsioon välispinnal, $x$ – hapnikku sisaldava kihi paksus välispinnast, $\Delta$ – osakese välisläbimõõt, $S_i$ – sisepooride pind mahuühikus, $k$ – reaktsioonikiiruse konstant.

Viimaste valemite vasakpoolne liige väljendab hapniku difusiooni süsiniku sisemusse hapniku kontsentratsioonigradiendi $c_S/x$ korral, võrrandite parem pool aga süsiniku reageerimise kiirust hapnikuga selle keskmisel kontsentratsioonil $c_S/2$.

Eelviimane võrrand lahendub lihtsalt ja võimaldab arvutada hapnikku sisaldava kihi paksuse loetuna plaadi välispinnalt:

$$x = \sqrt{\frac{2D_i}{kS_i}}. \tag{11-60}$$

Valemist nähtub, et mida suurem on ruumi läbitavus hapnikule ja väiksem reaktsioonikiiruse konstant, seda sügavamale ulatub hapnikku sisaldav kiht ja seda suurem süsiniku mass on hõivatud põlemisreaktsiooniga. Selline olukord on tüüpiline madalal temperatuuril toimuvale reaktsioonile ja väikese reaktsioonivõimega koksile. Mida kõrgem on aga temperatuur ja suurem osakesesisene reaktsioonipind, seda õhem on hapnikku sisaldav kiht.

Hapnikutarve osakese välispinna ühiku kohta on summa hapnikutarbest põlemisreaktsioonideks nii osakese välis- kui ka sisepinnal:

$$K_S^{O_2} = k\,c_s + D_i\left(\frac{\partial c}{\partial n}\right)_s = \alpha_{k-m}\,c_s. \tag{11-61}$$

Valemis esinev võrdetegur $\alpha_{k-m}$ kannab kineetilis-difusioonilise massiülekande teguri nime.

Viimase valemi (11-61) esimene liige väljendab hapnikutarvet osakese välispinnal (tulenevana reaktsiooni kineetikast), teine liige aga hapnikutarvet osakesesiseseks põlemiseks.

Valemi (11-61) alusel

$$\alpha_{k-m} = k + D_i\left(\frac{\partial c}{\partial n}\right)_s c_s^{-1}. \tag{11-62}$$

Valem (11-61) on sarnane heterogeenset keemilist reaktsiooni kirjeldava avaldisega (11-53), kuid erineb selle poolest, et siin arvestatakse ka hapnikutarvet osakesesisesteks keemilisteks reaktsioonideks. Suurus $\alpha_{k-m}$ nagu reaktsioonikiiruse konstantki sõltub süsiniku keemilisest aktiivsusest hapnikuga reageerimisel ja temperatuurist.

Kineetilis-difusioonilise massiülekande tegur $\alpha_{k-m}$ väljendab tervikuna nii süsiniku põlemise intensiivsust osakese välis- ja sisepinnal kui ka massiülekannet osakese sisemuses. Tal on reaktsioonikiiruse konstandi mõõtühik. Tegur on keerukas funktsioon osakese mõõtmetest ja sisepinna suurusest, põlemiskineetilistest konstantidest ning osakesesisesest difusioonitegurist. Teguri $\alpha_{k-m}$ võttis esmakordselt kasutusele Lev Hitrin.



**Lev Nikolajevitš Hitrin** (7/20.02.1907 Samarkand – 15.01.1965 Moskva), soojusfüüsik, NSVL TA liige (1953). Lõpetas 1930 Moskva ülikooli, 1931–41 töötas üleliidulises soojustehnika instituudis, 1936 õppejõud Moskva ülikoolis, 1953 professor. Aastast 1945 töötas NSVL TA energeetika instituudis.

Hitrini põhialaks oli põlemisprotsesside füüsika. Analüüsis temperatuuri jt tegurite mõju põlemisprotsessi intensiivsusele, selgitas sekundaarsete reaktsioonide osa süsiniku põlemises, võttis kasutusele kineetilis-difusioonilise massiülekande teguri ja töötas välja selle määramise meetodi. Uuris leegi stabiliseerimise mehhanismi, esitas leegita põlemise protsesside teooria ja arvutamise alused. On nüüdisaegse heterogeense põlemisteooria looja. Tema nime kannab põlemisel esineva reageerimiskiiruse ja hapniku difusiooni suhet kajastav ***Hitrini arv*** **Hi**.

Süsinikuosakese põlemise intensiivsus sõltub kineetiliste ja difusiooniliste nähtuste kulgemiskiiruste vahekorrast. Kõige tugevamat mõju nimetatud nähtuste vahekorrale avaldab temperatuur ja osakese mõõtmed.

Osakese suure poorsuse, väikese läbimõõdu ja aeglase reaktsiooni korral madalal temperatuuril on hapniku kontsentratsioon osakese sisemuses ühtlane ning ligilähedaselt võrdne kontsentratsiooniga välispinnal. Sellisel juhul on reaktsioonikiirus nii osakese sisemuses kui ka välispinnal sama. Põlemiseks vajalikku hapnikku nii sfäärilise osakese välis- kui ka sisepinnal välispinna ühiku kohta kirjeldab valem

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}_2} = \frac{S_{\mathrm{v}} + S_{\mathrm{i}}V}{S_{\mathrm{v}}} kc_{\mathrm{S}} = \frac{\pi \Delta^2 + \frac{1}{6}\pi \Delta^3 S_{\mathrm{i}}}{\pi \Delta^2} kc_{\mathrm{S}} = \left(1 + \frac{1}{6} S_{\mathrm{i}} \Delta\right) kc_{\mathrm{S}}, \qquad (11\text{-}63)$$

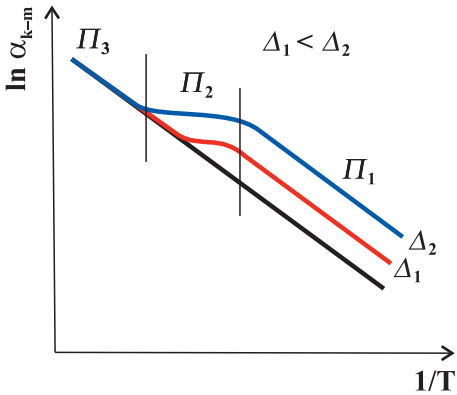
kus $S_{\mathrm{v}}$ – osakese välispind, $S_{\mathrm{i}}$ – osakese pooride sisepind mahuühikus, $V$ – osakese maht, $\Delta$ – osakese läbimõõt.

Viimase valemi alusel

$$K_{\mathrm{S}}^{\mathrm{O}_2} = \left(1 + \frac{1}{6} S_{\mathrm{i}} \Delta\right) kc_{\mathrm{S}}. \qquad (11\text{-}64)$$

Joonisel 11.14 on Arrheniuse koordinaadistikus kujutatud teguri $\alpha_{\mathrm{k–m}}$ sõltuvuse iseloom temperatuuri pöördväärtusest osakestele erineva mõõtmega $\Delta$. Vaadeldava sõltuvuse võib jagada kolmeks eri põlemisrežiimiga piirkonnaks.

Esimene ($\Pi_1$) vastab põlemisele madalal temperatuuril ja on nn sisemine kineetiline põlemispiirkond. Selles osas avaldub $\alpha_{\mathrm{k–m}}$ valemi (11-64) kaudu (võrdle valemiga (11-61)). Reaktsioonikiirus on väike ja osakesesisene difusioonitakistus tühine. Teguri $\alpha_{\mathrm{k–m}}$ väärtus suureneb lineaarselt osakese läbimõõduga ja on võrdeline reaktsiooni kiiruskonstandiga $k$. Kuna $k$ väljendub Arrheniuse seaduse kaudu, siis on ka teguri ln $\alpha_{\mathrm{k–m}}$ olenevus temperatuuri pöördväärtusest lineaarne.




**Joonis 11.14. Kineetilis-difusioonilise massiülekande teguri olenevus temperatuuri pöördväärtusest ja osakese läbimõõdust**

Temperatuuri tõustes põlemine aktiveerub, paralleelsed sirged joonisel hakkavad kõverduma ning koonduvad seejärel ühtseks sirgeks (piirkond $\Pi_3$), millel on piirkonna $\Pi_1$ sirgetega sama kalle. Piirkond $\Pi_3$ on nn välimine kineetiline põlemispiirkond. Et põlemisreaktsioonid on väga kiired, siis toimuvad nad ainult osakese välispinnal või sellelähedases õhukeses kihis. Reaktsioonipind on ühtlasi osakese välispind. Hapniku kontsentratsioon välispinnal läheneb nullile, mis teeb võimatuks põlemise osakese sees. Seega piirkonnas $\Pi_3$ $\alpha_{k-m} = k$ ning kineetilis-difusioonilise massiülekande teguril on ainult kineetiline tähendus. Kuna osakese pooridel on tavaliselt suur pind $S_i$, siis tingimusest $\alpha_{k-m} = k$ tuleneb, et $S_i\Delta/6 << 1$. Seda tingimust on võimalik täita väikesemõõtmeliste osakeste korral, mistõttu sel juhul võib jätta sisese pinna arvestamata, sest reaktsioon toimub ainult välispinnal. Osakese läbimõõdu suurenedes hapnikku sisaldava kihi paksus muude tingimuste sarnasuse korral ei muutu (valem (11-60)), mis tähendab suhte $x/\Delta$ vähenemist ning osakese välispinnal toimuva reaktsiooni osatähtsuse kasvu.

Kahe vaadeldud äärmise piirkonna vahel on piirkond $\Pi_2$, kus põlemist mõjutab nii reaktsioonide kineetika osakese välis- ja sisepinnal kui ka osakesesisene difusioon. Eri läbimõõduga osakestele vastavate joonte kalle on erinev (väheneb osakese läbimõõdu suurenedes), selle määrab nii aktivatsioonienergia kui ka osakesesisene difusioon.

Kineetilis-difusioonilise massiülekande tegur $\alpha_{k-m}$ on poorse süsiniku (koksi) põlemiskiirust iseloomustav suurus. Mida suurem on $\alpha_{k-m}$ väärtus ja väiksem aktivatsioonienergia, seda suurem on koksi aktiivsus.

Koks on aktiivsem ka osakese sisemuse suurema poorsuse, seega ulatuslikuma reaktsioonipinna puhul. Sellise koksi omadused osutavad võimalikule intensiivsele põlemisele suhteliselt madalal temperatuuril, kus määrav ei ole hapniku difusioon, vaid reaktsiooni kineetika.

Kõrgel temperatuuril osakesesiseste reaktsioonide osatähtsus üha väheneb, reaktsioonipinna osatähtsus osakese sees kahaneb ja mõju põlemise intensiivsusele taandub.

### 11.7.5 Osakese põlemiskiirus ja põlemisaeg

Süsinikuosakese (koksi) põlemisel on tähelepanuväärsed kaks nähtust – hapniku difusioon reaktsioonipinnale ja hapniku reageerimine reaktsioonipinnal. Väliskeskkonnast reaktsioonipinnale kanduva hapniku difusiooni kiirus on tasakaalus süsiniku reageerimiskiirusega reaktsioonipinnal. Sellest tingimusest lähtuvalt avaldub süsinikuosakese põlemiskiirus (ajaühikus põlenud süsiniku mass osakese välispinna ühiku kohta) kineetilis-difusioonilise massiülekande teguri $\alpha_{k-m}$ ja osakese välispinnale kanduva hapniku ülekandeteguri $\alpha_D$ kaudu sama moodi kui valemis (11-56):

$$K_S^C = \frac{\beta c_0}{\frac{1}{\alpha_{k\text{-}m}} + \frac{1}{\alpha_D}}, \tag{11-65}$$

kus $\beta$ – stöhhiomeetriline tegur, $c_0$ – hapniku kontsentratsioon osakest ümbritsevas keskkonnas.

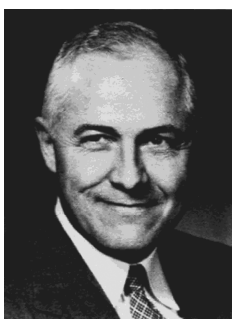
Hapniku ülekandetegur

$$\alpha_D = \mathrm{Sh}\frac{D}{\Delta}, \tag{11-66}$$

kus $D$ – hapniku molekulaardifusiooni tegur, $\Delta$ – osakese välisläbimõõt, Sh – Sherwoodi arv (tuntakse ka kui Nusselti difusioonilist arvu).

Seose (11-66) alusel süsiniku põlemiskiirus

$$K_S^C = \frac{\beta c_0}{\frac{1}{\alpha_{k-m}} + \frac{1}{\mathrm{Sh}\frac{D}{\Delta}}}. \tag{11-67}$$



**Thomas Kilgore Sherwood** (25.07.1903 Columbus, Ohio – 14.01.1976 Berkeley, California). USA keemiainsener. Nooruses elas Montrealis ning õppis sealses McGilli ülikoolis, 1923 astus Massachusettsi tehnikainstituuti (MIT), kus omandas doktori teaduskraadi (1929). Töötas Worcesteri polütehnilises instituudis abiprofessorina, 1930 naasis MIT-i, kus töötas abi- ja aseprofessorina, seejärel keemiaprofessorina (1939). Aastatel 1946–1952 oli ka inseneriteaduskonna dekaan. 1969 asus keemiatehnika professori kohale Berkeley ülikoolis Californias. Tema doktoritöö „Tahkiste kuivatamise mehhanism" ja ka hilisem teadustöö hõlmas massilevi probleeme, sealhulgas absorptsiooni, ekstraktsiooni jpm.

Massilevis on kasutusel 1974 esitatud ***Sherwoodi sarnasusarv*** **Sh**, mis on soojuslevis tuntud Nusselti sarnasusarvu analoog.

Sherwood oli USA Teaduste Akadeemia ja mitme teise akadeemia liige, tegelev paljudes teadusühingutes. Esile on tõstetud tema riigikaitselise tähtsusega teadulikku ja ühiskondlikku tööd Teise maailmasõja aastatel.

Viimases valemis iseloomustab Sherwoodi arv Sh intensiivsust, millega hapnik kandub keskkonnast osakese välispinnale. See arv sõltub osakese kiirusest keskkonna suhtes (mis väljendub Reynoldsi arvu näol) ja keskkonna soojusfüüsikalistest omadustest (mis väljenduvad Schmidti arvu kaudu) ning avaldub kujul

$$\mathrm{Sh} = 2{,}0 + 0{,}6\,\mathrm{Re}^{1/2}\mathrm{Sc}^{1/3}. \tag{11-68}$$

Reynoldsi arv

$$\mathrm{Re} = \frac{w\Delta}{\nu}$$

ja Schmidti arv

$$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D},$$

kus $w$ – osakese kiirus keskkonna suhtes, $\nu$ – keskkonna kinemaatiline viskoossus.

Kui keskkond seisab osakese suhtes paigal, siis Sh = 2.

Molekulaardifusiooni teguri $D$ väärtust mõjutab enim temperatuur. Tema sõltuvus temperatuurist avaldatakse tavaliselt valemina

$$D = D_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^n, \tag{11-69}$$

kus $D_0$ – hapniku difusioonitegur temperatuuril $T_0$ = 273 K, $T$ – temperatuur, $n$ – konstant.

Gaasilises keskkonnas $D_0$ = 0,18 cm$^2$/s ja $n$ = 2.

Sfäärilise süsinikuosakese põlemiskiirus avaldub ka nii:

$$K_\mathrm{S}^\mathrm{C} = -\frac{\rho_\mathrm{k}}{2}\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}\tau}, \tag{11-70}$$

kus $\rho_\mathrm{k}$ – osakese tihedus.

Kui eeldada, et osakese tihedus on püsisuurus, siis viimase valemi kohaselt aeg

$$\tau = -\frac{\rho_\mathrm{k}}{2}\int_{\Delta_0}^{\Delta}\frac{\mathrm{d}\Delta}{K_\mathrm{S}^\mathrm{C}} \tag{11-71}$$

ning täielik põlemisaeg

$$\tau_0 = \frac{\rho_\mathrm{k}}{2}\int_{0}^{\Delta_0}\frac{\mathrm{d}\Delta}{K_\mathrm{S}^\mathrm{C}}, \tag{11-72}$$

kus $\Delta_0$ – osakese algläbimõõt.

Tegelikes tingimustes toimub põlemine süsiniku ja õhu kindla vahekorra juures liigõhuteguriga $\alpha$. Hapniku kontsentratsiooni ja põlemisastme vaheline seos (valem (11-48)):

$$\frac{c}{c_0}+\frac{\eta}{\alpha}=\frac{c}{c_0}+\frac{1}{\alpha}\left[1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^3\right]=1. \tag{11-73}$$

Siin tähistavad $c_0$ ja $c$ hapniku alg- ja jooksvat kontsentratsiooni osakest ümbritsevas keskkonnas.

Avaldades viimasest valemist hapniku kontsentratsiooni $c$ ja asetades selle valemisse (11-67), saame osakese põlemisaja

$$\tau_0=\frac{\rho_\mathrm{k}\alpha\Delta_0^3}{2\beta c_0 D}\int_0^{\Delta_0}\frac{\dfrac{D}{\alpha_{\mathrm{k-m}}}+\dfrac{\Delta}{\mathrm{Sh}}}{\Delta_0^3(\alpha-1)+\Delta^3}\,\mathrm{d}\Delta. \tag{11-74}$$

Viimase valemi integraal on suhteliselt lihtsasti leitav Sh püsiväärtuse puhul. Põlemisaeg sõltub tugevasti osakese läbimõõdust ja liigõhutegurist. Liigõhuteguri suurenedes põlemisaeg lüheneb.

Lihtsamal juhul, kui osake seisab keskkonna suhtes paigal (Sh = 2) ning hapniku kontsentratsioon osakest ümbritsevas keskkonnas ei muutu ($\alpha=\infty$), avaldub põlemisaeg valemina

$$\tau_0=\frac{\rho_\mathrm{k}\Delta_0^2}{8\beta c_0 D}\left(1+\frac{4D}{\alpha_{\mathrm{k-m}}\Delta_0}\right). \tag{11-75}$$

Põlemisaja arvutusvalemite tuletamisel on eeldatud, et süsiniku tihedus $\rho_\mathrm{k}$ põlemisprotsessi vältel ei muutu. See eeldus on täpne siis, kui ei toimu osakesesisest põlemist. Siit järeldub, et mainitud eeldus on seda täpsem, mida kõrgem on põlemistemperatuur.

## 11.8 Koksistunud osakese püsimahuline põlemine

### 11.8.1 Püsimahulise põlemise olemus

Tuhavaba või väikese tuhasisaldusega koksistunud kütuse põlemise iseärasus on osakese välismõõtmete vähenemine põlemise käigus. Sfäärilise osakese korral väljendub see osakese läbimõõdu kahanemises protsessi jooksul.

Suure mineraalosaga kütuse orgaanilise osa termilisel lagunemisel moodustunud koksi põlemisel säilib osakese väliskuju ja maht. Osakese täielikul põlemisel jääb järele tuhaskelett. Sellist heterogeenset põlemist, mille käigus osakese maht säilib, nimetatakse püsimahuliseks heterogeenseks põlemiseks ehk lihtsalt püsimahuliseks põlemiseks. Sel juhul on oluline, eriti just madala temperatuuri piirkonnas, põlemisreaktsioonide kulg ja difusiooninähtused osakeses ning pooridesisese aktiivse pinna käitumine.

Püsimahulisena on käsitatav näiteks suure tuhasusega põlevkivikoksi põlemine.

Püsimahuliselt põleva osakese iseloomustamisel on oluline suurus tema põlevaine algtihedus ning üldjuhul ka tiheduse hetkväärtus. Põlevaine algtihedus osakeses

$$\rho_0 = \frac{M_\mathrm{p}}{V_0}$$

ja põlevaine hetktihedus

$$\rho = \frac{M}{V_0},$$

kus $M_\mathrm{p}$ – põlevaine algmass osakeses, $M$ – põlevaine jooksev mass osakeses, $V_0$ – osakese maht.

Teine oluline suurus on osakese sisepooride aktiivpind, s.o põlevaine (süsiniku) pind, mis osaleb põlemisreaktsioonides. Pooride mõju põlemisprotsessi kulgemisele sõltub koksi omadustest. Aktiivpooride pind on üldjuhul muutuv suurus.

Tuntud on püsimahuliselt põleva osakese kolm põlemisrežiimi: kineetiline, difusiooniline ja kineetilis-difusiooniline.

### 11.8.2 Kineetiline põlemine

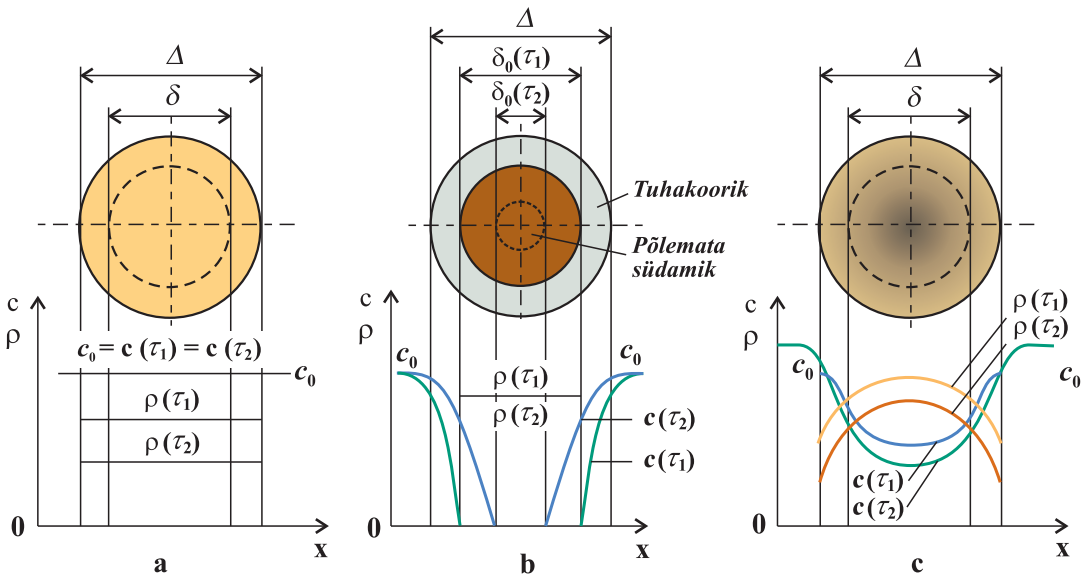
Kineetiline põlemisrežiim on võimalik madalal temperatuuril, mille määrab süsiniku ja hapniku vahelise reaktsiooni kiirus, mis tugevasti sõltub temperatuurist, kuid vähemal määral ka hapniku kontsentratsioonist osakest ümbritsevas keskkonnas. Hapnikuvoo difusioonitakistus on tühine. Osakese kineetilisel põlemisel jaotub hapniku kontsentratsioon osakese sisemuses ühtlaselt ning on võrdne tema kontsentratsiooniga osakest ümbritsevas keskkonnas, samuti jaotub ka põlevaine tihedus igal ajahetkel osakese sisemuses ühtlaselt, omades muidugi igal ajahetkel erinevat väärtust.

Jooniselt 11.15a näeb hapniku kontsentratsiooni ja põlevaine tiheduse jaotust kahel ajahetkel $\tau_1$ ja $\tau_2$ püsimahuliselt kineetilisel režiimil põlevas sfäärilises osakeses. Siin on $\Delta$ ja $\delta$ vastavalt osakese välisläbimõõt ja jooksev läbimõõt, $c$ – hapniku kontsentratsioon, $\rho$ – põlevaine tihedus.

Osakese mahtpõlemiskiirus vastavalt massitoimeseadusele

$$K_\mathrm{V}^\mathrm{C} = -\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\tau} = \beta S_\mathrm{i} k c = \beta S_\mathrm{i} k_0 \exp\left(-\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}T}\right) c\,, \qquad (11\text{-}76)$$

kus $\rho$ – põlevaine hetktihedus, $\tau$ – aeg, $\beta$ – stöhhiomeetriline tegur, $S_\mathrm{i}$ – osakese sisepooride aktiivpind, $k_0$ – eksponentkordaja, E – aktivatsioonienergia, $\mathrm{R}$ – universaalne gaasikonstant, $T$ – temperatuur.




**Joonis 11.15. Püsimahuliselt põleva sfäärilise osakese põlemisrežiimid: a) kineetiline, b) difusiooniline, c) kineetilis-difusiooniline**

Osakesesisene pooride aktiivpind $S_i$ ei ole püsiv suurus, vaid väheneb põlemisprotsessi jooksul, olles võrdeline põlevaine (süsiniku) tihedusega. Sellisel juhul omandab valem (11-76) kuju

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\tau} = -\beta A k \rho c\,, \tag{11-77}$$

kus $S_i = A\rho$ ($A$ on võrdetegur).

Et kineetilises piirkonnas püsimahuliselt põleva osakese põlemisaste

$$\eta = 1 - \frac{\rho}{\rho_0},$$

siis võime seost (11-73) arvestades valemi (11-77) alusel avaldada põlemisastme funktsioonina ajast kahele erijuhtumile:

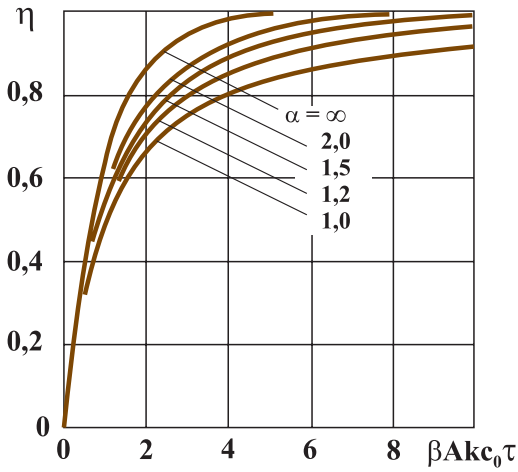
põlemisel hapniku püsikontsentratsiooniga keskkonnas ($\alpha = \infty$)

$$\eta = 1 - \exp\left(-\beta A k c_0 \tau\right) \tag{11-78}$$

ja stöhhiomeetrilisel põlemisel ($\alpha = 1$)

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 + \beta A k c_0 \tau}. \tag{11-79}$$

Jooniselt 11.16 ilmneb liigõhuteguri mõju osakese põlemisintensiivsusele kineetilises piirkonnas. Selgub, et liigõhuteguri kasvades põlemine hoogustub.




**Joonis 11.16. Osakese põlemisastme sõltuvus kompleksist *βAkc*$_0$*τ* ja liigõhutegurist kineetilises piirkonnas põlemisel**

Aja jooksul osakese põlemine aeglustub. See nähtus on põhjustatud osakesesisese aktiivpinna pidevast vähenemisest, mis on võrdeline põlevaine hetktihedusega osakeses.

### 11.8.3 Difusiooniline põlemine

Osakese difusiooniline põlemine on võimalik kõrgel temperatuuril. Viimase määrab kiirus, millega hapnik difundeerub reaktsioonipinnale põlevaine (koksi) intensiivse reageerimise tõttu. Difusioonipiirkonnas püsimahuliselt põleva sfäärilise osakese sisemuses moodustub poorse tuhakoorikuga ümbritsetud põlemata südamik.

Osakese põlemiskiiruse määrab siin hapniku difusioon ümbritsevast keskkonnast osakese välispinnale ning sellele järgnev hapniku difusioon läbi tuhakooriku põlemata südamikule. Hapniku ja põlevaine (süsiniku) vahelised reaktsioonid toimuvad täies ulatuses südamiku välispinnal. Kuna hapniku ja süsiniku ühinemisreaktsiooni kiirus on väga suur, siis on hapniku kontsentratsioon põlemata südamiku välispinnal ligilähedaselt võrdne nulliga. Põlevaine tihedus põlemata südamikus on püsiv ning ajast sõltumatu. Püsimahuliselt difusioonipiirkonnas põleva sfäärilise osakese põlemise skeem on joonisel 11.15b.

Eeldusel, et hapnikul on võrdvõimalik juurdepääs osakese välispinnale ja ka sisemisele reaktsioonipinnale, on hapniku difusioon sfäärilise osakese sees kirjeldatav üldtuntud võrrandiga

$$\frac{\mathrm{d}^2 c}{\mathrm{d}\delta^2} + \frac{2}{\delta}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\delta} = 0. \qquad (11\text{-}80)$$

Lähtume ääretingimusest

$$D_\mathrm{i}\left(\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\delta}\right)_{\delta=\Delta} = \mathrm{Sh}\,\frac{D}{\Delta}(c_0 - c_\mathrm{S}),$$

kus $D_i$ – osakesesisene hapniku difusioonitegur, $c$ – hapniku jooksev kontsentratsioon, $\delta$ – osakese jooksev läbimõõt, $\Delta$ – osakese välisläbimõõt, Sh – Sherwoodi arv, $D$ – osakeseväline hapniku difusioonitegur, $c_0$ – hapniku kontsentratsioon osakest ümbritsevas keskkonnas, $c_S$ – hapniku kontsentratsioon osakese välispinnal.

Ääretingimus võrdsustab osakesesisese kontsentratsioonigradiendi tõttu hapnikuvoo läbi osakese välispinna hapniku difusioonivooga osakest ümbritsevast keskkonnast tema välispinnale.

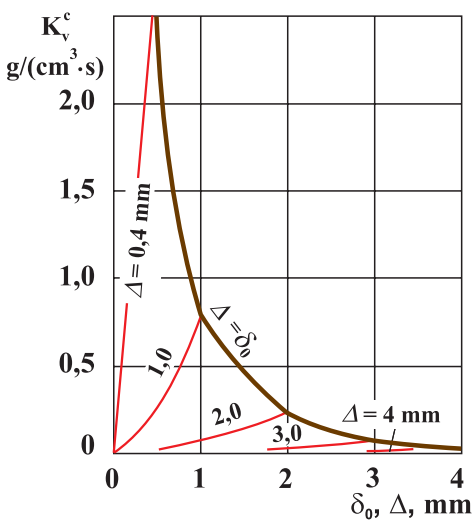
Võrrandi (11-80) lahend püstitatud ääretingimuse kohaselt

$$K_V^C = \frac{6\beta c_0}{\frac{\Delta^2}{\mathrm{Sh}D} + \frac{\Delta^2}{2D_i}\left(\frac{\Delta}{\delta_0} - 1\right)}, \qquad (11\text{-}81)$$

kus $\beta$ – stöhhiomeetriline tegur, $\delta_0$ – põlemata südamiku läbimõõt.

Joonisel 11.17 on toodud valemi (11-81) põhjal arvutatud püsimahuliselt põleva sfäärilise kütuseosakese põlemiskiiruse sõltuvus põlemata südamiku läbimõõdust difusioonipiirkonnas. Graafik on koostatud järgmiste lähteandmete alusel: $T$ = 1600 K, $c_0$ = 0,21 cm$^3$/cm$^3$, $D_0$ = 0,18 cm$^2$/s, $D_i/D$ = 0,29 ja Sh = 2.

Joon $\Delta = \delta_0$ kujutab põlemiskiirust algushetkel, kui tuhakooriku difusioonitakistus puudub, ja samaaegselt ka sfäärilise tuhavaba koksi põlemiskiiruse olenevust osakese läbimõõdust. Teised kõverad näitavad põlemiskiiruse sõltuvust osakese põlemata südamiku läbimõõdust antud välisläbimõõdu korral. Nendest nähtub, et põlemata südamiku läbimõõdu vähenemisel põlemiskiirus kahaneb, kuna tuhakooriku difusioonitakistus kasvab. Samuti väheneb põlemiskiirus ka osakese välisläbimõõdu suurenemisel.




**Joonis 11.17. Osakese põlemiskiirus difusioonipiirkonnas**

Arvestades, et

$$\eta = 1 - \psi_0^3$$

ja

$$K_{\mathrm{V}}^{\mathrm{C}} = -3\rho_0\psi_0\frac{\mathrm{d}\psi_0}{\mathrm{d}\tau},$$

siis avaldub aeg valemi (11-81) põhjal osakese põlemata südamiku suhtelisest läbimõõdust $\psi_0 = \delta_0/\Delta$ olenevalt kujul

$$\tau = \frac{\rho_0\,\Delta^2}{4\beta\,\mathrm{c}_0 D}\int_{\psi_0}^{1}\frac{\dfrac{2\psi_0^2}{\mathrm{Sh}} + \dfrac{\psi_0 - \psi_0^2}{\sigma}}{1 - \dfrac{1-\psi_0^3}{\alpha}}\mathrm{d}\psi_0, \tag{11-82}$$

kus $\sigma = D_{\mathrm{i}}/D$.

Tähistame

$$\gamma(\Delta) = \frac{\rho_0\,\Delta^2}{4\beta\,c_0 D} \tag{11-83}$$

ja

$$\mathrm{A}(\eta,\alpha) = \int_{\psi_0}^{1}\frac{\dfrac{2\psi_0^2}{\mathrm{Sh}} + \dfrac{\psi_0 - \psi_0^2}{\sigma}}{1 - \dfrac{1-\psi_0^3}{\alpha}}\mathrm{d}\psi_0, \tag{11-84}$$

siis valemi (11-82) alusel

$$\tau = \gamma(\Delta)\cdot\mathrm{A}(\eta,\alpha). \tag{11-85}$$

Osakese täielikul põlemisel $\eta = 1$ ja $\psi_0 = 0$. Tähistades osakese täieliku põlemisaja $\tau_0$ ning toodud tingimustele vastava funktsiooni $\mathrm{A}(\eta,\alpha) = \mathrm{A}_0(\eta,\alpha)$, siis täielik põlemisaeg

$$\tau_0 = \gamma(\Delta)\cdot\mathrm{A}_0(\eta,\alpha). \tag{11-86}$$

Seejuures

$$\mathrm{A}_0(\eta,\alpha) = \alpha\int_0^1\left[\frac{2\psi_0^2}{\mathrm{Sh}\,(\alpha+\psi_0^3-1)} + \frac{\psi_0-\psi_0^2}{\sigma\,(\alpha+\psi_0^3-1)}\right]\mathrm{d}\psi_0. \tag{11-87}$$

Suurus $\gamma(\Delta)$ valemis väljendab algtingimuste (osakese läbimõõt, põlevaine tihedus, hapniku algkontsentratsioon keskkonnas ja difusioon osakese välispinnale) mõju osakese põlemisele. Funktsioon $\mathrm{A}(\eta, \alpha)$ määrab protsessi kulgemise ajas olenevalt massiülekande tingimustest.

Nii protsessi kulgemisele ajas kui ka põlemisajale avaldab tugevat mõju hapniku kontsentratsioon keskkonnas. Hapniku algkontsentratsiooni suurenemisel (püsitemperatuuril) põlemisaeg lüheneb. Teine nähtus, mis samuti oluliselt mõjutab põlemise kulgu, on protsessis tekkiva tuhakooriku difuusioonitakistus ning osakese välispinnale suunatud massiülekande tingimused. Tuhakooriku difusioonitakistuse kasv pidurdab põlemist. Põlemine kiireneb Sherwoodi arvu suurenedes. Teatavasti seisvas keskkonnas põlemisel Sh = 2.

Esitame funktsiooni A($\eta$, $\alpha$) arvutamise valemid mõnele tähtsamale erijuhtumile.

Põlemisel püsiva hapnikukontsentratsiooniga keskkonnas ($\alpha = \infty$)

$$\mathrm{A}(\eta,\alpha) = \frac{2}{3}\frac{1-\psi_0^3}{\mathrm{Sh}} + \frac{1}{\sigma}\left(\frac{1}{6} - \frac{\psi_0^2}{2} + \frac{\psi_0^3}{3}\right) \tag{11-88}$$

ja

$$\mathrm{A}_0(\eta,\alpha) = \frac{2}{3\mathrm{Sh}} + \frac{1}{6\sigma}. \tag{11-89}$$

Põlemisel stöhhiomeetrilises keskkonnas ($\alpha = 1$)

$$\mathrm{A}(\eta,\alpha) = \left(\frac{1}{\sigma} - \frac{2}{\mathrm{Sh}}\right)\ln\psi_0 + \frac{1}{\sigma}\left(\frac{1}{\psi_0} - 1\right). \tag{11-90}$$

Koksistunud kütuseosakese täielik põlemisaeg stöhhiomeetrilisel põlemisel difusioonipiirkonnas on määramatus.

Samal moel võib tuletada arvutusvalemid ka A($\eta$, $\alpha$) ja $\mathrm{A}_0(\eta, \alpha)$ jaoks, kui $1 < \alpha < \infty$. Liialt keeruka kuju tõttu neid siis siinkohal ei esitata.

### 11.8.4 Kineetilis-difusiooniline põlemine

Osakesesisene kineetiline ja difusiooniline põlemine on püsimahuliselt põleva koksistunud osakese piirolukorrad.

Üldjuhul on osakese põlemisel kineetilis-difusioonilises piirkonnas võrdväärselt olulised nii põlemisreaktsioonide kineetika kui ka difusioon. Põlemine hõlmab osakese tervikuna. Hapniku kontsentratsioon osakese sisemuses väheneb monotoonselt keskme poole, põlevaine tihedus on aga vastupidi osakese keskosas suurem kui piiretel (joonis 11.15c). Põlevaine reageerimiskiiruse ja hapniku difusiooni vahekorda osakese püsimahulisel põlemisel väljendab Hitrini arv

$$\mathrm{Hi} = \frac{Ak\rho_0 R^2}{D_\mathrm{i}} = \frac{Ak\rho_0 \Delta^2}{4D_\mathrm{i}}, \tag{11-91}$$

kus $R$ – osakese välisraadius.

Osakesesisesel kineetilisel põlemisel ületab difusioonikiirus mitmekordselt reaktsioonikiiruse. Hapniku kontsentratsioon osakese sees on ühtlane, olles võrdne väliskeskkonnas valitsevaga (joonis 11.15a), mistõttu Hitrini arv Hi = 0. Kineetiline põlemine on ainult teoreetiliselt võimalik piirolukord. Leppides häl-

bega 5%, võib põlemist käsitada kineetilise protsessina kuni Hitrini arvu väärtuseni Hi = 2,25. Temperatuuri alanedes ja osakese mõõtme vähenedes nihkub põlemine kineetilise põlemispiirkonna suunas.

Osakesesisesel difusioonilisel põlemisel on hapniku reageerimine põlevainega väga kiire. Põlemisprotsessi juhib hapniku difusioonivoog, osakese sisemusse jääb tuhakoorikust ümbritsetud põlemata südamik, mille välispinnal on hapniku kontsentratsioon null, mistõttu Hi = ∞. Piirdudes hälbega 5%, on põlemine vaadeldav difusioonilisena, kui Hi ≥ 225. Temperatuuri tõus ja osakese mõõtme suurenemine nihutab põlemise difusioonilise piirkonna suunas.

Sfäärilise osakese püsimahuline põlemine kineetilis-difusioonilises piirkonnas on matemaatiliselt kirjeldatav kahest võrrandist koosneva süsteemiga, kus esimene võrrand väljendab põlemise kineetikat (valem (11-77)) ja teine osakesesisest difusiooni (valem (11-80)):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= -\beta A k \rho c \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= -4\beta D_{\mathrm{i}} \left( \frac{\partial^2 c}{\partial \delta^2} + \frac{2}{\delta} \frac{\partial c}{\partial \delta} \right). \end{aligned} \right\} \qquad (11\text{-}92)$$

Võrrandisüsteemi lahend annab vastuse küsimusele selle kohta, kuidas jaotub põlevaine tihedus või põlemisaste osakese sisemuses. Selline tulemus võimaldab arvutada osakese kui terviku põlemisastet $\overline{\eta}$ (osakese keskmine põlemisaste). Võrrandisüsteem (11-92) on keerukas matemaatiline ülesanne, mille analüütiline lahendus siiani puudub. Mõningad võrrandisüsteemi numbrilised lahendid sfäärilisele osakesele alg- ja ääretingimuste

$$\rho = \rho_0,\ c = c_0,\ \text{kui}\ \tau = 0\ \text{ja}\ \left( \frac{\partial \rho}{\partial \delta} \right)_{\delta = \Delta} = 0$$

kehtides on üldistatud graafilisel kujul joonisel 11.18. Joonisel on lokaalse põlemisastme sõltuvus osakese suhtelisest jooksvast raadiusest ($\psi = 0$ keskmes, $\psi = 1$ välispinnal) ja dimensioonita ajast

$$\varphi_0 = \frac{4\beta D_{\mathrm{i}} c_0 \tau}{\rho_0 \Delta^2}$$

erinevatel Hitrini arvu väärtustel. Kui Hi = 1,0, vastavad jooned ligilähedaselt põlemisele kineetilises, Hi = 100 puhul kineetilis-difusioonilises ning Hi = 625 korral difusioonilises piirkonnas. Hitrini arvu kasvades osakesesisene põlemisastme gradient kasvab, näidates hapniku difusioonivoo üha suurenevat osa põlemisprotsessis kui tervikus.

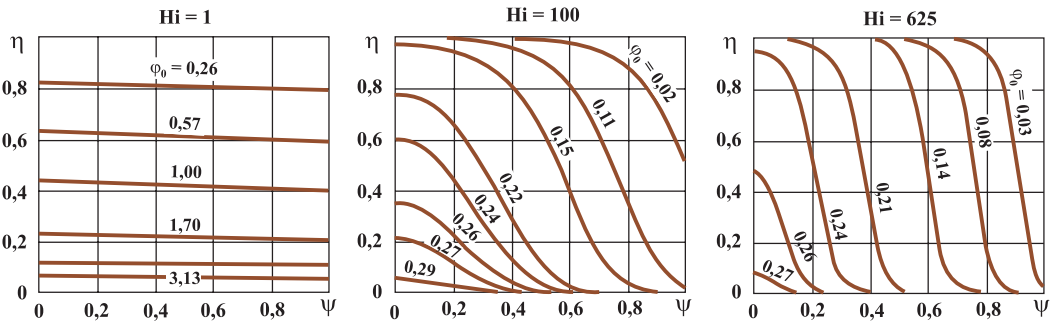
Püsimahuliselt põleva osakese keskmise põlemisastme ja aja vahelise seose saab leida, lähtudes võrrandist

$$K_{\mathrm{V}}^{\mathrm{C}} = \frac{4\beta D_{\mathrm{i}} c}{\Delta^2} \frac{\mathrm{d}\,\overline{\eta}}{\mathrm{d}\,\varphi_0} = \rho_0 \frac{\mathrm{d}\,\overline{\eta}}{\mathrm{d}\,\tau}. \qquad (11\text{-}93)$$

Kui arvestada hapniku kontsentratsiooni, põlemisastme ja liigõhuteguri vahelist seost (11-73), siis avaldub aeg järgmiselt:

$$\tau = \frac{\rho_0 \Delta^2}{4\beta D_i c_0} \int_0^{\overline{\eta}} \frac{\mathrm{d}\overline{\eta}}{\left(1-\frac{\overline{\eta}}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial\overline{\eta}}{\partial\varphi_0}\right)}. \qquad (11\text{-}94)$$

Suurus $\partial\overline{\eta}/\partial\varphi_0$ viimases valemis on leitav võrrandisüsteemi (11-92) lahendi kaudu.




**Joonis 11.18. Püsimahuliselt põleva sfäärilise osakese põlemiskarakteristikud**

## 11.9 Polüfraktsiooniline osakeste süsteem ja selle põlemine

### 11.9.1 Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi karakteristikud

Eespool vaatlesime tahkekütuse osakese ja vedelkütuse piisa põlemist. Samamõõtmelistest osakestest koosnevat süsteemi tuntakse monofraktsioonilise ehk monodispersse süsteemina. Reaalsetes tingimustes põletatav tahkekütus koosneb aga erinevate mõõtmetega osakestest. Sama kehtib ka pihustatud vedelkütuse kohta. Vedelkütuse pihustamisel tekib erimõõtmeliste piiskade süsteem. Polüfraktsiooniline osakeste süsteem allub kindlatele üldistele matemaatiliselt kirjeldatavatele seaduspärasustele, mida kasutatakse laialdaselt põlemisprotsessi matemaatilisel modelleerimisel.

Polüfraktsioonilise süsteemi tähtsaim karakteristik on osakeste jaotumine temas suuruse järgi ja seda võib kirjeldada matemaatiliselt mitmeti. Olgu osakeste üldistatud jaotustihedus $\mathrm{d}U/\mathrm{d}\Delta = \mathrm{u}(\Delta)$, kus $\Delta$ on osakese mõõde (läbimõõt). Funktsiooni u($\Delta$) võib väljendada osakeste massina, summaarse välispindalana, arvloendina, mahuna jne, mida võib tähistada vastavalt m($\Delta$), f($\Delta$), n($\Delta$), v($\Delta$) jne. Seega, jaotustihedus u($\Delta$) näitab, milline osa süsteemi osakeste kogumassist on pindalalt, arvuliselt jne mõõtmega $\Delta$. Kasutatavam on osakeste massijaotustihedus m($\Delta$).

Eeldame, et funktsioon u($\Delta$) on pidev, siis mõõtmetega $\Delta \geq \Delta_a$ osakeste osahõive süsteemis

$$U(\Delta) = \int_{\Delta_a}^{0} u(\Delta)\,d\Delta. \tag{11-95}$$

Kui osakeste mõõtmed süsteemis on vahemikus 0–$\Delta_{max}$, siis ilmselt

$$U(\Delta) = \int_{\Delta_{max}}^{0} u(\Delta)\,d\Delta = 1. \tag{11-96}$$

Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi matemaatilisel käsitlusel eeldatakse sageli, et kui $\Delta \to \infty$, siis funktsioon $U(\Delta) \to 0$ ja samuti

$$U(\Delta) = \int_{\infty}^{0} u(\Delta)\,d\Delta = 1. \tag{11-97}$$

Osakeste jaotustihedus polüfraktsioonilises süsteemis on hästi kirjeldatav Kolmogorovi logaritmilise normaaljaotusseaduse avaldisega

$$u(\ln\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ln\sigma}\exp\left[-\frac{(\ln\Delta - \ln\beta)^2}{2\ln^2\sigma}\right], \tag{11-98}$$

kus $\sigma$ ja $\beta$ on jaotust kirjeldavad parameetrid.

Logaritmiline normaaljaotusseadus avaldub valemi (11-98) järgi funktsioonina

$$U(\ln\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\ln\Delta}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt. \tag{11-99}$$

Viimasele võrrandile antakse sageli järgmine ratsionaalne kuju:

$$U(\Delta) = \Phi\left[\ln\left(\frac{\Delta}{\Delta^*}\right)^m\right], \tag{11-100}$$

kus $\Phi$ – Gaussi tõenäosusintegraal, $\Delta^*$ – süsteemi mediaanmõõde, $m$ – ühtlusnäitaja.

Mediaanmõõde määratakse, lähtudes tingimusest $U(\Delta^*) = 0{,}5$.

Valemi (11-99) alusel

$$\Phi^{(-1)}U(\Delta) = m\ln\Delta - A. \tag{11-101}$$

Selgub, et koordinaadistikus $\ln\Phi^{(-1)}U(\Delta) - \ln\Delta$ on $U(\Delta)$ sõltuvus osakese mõõtmest $\Delta$ lineaarne. Siinjuures $\Phi^{(-1)}$ märgib funktsiooni $\Phi$ pöördtehet ja $A = m\ln\Delta^*$ konstanti.

Gaussi tõenäosusintegraali ei ole võimalik avaldada elementaarfunktsioonide kaudu. Selle leidmiseks kasutatakse matemaatikatabeleid või funktsiooni reaksarendust.

Osakestest koosneva polüfraktsioonilise süsteemi ühtlust ehk polüdisperssust logaritmilises normaaljaotusseaduses väljendab ühtlustegur *m*. Mida suurem on teguri *m* arvväärtus, seda lähedasem on süsteem monofraktsioonilisele koostisele.

Polüfraktsioonilise süsteemi osakeste peensust näitab osakeste keskmine mediaanmõõde $\Delta^*$. Mida suurem on $\Delta^*$ arvväärtus, seda enam sisaldab süsteem jämedamaid osakesi.

Mediaanmõõtme $\Delta^*$ arvväärtus sõltub sellest, mis on võetud süsteemi iseloomustamise aluseks. Kasutatavam on osakeste massijaotus $D(\Delta)$. Suurus $D(\Delta)$ näitab nende osakeste massi, mille mõõtmed on väiksemad kui $\Delta$ (sõela avamõõduga $\Delta$ läbiv osa) ehk $R(\Delta) = 1 - D(\Delta)$ (sõelale avamõõduga $\Delta$ jäänud osa). Tähistame massi jaotuse kaudu iseloomustatava polüfraktsioonilise süsteemi mediaanmõõtme $\Delta^* = \Delta^*_{\mathrm{M}}$, siis

$$\mathrm{U}(\Delta) = \mathrm{D}(\Delta) = 1 - \mathrm{R}(\Delta) = \Phi\left[\ln\left(\frac{\Delta}{\Delta^*_{\mathrm{M}}}\right)^m\right]. \tag{11-102}$$

Teine seadus, mida sageli kasutatakse, on tuntud Rosini-Rammleri jaotusseadus, millel on kuju

$$\mathrm{m}(\Delta) = -b\,n\,\Delta^{n-1}\exp(-b\Delta^n) = b\,n\,\Delta^{n-1}\mathrm{R}(\Delta), \tag{11-103}$$

kus tegurid *b* ja *n* on polüfraktsioonilise süsteemi parameetrid.

Samuti

$$\mathrm{R}(\Delta) = \exp(-b\,\Delta^n). \tag{11-104}$$

Rosini-Rammleri jaotusseadust on võimalik väljendada ka ratsionaalsel kujul, analoogiliselt võrrandiga (11-100):

$$\mathrm{R}(\Delta) = \exp\left[-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^n\right], \tag{11-105}$$

kus $\Delta_0$ tähistab osakeste mõõdet kohas $\mathrm{R}(\Delta_0) = 0,368$.

Koordinaadistikus $\ln^2\mathrm{R}(\Delta)$–$\ln\Delta$ on $\mathrm{R}(\Delta)$ ja $\Delta$ vaheline seos lineaarne (Rosini-Rammleri koordinaadistik).

Tegur *b* väljendab osakeste peensust süsteemis. Mida suurem on teguri *b* arvväärtus, seda peenematest osakestest süsteem koosneb.

Tegur *n* on süsteemi polüdisperssust iseloomustav ühtlusnäitaja. Mida suurem on *n* arvväärtus, seda väiksem on osakeste mõõtmeline erinevus.

Kütuse peenestamisel tekkiva polüfraktsioonilise süsteemi iseloomustamiseks kasutatakse sageli materjalijääki kindla avamõõduga sõelal ning samaaegselt sellega ka ühtlusnäitajat *m* või *n*. Purustatud kütuse jaoks on need suurused enamasti $R_5$ ja $R_{10}$ (osakese läbimõõt mm) ning tolmu korral $R_{90}$ ja $R_{200}$ (osakeste mõõde μm).

## 11.9.2 Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi põlemine

Vaatleme polüfraktsioonilise kütuseosakeste süsteemi ühemõõtmelist põlemist. Lähteobjekt on polüfraktsiooniline süsteem, mis koosneb erineva läbimõõduga osakestest vahemikus $\Delta = 0–\Delta_M$ ($\Delta_M$ on süsteemis olevate suurimate osakeste tinglik läbimõõt, mis defineeritakse etteantud jaotusseaduse alusel).

Polüfraktsioonilise süsinikuosakestest koosneva süsteemi põlemise käigus süsteemi struktuur jämeneb, sest peenemad osakesed põlevad kiiremini. Seesama üldine seaduspärasus kehtib ka tuharikka kütuse põlemisel väljaspool kineetilist piirkonda, kui osakese põlevainesisaldus taandada põlevainest südamiku tinglikule ekvivalentsele läbimõõdule $\delta_e = \Delta\sqrt[3]{1-\overline{\eta}}$ (põlemata südamiku läbimõõt põlevaine algtihedusel).

Põhjustatuna hapniku kontsentratsiooni pidevast vähenemisest põlemisel ja kütuse fraktsioonkoostise suhtelisest jämenemisest, põlevad jämedamad osakesed suurema hapnikuvajakuga keskkonnas kui peenemad.

Eeldame osakeste püsimahulist põlemist. Sellise põlemise kineetika ja difusiooni vahekorda iseloomustab teatavasti Hitrini arv. Viimase suurenemine osutab põlemisprotsessi nihkumisele difusioonilise põlemise poole. Kuna Hitrini arvu väärtus sõltub nii temperatuurist kui ka osakese mõõtmest, siis ei ole tegelikult võimalik kõigi polüfraktsioonilise süsteemi osakeste põlemine samal režiimil ning erinevate mõõtmetega osakesed võivad põleda ka eri piirkondades.

Lähtume püsimahuliselt põleva koksistunud kütuseosakese põlemisvõrrandite (11-92) lahendist ning osakeste jaotusseadusest. Tähistame võrrandite (11-92) lahendi osakese keskmise põlemisastme sõltuvusena Hitrini arvust Hi ja dimensioonita ajast $\varphi_0$:

$$\overline{\eta} = \mathrm{F}(\mathrm{Hi}, \varphi_0). \tag{11-106}$$

Olgu sfääriliste osakeste läbimõõdud polüfraktsioonilises püsimahuliselt põlevas koksistunud osakeste süsteemis vahemikus $0 \le \Delta \le \Delta_M$. Sellises süsteemis on igal erineva läbimõõduga osakesel oma Hitrini arv, mille väärtus muutub vahemikus $0 \le \mathrm{Hi} \le \mathrm{Hi}_M$.

Eeldame siinkohal, et kõik polüfraktsioonilise süsteemi kuuluvad osakesed põlevad antud ajahetkel samades hapniku kontsentratsiooni ja temperatuuri tingimustes ning samuti, et kõigil süsteemi osakestel $Ak\,\rho_0 = konst$. Sellised eeldused võimaldavad avaldada antud läbimõõduga osakese põlemisastme süsteemi suurima tingliku osakese läbimõõdu $\Delta_M$ kaudu ning lihtsustada polüfraktsioonilise osakeste süsteemi põlemise matemaatilist käsitlust.

Valemi (11-106) alusel

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{0M} &= \mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}, \overline{\eta}_M) \\ \varphi_0 &= \mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}, \overline{\eta}), \end{aligned}\right\} \tag{11-107}$$

kus $\varphi_{0\mathrm{M}}$ ja $\varphi_0$ – dimensioonita aeg vastavalt osakestele läbimõõduga $\Delta_\mathrm{M}$ ja $\Delta$, $\overline{\eta}_\mathrm{M}$ – süsteemi suurima tingliku läbimõõduga osakese keskmine põlemisaste.

Kuna

$$\varphi_{0\mathrm{M}} = \frac{4\beta D_\mathrm{i} c_0}{\rho_0}\frac{\tau}{\Delta_\mathrm{M}^2}$$

ja

$$\varphi_0 = \frac{4\beta D_\mathrm{i} c_0}{\rho_0}\frac{\tau}{\Delta^2},$$

siis

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_{0\mathrm{M}}}{\Delta_0^2} = \varphi_{0\mathrm{M}}\frac{\mathrm{Hi}_\mathrm{M}}{\mathrm{Hi}} \tag{11-108}$$

ning valemi (11-107) põhjal

$$\mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}_\mathrm{M}, \overline{\eta}_\mathrm{M}) = \Delta_0^2\,\mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}, \overline{\eta})$$

ehk

$$\mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}_\mathrm{M}, \overline{\eta}_\mathrm{M}) = \mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}, \overline{\eta})\frac{\mathrm{Hi}}{\mathrm{Hi}_\mathrm{M}}, \tag{11-109}$$

kus $\Delta_0 = \Delta/\Delta_\mathrm{M}$ tähistab osakese suhtelist läbimõõtu süsteemis.

Et $\mathrm{Hi} = \Delta_0^2\,\mathrm{Hi}_\mathrm{M}$, siis

$$\mathrm{F}^{(-1)}(\mathrm{Hi}_\mathrm{M}, \overline{\eta}_\mathrm{M}) = \mathrm{F}^{(-1)}(\Delta_0^2\,\mathrm{Hi}_\mathrm{M}, \overline{\eta})\frac{\mathrm{Hi}}{\mathrm{Hi}_\mathrm{M}}. \tag{11-110}$$

Etteantud $\mathrm{Hi}_\mathrm{M}$ korral võimaldab viimase võrrandi lahend avaldada osakese keskmise põlemisastme olenevuse süsteemi tingliku suurima läbimõõduga osakese põlemisastmest ja suhtelisest läbimõõdust $\overline{\eta} = \eta(\overline{\eta}_\mathrm{M}, \Delta_0)$.

Polüfraktsioonilise osakeste süsteemi põlemisaeg sõltub suurima osakese põlemisajast. Osakeste püsimahulisel põlemisel kineetilises või kineetilis-difusioonilises piirkonnas ei ole süsteemi põlemisaeg lõplik suurus ning seda on võimalik määrata etteantud täpsuseni. Lähtesuurus võib seejuures olla kas süsteemi kui terviku või süsteemi kuuluva suurima osakese põlemisaste.

Kui lähtuda polüfraktsioonilise süsteemi põlemisastme $\eta_\mathrm{T}$ arvutamisel osakeste suhtelise läbimõõdu kaudu väljendatud jaotusseadusest $R = \mathrm{R}(\Delta_0)$, siis

$$\eta_\mathrm{T} = \int_1^0 \eta(\overline{\eta}_\mathrm{M}, \mathrm{Hi}_\mathrm{M}, \Delta_0)\frac{\partial \mathrm{R}(\Delta_0)}{\partial \Delta_0}\,\mathrm{d}\,\Delta_0. \tag{11-111}$$

Võrrandi (11-111) lahend annab

$$\eta_{\mathrm{T}} = \eta(\mathrm{Hi}_{\mathrm{M}}, \overline{\eta}_{\mathrm{M}}).$$

Viimane valem annab seose polüfraktsioonilise osakeste süsteemi põlemisastme, süsteemi suurima läbimõõduga osakese ja Hitrini arvu vahel.

Valemi (11-85) alusel aeg sõltuvana fraktsioonidest $\gamma(\Delta_{\mathrm{M}})$ (valem (11-83)) ja $\mathrm{A}(\eta, \alpha)$

$$\tau = \gamma(\Delta_{\mathrm{M}}) \cdot \mathrm{A}(\eta, \alpha),$$

kusjuures

$$\mathrm{A}(\eta, \alpha) = \alpha \int_0^{\overline{\eta}_{\mathrm{M}}} \frac{1}{(\alpha - \eta_{\mathrm{T}}) \dfrac{\partial \overline{\eta}_{\mathrm{M}}}{\partial \varphi_0}} \mathrm{d}\,\overline{\eta}_{\mathrm{M}}. \qquad (11\text{-}112)$$

Esitatu võimaldab arvutuslikult leida üksikute põlemist mõjutavate tegurite toime polüfraktsioonilise kütuse põlemisele.

**Kaheteistkümnes peatükk**

# KEEMILINE TERMODÜNAAMIKA

## 12.1 Keemiliselt reageeriv süsteem

Keemiliselt reageeriv termodünaamiline süsteem koosneb komponentidest, mis võivad omavahel ühineda või tekkida aine lagunemisel. Sellises süsteemis toimuvaid protsesse uurib keemiline termodünaamika, tuginedes termodünaamika üldistele seadustele.

Põhiliselt lähtutakse neljast seadusest: massi jäävuse seadusest ning termodünaamika esimesest, teisest ja kolmandast seadusest.

Massi jäävuse seadus käsitleb keemiliste reaktsioonide stöhhiomeetriat, mis seisneb reaktsiooni lähtekomponentide ja reaktsioonisaaduste kogumassi jäävuses, sest reaktsiooni käigus toimub vaid aine aatomite ja elektronide ümberkorraldumine, mis ei muuda reaktsioonis osalevate keemiliste elementide massi. Viimane asjaolu ongi massibilansi võrrandite koostamise alus.

Termodünaamika esimese seaduse osa keemilises termodünaamikas seisneb energia jäävuse ja muundamise printsiibi rakendamises keemiliste reaktsioonide uurimisel. Kui muutumatu keemilise koostisega aine korral tähendas termodünaamika esimese seaduse rakendamine aine oleku määramist vaid olekuparameetrite abil, siis keemiliste reaktsioonide puhul tuleb arvestada ka süsteemi koostise muutust nende käigus. See toob süsteemi juurde uue parameetri, kirjeldamaks aine koostisosade massi- või moolkoguste vahekorda. Süsteemi keemilise koostise muutusega reaktsioonis kaasneb alati soojusefekt – reaktsioon kas eraldab või neelab soojust. Arvestada tuleb sedagi, et keemilise koostise muutus mõjutab ka süsteemi kui terviku soojuslikke omadusi.

Termodünaamika teise seaduse kasutamine keemiliste reaktsioonide kirjeldamisel annab võimaluse määrata reaktsioonide võimalikkuse ja ulatuse ning nende kulgemise suuna. Samuti määrab termodünaamika teine seadus süsteemi keemilise tasakaalu vajalikud tingimused ning võimaldab arvutada süsteemi keemilise koostise tasakaaluseisundis olenevalt meid huvitavatest sõltumatutest olekuparameetritest, näiteks rõhust ja temperatuurist.

Termodünaamika kolmas seadus ehk Nernsti soojusteoreem käsitleb kondenseerunud süsteemi olekut absoluutsel nulltemperatuuril ning loob sellega aluse soojuslike suuruste absoluutväärtuste leidmiseks keemiliste reaktsioonide uurimisel.

Keemilises termodünaamikas on kombeks aine massi- ja soojusbilanss koostada aine moolkogustes, mitte aine massiühikutes, nagu seda tehakse tavaliselt soojustehnikas. Seetõttu tuleb ka soojustehnilised suurused ja keemilistes reaktsioonides kasutatavad termodünaamilised näitajad anda aine moolkoguse kohta. Moolkogused keemilistes reaktsioonides on määratud stöhhiomeetriliste vahekordadega, mis mõnevõrra lihtsustab ja teeb ülevaatlikumaks keemilise termodünaamika probleemide käsitluse. (Nagu eespool, nii ka siin ja edaspidi osutab rõhtkriips tähisel sellele, et vastav suurus antakse aine moolkoguse kohta.)

## 12.2 Keemiline reaktsioon

Raamatu esimeses osas vaadeldi termodünaamilist süsteemi, mis koosnes kas püsiva koostisega ainest või omavahel mittereageerivatest ainetest, mistõttu termodünaamilise keha keemiline koostis protsessi jooksul ei muutunud. Samuti ei toimunud keemilisi reaktsioone osiste omavahelisel segunemisel.

Nüüd hakkame uurima termodünaamilisi süsteeme, kus leiavad aset ainetevahelised keemilised reaktsioonid, mille jooksul võib muutuda ka nendes osalevate komponentide keemiline koostis. Süsteemis, mis sisaldab omavahel keemiliselt reageerivaid aineid, võib toimuda nende ühinemine keemiliste reaktsioonide läbi. Võimalik on aga ka vastupidine nähtus, kus aine laguneb vähem keerukateks ühenditeks. Viimast nähtust tuntakse kui aine dissotsiatsiooni. Keemilises reaktsioonis langeb reageerivate (lagunevate) osiste kontsentratsioon süsteemis, reaktsioonisaaduste kontsentratsioon aga kasvab. Kui reageerivad ained on gaasifaasis, siis reaktsiooni käigus ühtede komponentide osarõhk alaneb, teiste oma aga tõuseb. Keemilistel reaktsioonidel on alati suundumus tasakaaluoleku poole. Tingimustest (nt rõhk, temperatuur) olenevalt omandab süsteem teatud aja möödudes tasakaaluseisundi.

Keemilist reaktsiooni kirjeldab stöhhiomeetriline võrrand

$$\sum_{i=1}^{r} \chi_i A_i = \sum_{j=1}^{k} \chi_j A_j$$

ehk samuti

$$\sum_{i=1}^{r} \chi_i A_i - \sum_{j=1}^{k} \chi_j A_j = 0,$$

kus A – reageeriva aine või elemendi sümbol, i – reaktsiooni lähtekomponendi indeks, j – reaktsioonisaaduse indeks, $\chi$ – stöhhiomeetriline tegur, mis võrdub reageeriva aine või reaktsioonisaaduse kilomoolide arvuga.

Ained reageerivad üksteisega aine valentsusega rangelt määratud vahekorras. Olgu selle näide metaani põlemisreaktsioon (ühinemine hapnikuga)

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O.$$

Selle reaktsiooni kohaselt reageerib 1 kilomool metaani 2 kilomooli molekulaarse hapnikuga, mille tulemusel tekib 1 kilomool süsinikdioksiidi ja 2 kilomooli vett.

Keemiliselt reageeriva süsteemi tunnus on tema osiste hulga muutus. Seetõttu olenevad süsteemi iseloomustavad suurused komponentide hulgast selles.

Reageerivatest ainetest koosnevat süsteemi iseloomustatakse selle osiste moolkogustega. Olgu antud ajahetkel (ka süsteemi algolekus või tasakaaluseisundis) süsteemi kuuluva reageeriva või reaktsioonisaaduse komponendi moolkoguse tähiseks $n_\mathrm{i}$. Selle väärtused võivad muutuda ainult ranges vastavuses reaktsiooni stöhhiomeetrilise võrrandiga, mistõttu peab kehtima suhe

$$\frac{n_1}{\chi_1} = \frac{n_2}{\chi_2} = \frac{n_3}{\chi_3} = \ldots = \frac{n_\mathrm{i}}{\chi_\mathrm{i}} = \ldots = \varepsilon . \tag{12-1}$$

Siin on $n_\mathrm{i}$ väärtust vaadeldud absoluutsuurusena. Tegelikult, kui aine hulk süsteemis väheneb, siis on $n_\mathrm{i}$ negatiivse märgiga.

Viimase valemi põhjal

$$n_\mathrm{i} = \chi_\mathrm{i} \varepsilon . \tag{12-2}$$

Samuti

$$\mathrm{d}n_\mathrm{i} = \chi_\mathrm{i} \mathrm{d}\varepsilon . \tag{12-3}$$

Suurust $\varepsilon$ nimetatakse reaktsiooniastmeks ehk reaktsioonikoordinaadiks.

## 12.3 Keemilise reaktsiooni energiabilanss

### 12.3.1 Aine tekkesoojus

Keemilise püsikoostisega termodünaamilises süsteemis toimuvate protsesside käigus ilmnevaid energeetilisi nähtusi ei iseloomustata tavaliselt lihtsustuse huvides absoluutsuuruste, vaid muutude kaudu. Süsteemi energeetilist olekut iseloomustavad suurused on entalpia, siseenergia, entroopia, termodünaamilised potentsiaalid jm, mille väärtuste muudud on ühtlasi ka vaadeldavat protsessi iseloomustavad suurused. Olgu süsteemi energeetilisele seisundile iseloomuliku üldistatud suuruse tähiseks $E$ ning selle muudu tähiseks termodünaamilises protsessis $\Delta E$. Nagu öeldud, lihtsustuse huvides ei kasutata enamasti mainitud suuruste absoluutväärusi. Seega ei väljendata nende väärtusi, lähtudes 0 K-st, vaid teatud leppelisest lähtepunktist, kus süsteemi energeetilist seisundit iseloomustava suuruse $E$ väärtus loetakse tinglikult võrdseks nulli või mõne muu fikseeritud väärtusega. Valitud parameetri väärtus leppelises lähtepunktis võib olukorrati erineda, mistõttu tulemused eri skaalade järgi ei ühti, kuid vaadeldava suuruse muut $\Delta E$ on üks ja seesama.

Keemilise reaktsiooni käigus aatomitevahelised sidemed aine molekulis kas katkevad või teisenevad. Aatomitevaheliste sidemetega seotud keemiline energia on ainetel erinev. Seetõttu kaasneb reaktsioonidega nii süsteemi koostise kui ka energiabilansi ümberkujunemine. Keemiline reaktsioon võib kutsuda esile ka süsteemi olekuparameetrite muutuse. Kui süsteemisisesed parameetrid (nt temperatuur ja rõhk) reaktsiooni käigus ei muutu, siis on muutus süsteemi energiabilansis (nt soojuse juurdevool süsteemi või äravool sellest) seotud ainult süsteemi keemilise koostise muutusega. Kuna keemiliste reaktsioonide korral süsteemi koostis ei ole püsiv ning algkoostis erineb lõppkoostisest, siis saab muutuva keemilise koostisega süsteemi osiste energeetilist seisundit ja süsteemi kui tervikut iseloomustada ainult ühest ja samast lähtepunktist. Selline leppeline lähtepunkt keemilises termodünaamikas on aine olek temperatuuril $t_0 = 25$ °C ja rõhul $p_0 = 1$ atm. Need on standardsed lähteparameetrid, millele vastab aine standardolek.

Keemiliselt reageerivate süsteemide korral võetakse energeetiliseks lähtepunktiks nn stabiilsete elementide entalpia, mille väärtus äsjamainitud standardsete lähteparameetrite juures loetakse võrdseks nulliga. Põlemisreaktsioonide seisukohalt on stabiilsed elemendid süsinik (C), molekulaarne vesinik ($H_2$), molekulaarne hapnik ($O_2$) ja molekulaarne lämmastik ($N_2$).

Nimetame stabiilsetest elementidest moodustunud keemilist kooslust keemiliseks ühendiks ehk lihtsalt ühendiks.

Põlemisreaktsioonides on keemilised ühendid nii lähteaine (metaan $CH_4$, propaan $C_3H_8$ jpt) kui ka põlemisprotsessi saaduste ($CO_2$, CO, $H_2O$ jt) rollis. Stabiilsetest elementidest koosneva ühendi moodustumise käigus alati kas eraldub või neeldub soojuse kujul energia. Ühendi tekkeentalpia (tekkesoojus) on energia, mis eraldub ühendi tekkimisel selle koostisesse kuuluvatest stabiilsetest elementidest püsitemperatuuril ja -rõhul või neeldub neis. Et enamasti katseliselt määratav ühendi tekkeentalpia saadakse muutumatutel olekuparameetritel, siis on ta otseselt seotud süsteemi keemilise koostise muutusega.

Tähistame ühendi tekkeentalpia aine kilomooli kohta $\overline{h}_\mathrm{m}$, mille mõõtühikuks on kJ/kmol, ning 1 kg aine kohta antuna $h_\mathrm{m}$ mõõtühikuga kJ/kg.

Tekkeentalpia standardimiseks antakse selle väärtused ühtsel lähtetemperatuuril ja -rõhul (nii elementide kui ka ühendite lähteparameetrid peavad olema standardsed). Tähistame ühendi tekkeentalpia standardsetel lähteparameetritel (25 °C ja 1 atm) aine kilomooli kohta $\overline{h}^0_\mathrm{m}$ kJ/kmol ja 1 kg aine kohta $h^0_\mathrm{m}$ kJ/kg.

Tekkeentalpia väärtused leiab käsiraamatutest.

Standardne tekkeentalpia kõigile stabiilsetele elementidele $\overline{h}^0_\mathrm{m} = 0$.

Mõnede ühendite $\overline{h}^0_\mathrm{m}$ väärtus on toodud tabelis 12.1.

Tabeliandme märk näitab ühendi tekkeprotsessi liikumise suunda. Negatiivne arv osutab soojuse eraldumisele (eksotermiline reaktsioon, analoog soojuse eemaldumine süsteemist), positiivne aga soojuse neeldumisele (endotermiline reaktsioon, analoog soojuse suundumine süsteemi). Tavaliselt antakse tabelis veele kaks tekkeentalpiat. Üks nendest vastab vee vedelolekule, teine aga gaasilisele olekule. Standardsete parameetrite juures saab vesi olla ainult vedelfaasis. Gaasifaasis vee entalpia (mida sageli siiski kasutatakse) on tinglikult tuletatud eeldusel, et veeaur allub ideaalgaasi võrranditele.

**Tabel 12.1. Keemiliste ühendite tekkeentalpia, absoluutne entroopia ja Gibbsi potentsiaal temperatuuril $t_0 = 25$ °C ja rõhul $p_0 = 1$ atm**

| Aine | Valem | Tekke-entalpia $\bar{h}^0_{\mathrm{m}}$ kJ/kmol | Absoluutne entroopia $\bar{s}^0_{\mathrm{m}}$ kJ/(kmol·K) | Gibbsi potentsiaal $\bar{\varphi}^0_{\mathrm{m}}$ kJ/kmol |
|---|---|---|---|---|
| Süsinik | C (t) | 0 | 5,74 | 0 |
| Vesinik | $H_2$ (g) | 0 | 130,57 | 0 |
| Molekulaarne hapnik | $O_2$ (g) | 0 | 205,03 | 0 |
| Molekulaarne lämmastik | $N_2$ (g) | 0 | 191,50 | 0 |
| Süsinikmonooksiid | CO (g) | –110,53 | 197,54 | –137,15 |
| Süsinikdioksiid | $CO_2$ (g) | –393,52 | 213,69 | –394,38 |
| Veeaur | $H_2O$ (g) | –241,82 | 188,72 | –228,59 |
| Vesi | $H_2O$ (v) | –285,83 | 69,95 | –237,18 |
| Atomaarne hapnik | O (g) | 249,17 | 160,95 | 231,77 |
| Atomaarne vesinik | H (g) | 218,00 | 114,61 | 203,29 |
| Atomaarne lämmastik | N (g) | 472,68 | 153,19 | 455,51 |
| Hüdroksiid | OH (g) | 39,46 | 183,75 | 34,28 |
| Metaan | $CH_4$ (g) | –74,85 | 186,16 | –50,79 |
| Atsetüleen | $C_2H_2$ (g) | 226,73 | 200,85 | 209,17 |
| Etüleen | $C_2H_4$ (g) | 52,28 | 219,83 | 68,12 |
| Etaan | $C_2H_6$ (g) | –84,68 | 229,49 | –32,89 |
| Propüleen | $C_3H_6$ (g) | 20,41 | 266,94 | 62,72 |
| Propaan | $C_3H_8$ (g) | –103,85 | 269,91 | –23,49 |
| Butaan | $C_4H_{10}$ (g) | –126,15 | 310,03 | –15,71 |
| Lämmastikmonooksiid | NO (g) | –90,14 | 218,55 | –83,74 |
| Lämmastikdioksiid | $NO_2$ (g) | –33,37 | 240,71 | –51,41 |
| Dilämmastikoksiid | $N_2O$ (g) | –81,52 | 219,91 | –103,71 |
| Vääveldioksiid | $SO_2$ (g) | –297,01 | 247,02 | –299,77 |
| Vääveltrioksiid | $SO_3$ (g) | –395,40 | 236,14 | –364,25 |

### 12.3.2 Reaktsioonisoojus

Omavahel mittereageerivatest ainetest koosneva süsteemi energia on funktsioon ainult süsteemi olekut määravatest olekuparameetritest. Olukord on aga erinev, kui süsteemis leiavad aset ainetevahelised keemilised reaktsioonid. Need on alati seotud kas energia tarbimisega või energia vabanemisega. Keemiliseks reaktsiooniks vajalik toimumisenergia hulk kajastub aine aatomitevaheliste sidemete tekkes või kadumises.

Keemilised reaktsioonid jagunevad eksotermilisteks, kus soojus eraldub, ning endotermilisteks, mille toimumine vajab soojust. Keemilises reaktsioonis eralduvat või neelduvat soojust nimetatakse üldjuhul reaktsioonisoojuseks või ka reaktsiooni soojusefektiks.

Enamasti eeldatakse, et keemilised reaktsioonid toimuvad kas üheaegselt püsirõhul ja -temperatuuril (isobaarne-isotermne reaktsioon) või püsimahul ja -temperatuuril (isohoorne-isotermne reaktsioon). Kui süsteemis ei toimuks keemilisi muutusi, siis määraks süsteemi olekuparameetripaari püsivus täielikult tema oleku (muidugi eeldusel, et süsteemile ei mõju välisjõuvälju). Keemiliste reaktsioonide korral tuleb nendele kahele lisada veel vähemalt üks süsteemi koostist iseloomustav muutuja. Seega on keemiliste reaktsioonide käsitlusel tegemist vähemalt kolme parameetri kaudu iseloomustatava süsteemiga, kahe sõltumatu olekuparameetri püsiväärtus ei välista keemilise reaktsiooni võimalikkust.

Keemiline reaktsioon on väliselt sarnane aine faasisiirdeprotsessiga. See selgub, kui võrdleme keemilist reaktsiooni näiteks auru kondenseerumisega. Auru isobaarse-isotermse kondenseerumise jooksul vabaneb kondenseerumissoojus nii, nagu keemilises reaktsioonis eraldub reaktsioonisoojus. Kondenseerumisprotsessi vältel väheneb püsirõhul auru erimaht, olles võrdeline protsessi mehaanilise tööga. Samuti võib maht muutuda keemilise reaktsiooni käigus, mis aga tähendab keemilise reaktsiooni tööd. Nendime ka seda, et kui keemilise reaktsiooni kestel väheneb lähtekomponendi hulk süsteemis samaaegselt tekkiva ainehulga suurenemisega, siis auru kondenseerumisprotsessis toob auruhulga vähenemine kaasa kondensaadikoguse suurenemise.

Isobaarses-isotermses ja isohoorses-isotermses reaktsioonis eralduvat soojust nimetatakse vastavalt isobaarseks-isotermseks soojusefektiks $Q_\mathrm{p}$ ja isohoorseks-isotermseks soojusefektiks $Q_\mathrm{v}$, üldisemal juhul aga reaktsioonisoojuseks.

Isobaarses-isotermses protsessis puudub mehaaniliste jõudude töö ($V\mathrm{d}p = 0$) ning kui puudub ka mittemehaaniliste jõudude töö, siis kooskõlas termodünaamika esimese seadusega

$$\mathrm{d}Q_\mathrm{p} = \mathrm{d}H$$

ehk

$$Q_\mathrm{p} = H_2 - H_1, \tag{12-4}$$

kus $H_1$ – süsteemi algentalpia, $H_2$ – süsteemi lõppentalpia.

Järelikult on isobaarse-isotermse reaktsiooni soojusefekt võrdne süsteemi entalpia muutusega.

Isohoorse-isotermse protsessi korral $p\mathrm{d}V = 0$, ja kui puudub mittemehaaniliste jõudude töö, siis

$$\mathrm{d}Q_\mathrm{v} = \mathrm{d}U$$

ehk

$$Q_\mathrm{v} = U_2 - U_1, \tag{12-5}$$

kus $U_1$ – süsteemi algsiseenergia, $U_2$ – süsteemi lõppsiseenergia.

Seega on isohoorse-isotermse reaktsiooni soojusefekt võrdne süsteemi siseenergia muutusega.

Kuna nii entalpia kui ka siseenergia on olekufunktsioon, siis on soojusefektid $Q_\mathrm{p}$ ja $Q_\mathrm{v}$ otseselt määratavad süsteemi alg- ja lõppoleku kaudu.

Üldjuhul reaktsiooni soojusefektid $Q_\mathrm{p}$ ja $Q_\mathrm{v}$ ei ühti. Erinevus on tingitud süsteemi mahu muutusest reaktsiooni jooksul ja sellega kaasnevast reaktsiooni tööst. Kui reaktsioon on püsimahuline, siis läheb kogu reaktsioonisoojus süsteemi siseenergia muutmiseks. Püsirõhulises protsessis võib aga süsteem soojuse eraldumisel näiteks paisuda ja osa soojusest kulub paisumistööks.

Eeldame, et reaktsioonis osalevad komponendid alluvad ideaalgaasi seadustele ja moolide arv süsteemi algseisundis on $\chi_1$, reaktsioonisaaduste moolide arv aga $\chi_2$. Moolide arvu muutus reaktsiooni jooksul $\Delta\chi = \chi_2 - \chi_1$.

Kuna entalpia $\overline{H} = \overline{U} + p\overline{V}$, siis

$$\overline{Q}_\mathrm{p} = (\overline{U}_2 - \overline{U}_1) + p(\overline{V}_2 - \overline{V}_1) = \overline{Q}_\mathrm{v} + p(\overline{V}_2 - \overline{V}_1).$$

Vastavalt ideaalgaasi olekuvõrrandile

$$p(\overline{V}_2 - \overline{V}_1) = \Delta\chi \overline{\mathrm{R}}T$$

ning

$$\overline{Q}_\mathrm{p} - \overline{Q}_\mathrm{v} = \Delta\chi \overline{\mathrm{R}}T, \tag{12-6}$$

kus $\overline{V}$ – gaasi moolmaht, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant.

Vahe $(\overline{Q}_\mathrm{p} - \overline{Q}_\mathrm{v})$ võib olla positiivne, negatiivne või võrduda nulliga. See sõltub aine moolide arvu muutusest reaktsiooni käigus. Kui $\Delta\chi > 0$, siis $\overline{Q}_\mathrm{p} > \overline{Q}_\mathrm{v}$; kui $\Delta\chi < 0$, siis $\overline{Q}_\mathrm{p} < \overline{Q}_\mathrm{v}$, ning $\Delta\chi = 0$ puhul $\overline{Q}_\mathrm{p} = \overline{Q}_\mathrm{v}$.

Üldjuhul sõltuvad nii aine entalpia kui ka siseenergia temperatuurist ja rõhust (erimahust), kusjuures määrav on sageli just temperatuur. Rõhu mõju tõuseb esile alles ainele omase kõrge rõhu korral. Kui reageerivad komponendid on käsitatavad ideaalgaasina, siis on sageli otstarbekas nii aine entalpia kui ka siseenergia määramiseks kasutada erisoojust, mis teatavasti sõltub üksnes temperatuurist.

Toimugu reaktsioon vastavalt stöhhiomeetrilisele võrrandile

$$\chi_{\mathrm{A}}\mathrm{A} + \chi_{\mathrm{B}}\mathrm{B} + \ldots \rightarrow \chi_{\mathrm{C}}\mathrm{C} + \chi_{\mathrm{D}}\mathrm{D} + \ldots \ . \tag{12-7}$$

Isobaarse-isotermse reaktsiooni soojusefekti temperatuurimuutus

$$\frac{\mathrm{d}\overline{Q}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}T} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} (\chi \overline{c}_{\mathrm{p}})_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} (\chi \overline{c}_{\mathrm{p}})_{\mathrm{i}} \tag{12-8}$$

ning isohoorse-isotermse reaktsiooni soojusefekti temperatuurimuutus

$$\frac{\mathrm{d}\overline{Q}_{\mathrm{v}}}{\mathrm{d}T} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} (\chi \overline{c}_{\mathrm{v}})_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} (\chi \overline{c}_{\mathrm{v}})_{\mathrm{i}} \, . \tag{12-9}$$

Teades tõelise erisoojuse temperatuurisõltuvust, siis

$$\overline{Q}_{\mathrm{p}} = \Delta \overline{H}^{0} + \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} \int_{T_0}^{T} (\chi \overline{c}_{\mathrm{p}})_{\mathrm{j}} \mathrm{d}T - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} \int_{T_0}^{T} (\chi \overline{c}_{\mathrm{p}})_{\mathrm{i}} \mathrm{d}T \tag{12-10}$$

ning samuti

$$\overline{Q}_{\mathrm{v}} = \Delta \overline{U}^{0} + \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} \int_{T_0}^{T} (\chi \overline{c}_{\mathrm{v}})_{\mathrm{j}} \mathrm{d}T - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} \int_{T_0}^{T} (\chi \overline{c}_{\mathrm{v}})_{\mathrm{i}} \mathrm{d}T \, , \tag{12-11}$$

kus $\Delta \overline{H}^{0}$ ja $\Delta \overline{U}^{0}$ – süsteemi entalpia ja siseenergia muutus standardsetel olekuparameetritel $T_0$ ja $p_0$ (valemid (12-19) ja (12-28)), k – komponentide arv reaktsiooni lõpul, r – lähtekomponentide arv.

Vaatleme termodünaamika esimese seaduse rakendamist keemiliselt reageerivale süsteemile.

Lähtume kõigepealt avatud süsteemist, kuhu pidevalt voolavad sisse omavahel reageerivad komponendid ja välja reaktsioonisaadused. Selline on näiteks põlemiskamber, kuhu pidevalt siseneb kütus ja põlemiseks vajalik hapnik ning väljub reaktsioonisaadusena põlemisgaas. Põlemiskambrisse võib olla paigutatud mingi soojusvahetuspind, mille kaudu lahkub süsteemist põlemissoojus. Põlemiskamber on näiteks aurukatla kolle, isobaarse põlemisega gaasiturbiinseadme põlemiskamber vms. Avatud süsteemis toimuvaid reaktsioone käsitatakse kui isobaarseid-isotermseid. Vaatleme statsionaarset voolust, mille aine mass süsteemi läbimisel on ajas püsiv.

Keha entalpia temperatuuril $T$ ja rõhul $p$ standardse algtemperatuuri ja -rõhuga määratud skaalal

$$\overline{\mathrm{h}}(T,p)=\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}+(\overline{h}-\overline{h}^{0}), \tag{12-12}$$

kus $\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}$ – aine tekkeentalpia standardtemperatuuril ja -rõhul, $\overline{h}$ – aine entalpia temperatuuril $T$ ja rõhul $p$ vaadeldaval skaalal, $\overline{h}^{0}$ – aine entalpia standardrõhul ja -temperatuuril samal skaalal.

Aine tekkeentalpia $\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}$ kujutab endast seotud energiat, mis kas vabaneb või neeldub keemilise reaktsiooni käigus, suurus $\overline{h}$ on aga nn füüsikaline (soojusmahtuvuslik) entalpia, mis on seotud süsteemi soojusmahtuvusega ja on esitatav süsteemi termodünaamiliste olekuparameetrite abil. Temperatuur on olekuparameeter, mis mõjutab enim $\overline{h}$ väärtust.

Suurused $\overline{h}$ ja $\overline{h}^{0}$ leiab käsiraamatu tabelitest.

Jätame arvestamata kineetilise ja potentsiaalse energia muutuse, siis võtab termodünaamika esimene seadus, rakendatuna materiaalselt avatud süsteemile, kuju

$$\overline{Q}_{\mathrm{p}}=(\overline{H}_{2}-\overline{H}_{1})+\overline{L}_{\mathrm{t}}+\overline{L}^{*}, \tag{12-13}$$

kus $\overline{Q}_{\mathrm{p}}$ – protsessis osalev soojus, $\overline{H}_{1}$ – süsteemi siseneva vooluse entalpia, $\overline{H}_{2}$ – süsteemist väljuva vooluse entalpia, $\overline{L}_{\mathrm{t}}$ – süsteemi tehniline töö, $\overline{L}^{*}$ – mittemehaaniliste jõudude töö.

Arvestades valemit (12-12), saame

$$\overline{Q}_{\mathrm{p}}=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}}n_{\mathrm{j}}\left[\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}+(\overline{h}-\overline{h}^{0})\right]_{\mathrm{j}}-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}}n_{\mathrm{i}}\left[\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}+(\overline{h}-\overline{h}^{0})\right]_{\mathrm{i}}+$$
$$+\overline{L}_{\mathrm{t}}+\overline{L}^{*}, \tag{12-14}$$

Kus $n$ – vastava aine moolkogus, k – komponentide arv reaktsiooni lõpul, r – lähteainete arv.

Tavaliselt keemiliste reaktsioonide (nt põlemise) käigus välist tööd ei sooritata ja mittemehaaniliste jõudude töö puudub, siis $\overline{L}_{\mathrm{t}}=\overline{L}^{*}=0$. Sellisel juhul on protsessis osalev soojus võrdne süsteemi entalpia muutusega ehk reaktsiooni soojusefektiga. Kuna reaktsioon toimub püsitemperatuuril ja -rõhul, siis entalpia muutus süsteemis on seotud ainult muutustega süsteemi keemilises olekus. On ilmne, et vaadeldav entalpia muutus on reaktsiooniti erinev, sõltudes aine tekkeentalpiast.

Suurus $Q_p$ on sisuliselt soojushulk, mis suundub süsteemi või väljub sellest reaktsiooni käigus, kui süsteemi temperatuur ja rõhk on lähte- ja lõppolekus sama.

Avaldame reaktsiooni soojusefekti kujul

$$\overline{Q}_p = \overline{H}_2 - \overline{H}_1 = (\overline{H}_2 - \overline{H}_2^0) - (\overline{H}_1 - \overline{H}_1^0) + (\overline{H}_2^0 - \overline{H}_1^0), \qquad (12\text{-}15)$$

kus $\overline{H}_1^0$, $\overline{H}_2^0$ – süsteemi lähte- ja reaktsioonijärgne entalpia standardsetel parameetritel.

Kui lähtuda ühendite kui iseseisvate ainete omadustest, siis vastavalt valemile (12-12)

$$\overline{H}_2 - \overline{H}_2^0 = \sum_{j=1}^{k} n_j (\overline{h}_2 - \overline{h}_2^0)_j \qquad (12\text{-}16)$$

ja

$$\overline{H}_1 - \overline{H}_1^0 = \sum_{i=1}^{r} n_i (\overline{h}_1 - \overline{h}_1^0)_i . \qquad (12\text{-}17)$$

Valemite (12-14) ja (12-15) kohaselt reaktsiooni isobaarne-isotermne soojusefekt

$$\overline{Q}_p = \sum_{j=1}^{k} n_j (\overline{h} - \overline{h}^0)_j - \sum_{i=1}^{r} n_i (\overline{h} - \overline{h}^0)_i + \Delta\overline{H}^0 . \qquad (12\text{-}18)$$

Viimases valemis esinevat suurust $\Delta\overline{H}^0 = (\overline{H}_2^0 - \overline{H}_1^0)$ nimetatakse reaktsiooni standardseks tekkeentalpiaks (-soojuseks), mis on arvutatav reaktsiooni tekkeentalpiate kaudu:

$$\Delta\overline{H}^0 = \sum_{j=1}^{k} n_j (\overline{h}_m^0)_j - \sum_{i=1}^{r} n_i (\overline{h}_m^0)_i . \qquad (12\text{-}19)$$

Vaatleme nüüd suletud süsteemi, kus keemilised reaktsioonid toimuvad kinnises ruumis. Siin puudub ainete juurdevool süsteemi ja reaktsioonisaaduste äravool süsteemist. Materiaalselt suletud süsteemis toimuvaid reaktsioone käsitletakse termodünaamiliselt isohoorsetena. Sellise süsteemi näiteks on isohoorse põlemisega gaasiturbiinseadme põlemiskamber või pommkalorimeeter kütuse kütteväärtuse määramiseks.

Termodünaamika esimene seadus

$$\overline{Q} = \Delta\overline{U} + p\Delta\overline{V} \qquad (12\text{-}20)$$

saab suletud süsteemile rakendatuna kuju

$$\overline{Q}_v = (\overline{U}_2 - \overline{U}_1), \qquad (12\text{-}21)$$

kus $\overline{U}_2$ – süsteemi siseenergia pärast reaktsiooni, $\overline{U}_1$ – süsteemi siseenergia enne reaktsiooni.

Analoogiliselt valemiga (12-12) süsteemi komponendi siseenergia temperatuuril $T$ ja mahul $\overline{v}$

$$\overline{\mathrm{u}}(T,v) = \overline{u}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{u} - \overline{u}^{0}) = \overline{h}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{h} - \overline{h}_{0}) - p\overline{v}, \tag{12-22}$$

kus $\overline{u}_{\mathrm{m}}^{0}$ – komponendi moodustumise siseenergia standardtemperatuuril ja -rõhul, $\overline{u}$ – komponendi siseenergia vaadeldaval skaalal, $\overline{u}^{0}$ – komponendi siseenergia standardrõhul ja -temperatuuril samal skaalal.

Valemi (12-22) alusel reaktsiooni isohoorne-isotermne soojusefekt

$$\overline{Q}_{\mathrm{v}} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} [\overline{u}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{u} - \overline{u}^{0})]_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} [\overline{u}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{u} - \overline{u}^{0})]_{\mathrm{i}}, \tag{12-23}$$

kus $n$ – vastava aine moolkogus, k – komponentide arv reaktsiooni lõpul, r – lähteainete arv.

Avaldame $\overline{Q}_{\mathrm{v}}$ kujul

$$\overline{Q}_{\mathrm{v}} = \overline{U}_2 - \overline{U}_1 = (\overline{U}_2 - \overline{U}_2^{0}) - (\overline{U}_1 - \overline{U}_1^{0}) + (\overline{U}_2^{0} - \overline{U}_1^{0}), \tag{12-24}$$

kus $\overline{U}_1^{0}$, $\overline{U}_2^{0}$ – süsteemi lähte- ja reaktsioonijärgne siseenergia standardsetel parameetritel.

Lähtume ühendite kui iseseisvate ainete omadustest, siis vastavalt valemile (12-22)

$$\overline{U}_2 - \overline{U}_2^{0} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} (\overline{u} - \overline{u}^{0})_{\mathrm{j}} \tag{12-25}$$

ja

$$\overline{U}_1 - \overline{U}_1^{0} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} (\overline{u} - \overline{u}^{0})_{\mathrm{i}}. \tag{12-26}$$

Valemite (12-23) ja (12-24) alusel reaktsiooni isohoorne-isotermne soojusefekt

$$\overline{Q}_{\mathrm{v}} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} (\overline{u} - \overline{u}^{0})_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} (\overline{u} - \overline{u}^{0})_{\mathrm{i}} + \Delta\overline{U}^{0}. \tag{12-27}$$

Viimases valemis esinevat suurust $\Delta\overline{U}^{0} = (\overline{U}_2^{0} - \overline{U}_1^{0})$ nimetatakse reaktsiooni standardseks siseenergia muutuseks ja see on arvutatav reaktsiooni tekke siseenergiate kaudu:

$$\Delta\overline{U}^{0} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} (\overline{u}_{\mathrm{m}}^{0})_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} (\overline{u}_{\mathrm{m}}^{0})_{\mathrm{i}}. \tag{12-28}$$

### 12.3.3 Reaktsiooni adiabaatne temperatuur

Tehnikaprobleemide lahendamisel tuleb sageli teada põlemise võimalikku maksimaalset temperatuuri. Selleks on reaktsiooni adiabaatne põlemistemperatuur ehk teoreetiline põlemistemperatuur, mis on arvutuslikult määratav. Arvutustes käsitatakse reaktsiooni süsteemis adiabaatsena, mispuhul osalev soojus kandub küll reaktsiooni komponentidele, mitte aga ümbruskeskkonda. Tegelikus põlemisreaktsioonis adiabaatset temperatuuri saavutada ei ole võimalik, sest osa soojusest siirdub soojuskao näol paratamatult süsteemist välja. Reaktsiooni adiabaatne temperatuur sõltub tugevalt reaktsioonisaaduste koostisest, mille puhul määravaks on süsteemi soojusmahtuvus.

Temperatuur, mille omandab avatud adiabaatne süsteem isobaarses olukorras toimuva põlemisreaktsiooni tulemusena tingimusel, et puudub kineetilise ja potentsiaalse energia muutus ega sooritata ka mingit liiki tööd, on isobaarne-adiabaatne põlemistemperatuur. Kui aga keemilised reaktsioonid toimuvad adiabaatselt püsimahulises ruumis (suletud süsteem), saame tulemusena isohoorse-adiabaatse temperatuuri. Isohoorne-adiabaatne temperatuur võib isobaarsest-adiabaatsest temperatuurist olla kas kõrgem või madalam, ent ka üldse mitte erineda. Erinevuse põhjus seisneb isobaarse-isotermse protsessi mahu muutuses. Isobaarse põlemisprotsessi käigus põlemisgaasi maht tavaliselt kasvab, mistõttu adiabaatne temperatuur isohoorsel põlemisel on kõrgem.

Reaktsiooni isobaarne-adiabaatne põlemistemperatuur on arvutatav valemi (12-14) alusel. Kui asetada sellesse $\overline{Q}_{\mathrm{p}} = 0$ (kogu eralduv soojus jääb süsteemi) ja

$\overline{L}_{\mathrm{t}} = \overline{L}^{*} = 0$, siis

$\overline{H}_1 = \overline{H}_2$

ehk

$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \left[ \overline{h}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{h} - \overline{h}^{0}) \right]_{\mathrm{j}} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \left[ \overline{h}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{h} - \overline{h}^{0}) \right]_{\mathrm{i}} . \qquad (12\text{-}29)$$

Adiabaatse põlemistemperatuuri arvutamisel on teada lähtekomponentide olek ja nende entalpia on seega lihtsalt leitav. Reaktsioonisaaduste (siin peetakse silmas reaktsioonijärgset süsteemi koostist tervikuna) entalpia arvutamine on aga raskendatud, kuna ei ole teada lõpptemperatuur. Adiabaatne põlemistemperatuur arvutatakse tavaliselt korduvlähendusmeetodi abil, sest põlemissaaduste entalpia ei ole püsiv, sõltudes temperatuurist. Esiteks määratakse kogemuslikult mingi eeldatav temperatuur ja arvutatakse selle põhjal reaktsioonisaaduste entalpia. Kui arvutustulemus ei lange kokku lähtekomponentide eeldatud entalpiaga, korratakse arvutust, kuni jõutakse soovitud täpsuseni. Gaasikomponentide entalpia väärtused etteantud temperatuuril võib leida kas käsiraamatutest või arvutada analüütiliselt, lähtudes erisoojuse valemitest.

Adiabaatne põlemistemperatuur ei ole füüsikaline püsisuurus, vaid mitmest mõjurist olenev parameeter. Kõigepealt avaldab mõju oksüdandi (hapendaja) koostis. Kütuse koostise ja põlemise oksüdandi (puhas hapnik, õhk jt) vahelised reaktsioonid ja massivahekord annavad erinevate soojuslike omadustega ja eri vahekorras põlemissaadused. Teatavasti sõltub põlemissaaduste lõppkoostis suurel määral põlemisprotsessi liigõhutegurist, mis on siinkohal sõltumatu parameeter. Adibaatsele põlemistemperatuurile avaldavad veel mõju nii oksüdandi omadused kui ka kütuse põlemise algolekut iseloomustavad tegurid (nt põlemisõhu temperatuur).

Adibaatne põlemistemperatuur arvutatakse tavaliselt eeldusel, et põlemisreaktsioonid kulgevad lõpuni. Kui on aga tegemist põlemisega väga kõrgel temperatuuril, tuleb silmas pidada ka põlemissaaduste dissotsiatsiooni, mis muidugi alandab adiabaatset põlemistemperatuuri.

## 12.4 Reaktsiooni töö

### 12.4.1 Entroopia muutus

Eespool käsitlesime ainetevahelisi reaktsioone massi ja energia jäävuse seaduse põhjal. See ei ole aga keemiliste reaktsioonide võimalikkuse, täielikkuse ja tasakaalu hindamise seisukohast ammendav. Tuleb arvesse võtta, et mainitud protsessid alluvad ka termodünaamika teisele seadusele, mille kohaselt isoleeritud süsteemil on alati suundumus tasakaaluoleku ja entroopia kasvu poole.

Süsteemis, kus toimuvad nii keemilised reaktsioonid kui ka soojusvahetus ümbruskeskkonnaga, põhjustab entroopia muutuse nii selle suurenemine või vähenemine soojusülekandest kui ka suurenemine reaktsioonide tõttu. Süsteemi entroopia muutus kui reaktsioonisaaduste ja lähteainete entroopia vahe

$$\Delta \overline{S} = \overline{S}_{\mathrm{k}} - \overline{S}_{\mathrm{r}} = \frac{\overline{Q}}{T_{\mathrm{k}}} + \overline{S}_{\mathrm{e}} \tag{12-30}$$

kus $\overline{S}_{\mathrm{k}}$ – reaktsiooni lähteainete entroopia, $\overline{S}_{\mathrm{r}}$ – reaktsioonisaaduste entroopia, $n_{\mathrm{i}}$ – reaktsiooni lähteainete moolkogused, r – lähteainete arv, $n_{\mathrm{j}}$ – reaktsioonisaaduste moolkogused, k – komponentide arv reaktsiooni lõpul, $\overline{S}_{\mathrm{e}}$ – entroopia suurenemine keemilistest reaktsioonidest.

Valemi liige $\overline{Q} / T_{\mathrm{k}}$ väljendab süsteemi siseneva või sealt lahkuva soojushulga $\overline{Q}$ entroopiat, kusjuures soojushulk $\overline{Q}$ on positiivne, kui ta suundub süsteemi. Valem on rakendatav nii avatud kui ka suletud süsteemile.

Adiabaatse süsteemi korral ($\overline{Q}$ = 0) valem (12-30) lihtsustub:

$$\Delta \overline{S} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \overline{s}_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \overline{s}_{\mathrm{i}} = \overline{S}_{\mathrm{e}} \geq 0. \tag{12-31}$$

See on entroopia muutuse arvutamise põhivõrrand keemiliselt reageeriva süsteemi puhul. Võrrandi rakendamine vajab iga reageeriva ja reaktsioonisaaduse komponendi entroopia arvutamist. Arvutus lihtsustub, kui süsteemi komponente võib käsitleda ideaalgaasina.

Valemites esinev liige $Q/T_k$ kajastab süsteemi entroopia muutust seoses ümbruskeskkonna mõjuga (soojuse siirdumine ümbruskeskkonnast süsteemi või vastupidi). Suuruse $S_e$ väärtus väljendab süsteemi entroopia suurenemist süsteemisiseste protsesside tagajärjel (soojuse eraldumine keemilistes reaktsioonides).

Suurus $S_e$ on analoog entroopia suurenemisele hõõrdesoojusest süsteemisiseses tagastamatus protsessis. Sel põhjusel ei saa $S_e$ väärtus olla negatiivne, nagu on näidatud ka valemis (12-31). Kui $S_e = 0$, siis süsteemisisesed soojuseralduse protsessid puuduvad. Ühtlasi selgub valemist, et adiabaatses süsteemis on reaktsioonisaaduste entroopia alati suurem lähteainete entroopiast.

Entroopia muutuse arvutusvalemid (12-30) ja (12-31) sisaldavad süsteemi komponentide entroopiat, kuid mitte selle muutust, nagu see oli mittereageerivate süsteemide puhul. Siin tekib küsimus: kuidas määrata komponendi entroopiat süsteemis? Alljärgnevalt vaatlemegi seda probleemi termodünaamika kolmandast seadusest lähtudes.

Termodünaamika esimese seaduse rakendamisel keemilistele reaktsioonidele lähtuti stabiilsete keemiliste elementide entalpiast, mille väärtus temperatuuril 25 °C ja rõhul 1 atm loeti tinglikult nulliks. See eeldus on reageerivatest ainetest koosneva süsteemi entalpia arvutamise lähtekoht.

Samuti tuleb leida lähtepunkt määramaks entroopia väärtust. Selleks on termodünaamika kolmas seadus (p 2.6), mille kohaselt kõigi termodünaamilises tasakaalus olevate kondenseerunud puhasainete entroopia ligineb nullväärtusele temperatuuri lähenedes absoluutsele nullile ning saavutab nullväärtuse 0 K juures. Sellest olekust loetud entroopia väärtust tuntakse kui absoluutset entroopiat. Termodünaamika kolmanda seaduse põhjal ei sõltu aine entroopia 0 K juures rõhust, kuid sellest kõrgemal temperatuuril on entroopia nii temperatuuri kui ka rõhu funktsioon. Tavaliselt antakse aine omaduste tabelites entroopia absoluutväärtuse temperatuuriolenevus standardsel rõhul ($p_0 = 1$ atm). Samal põhimõttel on koostatud ka entroopia arvutusvalemid. Ainete entroopia absoluutväärtusi standardsel temperatuuril ja rõhul on toodud tabelis 12.1.

Üldiselt on aine entroopia absoluutväärtus keerukas temperatuurifunktsioon. Selgituseks jälgime mingi aine entroopia temperatuurisõltuvust (vt joonis 12.1). Nagu teada, on tahkes (kondenseerunud) olekus aine entroopia väärtus 0 K juures võrdne nulliga (vastavalt termodünaamika kolmandale seadusele). Temperatuuri tõusul tahke aine entroopia kasvab monotoonselt kuni teatud temperatuurini, mille juures aine struktuur võib ühest kristalsest olekust teise kristalsesse (või ka amorfsesse) olekusse üle minna, millega kaasneb entroopia hüppeline muutus. Nagu nähtub jooniselt, võib ainel faasisiirde temperatuuril olla mitmeid

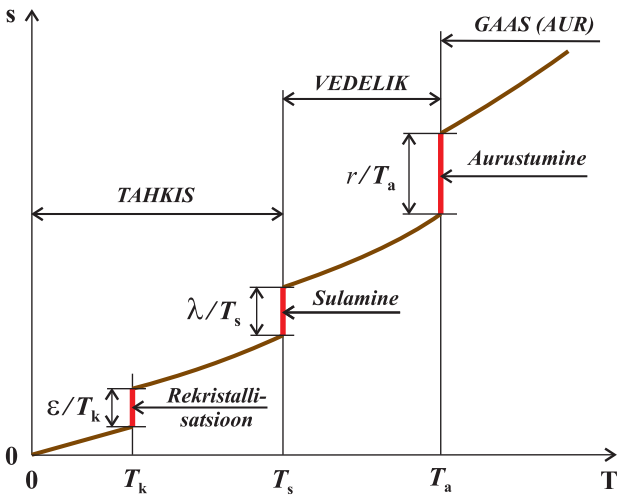
entroopia väärtusi. Selle tingib erineva kristalse struktuuriga ainete vahekord segus – igale kristalse koostisega ainete vahekorrale vastab ka teatud entroopia väärtus. Koostisest sõltuvalt võib ainel tahkes olekus olla mitu erinevat kristallistruktuuri ja vastavalt ka mitu entroopia hüpet eri temperatuuridel. Tuntakse ka aineid, mille struktuur tahkefaasis ei muutugi. Kristallilise faasisiirde temperatuurist kõrgemale suureneb ka entroopia kuni aine sulamiseni, kus jällegi täheldatakse entroopia hüppelist kasvu. Vedelas olekus aine entroopia kasvab temperatuuri tõustes kuni järjekordse hüppelise muutuseni keemistemperatuuril.

Täielikult aurustunud vedeliku üleminekul gaasilisse olekusse entroopia kasvab jällegi monotoonselt. On oluline teada, et entroopia hüppeline kasv aine erinevatel faasisiirdetemperatuuridel on võrdne faasisiirde soojuse $z$ ja absoluutse temperatuuri $T$ suhtega: $\Delta s = z/T$. Kuna entroopia väärtus sõltub aine omadustest ja temperatuurist, kuid lisaks temperatuurile veel ka mõnest muust olekut määravast parameetrist (nt rõhust), siis oleneb joonisel 12.1 toodud entroopia muutust kajastava joone asukoht samuti nii ainest kui ka rõhust (või mõnest muust olekuparameetrist).

Võtame aluseks joonisel 12.1 toodud skeemi ning eeldame, et protsessis osaleva soojuse määrab temperatuurist sõltuv erisoojus, siis aine absoluutne entroopia isobaarsel kuumutamisel

$$s = \int_0^{T_\mathrm{k}} \frac{c_\mathrm{pt}}{T}\mathrm{d}T + \frac{\varepsilon}{T_\mathrm{k}} + \int_{T_\mathrm{k}}^{T_\mathrm{s}} \frac{c_\mathrm{pt}}{T}\mathrm{d}T + \frac{\lambda}{T_\mathrm{s}} + \int_{T_\mathrm{s}}^{T_\mathrm{a}} \frac{c_\mathrm{pv}}{T}\mathrm{d}T + \frac{r}{T_\mathrm{a}} + \int_{T_\mathrm{a}}^{T} \frac{c_\mathrm{pa}}{T}\mathrm{d}T, \qquad (12\text{-}32)$$

kus $c_\mathrm{p}$ – isobaarne erisoojus aine vastavas faasis; $\varepsilon$, $\lambda$, $r$ – vastavalt rekristallisatsiooni-, sulamis- ja aurustumissoojus; t, v, a – vastavalt aine tahke-, vedel- ja aurufaasi indeks.




**Joonis 12.1. Aine entroopia olenevus temperatuurist**

Vaatleme olukorda, kus kõik keemilises reaktsioonis osalevad komponendid nii protsessi algul kui ka selle järel alluvad ideaalgaasi seadustele. Kui ideaalgaasi entalpia ja siseenergia sõltuvad ainult temperatuurist, siis entroopia on nii temperatuuri- kui ka rõhufunktsioon. See teeb entroopia muutuse määramise termodünaamilistes protsessides mõnevõrra keerukamaks.

Reaktsioonis osaleva komponendi entroopia on funktsioon temperatuurist ja komponendi osarõhust: $S_\mathrm{i} = \mathrm{S}(T, p_\mathrm{i})$. Süsteemi entroopia muutus keemilise reaktsiooni käigus ideaalgaasisegu korral

$$\Delta\overline{S} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_\mathrm{j}\,\overline{\mathrm{s}}(T, p_\mathrm{j}) - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_\mathrm{i}\,\overline{\mathrm{s}}(T, p_\mathrm{i}). \tag{12-33}$$

Keemiliselt reageerivate ainete süsteemi entroopia määramisel on järelikult vaja teada mitte ainult entroopia olenevust temperatuurist, vaid ka rõhust. Kui on tegemist ideaalgaasiseguga, siis teatavasti iga komponent segus käitub iseseisvalt, sõltuvalt segu temperatuurist ja tema enda osarõhust.

Ideaalgaasisegu komponendi entroopiadiferentsiaal valemi (2-170) alusel

$$\mathrm{d}\overline{s} = \overline{c}_\mathrm{p}\frac{\mathrm{d}T}{T} - \overline{\mathrm{R}}\frac{\mathrm{d}p}{p}, \tag{12-34}$$

kus $\overline{c}_\mathrm{p}$ – gaasikomponendi isobaarne moolerisoojus, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant.

Entroopia muutus parameetrite vahemikus $T = 0$ K, $p_0 = 1$ atm ja $T, p$:

$$\int_{(T=0,\,p_0)}^{(T,\,p)} \mathrm{d}\overline{s} = \int_0^T \overline{c}_\mathrm{p}\frac{\mathrm{d}T}{T} - \overline{\mathrm{R}}\int_{p_0}^{p}\frac{\mathrm{d}p}{p}. \tag{12-35}$$

Tähistame

$$\overline{\mathrm{s}}^{\,0}(T) = \int_0^T \vec{c}_\mathrm{p}\frac{\mathrm{d}T}{T}.$$

Suurus $\overline{\mathrm{s}}^{\,0}(T)$, loetuna temperatuurist 0 K, on ideaalgaasi absoluutne entroopia rõhul $p_0$. Et tegemist on ideaalgaasiga, sõltub $\overline{\mathrm{s}}^{\,0}(T)$, nagu ka isobaarne erisoojus $\overline{c}_\mathrm{p}$, ainult temperatuurist. Termodünaamika kolmanda seaduse põhjal on suuruse $\overline{\mathrm{s}}^{\,0}(T)$ väärtus absoluutsel nulltemperatuuril sõltumata rõhust võrdne nulliga.

Pärast võrrandi (12-35) integreerimist

$$\overline{\mathrm{s}}(T, p) - \overline{\mathrm{s}}(0\,\mathrm{K}, p_0) = \overline{\mathrm{s}}^{\,0}(T) - \overline{\mathrm{R}}\ln\frac{p}{p_0}.$$

Nagu mainitud, segu komponendi entroopia absoluutväärtus termodünaamika kolmanda seaduse põhjal $\overline{s}(0\,\mathrm{K}, p_0) = 0$:

$$\overline{s}_i(T, p_i) = \overline{s}_i^0(T) - \overline{R} \ln \frac{p_i}{p_0}. \qquad (12\text{-}36)$$

Viimase valemi alusel entroopia muutus keemilise reaktsiooni käigus

$$\Delta \overline{S} = \sum_{j=1}^{k} n_j \left[ \overline{s}_j^0(T_2) - \overline{R} \ln \frac{p_j}{p_0} \right] - \sum_{i=1}^{r} n_i \left[ \overline{s}_i^0(T_1) - \overline{R} \ln \frac{p_i}{p_0} \right], \qquad (12\text{-}37)$$

kus $T_1$ – temperatuur reaktsiooni alul, $T_2$ – temperatuur reaktsiooni lõpul.

Daltoni seaduse kohaselt gaasikomponendi osarõhk

$$p_i = r_i p$$

ning

$$\Delta \overline{S} = \sum_{j=1}^{k} n_j \left[ \overline{s}_j^0(T_2) - \overline{R} \ln \frac{r_j p}{p_0} \right] - \sum_{i=1}^{r} n_i \left[ \overline{s}_i^0(T_1) - \overline{R} \ln \frac{r_i p}{p_0} \right], \qquad (12\text{-}38)$$

kus $r_i$ – gaasikomponendi suhteline osamaht, $p$ – kogurõhk.

Kui keemiline reaktsioon toimub materiaalselt suletud adiabaatses süsteemis, siis selline protsess võib kesta seni, kuni entroopia saavutab süsteemi keemilise tasakaalu seisundile vastava maksimaalväärtuse. Säärases adiabaatses süsteemis ei ole võimalik entroopia vähenemine ning keemilise reaktsiooni ühesuunaline kulgemine.

### 12.4.2 Keemiline potentsiaal

Termodünaamilises süsteemis toimuvad keemilised protsessid ei muuda mitte ainult süsteemi olekuparameetreid, vaid ka selle keemilist koostist. Süsteemi seisundit iseloomustavate termiliste olekuparameetrite kõrval on olulised ka aine komponentide massid $M_1$, $M_2$, $M_3$, ... või moolkogused $n_1$, $n_2$, $n_3$, ... . Omavahel reageerivate osiste mass ja moolkogus muutuvad, vaatamata süsteemi termiliste olekuparameetrite püsivusele reaktsiooni käigus (nt reaktsioon jääval rõhul ja temperatuuril). Lähteosiste kontsentratsioon (gaasilises olekus nende osarõhk) väheneb, reaktsioonisaaduste kontsentratsioon (osarõhk) aga kasvab. On ilmne, et aine komponentide massivahekorra muutus keemilises reaktsioonis kutsub esile ka süsteemi energeetilise seisundi muutumise. Kui aga süsteem on keemilises tasakaalus, siis on osiste kontsentratsioonid (osarõhud) süsteemis loomulikult püsisuurused. Seega on keemiliste reaktsioonide korral süsteemi iseloomustav suvaline aditiivne parameeter nii funktsioon süsteemile kui tervikule iseloomulikest olekuparameetritest kui ka aine osiste vahekorrast süsteemis.

Eespool vaadeldud termodünaamilised potentsiaalid $\Phi$, $F$, $U$, $H$ jt on termodünaamilisele süsteemile kui tervikule rakendatuna aditiivsed suurused, homogeense aine massiühiku või moolkoguse keha kohta antuna aga aktiivsed parameetrid. Seetõttu on termodünaamiline potentsiaal aditiivse suurusena võrdeline aine hul-

gaga. Niimoodi $\Phi = M\varphi(p, T)$, $F = Mf(T, u)$, $U = Mu(v, s)$ ja $H = Mh(p, s)$. (Siin on $\varphi$ ja $f$ vastavalt Gibbsi ja Helmholtzi potentsiaal ning $u$ ja $h$ siseenergia ja entalpia aineühiku kohta funktsioonina nendega kaasnevatest sõltumatutest olekuparameetritest.)

Kui öeldu põhjal vaadelda keha massi muutuva suurusena, sest ühtede komponentide asemele ilmuvad teised, siis Gibbsi potentsiaal kui aditiivne suurus

$$\Phi = M\varphi ,$$

kus $\varphi$ on Gibbsi potentsiaal aineühiku kohta ehk keemiline potentsiaal:

$$\varphi = h - Ts .$$

Funktsiooni $\Phi$ diferentsiaal

$$\mathrm{d}\Phi = M\mathrm{d}\varphi + \varphi\mathrm{d}M .$$

Kui kasutada valemit (2-199), siis

$$\mathrm{d}\Phi = -Ms\mathrm{d}T + Mv\mathrm{d}p + \varphi\mathrm{d}M .$$

Kuna süsteemi entroopia ja maht on aditiivsed suurused ($S = Ms$ ja $V = Mv$), siis

$$\mathrm{d}\Phi = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p + \varphi\mathrm{d}M . \qquad (12\text{-}39)$$

Sama metoodikat kasutades avalduvad süsteemi Helmholtzi potentsiaal, siseenergia ja entalpia kujul

$$\mathrm{d}F = -S\mathrm{d}T - p\mathrm{d}V + \varphi\mathrm{d}M , \qquad (12\text{-}40)$$

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \varphi\mathrm{d}M , \qquad (12\text{-}41)$$

$$\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p + \varphi\mathrm{d}M . \qquad (12\text{-}42)$$

Võrranditest (2-39)–(2-42) järeldub, et keemiline potentsiaal

$$\varphi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial M}\right)_{\mathrm{T,p}} = \left(\frac{\partial F}{\partial M}\right)_{\mathrm{T,V}} = \left(\frac{\partial U}{\partial M}\right)_{\mathrm{S,V}} = \left(\frac{\partial H}{\partial M}\right)_{\mathrm{S,p}} . \qquad (12\text{-}43)$$

Näeme, et keemiline potentsiaal on meelevaldse termodünaamilise potentsiaali osatuletis massi järgi potentsiaalile vastavate sõltumatute olekuparameetrite juures. Teisalt, keemiline potentsiaal võimaldab määrata suvalist süsteemi iseloomustava termodünaamilise potentsiaali muutuse massimuutuse tulemusena süsteemis. Näiteks süsteemi Gibbsi potentsiaali muutus püsitemperatuuril ja -rõhul mitmekomponendilises süsteemis

$$(\mathrm{d}\Phi)_{\mathrm{T,p}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{z}} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial M_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{T,p,M_X}} \mathrm{d}M_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{z}} \varphi_{\mathrm{i}}\mathrm{d}M_{\mathrm{i}} , \qquad (12\text{-}44)$$

kusjuures indeks $M_x$ märgib seda, et potentsiaali osatuletis võetakse komponentide püsimasside juures, välja arvatud komponent i, mille mass on muutuv suurus.

Keemiline potentsiaal $\varphi$ kui aditiivse suuruse tuletis on intensiivparameeter. Sellena määrab ta otseselt temaga seotud ainekomponendi ülekande suuna ja ulatuse.

Keemiline potentsiaal on suvalise termodünaamilise potentsiaali muutuse mõõt mingi komponendi hulga muutumisel süsteemis selle ülejäänud parameetrite püsides. Näiteks osutab keemiline potentsiaal, kuidas muutub süsteemi isobaarne potentsiaal $\Phi$ komponendi massi lisanduses või kahanedes jääva temperatuuri ja rõhu juures. Keemilist potentsiaali võib seega käsitada keemilise reaktsiooni liikumapaneva jõuna.

Keemilise potentsiaali kui intensiivparameetri ja aine massi muutuse korrutis määrab keemilise reaktsiooni töö. Niimoodi näitab ka keemilise potentsiaali muutus reageeriva aine ühiku kohta tulevat tööd, kui teiste ainete hulgad süsteemis ei muutu.

Keemiline potentsiaal nagu entroopiagi ei ole otseselt mõõdetav suurus, vaid on termodünaamika seaduste ja ainet iseloomustavate suuruste toel arvutuslikult määratav.

Eeldame, et süsteem koosneb omavahel keemiliselt reageerivatest komponentidest A ja B nii, et reaktsiooni käigus muutub komponendi A moolkogus d$n_A$ võrra ning B moolkogus d$n_B$ võrra. Kui süsteemi rõhk ja temperatuur jäävad seejuures püsivaks, muutub Gibbsi potentsiaal süsteemis vastavalt valemile (12-44):

$$\mathrm{d}\overline{\Phi}_{\mathrm{T,p}} = \left(\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial n_{\mathrm{A}}}\right)_{\mathrm{t,p,n_B}} \mathrm{d}n_{\mathrm{A}} + \left(\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial n_{\mathrm{B}}}\right)_{\mathrm{t,p,n_A}} \mathrm{d}n_{\mathrm{B}}. \qquad (12\text{-}45)$$

Komponendi A keemiline potentsiaal

$$\overline{\varphi}_{\mathrm{A}} = \left(\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial n_{\mathrm{A}}}\right)_{\mathrm{T,p,n_B}}$$

ja komponendi B keemiline potentsiaal

$$\overline{\varphi}_{\mathrm{B}} = \left(\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial n_{\mathrm{B}}}\right)_{\mathrm{T,p,n_A}},$$

siis

$$\mathrm{d}\overline{\Phi}_{\mathrm{T,p}} = \overline{\varphi}_{\mathrm{A}}\mathrm{d}n_{\mathrm{A}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{B}}\mathrm{d}n_{\mathrm{B}}. \qquad (12\text{-}46)$$

Toetudes öeldule, on Gibbsi potentsiaal keemiliselt reageerivale kahekomponendilisele süsteemile

$$\overline{\Phi} = \overline{\Phi}(p, T, n_{\mathrm{A}}, n_{\mathrm{B}}).$$

Viimaste valemite kohaselt on keemiline potentsiaal ekvivalentne aine süsteemi vastava komponendi Gibbsi potentsiaaliga. Näiteks komponendile A

$$\overline{\Phi}_{\mathrm{A}} = \overline{\varphi}_{\mathrm{A}} = \overline{h}_{\mathrm{A}} - T\overline{s}_{\mathrm{A}}.$$

Vaatleme süsteemi, mille komponendid on ideaalgaasid. Ideaalgaasi entalpia sõltub teatavasti ainult temperatuurist, kuid entroopia on nii temperatuuri kui ka rõhu funktsioon. Seega Gibbsi potentsiaal ideaalgaasi komponentidest koosnevale süsteemile

$$\overline{\Phi} = \overline{H} - T\overline{S} = \sum_{i=1}^{z} n_i \overline{\varphi}_i = \sum_{i=1}^{z} n_i \left[ \overline{h}(T) - T\overline{s}(T, p_i) \right]_i , \qquad (12\text{-}47)$$

kusjuures keemiline potentsiaal

$$\overline{\varphi}_i(T, p) = \overline{h}_i(T) - T\overline{s}_i(T, p_i) ,$$

kus $p_i$ – gaasikomponendi osarõhk.

Kui võtta valemiga (12-36) arvesse gaasikomponendi osarõhu mõju entroopia väärtusele, siis

$$\overline{\varphi}_i = \overline{h}_i(T) - T\left[ \overline{s}_i^{\,0}(T) - \overline{R} \ln \frac{r_i p}{p_0} \right] = \overline{\varphi}_i^{\,0} + \overline{R} T \ln \frac{r_i p}{p_0}, \qquad (12\text{-}48)$$

kus $\overline{h}_i(T)$ – gaasikomponendi entalpia temperatuuril $T$, $\overline{s}_i^{\,0}(T)$ – gaasikomponendi absoluutne entroopia temperatuuril $T$, $\overline{R}$ – universaalne gaasikonstant, $r_i$ – gaasikomponendi suhteline osamaht, $p$ – kogurõhk, $p_0$ – standardrõhk, $\overline{\varphi}_i^{\,0}$ – gaasikomponendi keemiline potentsiaal temperatuuril $T$ ja rõhul $p_0$.

### 12.4.3 Keemiliselt reageeriva süsteemi eksergia

Eksergia väärtuse mõõdupuuks on see osa süsteemi energiast, mida saab muuta kasulikuks tööks. See on energia tööpotentsiaal. Tööks mittemuutuv energia osa on käsitletavas mõttes kasutu. Süsteemi energia potentsiaali muunduda tööks määrab tema tehtav maksimaalselt võimalik kasulik töö. Teatavasti sõltub töö süsteemi alg- ja lõppolekust ning protsessi kulgemise teest. Süsteemi töö on maksimaalne, kui protsess kulgeb algolekust lõppolekusse tagastatavalt. Kõik nähtused, mis põhjustavad energia tööks muundumise protsessi tagastamatust, vähendavad energia tööpotentsiaali. Süsteemi töö on suurim, kui süsteem lõppseisundis on ümbruskeskkonnaga tasakaalus.

Kui süsteem on ümbruskeskkonnaga tasakaalus, peetakse teda nn surnud seisundis olevaks. Selles olekus on nii süsteemi kui ka ümbruskeskkonna rõhk ja temperatuur võrdsed. Järelikult on süsteem ümbruskeskkonnaga nii mehaanilises kui ka termilises tasakaalus ning puudub keemiliste reaktsioonide võimalus nende vahel. Niisiis sõltub süsteemist saadav maksimaalne töö antud algparameetrite korral ümbruskeskkonna olekust. Sageli eeldatakse, et seal kehtivad standardsed olekuparameetrid: temperatuur $t_0 = 25$ °C ja rõhk $p_0 = 1$ atm.

Miks on oluline, et maksimaalse töö saamiseks peab süsteem lõppseisundis olema väliskeskkonnaga tasakaalus? Kui süsteemi temperatuur lõppolekus on ümb-

rustemperatuurist kõrgem või madalam, siis on alati võimalik olemasoleva temperatuurivahe tõttu saada lisatööd, näiteks Carnot' ringprotsessi kaudu. Samuti, kui süsteemi rõhk lõppseisundis jääb ümbruskeskkonna rõhust erinevaks (kõrgemaks või madalamaks), on võimalik saada lisatööd, kasutades selleks näiteks mõnda turbiinmasinat.

Eespool defineeritud maksimaalset tööd, mis sooritatakse süsteemis tagastataval siirdumisel antud algolekust ümbruskeskkonnaga tasakaalu, nimetatakse eksergiaks (vt III ptk). Seega väljendab eksergia süsteemis sisalduva energia tööks muundamise potentsiaali. Eksergia on süsteemist saadava võimaliku kasuliku töö ülemine piir, mille väärtust ei ole võimalik ületada.

Meenutuseks – antud olekus süsteemi eksergia sõltub ümbruskeskkonna parameetritest, olles sõltumatu termodünaamilisest protsessist, mistõttu eksergia on süsteemi olekufunktsioon (muidugi ümbruskeskkonnale vastavatel olekuparameetritel).

Edaspidi nimetame süsteemi maksimaalseks tööks seda, mida on võimalik saada süsteemi tagastataval üleminekul etteantud algolekust etteantud lõppolekusse $l_m$. Kui süsteem on lõppolekus tasakaalus ümbruskeskkonnaga, on maksimaalne töö võrdne eksergiaga $e$. Alati on olemas erinevus süsteemist saadava tegeliku töö $l_t$ ja maksimaalse töö vahel. Vahe $\Delta l = l_m - l_t$ kajastab tegelikust protsessist saadava töö ja maksimaalselt võimaliku töö vahet ja seda nimetatakse protsessi tagastamatuseks. Tagastamatus $\Delta l$ on ekvivalentne eksergiakaoga, kui süsteem lõppolekus on tasakaalus ümbruskeskkonnaga. Tagastatavate protsesside korral on tagastamatus muidugi võrdne nulliga. Tagastatavad protsessid ei põhjusta süsteemis entroopia juurdekasvu, tagastamatute protsesside olemasolu suurendab aga alati süsteemi entroopiat.

Tagastamatus $\Delta l$ on töö, mis jääb süsteemist saamata ning moodustab kao. See on süsteemi energia osa, mida saaks potentsiaalselt muundada tööks. Mida väiksem on tagastamatus, seda rohkem kasulikku tööd süsteem teeb. Tagastamatust on võimalik vähendada energiamuundusseadmete täiustamise teel, lähendades neis toimuvaid protsesse ideaalsetele.

Keemilise reaktsiooni korral iseloomustab eksergia reaktsioonis eralduva energia võimalust muutuda maksimaalselt kasulikuks tööks süsteemi siirdumisel algolekust tasakaalu ümbruskeskkonnaga. Vastavalt valemile (3-86) on süsteemi sooritatav maksimaalne töö keemilise reaktsiooni käigus võrdne eksergia muutusega süsteemi siirdumisel algolekust lõppolekusse:

$$\overline{l}_m = \sum_{i=1}^{r} n_i (\overline{h}_i - T_0 \overline{s}_i) - \sum_{j=1}^{k} n_j (\overline{h}_j - T_0 \overline{s}_j), \qquad (12\text{-}49)$$

kus $n$ – reaktsiooni komponendi moolkogus segus, r ja k – komponentide arv reaktsiooni alul ja lõpul, $\overline{h}$ – komponendi entalpia, $\overline{s}$ – komponendi entroopia, $T_0$ – ümbrustemperatuur. Indeksid i ja j tähistavad vastavalt komponenti reaktsiooni alul ja lõpul.

Siinjuures

$$\overline{h}_{\mathrm{i}} = \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,i}} + (\overline{h}_{\mathrm{i}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{i}})$$

ja ideaalgaasi korral

$$\overline{s}_{\mathrm{i}} = \overline{s}_{\mathrm{i}}^{0} - \overline{\mathrm{R}} \ln \frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0}$$

ning

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} (\overline{h}_{\mathrm{i}} - T_0 \overline{s}_{\mathrm{i}}) = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,i}} + (\overline{h}_{\mathrm{i}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{i}}) - T_0 \overline{s}_{\mathrm{i}}) \right] =$$

$$= \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,i}} + (\overline{h}_{\mathrm{i}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{i}}) - T_0 \left( \overline{s}_{\mathrm{i}}^{0} - \overline{\mathrm{R}} \ln \frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} \right) \right],$$

kus süsteemi komponenti iseloomustavad suurused: $\overline{h}^{0}_{\mathrm{m,i}}$ – tekkeentalpia standardrõhul ja -temperatuuril, $\overline{h}_{\mathrm{i}}$ – füüsikaline entalpia, $\overline{h}^{0}_{\mathrm{i}}$ – füüsikaline entalpia standardrõhul ja -temperatuuril, $\overline{s}_{\mathrm{i}}^{0}$ – entroopia standardrõhul, $p_{\mathrm{i}}$ – osarõhk, $p_0$ – standardrõhk.

Reaktsioonisaaduste eksergia ideaalgaasi puhul

$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} (\overline{h}_{\mathrm{j}} - T_0 \overline{s}_{\mathrm{j}}) = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,j}} + (\overline{h}_{\mathrm{j}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{j}}) - T_0 \overline{s}_{\mathrm{j}} \right] =$$

$$= \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,j}} + (\overline{h}_{\mathrm{j}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{j}}) - T_0 \left( \overline{s}_{\mathrm{j}}^{0} - \overline{\mathrm{R}} \ln \frac{p_{\mathrm{j}}}{p_0} \right) \right].$$

Süsteemi sooritatav maksimaalne töö ideaalgaasi korral

$$\overline{l}_{\mathrm{m}} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,i}} + \left( \overline{h_{\mathrm{i}}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{i}} \right) - T_0 \left( \overline{s}_{\mathrm{i}}^{0} - \overline{\mathrm{R}} \ln \frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} \right) \right] -$$

$$- \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \left[ \overline{h}^{0}_{\mathrm{m,j}} + (\overline{h_{\mathrm{j}}} - \overline{h}^{0}_{\mathrm{j}}) - T_0 \left( \overline{s}_{\mathrm{j}}^{0} - \overline{\mathrm{R}} \ln \frac{p_{\mathrm{j}}}{p_0} \right) \right]. \qquad (12\text{-}50)$$

Kui lähteainete ja reaktsioonisaaduste temperatuur on üks ja sama ning võrdne ümbrustemperatuuriga $T_0$, siis on vahe $(\overline{h} - T_0 \overline{s}) = \overline{\varphi}_0$ võrdne keemilise potentsiaaliga ümbruskeskkonna temperatuuril. Sellisel juhul süsteemi maksimaalne töö

$$\overline{l}_{\mathrm{m}} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \overline{\varphi}_{0,\mathrm{i}} - \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \overline{\varphi}_{0,\mathrm{j}}$$

ehk

$$\overline{l}_{\mathrm{m}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} [\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{m,i}} + (\overline{\varphi}_{0,\mathrm{i}} - \overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{i}})] - \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} [\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{m,j}} + (\overline{\varphi}_{0,\mathrm{j}} - \overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{j}})], \quad (12\text{-}51)$$

kus $\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{m}}$ – aine moodustumise keemiline potentsiaal standardrõhul ja -temperatuuril, $\overline{\varphi}^{0}$ – keemiline potentsiaal standardrõhul ja -temperatuuril.

Eriolukorras, kui lähteainete, reaktsioonisaaduste ja ümbruskeskkonna temperatuur on võrdne standardse temperatuuriga 25 °C, viimase võrrandi kohaselt

$$\overline{l}_{\mathrm{m}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{m,i}} - \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{m,j}} . \quad (12\text{-}52)$$

Ilmneb, et maksimaalne töö on määratud ainult reaktsioonis osalevate komponentide moodustumisega stabiilsetest elementidest temperatuuril 25 °C ja rõhul 1 atm ning ümbruskeskkonna olekuga samadel parameetritel.

Tagastamatute protsesside korral on süsteemi sooritatav kasulik töö tema siirdumisel algolekust lõppolekusse väiksem valemitega (12-49) ja (12-50) arvutatust. Vastavalt Gouy-Stodola seadusele (p 3.2.1) on soojuslikult isoleeritud süsteemist saadav kasulik töö tagastamatute protsesside puhul

$$\overline{l}_{\mathrm{t}} = \overline{l}_{\mathrm{m}} - T_0 \Delta \overline{s}^{*},$$

kus $\Delta \overline{s}^{*}$ – süsteemi entroopia muutus protsesside tagastamatusest.

Kokkuvõtteks tuleb mainida, et keemiliselt reageeriva süsteemi eksergia sõltub tugevasti reaktsiooni käigus eralduvast energiast. Samas on tähtis ka süsteemi füüsikaline seisund ja ümbruskeskkonna olek. Töö potentsiaali realiseerimisel on oluline, et energia tööks muundamise protsess oleks võimalikult lähedane tagastatavale.

## 12.5 Keemilise reaktsiooni tasakaal

### 12.5.1 Tasakaalutingimused

Süsteem on tasakaaluseisundis siis, kui tema olekuparameetrid ajas ei muutu. Meenutame, et kui rõhk on püsiv, siis valitseb süsteemis mehaaniline tasakaal, temperatuuri muutumatus osutab aga termilisele tasakaalule. Kummatigi ei tähenda mehaaniline ja termiline tasakaal veel alati seda, et süsteemi keemiline koostis ei võiks muutuda. Olgu siinkohal vaatluse all ümbruskeskkonnast isoleeritud kahekomponendiline süsteem, kus rõhk ja temperatuur küll ei muutu, kuid ometi ei ole välistatud keemiliste reaktsioonide võimalikkus komponentide vahel. Kui süsteemi keemiline koostis ajas ei muutu, viitab see tema keemilisele tasakaalule. Reaktsiooni toimudes muutub ka süsteemi keemiline koostis, kuni

teatud aja möödudes saabub tasakaaluseisund. Et määrata süsteemi koostis selles seisundis, uuritakse keemilist tasakaalu, lähtudes komponentidevahelistest keemilistest reaktsioonidest ja etteantud sõltumatutest olekuparameetritest.

Keemilised reaktsioonid ei lähe kunagi lõpuni, teatud ajahetkel saabub keemiline tasakaal. Tasakaaluseisund on olemuselt dünaamiline – niisama palju, kui tekib juurde uusi ühendeid, samapalju neid ka laguneb.

Süsteemi keemilist tasakaalu kirjeldavad kriteeriumid on tuletatavad termodünaamika esimesest ja teisest seadusest.

Isoleeritud termodünaamilises süsteemis toimuvate tagastamatute protsesside korral süsteemi entroopia pidevalt kasvab ning omandab tasakaaluseisundis suurima väärtuse (p 4.1.1). Samaviisi käitub süsteem ka siis, kui selles toimuvad keemilised reaktsioonid: need kulgevad senikaua, kuni süsteemi entroopia saavutab maksimaalväärtuse ning aine osiste kontsentratsioonid enam ei muutu. Isoleeritud süsteemi maht ja siseenergia on muutumatud, seega on tasakaalu tingimuseks

$$(\mathrm{d}S)_{\mathrm{U,V}} = 0. \tag{12-53}$$

Et isoleeritud süsteem on entroopia maksimaalväärtuse juures tasakaaluseisundis, siis ei saa ta iseeneslikult tasakaalu minetada: see tähendaks süsteemi entroopia kahanemist, mis aga ei ole isoleeritud termodünaamilises süsteemis termodünaamika teise seaduse kohaselt võimalik. Entroopia võib selles ainult kasvada, seega $\Delta S > 0$.

Kui süsteemi maht ja temperatuur on püsivad, siis temas toimuvate tagastamatute protsesside tagajärjel väheneb isohoorne termodünaamiline potentsiaal (Helmholtzi potentsiaal) pidevalt ning omandab süsteemi tasakaaluseisundis minimaalväärtuse (p 2.4.2). Tagastatavate (ideaalsete) protsesside korral Helmholtzi potentsiaal ei muutu, seega suureneda see ei saa. Samuti käitub süsteem siis, kui selles toimuvad keemilised reaktsioonid: need kulgevad kuni Helmholtzi potentsiaali minimaalväärtuseni ja aine osiste kontsentratsioonid enam ei muutu.

Niisiis, kui süsteemi maht on püsiv ja seal leiavad aset isotermsed protsessid, siis võib tema isohoorne termodünaamiline potentsiaal ainult kahaneda: $\Delta F < 0$. Süsteemi tasakaaluseisundis

$$(\mathrm{d}F)_{\mathrm{T,V}} = 0. \tag{12-54}$$

Kui rõhk ja temperatuur on püsivad, siis süsteemis toimuvate tagastamatute protsesside tagajärjel väheneb isobaarne termodünaamiline (Gibbsi) potentsiaal pidevalt ning omandab süsteemi tasakaaluseisundis minimaalväärtuse (p 2.4.3). Tagastatavate (ideaalsete) protsesside korral Gibbsi potentsiaal ei muutu, seega ei saa see mingil juhul suureneda. Samamoodi käitub süsteem ka juhul, kui selles toimuvad keemilised reaktsioonid: reaktsioon kulgeb kuni Gibbsi potentsiaali minimaalväärtuseni ja aine kontsentratsioon enam ei muutu.

Seega, kui süsteemi temperatuur ja rõhk on muutumatud, siis süsteemi isobaarne termodünaamiline potentsiaal võib ainult väheneda, s.o $\Delta\Phi < 0$. Süsteemi tasakaaluseisundis

$$(\mathrm{d}\Phi)_{\mathrm{T,p}} = 0. \tag{12-55}$$

Esitatud kolmest tasakaalukriteeriumist on enim kasutatav viimane, kuna paljud keemilised reaktsioonid toimuvad isobaarselt. Sama kehtib ka põlemisreaktsioonide kohta. Kui keemilist reaktsiooni ei toimu püsirõhul ja -temperatuuril, siis ei ole see ka muudel juhtudel võimalik.

### 12.5.2 Tasakaaluvõrrand

Eeldame, et keemilises reaktsioonis osalevad komponendid alluvad ideaalgaasi seadustele ning reaktsioon kulgeb püsirõhul ja -temperatuuril. Leidmaks gaasisegu iga osise jaoks süsteemis keemilise potentsiaali suvalisel temperatuuril ja osarõhul, lähtume valemist

$$\mathrm{d}\varphi = v\mathrm{d}p - s\mathrm{d}T. \tag{12-56}$$

Segu komponendi osarõhu määramiseks kasutame Daltoni seadust. Kuna süsteemi kogurõhk on muutumatu, siis reaktsiooni jooksul komponentide osarõhud teisenevad. Reaktsiooni lähteainete osarõhk langeb, reaktsioonisaaduste osarõhud aga kasvavad.

Kuna temperatuur ei muutu, siis võrrandi (12-56) kohaselt keemiline potentsiaal

$$\int_{p_0}^{p_\mathrm{i}} \mathrm{d}\varphi_\mathrm{i} = \int_{p_0}^{p_\mathrm{i}} v\mathrm{d}p = \mathrm{R}T\int_{p_0}^{p_\mathrm{i}} \frac{\mathrm{d}p}{p} = \mathrm{R}T\ln\frac{p_\mathrm{i}}{p_0} \tag{12-57}$$

ehk

$$\varphi_\mathrm{i}(T, p_\mathrm{i}) - \varphi_\mathrm{i}^0(T) = \mathrm{R}T\ln\frac{p_\mathrm{i}}{p_0}, \tag{12-58}$$

millest keemiline potentsiaal antud temperatuuril ja komponendi osarõhul

$$\varphi_\mathrm{i}(T, p_\mathrm{i}) = \varphi_\mathrm{i}^0(T) + \mathrm{R}T\ln\frac{p_\mathrm{i}}{p_0}, \tag{12-59}$$

kus $\varphi_\mathrm{i}^0(T)$ on keemiline potentsiaal temperatuuril $T$ ja rõhul $p_0$.

Keemiline potentsiaal gaasisegu komponendi kilomooli kohta

$$\overline{\varphi}_\mathrm{i}(T, p_\mathrm{i}) = \overline{\varphi}_\mathrm{i}^0(T) + \overline{\mathrm{R}}T\ln\frac{p_\mathrm{i}}{p_0}. \tag{12-60}$$

Rakendame viimast valemit neljast keemilisest komponendist A, B, C ja D koosnevale püsiva temperatuuri ja kogurõhuga süsteemile, kus komponentide moolkogused on vastavalt $n_A$, $n_B$, $n_C$ ja $n_D$. Süsteemi koostis keemilise tasakaalu puhul

$$n = n_A + n_B + n_C + n_D. \tag{12-61}$$

Toimugu keemiline reaktsioon vastavalt stöhhiomeetrilisele võrrandile

$$\chi_A A + \chi_B B \leftrightarrow \chi_C C + \chi_D D. \tag{12-62}$$

Viimane võrrand väljendab reaktsiooni lõpptulemust ja tasakaaluseisundit. Kordajad $\chi_A$ ja $\chi_B$ on reaktsiooni lähteainete stöhhiomeetrilised tegurid ning kordajad $\chi_C$ ja $\chi_D$ reaktsioonisaaduste stöhhiomeetrilised tegurid. Seega on $\chi_A$, $\chi_B$, $\chi_C$ ja $\chi_D$ määratud reaktsiooni stöhhiomeetriaga ning teada reaktsiooni võrrandiga, ent komponentide moolkogused $n_A$, $n_B$, $n_C$ ja $n_D$ tasakaalulises süsteemis ei ole teada.

Võrrand (12-55), rakendatuna võrrandiga (12-62) määratud tasakaalulisele süsteemile:

$$(\mathrm{d}\overline{\Phi})_{T,p} = \sum_i \overline{\varphi}_i \mathrm{d}n_i = \overline{\varphi}_A \mathrm{d}n_A + \overline{\varphi}_B \mathrm{d}n_B + \\ + \overline{\varphi}_C \mathrm{d}n_C + \overline{\varphi}_D \mathrm{d}n_D = 0. \tag{12-63}$$

Süsteemi komponendi moolkoguse muutus võib olla nii positiivne kui ka negatiivne, sõltuvalt sellest, kas komponendi kogus keemilise reaktsiooni tulemusel väheneb või suureneb. Kuna aine moolkogused süsteemis ei ole muutumatud suurused, olles võrdelised stöhhiomeetriliste teguritega reaktsioonivõrrandis ning sõltudes nendest, siis võrrandi (12-1) kohaselt

$$-\frac{\mathrm{d}n_A}{\chi_A} = -\frac{\mathrm{d}n_B}{\chi_B} = \frac{\mathrm{d}n_C}{\chi_C} = \frac{\mathrm{d}n_D}{\chi_D} = \mathrm{d}\varepsilon. \tag{12-64}$$

Valemite (12-63) ja (12-64) alusel

$$\chi_C \overline{\varphi}_C + \chi_D \overline{\varphi}_D - (\chi_A \overline{\varphi}_A + \chi_B \overline{\varphi}_B) = 0. \tag{12-65}$$

Tuginedes viimasele võrrandile, kehtib üldjuhul tingimus

$$\sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{\varphi}_j(T, p_j) - \sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{\varphi}_i(T, p_i) = 0. \tag{12-66}$$

Viimast avaldist tuntakse kui reaktsiooni tasakaaluvõrrandit.

Ideaalgaasi korral (võrrand (12-48))

$$\chi_C \left[ \overline{\varphi}_C^0(T) + \overline{R}T \ln \frac{p_C}{p_0} \right] + \chi_D \left[ \overline{\varphi}_D^0(T) + \overline{R}T \ln \frac{p_D}{p_0} \right] - \\ - \chi_A \left[ \overline{\varphi}_A^0(T) + \overline{R}T \ln \frac{p_A}{p_0} \right] - \chi_B \left[ \overline{\varphi}_B^0(T) + \overline{R}T \ln \frac{p_B}{p_0} \right] = 0. \tag{12-67}$$

Rühmitame viimase võrrandi liikmed. Arvestades seda, et komponendi osarõhk $p_i = r_i p$, siis

$$[\chi_C \overline{\varphi}^0_C(T) + \chi_D \overline{\varphi}^0_D(T) - (\chi_A \overline{\varphi}^0_A(T) + \chi_B \overline{\varphi}^0_B(T))] + \\ + \overline{R}T \ln\left[\frac{r_C^{\chi_C} r_D^{\chi_D}}{r_A^{\chi_A} r_B^{\chi_B}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi}\right] = 0. \qquad (12\text{-}68)$$

Siinjuures $\Delta\chi = (\chi_C + \chi_D) - (\chi_A + \chi_B)$ – ainete moolkoguste muutus stöhhiomeetrilise reaktsioonivõrrandi alusel.

Tähistame

$$\Delta\overline{\Phi}^0(T) = \chi_C \overline{\varphi}^0_C(T) + \chi_D \overline{\varphi}^0_D(T) - (\chi_A \overline{\varphi}^0_A(T) + \chi_B \overline{\varphi}^0_B(T)). \qquad (12\text{-}69)$$

Ehk üldkujul

$$\Delta\overline{\Phi}^0(T) = \Delta\overline{H}^0(T) - T\Delta\overline{S}^0(T) = \sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{\varphi}^0_j(T) - \sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{\varphi}^0_i(T). \qquad (12\text{-}70)$$

Suurust $\Delta\overline{\Phi}^0(T)$ tuntakse kui Gibbsi potentsiaali muutust, mis väljendab $\Phi$ muutust temperatuuril $T$ ja standardrõhul $p_0$ ning on määratav stöhhiomeetrilises reaktsioonis esineva isobaarse reaktsioonisoojuse ja entroopia muutuse kaudu temperatuuril $T$ ja standardrõhul $p_0$.

Pärast mõnd teisendust valemi (12-69) kaudu saab avaldis (12-68) kuju

$$\Delta\overline{\Phi}^0(T) = -\overline{R}T \ln\left[\frac{r_C^{\chi_C} r_D^{\chi_D}}{r_A^{\chi_A} r_B^{\chi_B}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi}\right]. \qquad (12\text{-}71)$$

Suurus

$$K_p = \frac{r_C^{\chi_C} r_D^{\chi_D}}{r_A^{\chi_A} r_B^{\chi_B}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi} = \frac{p_C^{\chi_C} p_D^{\chi_D}}{p_A^{\chi_A} p_B^{\chi_B}} p_0^{-\Delta\chi} \qquad (12\text{-}72)$$

on reaktsiooni tasakaalukonstant.

Reaktsiooni tasakaalukonstandi avaldises sisalduvad ainete suhtelised osamahud ja osarõhud peavad vastama süsteemi tasakaaluseisundile.

Arvestades valemit (12-72), esitatakse võrrand (12-71) sageli kujul

$$\Delta\overline{\Phi}^0(T) + \overline{R}T \ln K_p = 0. \qquad (12\text{-}73)$$

See võrrand väljendab ideaalgaasiga püsitemperatuuril ja -rõhul toimuva keemilise reaktsiooni tasakaalutingimust.

Reaktsiooni tasakaalukonstant sõltub reageerivate komponentide ja reaktsioonisaaduste arvust ja osarõhust nendes. Gaasikomponendi osarõhk ideaalgaasi segus

$$p_{\mathrm{i}} = \frac{n_{\mathrm{i}}}{n} p. \tag{12-74}$$

Samuti

$$\mathrm{K_p} = \frac{n_{\mathrm{C}}^{\chi_{\mathrm{C}}} n_{\mathrm{D}}^{\chi_{\mathrm{D}}}}{n_{\mathrm{A}}^{\chi_{\mathrm{A}}} n_{\mathrm{B}}^{\chi_{\mathrm{B}}}} \left(\frac{p}{np_0}\right)^{\Delta\chi}, \tag{12-75}$$

kus $n$ on segu komponentide moolkoguste summa süsteemi tasakaaluolekus (valem(12-61)).

Vaadeldav gaasisegu võib sisaldada ka inertseid komponente (inertgaase), mis ei osale keemilises reaktsioonis. Kütuse põlemisel õhukeskkonnas on selline näiteks lämmastik.

Inertgaas ei avalda mõju reaktsiooni tasakaalukonstandi väärtusele, kuid mõjutab gaasisegu koostist. Kui segu sisaldab inertgaasi I, siis kahekomponendilise reageeriva segu stöhhiomeetriline võrrand

$$\chi_{\mathrm{A}}\mathrm{A} + \chi_{\mathrm{B}}\mathrm{B} + \chi_{\mathrm{I}}\mathrm{I} \leftrightarrow \chi_{\mathrm{C}}\mathrm{C} + \chi_{\mathrm{D}}\mathrm{D} + \chi_{\mathrm{I}}\mathrm{I}.$$

Öeldu selgub valemist (12-75), mis sisaldab ideaalgaasi komponentide moolkoguste summat segus, mille hulgas on ka inertgaase:

$$n = n_{\mathrm{A}} + n_{\mathrm{B}} + n_{\mathrm{C}} + n_{\mathrm{D}} + \ldots + n_{\mathrm{I}},$$

kus $n_{\mathrm{I}}$ tähistab inertgaasi(de) kogust segus.

Valemi (12-69) kohaselt

$$\begin{aligned}\Delta\overline{\Phi}^{0}(T) &= \left[\chi_{\mathrm{C}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{C}}(T) + \chi_{\mathrm{D}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{D}}(T) + \chi_{\mathrm{I}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{I}}(T)\right] - \\ &- \left[\chi_{\mathrm{A}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{A}}(T) + \chi_{\mathrm{B}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{B}}(T) + \chi_{\mathrm{I}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{I}}(T)\right] = \\ &= \left[\chi_{\mathrm{C}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{C}}(T) + \chi_{\mathrm{D}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{D}}(T)\right] - \left[\chi_{\mathrm{A}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{A}}(T) + \chi_{\mathrm{B}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{B}}(T)\right].\end{aligned}$$

Seega $\Delta\overline{\Phi}^{0}(T)$ ei sõltu inertgaasi olemasolust segus.

Inertgaas vähendab segu gaaside osarõhku ning võib selle kaudu mõjutada ka nende vahekorda segus. Rõhu mõju ulatus sõltub ka reageerivate komponentide stöhhiomeetrilise vahekorra muutusest $\Delta\chi$ reaktsiooni käigus. Kui $\Delta\chi > 0$, siis inertgaasi moolkoguse suurenemine segus etteantud rõhul ja temperatuuril kahandab lähteainete ning suurendab reaktsioonisaaduste moolkogust. Inertgaasi mõju gaasisegu tasakaalulisele koostisele on vastupidine, kui $\Delta\chi < 0$. Kui aga $\Delta\chi = 0$, siis inertgaasi mõju süsteemi tasakaalulisele koostisele puudub.

Üldjuhul sõltub süsteemi keemiline koostis tasakaaluseisundis nii temperatuurist kui ka kogurõhust.

Reaktsiooni tasakaalukonstant $K_p$ on teadaoleva reaktsiooni korral määratud ainult temperatuuriga, sest ta sõltub suurusest $\Delta\overline{\Phi}^0(T)$ (valem (12-73)), mis on ainuüksi temperatuuri funktsioon ega olene kogurõhust ning, nagu äsja näidatud, ei ole mõjutatav ka inertgaasi osarõhust segus.

Konstandi $K_p$ väärtused tuuakse käsiraamatutes kas tabelite kujul (tabel 12.2) või arvutusvalemitena.

Tasakaalukonstandi pöördväärtus $1/K_p$ on rakendatav keemilisele pöördreaktsioonile. Siin vahetuvad reaktsiooni lähtekomponendid selle saadustega ning tasakaalukonstandi valemis muudavad lugeja ja nimetaja kohad.

Mida suurem on tasakaalukonstandi arvväärtus, seda täielikumalt reaktsioon kulgeb. Süsteemi tasakaaluseisundis reaktsioonisaaduste osarõhud suurenevad ja lähtekomponentide osarõhud vähenevad, mistõttu suureneb ka tasakaalukonstant ise. Piirolukorrale lähenemisel langeb lähtekomponentide osarõhk süsteemis niivõrd, et reaktsiooni tasakaalukonstant hakkab tõkestamatult kasvama. Kui $\ln K_p > 7$, loetakse tavaliselt, et reaktsioon on läinud lõpuni.

**Tabel 12.2. Mõnede reaktsioonide tasakaalukonstandi $\ln K_p$ olenevus temperatuurist**

| Temperatuur K | $CO_2 \leftrightarrow CO + ½O_2$ | $H_2O \leftrightarrow H_2 + ½O_2$ | $O_2 \leftrightarrow 2O$ | $½N_2 + ½O_2 \leftrightarrow NO$ |
|---|---|---|---|---|
| 298 | –103,762 | –92,202 | –186,975 | –35,052 |
| 500 | –57,616 | –52,691 | –105,630 | –20,295 |
| 1000 | –23,529 | –23,163 | –45,150 | –9,388 |
| 1200 | –17,871 | –18,182 | –35,005 | –7,569 |
| 1400 | –13,842 | –14,609 | –27,742 | –6,270 |
| 1600 | –10,830 | –11,921 | –22,285 | –5,294 |
| 1800 | –8,497 | –9,826 | –18,030 | –4,536 |
| 2000 | –6,635 | –8,145 | –14,622 | –3,931 |
| 2200 | –5,120 | –6,768 | –11,827 | –3,433 |
| 2400 | –3,860 | –5,619 | –9,497 | –3,019 |
| 2800 | –1,894 | –3,812 | –5,826 | –2,372 |
| 3200 | –0,429 | –2,451 | –3,072 | –1,888 |
| 3600 | 0,701 | –1,392 | –0,926 | –1,513 |
| 4000 | 1,599 | –0,542 | 0,796 | –1,216 |
| 4500 | 2,490 | 0,312 | 2,513 | –0,921 |
| 5000 | 3,197 | 0,996 | 3,895 | –0,686 |
| 6000 | 4,245 | 2,032 | 5,963 | –0,341 |

Rõhk võib avaldada mõju süsteemi tasakaalukoostisele, kuid mitte reaktsiooni tasakaalukonstandile. See selgub valemist (12-75). Vaatamata sellele, et rõhk ei mõjuta tasakaalukonstanti, võib ta mõjutada reageerivate osiste moolvahekorda. Rõhu mõju on otseses sõltuvuses nende moolkoguste muutusest reaktsiooni jooksul. Kui $\Delta\chi = 0$ ehk $(\chi_C + \chi_D) = (\chi_A + \chi_B)$, siis rõhu mõju keemilisele tasakaalule puudub. Kui reaktsiooni käigus reaktsioonisaaduste moolide arv suureneb ($\Delta\chi > 0$ ehk $(\chi_C + \chi_D) > (\chi_A + \chi_B)$), siis kogurõhu kasv suurendab lähtekomponentide kontsentratsiooni ja vähendab lõppsaaduste hulka segus. Kui aga reaktsioonisaaduste moolide arv on lähtekomponentide moolide arvust väiksem ($\Delta\chi < 0$ ehk $(\chi_C + \chi_D) < (\chi_A + \chi_B)$), siis on kogurõhu mõju segu tasakaalukoostisele vastupidine eespool mainitule.

Kui stöhhiomeetrilised tegurid reaktsioonivõrrandis kahekordistuvad, siis reaktsiooni tasakaalukonstant suureneb ruudus. Seda on sageli vaja teada tasakaalukonstandi arvväärtuse määramisel. Toome öeldu kohta järgmise näite.

Reaktsiooni

$$\mathrm{H_2} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \leftrightarrow \mathrm{H_2O}$$

korral tasakaalukonstant

$$\mathrm{K_{p1}} = \frac{p_{\mathrm{H_2O}}}{p_{\mathrm{H_2}} p_{\mathrm{O_2}}^{1/2}}.$$

Reaktsiooni

$$2\mathrm{H_2} + \mathrm{O_2} \leftrightarrow 2\mathrm{H_2O}$$

puhul aga

$$\mathrm{K_{p2}} = \frac{p_{\mathrm{H_2O}}^2}{p_{\mathrm{H_2}}^2 p_{\mathrm{O_2}}} = (\mathrm{K_{p1}})^2.$$

Süsteemi tasakaaluseisundis toimub segu koostise määramine põhimõtteliselt järgmise skeemi kohaselt.

Kõigepealt leitakse reaktsioonist ja valitud temperatuurist lähtuvalt tasakaalukonstandi väärtus (kas tabelist või arvutatakse analüütiliselt). Teada on ka süsteemi kogurõhk ja aine üldine moolkogus $n$ ning reaktsioonivõrrandis esinevad stöhhiomeetrilised tegurid $\chi_A$, $\chi_B$, $\chi_C$ ja $\chi_D$. Otsitavad suurused on $p_A$, $p_B$, $p_C$ ja $p_D$ või $n_A$, $n_B$, $n_C$ ja $n_D$, mis sisalduvad reaktsiooni tasakaalukonstandi valemis. Ülesande lahendamiseks tuleb koostada reaktsiooni iga komponendi kohta massibilansi võrrand. Lahendades massibilansi võrrandid koos reaktsiooni tasakaalukonstanti sisaldava avaldisega, saamegi leida komponendi kontsentratsiooni keemiliselt tasakaalus olevas segus.

Rakendame kirjeldatud arvutusskeemi mõne põlemisreaktsiooni tasakaalu uurimiseks.

Kõigepealt reaktsioon süsinikmonooksiidi ja hapniku vahel

$$\mathrm{CO} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \leftrightarrow \mathrm{CO_2}.$$

Eeldame, et lähtesegu sisaldab 1 kilomooli CO-d ja ½ kilomooli $O_2$.

Olgu z süsinikmonooksiidi moolkogus tasakaalulises segus, siis reaktsiooni massibilanss avaldub kujul

$$\mathrm{CO} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \leftrightarrow \mathrm{z\,CO} + (1-\mathrm{z})\mathrm{CO_2} + \frac{\mathrm{z}}{2}\mathrm{O_2}.$$

Moolide koguarv tasakaalulises süsteemis

$$\mathrm{n} = \mathrm{z} + (1-\mathrm{z}) + \frac{\mathrm{z}}{2} = \frac{2+\mathrm{z}}{2}.$$

Komponentide suhtelised osamahud süsteemi tasakaaluolekus:

$$r_{\mathrm{CO}} = \frac{2\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}},$$

$$r_{\mathrm{CO_2}} = \frac{2(1-\mathrm{z})}{2+\mathrm{z}},$$

$$r_{\mathrm{O_2}} = \frac{\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}.$$

Reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\mathrm{K_p} = \frac{r_{\mathrm{CO}} r_{\mathrm{O_2}}^{1/2}}{r_{\mathrm{CO_2}}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi} = \frac{\left(\frac{2\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}\right)\left(\frac{\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{2(1-\mathrm{z})}{2+\mathrm{z}}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\mathrm{z}}{1-\mathrm{z}}\left(\frac{\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Siin

$$\Delta\chi = 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$$

Võrdsustades $K_p$ arvväärtusega, mis leitakse vastavast tabelist või arvutatakse valemi kaudu etteantud temperatuuril, ning teades samuti rõhku, saame võrrandi lahendina z väärtuse. Viimase kaudu ei ole enam keerukas määrata CO, $O_2$ ja $CO_2$ suhtelised osamahud ja osarõhud süsteemi tasakaaluolekus.

Teiseks näiteks võtame vesiniku põlemisreaktsiooni valemi

$$2\mathrm{H_2} + \mathrm{O_2} \leftrightarrow 2\mathrm{H_2O}$$

kohaselt. Eeldame, et algsegu sisaldab 2 kilomooli $H_2$ ja 1 kilomooli $O_2$.

Kui z on vesiniku moolkogus tasakaalulises segus, siis reaktsiooni massibilanss selgub valemist

$$2\,\mathrm{H_2} + \mathrm{O_2} \leftrightarrow 2\mathrm{z}\mathrm{H_2} + 2(1-\mathrm{z})\,\mathrm{H_2O} + \mathrm{z}\mathrm{O_2}.$$

Moolide koguarv tasakaalulises süsteemis

$$\mathrm{n} = 2\mathrm{z} + 2(1-\mathrm{z}) + \mathrm{z} = 2 + \mathrm{z}.$$

Komponentide osarõhud süsteemi tasakaaluolekus:

$$p_{\mathrm{H_2}} = \frac{2\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}p,$$

$$p_{\mathrm{O_2}} = \frac{\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}p,$$

$$p_{\mathrm{H_2O}} = \frac{2(1-\mathrm{z})}{2+\mathrm{z}}p.$$

Reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\mathrm{K_p} = \frac{p_{\mathrm{H_2}}^2 p_{\mathrm{O_2}}}{p_{\mathrm{H_2O}}^2} p_0^{-\Delta\chi} = \frac{\left(\frac{2\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}p\right)^2 \left(\frac{\mathrm{z}}{2+\mathrm{z}}p\right)}{\left[\frac{2(1-\mathrm{z})}{2+\mathrm{z}}p\right]^2} p_0^{-1} = \frac{\mathrm{z}^3}{(1-\mathrm{z})^2(2+\mathrm{z})}\frac{p}{p_0}.$$

Siin $\Delta\chi = 2 + 1 - 2 = 1$.

Võrdsustades $K_p$ arvväärtusega, mis on leitud tabelist või arvutatud valemiga vastavalt etteantud temperatuurile, ning teades rõhku, saame võrrandi lahendina z väärtuse. Viimase kaudu on võimalik omakorda määrata $H_2O$, $O_2$ ja $H_2$ osarõhud süsteemi tasakaaluolekus.

### 12.5.3 Samaaegselt kulgevate reaktsioonide tasakaal

Siiani käsitlesime süsteeme, kus toimus ainult üks keemiline reaktsioon. Tegelikkuses, eriti just põlemisprotsesside korral, kohtame aga olukordi, kus toimub kaks või enam reaktsiooni korraga. Sellisel juhul tuleb rakendada tasakaalutingimust igale reaktsioonile eraldi, kuid aine massibilanss tuleb koostada süsteemile tervikuna.

Eeldame, et mingis süsteemis toimub korraga kaks keemilist reaktsiooni

$$\chi_{\mathrm{A}}\mathrm{A} + \chi_{\mathrm{B}}\mathrm{B} \leftrightarrow \chi_{\mathrm{C}}\mathrm{C} + \chi_{\mathrm{D}}\mathrm{D} \tag{12-76}$$

ja

$$\chi_{\mathrm{A}*}\mathrm{A} + \chi_{\mathrm{L}}\mathrm{L} \leftrightarrow \chi_{\mathrm{M}}\mathrm{M} + \chi_{\mathrm{N}}\mathrm{N}. \tag{12-77}$$

Nagu näeme, on komponent A valitud mõlema reaktsiooni jaoks ühine, kuid stöhhiomeetriline tegur on erinev.

Nagu varemgi, nii ka antud juhul käsitleme olukorda, kus reaktsioonide stöhhiomeetrilised tegurid ei vasta komponendi moolkogusele süsteemis. Kehtib vahekord (valem (12-1))

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{A}}}{\chi_{\mathrm{A}}} = -\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{B}}}{\chi_{\mathrm{B}}} = \frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{C}}}{\chi_{\mathrm{C}}} = \frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{D}}}{\chi_{\mathrm{D}}} = \mathrm{d}\varepsilon_1 \\ &\text{ja} \\ &-\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{A}^*}}{\chi_{\mathrm{A}^*}} = -\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{L}}}{\chi_{\mathrm{L}}} = \frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{M}}}{\chi_{\mathrm{M}}} = \frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{N}}}{\chi_{\mathrm{N}}} = \mathrm{d}\varepsilon_2 . \end{aligned}\right\} \qquad (12\text{-}78)$$

Gibbsi potentsiaal tasakaalus olevale süsteemile, kus samaaegselt toimub kaks erinevat reaktsiooni, avaldub valemi (12-63) sarnaselt:

$$(\mathrm{d}\overline{\Phi})_{\mathrm{T,p}} = \overline{\varphi}_{\mathrm{A}}\mathrm{d}n_{\mathrm{A}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{B}}\mathrm{d}n_{\mathrm{B}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{C}}\mathrm{d}n_{\mathrm{C}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{D}}\mathrm{d}n_{\mathrm{D}} + \\ + \overline{\varphi}_{\mathrm{A}*}\mathrm{d}n_{\mathrm{A}*} + \overline{\varphi}_{\mathrm{L}}\mathrm{d}n_{\mathrm{L}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{M}}\mathrm{d}n_{\mathrm{M}} + \overline{\varphi}_{\mathrm{N}}\mathrm{d}n_{\mathrm{N}} = 0. \qquad (12\text{-}79)$$

Valemeid (12-78) arvestades

$$(\mathrm{d}\overline{\Phi})_{\mathrm{T,p}} = [(\chi_{\mathrm{C}}\overline{\varphi}_{\mathrm{C}} + \chi_{\mathrm{D}}\overline{\varphi}_{\mathrm{D}}) - (\chi_{\mathrm{A}}\overline{\varphi}_{\mathrm{A}} + \chi_{\mathrm{B}}\overline{\varphi}_{\mathrm{B}})]\mathrm{d}\varepsilon_1 + \\ + [(\chi_{\mathrm{M}}\overline{\varphi}_{\mathrm{M}} + \chi_{\mathrm{N}}\overline{\varphi}_{\mathrm{N}}) - (\chi_{\mathrm{A}*}\overline{\varphi}_{\mathrm{A}*} + \chi_{\mathrm{L}}\overline{\varphi}_{\mathrm{L}})]\mathrm{d}\varepsilon_2 = 0. \qquad (12\text{-}80)$$

Viimasest valemist järeldub, et

$$(\chi_{\mathrm{C}}\overline{\varphi}_{\mathrm{C}} + \chi_{\mathrm{D}}\overline{\varphi}_{\mathrm{D}}) - (\chi_{\mathrm{A}}\overline{\varphi}_{\mathrm{A}} + \chi_{\mathrm{B}}\overline{\varphi}_{\mathrm{B}}) = 0 \qquad (12\text{-}81)$$

ja

$$(\chi_{\mathrm{M}}\overline{\varphi}_{\mathrm{M}} + \chi_{\mathrm{N}}\overline{\varphi}_{\mathrm{N}}) - (\chi_{\mathrm{A}*}\overline{\varphi}_{\mathrm{A}*} + \chi_{\mathrm{L}}\overline{\varphi}_{\mathrm{L}}) = 0. \qquad (12\text{-}82)$$

Tähistame siingi standardrõhule vastava Gibbsi potentsiaali muutuse $\Delta\overline{\Phi}^{0}(T)$, siis

$$\Delta\overline{\Phi}^{0}_{\mathrm{I}}(T) = \left[\chi_{\mathrm{C}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{C}}(T) + \chi_{\mathrm{D}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{D}}(T)\right] - \\ - \left[\chi_{\mathrm{A}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{A}}(T) + \chi_{\mathrm{B}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{B}}(T)\right] \qquad (12\text{-}83)$$

ja

$$\Delta\overline{\Phi}^{0}_{\mathrm{II}}(T) = \left[\chi_{\mathrm{M}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{M}}(T) + \chi_{\mathrm{N}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{N}}(T)\right] - \\ - \left[\chi_{\mathrm{A}*}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{A}*}(T) + \chi_{\mathrm{L}}\overline{\varphi}^{0}_{\mathrm{L}}(T)\right]. \qquad (12\text{-}84)$$

Arvestades kaht viimast võrrandit ja käsitades gaasisegu komponente ideaalgaasina, võime kirjutada (vt valem (12-73))

$$\Delta\overline{\Phi}^{0}_{\mathrm{I}}(T) + \overline{\mathrm{R}}T\ln \mathrm{K}_{\mathrm{pI}} = 0. \qquad (12\text{-}85)$$

Seejuures reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\mathrm{K}_{\mathrm{pI}} = \frac{p_{\mathrm{C}}^{\chi_{\mathrm{C}}} p_{\mathrm{D}}^{\chi_{\mathrm{D}}}}{p_{\mathrm{A}}^{\chi_{\mathrm{A}}} p_{\mathrm{B}}^{\chi_{\mathrm{B}}}} p_0^{-\Delta\chi_{\mathrm{I}}} = \frac{r_{\mathrm{C}}^{\chi_{\mathrm{C}}} r_{\mathrm{D}}^{\chi_{\mathrm{D}}}}{r_{\mathrm{A}}^{\chi_{\mathrm{A}}} r_{\mathrm{B}}^{\chi_{\mathrm{B}}}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi_{\mathrm{I}}}, \qquad (12\text{-}86)$$

kus $\Delta\chi_{\mathrm{I}} = (\chi_{\mathrm{C}} + \chi_{\mathrm{D}}) - (\chi_{\mathrm{A}} + \chi_{\mathrm{B}})$.

Samamoodi reaktsioonist (12-77) lähtuvalt

$$\Delta\overline{\Phi}^{0}_{\mathrm{II}}(T) + \overline{\mathrm{R}}T \ln \mathrm{K}_{\mathrm{pII}} = 0. \tag{12-87}$$

Siin reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\mathrm{K}_{\mathrm{pII}} = \frac{p_{\mathrm{M}}^{\chi_{\mathrm{M}}} p_{\mathrm{N}}^{\chi_{\mathrm{N}}}}{p_{\mathrm{A}*}^{\chi_{\mathrm{A}*}} p_{\mathrm{L}}^{\chi_{\mathrm{L}}}} p_0^{-\Delta\chi_{\mathrm{II}}} = \frac{r_{\mathrm{M}}^{\chi_{\mathrm{M}}} r_{\mathrm{N}}^{\chi_{\mathrm{N}}}}{r_{\mathrm{A}*}^{\chi_{\mathrm{A}*}} r_{\mathrm{L}}^{\chi_{\mathrm{L}}}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Delta\chi_{\mathrm{II}}} \tag{12-88}$$

ning $\Delta\chi_{\mathrm{II}} = (\chi_{\mathrm{M}} + \chi_{\mathrm{N}}) - (\chi_{\mathrm{A}*} + \chi_{\mathrm{L}})$,

kus $p$ – süsteemi kogurõhk; $r$ – segu komponendi suhteline osamaht, mis on ekvivalentne suhtelise moolkogusega; $p_0$ – standardrõhk.

Suhtelise osamahu $r$ arvutamisel tuleb lähtuda segu komponentide moolkogustest või osamahtudest. Inertgaasi olemasolul tuleb ka seda arvestada.

Esitatud arutluse aluseks oli kaks samaaegselt toimuvat keemilist reaktsiooni. Kui reaktsioonide arv on suurem, tuleb kasutada samasid põhimõtteid, kuid tundmatutega võrrandite arv kujuneb suuremaks võrdeliselt reaktsioonide arvuga.

Edasi vaatleme näitena tasakaalukoostise arvutamist kahele samaaegselt toimuvale keemilisele reaktsioonile

$$\mathrm{CO_2} \leftrightarrow \mathrm{CO} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2}$$

ja

$$\frac{1}{2}\mathrm{O_2} + \frac{1}{2}\mathrm{N_2} \leftrightarrow \mathrm{NO}.$$

Kui segus on algselt 1 kilomool $CO_2$, ½ kilomooli $O_2$ ja ½ kilomooli $N_2$, siis esitatud võrrandite kohaselt üldine reaktsioonivalem

$$1\mathrm{CO_2} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} + \frac{1}{2}\mathrm{N_2} \leftrightarrow \mathrm{xCO} + \mathrm{yNO} + \mathrm{zCO_2} + \frac{1}{2}\mathrm{uO_2} + \frac{1}{2}\mathrm{vN_2}.$$

Kuna süsteemis sisalduva süsinikdioksiidi, hapniku ja lämmastiku mass jääb püsivaks, siis

$$\mathrm{CO_2} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} + \frac{1}{2}\mathrm{N_2} \leftrightarrow \mathrm{xCO} + \mathrm{yNO} + (1-\mathrm{x})\mathrm{CO_2} + \\ + \frac{1}{2}(1+\mathrm{x}-\mathrm{y})\mathrm{O_2} + \frac{1}{2}(1-\mathrm{y})\mathrm{N_2}.$$

Moolide koguarv segus

$$\mathrm{n} = \mathrm{x} + \mathrm{y} + (1-\mathrm{x}) + \frac{1 + \mathrm{x} - \mathrm{y}}{2} + \frac{1 - \mathrm{y}}{2} = \frac{4+\mathrm{x}}{2}.$$

Komponentide suhtelised osarõhud süsteemi tasakaaluolukorras

$$p_{\mathrm{CO_2}} = \frac{2(1-\mathrm{x})}{4+\mathrm{x}}\,p,\quad p_{\mathrm{O_2}} = \frac{1+\mathrm{x}-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p,\quad p_{\mathrm{N_2}} = \frac{1-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p,$$

$$p_{\mathrm{CO}} = \frac{2\mathrm{x}}{4+\mathrm{x}}\,p,\quad p_{\mathrm{NO}} = \frac{2\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p.$$

Reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\mathrm{K_{pI}} = \frac{p_{\mathrm{CO}}\,p_{\mathrm{O_2}}^{1/2}}{p_{\mathrm{CO_2}}}\,p_0^{-\Delta\chi_{\mathrm{I}}} = \frac{\left[\frac{2\mathrm{x}}{4+\mathrm{x}}\,p\right]\left[\frac{1+\mathrm{x}-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\frac{2(1-\mathrm{x})}{4+\mathrm{x}}\,p\right]}\,p_0^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\mathrm{x}}{1-\mathrm{x}}\left(\frac{1+\mathrm{x}-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\Delta\chi_{\mathrm{I}} = 1+\frac{1}{2}-1 = \frac{1}{2}.$$

Samuti

$$\mathrm{K_{pII}} = \frac{p_{\mathrm{NO}}}{p_{\mathrm{O_2}}^{1/2}\,p_{\mathrm{N_2}}^{1/2}} = p_0^{-\Delta\chi_{\mathrm{II}}}\,\frac{\frac{2\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p}{\left[\frac{1+\mathrm{x}-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1-\mathrm{y}}{4+\mathrm{x}}\,p\right]^{\frac{1}{2}}}\,p_0^{0} =$$

$$= \frac{2\mathrm{y}}{[(1+\mathrm{x}-\mathrm{y})(1-\mathrm{y})]^{\frac{1}{2}}},$$

$$\Delta\chi_{\mathrm{II}} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1 = 0.$$

Määrates antud temperatuuri järgi reaktsioonide tasakaalukonstandid $\mathrm{K_{pI}}$ ja $\mathrm{K_{pII}}$ ning teades süsteemi rõhku, saame kahe viimase võrrandi lahendina leida *x* ja *y* väärtused ning nende kaudu arvutada tasakaalus süsteemi keemilise koostise.

### 12.5.4 Van't Hoffi võrrand

Van't Hoffi võrrand kirjeldab keemilise reaktsiooni tasakaalukonstandi sõltuvust temperatuurist. See on oluline võrrand keemiliste reaktsioonide tasakaalu uurimisel.

Võrrandi (12-73) kohaselt keemilise reaktsiooni tasakaalukonstant

$$\ln \mathrm{K_p} = -\frac{\Delta\overline{\Phi}^{0}(T)}{\overline{\mathrm{R}}T}, \qquad (12\text{-}89)$$

kus $\Delta\overline{\Phi}^0(T)$ – Gibbsi potentsiaali muutus reaktsiooni jooksul standardsel rõhul, $\overline{\mathrm{R}}$ – universaalne gaasikonstant.

Valem (12-89) kehtib ideaalgaasile ja reaktsiooni tasakaalukonstant oleneb ainuüksi temperatuurist.

Et

$$\Delta\overline{\Phi}^0(T) = \Delta\overline{\mathrm{H}}^0(T) - T\Delta\overline{\mathrm{S}}^0(T), \tag{12-90}$$

Siis

$$\ln \mathrm{K_p} = -\frac{\Delta\overline{\mathrm{H}}^0(T)}{\overline{\mathrm{R}}T} + \frac{\Delta\overline{\mathrm{S}}^0(T)}{\overline{\mathrm{R}}}. \tag{12-91}$$



**Jacobus Henricus van't Hoff** (30.08.1852 Rotterdam – 1.03.1911 Berliin), hollandi füüsik ja keemik. Õppis Delfti polütehnikumis, siis Leideni ülikoolis, Bonnis (1872) ja Pariisis (1874). Doktorikraadi omandas Utrechti ülikoolis (1874). 1878–1896 oli Amsterdami ülikooli keemia õppetooli juhataja, 1896 siirdus Berliini ülikooli. Sai esimesena Nobeli preemia keemias (1901). Alustas teadusuuringuid peamiselt füüsikas, kõige kaalukamaid tulemusi saavutas siiski füüsikalises keemias. Uuris kristallide omadusi: molekulaarset asümmeetriat, helendust (luminestsentsi). Peetakse uue teadusharu – stereokeemia – loojaks. Avastas põhilisi seaduspärasusi gaasi ja vedeliku lahustumises, lahustumise kineetikas, nt lahustumise rõhusõltuvuse. Seostas reaktsiooni keemilise tasakaalu termodünaamika seadustega (***van't Hoffi võrrand***).

Diferentseerides viimast avaldist temperatuuri järgi, saame

$$\frac{\mathrm{d}(\ln \mathrm{K_p})}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta\overline{\mathrm{H}}^0(T)}{\overline{\mathrm{R}}T^2} - \frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left[\frac{\Delta\overline{\mathrm{H}}^0(T)}{\overline{\mathrm{R}}}\right] + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left[\frac{\Delta\overline{\mathrm{S}}^0(T)}{\overline{\mathrm{R}}}\right]. \tag{12-92}$$

Et

$$T\mathrm{d}S = \mathrm{d}H - V\mathrm{d}p,$$

siis püsiva rõhu korral

$$T\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\Delta S = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\Delta H.$$

Kui arvestada viimast seost ja seda, et ideaalgaasi entalpia sõltub ainult temperatuurist, $\Delta\overline{\mathrm{H}}^0(T) = \Delta\overline{\mathrm{H}}(T)$, võtab valem (11-92) kuju

$$\frac{\mathrm{d}(\ln \mathrm{K_p})}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta\overline{\mathrm{H}}(T)}{\overline{\mathrm{R}}T^2}, \tag{12-93}$$

mida tuntaksegi van't Hoffi võrrandina.

Võrrandis sisalduv suurus $\Delta\overline{\mathrm{H}}(T)$ on reaktsioonisoojus temperatuuri funktsioonina (p 12.3.2).

Van't Hoffi võrrandi võib esitada ka kujul

$$\frac{\mathrm{d}(\ln \mathrm{K_p})}{\mathrm{d}\left(\frac{1}{T}\right)} = -\frac{\Delta\overline{\mathrm{H}}(T)}{\overline{\mathrm{R}}}. \tag{12-94}$$

Viimasest valemist nähtub, et kui kasutada koordinaadistikku $\ln \mathrm{K_p} - 1/T$, mida keemiliste reaktsioonide uurimisel sageli ka tehakse, siis selles kujutatud joone kalle määrab reaktsioonisoojuse.

Paljude keemiliste reaktsioonide soojus sõltub temperatuurist vaid nõrgalt. Nii võib $\Delta\overline{\mathrm{H}}\left(T\right)$ väärtuse lugeda püsivaks küllaltki laias temperatuurivahemikus ($T_1$–$T_2$) ning integreerida van't Hoffi võrrandit

$$\ln \frac{\mathrm{K_{p2}}}{\mathrm{K_{p1}}} = -\frac{\Delta\overline{H}}{\overline{\mathrm{R}}}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right), \tag{12-95}$$

kus $\mathrm{K_{p1}}$ ja $\mathrm{K_{p2}}$ – reaktsiooni tasakaalukonstant vastavalt temperatuuril $T_1$ ja $T_2$.

Võrrandi (12-95) kaudu saab määrata reaktsiooni tasakaalukonstandi temperatuuril $T_2$, kui see on teada temperatuuril $T_1$.

Viimane võrrand lubab anda keemilistele reaktsioonidele kvalitatiivse hinnangu. Eksotermilise reaktsiooni korral energia lahkub süsteemist, reaktsioonisoojus on negatiivne ning kui $T_2 > T_1$, siis $\mathrm{K_{p2}} < \mathrm{K_{p1}}$. See tähendab eksotermilise reaktsiooni tasakaalukonstandi vähenemist temperatuuri kasvul. Tasakaalukonstandi $\mathrm{K_p}$ vähenemine kajastab kaugenemist reaktsiooni täielikkusest. Siit järeldub, et adiabaatsetes tingimustes väheneb eksotermilises reaktsioonis eralduv soojus reaktsiooni pidurdumise tõttu.

### 12.5.5 Keemilise reaktsiooni võimalikkus. Reaktsiooni maksimaalne töö

Termodünaamika seaduste kasutamine keemiliste reaktsioonide uurimisel võimaldab määrata reaktsioonide kulgemise suuna ning tasakaalutingimused.

Keemilise termodünaamika põhiküsimus on, kas etteantud tingimustes on ainetevaheline reaktsioon võimalik või mitte. Kui on võimalik, siis missugustes tingimustes ja millises ulatuses reaktsioon saab kulgeda.

Keemiliste ja füüsikaliste tegurite koosmõju, mis teeb võimalikuks keemilise ühinemise, tuntakse kui reaktsiooni võimalikkust ehk keemilist sugulust. Termodünaamika seaduste alusel määrab keemilise reaktsiooni võimalikkus tingimused, mille juures ained keemiliselt ühinevad (või lagunevad) ning millises suunas ja ulatuses see saab toimuda.

Sõltuvana tingimustest (temperatuur, rõhk) võib keemiline reaktsioon kulgeda erineva kiirusega. Süsteem läheb teatud aja möödudes tasakaaluseisundisse ning omandab olemasolevatele tingimustele vastava koostise. Teatud olukorras võib keemiline reaktsioon toimuda väga intensiivselt või ülimalt aeglaselt või ka praktiliselt puududa. Neid olukordi iseloomustab reaktsiooni võimalikkuse aste. Näitena vaatleme vesiniku ja hapniku keemilise ühinemise (põlemise) reaktsiooni. Teatavasti kulgeb reaktsioon vesiniku ja hapniku vahel, mille tulemus on veeauru teke, temperatuuril 1200–1500 °C väga kiiresti ning läheb praktiliselt lõpuni (süsteemi tasakaaluolekus vesiniku hulk reaktsioonisaadustes on nullilähedane). Temperatuuri tõusuga muutub üha ulatuslikumaks pöördreaktsioon veeauru lagunemise (dissotsieerumise) näol. Vesiniku põlemiskiirus langeb, samuti väheneb reaktsioonis eralduv soojushulk. Ülikõrgel temperatuuril (> 5000 °C) vesinik praktiliselt enam ei reageeri hapnikuga.

Antud tingimustel, vastavalt termodünaamika teisele seadusele, suundub iga keemiliselt reageeriv süsteem tasakaaluoleku poole. Keemilise reaktsiooni võimalikkuse ja ka ulatuse määrab reaktsiooni maksimaalne töö. On ilmne, et reaktsioon võib sooritada tööd ainult siis, kui eksisteerib süsteemi iseloomustava potentsiaali muutuse võimalus ehk meil on tegemist keemilise reaktsiooniga seotud tööga. Keemiline reaktsioon saab toimuda ainult siis, kui ainete lähtekontsentratsioon või osarõhk erineb süsteemi tasakaaluseisundile vastavast. See erinevus loobki võimaluse keemilise reaktsiooni ja ühtlasi ka selle töö toimumiseks. Reaktsioonitöö on seda suurem, mida kaugemal on süsteemi algolek tasakaaluseisundist, ning seda suurem on ka reaktsiooni võimalikkuse aste. Tööd ei toimu, kui süsteem on keemilistele reaktsioonidele vastavas tasakaalus.

Keemilise reaktsiooni töö võib olla süsteemi samade algtingimuste korral erinev, sõltudes reaktsiooni kulgemise iseloomust. Näiteks intensiivse reaktsiooni korral ei ole tagatud aine kontsentratsiooni või osarõhu ühtlane jaotus üle kogu ruumi. Tekib kontsentratsiooni või osarõhu gradient, mis teeb keemilise reaktsiooni, nagu termodünaamilise protsessigi, tagastamatuks. Protsessi tagastamatus on aga iga reaalselt toimiva süsteemi jaoks erinev. Keemiliste protsesside tagastamatus vähendab reaktsiooni tööd. Saamaks võrreldavat tulemust keemilise reaktsiooni võimalikkuse osas, peab see olema määratud süsteemi alg- ja lõppoleku kaudu. Selline näitaja on tagastatava keemilise reaktsiooni töö. Nagu mainitud, peavad reaktsiooni tagastatavuseks üle kogu süsteemi valitsema ühtsed olekuparameetrid. See tingimus on täidetav väga aeglaselt kulgeva reaktsiooni korral. Siit johtuvalt võetaksegi keemilise reaktsiooni võimalikkuse selgitamisel aluseks reaktsiooni maksimaalne (tagastatav) töö.

Reaktsiooni maksimaalne töö määrab ära reaktsiooni võimalikkuse ja ulatuse ning reaktsiooni märk selle suuna. Kui töö võrdub nulliga, siis ei ole keemiline reaktsioon võimalik.

Keemilise reaktsiooni võimalikkuse ja ulatuse isotermse süsteemi suundumisel tasakaaluseisundisse määrab püsirõhulises süsteemis Gibbsi potentsiaali muutus

ning püsimahulises süsteemis Helmholtzi potentsiaali käitumine. Süsteemi tasakaaluolekus on nii Gibbsi kui ka Helmholtzi potentsiaalil miinimumväärtus.

Vaatleme isobaarses-isotermses olukorras toimuvat reaktsiooni. Selle võimalikkuse määrab Gibbsi potentsiaali muutus süsteemi suundumisel algolekust tasakaaluseisundisse (lõppolekusse):

$$\Delta\overline{\Phi} = \overline{\Phi}_1 - \overline{\Phi}_2 = \sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{\varphi}_i - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{\varphi}_j , \qquad (12\text{-}96)$$

kus $\overline{\Phi}_1, \overline{\Phi}_2$ – Gibbsi potentsiaal süsteemi alg- ja tasakaaluolekus, $\overline{\varphi}$ – keemiline potentsiaal, $\chi$ – stöhhiomeetriline tegur, i – reaktsiooni lähtekomponendi indeks süsteemi algolekus, j – reaktsiooni komponendi indeks süsteemi lõppolekus.

Reaktsiooni võimalikkust isohoorse-isotermse süsteemi korral iseloomustab aga Helmholtzi potentsiaali $F$ muutus

$$\Delta\overline{F} = \overline{F}_1 - \overline{F}_2 = \sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{F}_i - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{F}_j \qquad (12\text{-}97)$$

(siinsed tähised nagu valemis (12-96)).

Kui vahe $\Delta\overline{\Phi} > 0$ ja $\Delta\overline{F} > 0$, siis on võimalik päripidine reaktsioon, mis kulgeb iseeneslikult vasakult paremale. Reaktsiooni võimalikkus on seda suurem, mida suurem on $\Delta\overline{\Phi}$ ja $\Delta\overline{F}$ väärtus. Kui vahe $\Delta\overline{\Phi} < 0$ ja $\Delta\overline{F} < 0$, siis on võimalik pöördreaktsioon. Süsteemi tasakaaluolekus $\Delta\overline{\Phi} = 0$ ja $\Delta\overline{F} = 0$.

Vaatleme reaktsiooni maksimaalse töö määramise võimalust isobaarsele-isotermsele süsteemile, eeldades, et reaktsioonis osalevad komponendid alluvad ideaalgaasi seadustele. Lihtsuse mõttes eeldame samuti, et süsteemi algkoostis vastab keemilise reaktsiooni võrrandiga määratud stöhhiomeetrilisele vahekorrale. Sellisel juhul võrrandi (12-96) kohaselt reaktsiooni maksimaalne töö

$$\overline{L}_{p,T,\max} = \Delta\overline{\Phi} = \sum_{i=1}^{r} \chi_i \left[ \overline{\varphi}^0(T)_i + \overline{R}T \ln \frac{p_i}{p_0} \right] - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \left[ \overline{\varphi}^0(T)_j + \overline{R}T \ln \frac{p_j}{p_0} \right] =$$

$$= \left[ \sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{\varphi}^0(T)_i - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{\varphi}^0(T)_j \right] + \overline{R}T \left[ \sum_{i=1}^{r} \chi_i \ln \frac{p_i}{p_0} - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \ln \frac{p_j}{p_0} \right].$$

Kuna reaktsiooni töö arvutatakse süsteemi suundumisel algolekust keemilise tasakaalu olekusse, siis vastavalt tasakaalutingimusele (12-66)

$$\sum_{i=1}^{r} \chi_i \overline{\varphi}^0(T)_i - \sum_{j=1}^{k} \chi_j \overline{\varphi}^0(T)_j = 0$$

ning

$$\overline{L}_{\mathrm{p,T,max}} = \overline{\mathrm{R}}T\left[\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\ln\frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} - \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}}\chi_{\mathrm{j}}\ln\frac{p_{\mathrm{j}}}{p_0}\right]$$

ehk

$$\overline{L}_{\mathrm{p,T,max}} = \overline{\mathrm{R}}T\left[\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\ln\frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} - \ln \mathrm{K}_{\mathrm{p}}\right], \qquad (12\text{-}98)$$

kus $\mathrm{K_p}$ – reaktsiooni tasakaalukonstant.

Viimasest valemist selgub, et keemilise reaktsiooni maksimaaltöö on otseselt seotud reaktsiooni tasakaalukonstandiga.

Sõltudes ainult süsteemi alg- ja lõppolekust ning olles sõltumatu selle vahepealsetest olekutest, on $\overline{L}_{\mathrm{p,T,max}}$ olekufunktsioon.

Vastavalt valemile (12-98) on reaktsiooni töö positiivne, kui

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\ln\frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} > \ln \mathrm{K}_{\mathrm{p}}$$

ning on võimalik reaktsiooni kulg vasakult paremale.

Kui

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\ln\frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} < \ln \mathrm{K}_{\mathrm{p}},$$

kulgeb reaktsioon paremalt vasakule.

Süsteemi tasakaalulises olekus

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\ln\frac{p_{\mathrm{i}}}{p_0} = \ln \mathrm{K}_{\mathrm{p}}.$$

Reaktsiooni maksimaalne töö antud temperatuuril sõltub tema lähtekomponentide osarõhkudest süsteemis. See raskendab reaktsioonide maksimaaltöö väärtuste võrdlemist. Et võrrelda reaktsioonide võimalikkust, tuleb lähtuda võrdväärsetest algtingimustest. Selleks on kasutusele võetud reaktsiooni normaalse võimalikkuse mõiste, mispuhul eeldatakse, et kõigi reaktsiooni komponentide osarõhk on võrdne ning võrdub suhtega $p_i/p_0$. Niisugusel juhul reaktsiooni maksimaaltöö

$$\overline{L}_{\mathrm{p,T,max}} = -\overline{\mathrm{R}}T\ln \mathrm{K}_{\mathrm{p}}. \qquad (12\text{-}99)$$

## 12.6 Kütuseelemendi termodünaamika

Soojusest saadav töö on piiratud soojusjõuseadme kasuteguriga termodünaamika teise seaduse kohaselt. Soojusjõuseadme ringprotsessi kasutegur ei saa ületada Carnot' ringprotsessi termilist kasutegurit. Tegeliku soojusjõuseadme kasutegur on aga osaprotsesside tagastamatuse tõttu selle teoreetilisest väärtusest väiksem. Tuntakse ka protsesse, kus kütuse keemilist energiat on soojuse vahendusel (kütuse põlemisel vabaneva energia tähenduses) võimalik muuta otse elektrienergiaks ilma vahepealsete muundusastmeteta. Selline seadis on näiteks üldteada galvaanielement ja igapäevaelus kasutatav akupatarei, milles keemiline energia muundatakse otse elektrienergiaks. See protsess ei ole aga enam piiratud Carnot' ringprotsessi kriteeriumiga.

Akupatareis muundub sinna akumuleerunud keemiline energia otse elektrienergiaks aatomite- ja molekulidevaheliste keemiliste sidemete ümberpaigutumise tulemusena. Kuid ka sellise protsessi jooksul eraldub ja kandub ümbruskeskkonda teatud soojushulk, mis tegelikult on protsessi energiakadu ning vähendab keemilise energia elektrienergiaks muundamise efektiivsust.

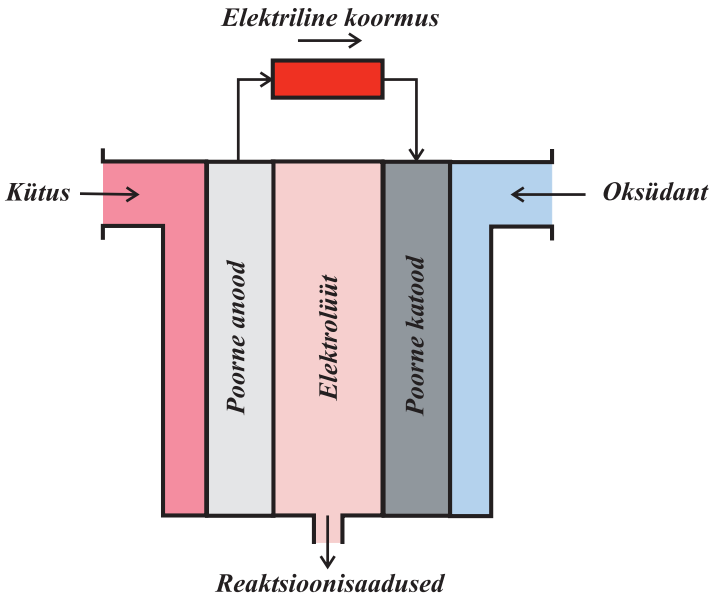
Kütuseelement on üldtähenduses elektrokeemiline seadis, kus kütuse ja oksüdandi keemilisel ühinemisel moodustuvad reaktsioonisaadused ning elemendi välisahelas tekib elektrivool.

Arvestades protsessi aeglust ja madalat temperatuuri (lähedane väliskeskkonna temperatuurile), on nii galvaanielemendis kui ka kütuseelemendis toimuvad termodünaamilised protsessid käsitletavad isotermsena. Kütuseelemendis esinevad nähtused on üldjoontes sarnased galvaanielemendis toimuvatega. Peamine erinevus on selles, et kui galvaanielemendis või akupatareis on elektroodid töötsükli jooksul invariantse toitega, siis kütuseelemendis voolab kütus ja oksüdant pidevalt elektroodidele, niisamuti on pidev reaktsioonisaaduste äravool. Seega termodünaamiliselt on akupatarei suletud süsteem, kütuseelement aga avatud süsteem.

Kütuseelement (joonis 12.2) koosneb kahest poorsest elektroodist (anood ja katood), mille vaheruumi täidab elektrolüüt. Kütus voolab anoodile katkematult, nii nagu oksüdant katoodile. Kütuseks võib olla näiteks kas vesinik või metaan, oksüdandiks aga hapnik (ka õhuhapnik).

Süsteemist lahkuvad pidevalt kütuse oksüdeerumise (põlemise) produktid. Ioniseerimisreaktsioonide tulemusena tekib elektroodide vahel elektriline potentsiaal ja vabade elektronide vool katoodile läbi elektrilise väliskoormuse, mida seega läbib elektrivool. Erinevalt soojusjõuseadmetest puuduvad kütuseelemendil mehaaniliselt liikuvad osad.

Kütuseelemendi anood on negatiivse laenguga elektrood, millel kütus ioniseerub ja elektronid väljuvad vooluringi. Katood on positiivselt laetud elektrood, millel ioniseerub oksüdant ja elektronid väljuvad vooluringist.




**Joonis 12.2. Kütuseelemendi põhimõtteskeem**

Elektrolüüt elektroodide vahel vahendab ioonide ülekannet. Kui elektrolüüt on näiteks happeline vesilahus, siis kanduvad positiivsed $H^+$-ioonid läbi elektrolüüdi anoodilt katoodile. Kui aga on tegemist aluselise elektrolüüdiga, kanduvad negatiivselt laetud $OH^-$-ioonid läbi elektrolüüdi katoodilt anoodile.

Kütuse ja oksüdandi vaheline keemiline reaktsioon on palju aeglasem kui tavaline põlemine. Reaktsioonikiiruse määrab keemiliste ühendite difusioon elektroodide vahel läbi elektrolüüdi ning samuti reaktsiooni kineetika.

Alljärgnevas selgitame termodünaamikaseaduste kasutamist kütuseelemendi protsessides.

Termodünaamika esimene seadus rakendatuna kütuseelemendile kui materiaalselt avatud süsteemile:

$$\overline{L}_{\mathrm{el}} + \overline{Q} = \Delta\overline{H} = (\overline{H}_2 - \overline{H}_1) =$$

$$= \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}} \left[ \overline{h}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{h} - \overline{h}^{0}) \right]_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}} \left[ \overline{h}_{\mathrm{m}}^{0} + (\overline{h} - \overline{h}^{0}) \right]_{\mathrm{i}}, \qquad (12\text{-}100)$$

kus $\overline{L}_{\mathrm{el}}$ – elektriline töö, $\overline{Q}$ – protsessis osalev soojus, $\overline{H}_1$ – reaktsiooni lähteaine entalpia, $\overline{H}_2$ – reaktsioonisaaduste entalpia, r – lähteainete arv, k – komponentide arv pärast reaktsiooni, $n$ – komponendi moolkogus, $\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}$ – komponendi tekkeentalpia, $\overline{h}$ – komponendi entalpia, $\overline{h}^{0}$ – komponendi entalpia standardparameetritel.

Kuna kütuseelemendis toimuvad keemilised reaktsioonid on ligilähedaselt isotermsed, siis entroopia muutus sisemiselt tagastatavate protsesside korral

$$\Delta\overline{S} = \overline{S}_2 - \overline{S}_1 = \frac{\overline{Q}}{T}, \tag{12-101}$$

kus $\overline{S}_1$ – reaktsiooni lähteainete entroopia, $\overline{S}_2$ – reaktsioonisaaduste entroopia.

Kahest viimasest võrrandist järeldub, et elektriline töö

$$\overline{L}_{\mathrm{el}} = \Delta\overline{H} - T\Delta\overline{S} = (\overline{H}_2 - \overline{H}_1) - T(\overline{S}_2 - \overline{S}_1). \tag{12-102}$$

Samuti

$$\overline{L}_{\mathrm{el}} = \Delta\overline{\Phi} = \overline{\Phi}_2 - \overline{\Phi}_1 = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} n_{\mathrm{j}}\overline{\varphi}_{\mathrm{j}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}} n_{\mathrm{i}}\overline{\varphi}_{\mathrm{i}}, \tag{12-103}$$

sest keemiline potentsiaal $\varphi_{\mathrm{i}} = h_{\mathrm{i}} - Ts_{\mathrm{i}}$.

Seega on kütuseelemendi isotermne sisemiselt tagastatav elektriline töö võrdne Gibbsi potentsiaali muutusega reaktsioonis.

Olulist mõju kütuseelemendis toimuvatele protsessidele avaldab temperatuur. Nii entalpia kui ka keemiline potentsiaal on funktsioon temperatuurist, selles suhtes on eriti tundlikud just kütuseelemendis toimuvad vesiniku-hapniku reaktsioonid. Lisaks tuleb nentida, et kütuse ja hapniku vahelise reaktsiooni kiirus on samuti temperatuurist sõltuv. Taotledes suuremaid ühikvõimsusi, kasutatakse kõrgendatud temperatuuril töötavaid kütuseelemente. Teisalt suurendab temperatuuri tõus ka soojuskadu ja vähendab seadise efektiivsust.

Kütuseelemendi efektiivsust iseloomustab tema kasutegur, mis on elektrilise töö suhe reaktsioonientalpia muutusesse:

$$\eta_{\mathrm{k}} = \frac{\overline{L}_{\mathrm{el}}}{\Delta\overline{H}} = \frac{\Delta\overline{\Phi}}{\Delta\overline{H}}. \tag{12-104}$$

Valemile võib anda ka kuju

$$\eta_{\mathrm{k}} = 1 - \frac{T\Delta\overline{S}}{\Delta\overline{H}}, \tag{12-105}$$

kus $T\Delta\overline{S}$ – energiakadu seoses soojuse eemaldumisega süsteemist.

Energiakadu põhjustab ka kütuseelemendisisene elektritakistus, mida läbiv vool muundub Joule'i soojuseks.

Tänapäeval on kütuseelemendi kasutegur 40% lähedal.

Ideaalse kütuseelemendi kasuteguri arvutamiseks on vaja teada tema keemilise potentsiaali, entalpia ja entroopia muutust energiamuunduse protsessis teadaoleval temperatuuril. Eeldame, et keemilised reaktsioonid kütuseelemendis toimuvad ideaalgaasiga, siis entalpia muutus püsitemperatuuril

$$\Delta\overline{\mathrm{H}}(T)=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}}\chi_{\mathrm{j}}\left[\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}+(\overline{h}-\overline{h}^{0})\right]_{\mathrm{j}}-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\left[\overline{h}_{\mathrm{m}}^{0}+(\overline{h}-\overline{h}^{0})\right]_{\mathrm{i}}. \quad (12\text{-}106)$$

Entroopia muutus

$$\Delta\overline{\mathrm{S}}(T)=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}}\chi_{\mathrm{j}}\left[\overline{\mathrm{s}}^{0}(T)-\overline{\mathrm{R}}\ln\frac{p}{p_0}\right]_{\mathrm{j}}-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\left[\overline{\mathrm{s}}^{0}(T)-\overline{\mathrm{R}}\ln\frac{p}{p_0}\right]_{\mathrm{i}}. \quad (12\text{-}107)$$

Standardtemperatuuril toimuva reaktsiooni korral

$$\Delta\overline{\mathrm{H}}(T_0)=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}}\chi_{\mathrm{j}}\overline{h}_{\mathrm{m,j}}^{0}-\sum_{\mathrm{i}=\mathrm{i}}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\overline{h}_{\mathrm{m,i}}^{0} \quad (12\text{-}108)$$

ja

$$\Delta\overline{\Phi}(T_0)=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}}\chi_{\mathrm{j}}\overline{\varphi}_{\mathrm{m}}^{0}(T_0)_{\mathrm{j}}-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{r}}\chi_{\mathrm{i}}\overline{\varphi}_{\mathrm{m}}^{0}(T_0)_{\mathrm{i}}. \quad (12\text{-}109)$$

Uurime ideaalses kütuseelemendis tekkiva elektripinge arvutamise põhimõtet.

Äsja veendusime, et kütuseelemendis keemilise energia muundamisel tehtav elektriline töö on tagastatava protsessi korral võrdne Gibbsi potentsiaali muutusega reaktsiooni käigus. Elektriline töö omakorda võrdub teatavasti voolutugevuse ja pinge korrutisega:

$$N_{\mathrm{el}}=IU=M_{\mathrm{k}}L_{\mathrm{el}}=-M_{\mathrm{k}}\Delta\overline{\Phi}. \quad (12\text{-}110)$$

Voolutugevus

$$I=\zeta M_{\mathrm{k}}\mathrm{e}\,\mathrm{N}_0, \quad (12\text{-}111)$$

kus $M_{\mathrm{k}}$ – kütuse moolkulu, e – elektroni laeng, $\mathrm{N}_0$ – Avogadro arv.

Korrutist $\mathrm{F}=\mathrm{eN}_0=96487$ C/kmol nimetatakse Faraday arvuks. Viimane on ühes kilomoolis gaasis (aines) sisalduvate molekulide arvu ja elektronilaengu korrutis ehk kilomooli aine elektriline laeng, kui iga molekuli laeng võrduks elektroni laenguga. Seega elektrivoolu tugevus

$$I=\zeta M_{\mathrm{k}}\mathrm{F}. \quad (12\text{-}112)$$

Võrrandi (12-110) kohaselt ideaalse kütuseelemendi poolt tekitatav pinge

$$U=-\frac{\Delta\Phi}{\zeta\,\mathrm{F}}. \quad (12\text{-}113)$$

Valemites (12-110) ja (12-112) esinev suhe $\zeta$ on reaktsioonis kütuse ühe molekuli kohta tulev vabade elektronide arv. Nagu allpool näeme, vesinikkütuseelemendis $\zeta=2$, metaani puhul aga $\zeta=8$.

Vesinikkütuseelemendis genereeritav pinge on umbes 1,25 V.

Kütuseelemendis toimuvate tagastamatute protsesside tõttu on voolupinge tegelikult mõnevõrra madalam kui valemiga (12-113) arvutatu. Üks põhjus on veel seegi, et osa kütust jääb teatud põhjusel reageerimata ja väljub elemendist esialgsel kujul.

Vaatleme vesinik- ja metaankütusel töötavais kütuseelementides toimuvaid keemilisi reaktsioone.

Vesiniku ja hapniku üldtuntud ühinemisreaktsioon

$$\mathrm{H_2(g)} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2(g)} \rightarrow \mathrm{H_2O(v)}.$$

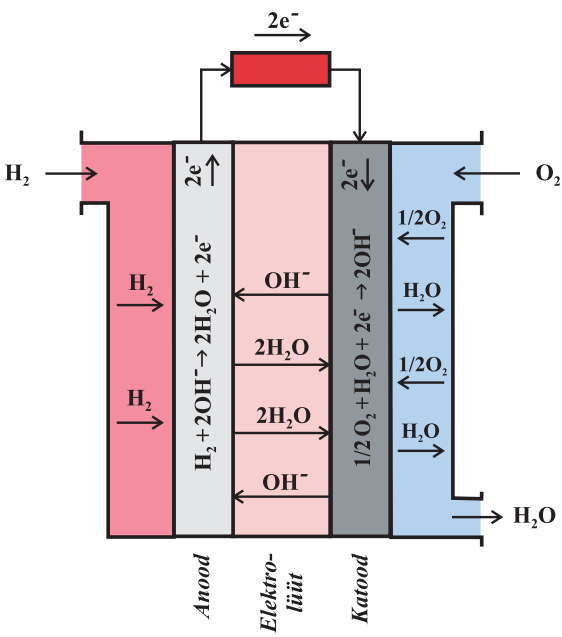
Vesiniku ja hapniku vahelise reaktsiooni üldine skeem aluselise elektrolüüdi korral on joonisel 12.3.

Kütuseelemendi anoodil ühineb vesinik $OH^-$- iooniga, vabaneb kaks elektroni ja tekib vesi:

$$\mathrm{H_2 + 2OH \rightarrow 2H_2O + 2e^-}.$$

Anoodi pinnal vabanenud elektronid läbivad välise elektriahela, sooritades elektrilist tööd ja muutes niimoodi keemilise energia otse elektrienergiaks. Tekkiv vesi läheb elektrolüüti. Katoodi pinnal ühineb hapnik veega ja sinna välisest elektriahelast liikunud elektronidega, andes negatiivselt laetud $OH^-$-ioonid:

$$\frac{1}{2}\mathrm{O_2} + \mathrm{H_2O} + 2\mathrm{e^-} \rightarrow 2\mathrm{OH^-}.$$




**Joonis 12.3. Vesinik-hapnikkütuseelemendis toimuva reaktsiooni skeem**

Hüdroksiidi $OH^-$-ioonid difundeeruvad läbi elektrolüüdi anoodile.

Nagu näeme, vabade elektronide arv kütuse ühe molekuli kohta $\zeta = 2$.

Teisena vaatleme metaan-hapnikkütuseelemendis toimuvat protsessi happelise elektrolüüdi korral. Reaktsiooni üldine skeem on joonisel 12.4.

Metaan reageerib hapnikuga järgmiselt:

$$CH_4 + 2O_2 + \rightarrow CO_2 + 2H_2O.$$

Anoodil ühineb metaan veega, andes süsinikdioksiidi ja vesiniku, vabaneb kaheksa elektroni:

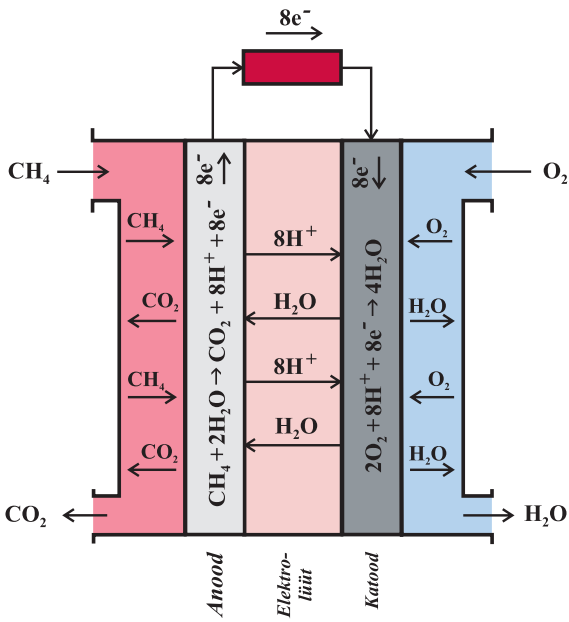
$$CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-.$$

Moodustuvad vesinikioonid difundeeruvad elektrolüüdis katoodile, ühinedes vooluringi elektronidega ja hapnikuga veeks:

$$2O_2 + 8H^+ + 8e^- \rightarrow 4H_2O.$$

Elektronide arv kütuse ühe molekuli kohta $\zeta = 8$.

Hapnikuvabade süsivesinike $C_xH_y$ puhul avaldub elektronide arv kütuse ühe molekuli kohta valemiga $\zeta = 4x + y$.




**Joonis 12.4. Metaan-hapnikkütuseelemendis toimuva reaktsiooni skeem**

**Kolmas osa**

# SOOJUSÜLEKANNE

Õpiku kolmas osa on pühendatud soojusülekandenähtuste füüsikalise olemuse avamisele, nende uurimisele ja vajalike arvutusmeetodite esitamisele.

Soojusülekanne ehk soojusvahetus on energiaülekanne soojuse näol ühest süsteemist teise, tavaliselt soojusvahetus- ehk küttepinna vahendusel või ka kehasiseselt. Soojusülekande protsess ei kulge kunagi hetkeliselt, vaid vajab teatud ajakulu. Soojusvahetust ajaühikus väljendab kvantitatiivselt süsteemi sisenev või sellest väljuv soojushulk, s.o soojusvool (ühik W = J/s), mis soojusvahetuspinna ühiku kohta antuna kannab nimetust soojusvoog (ühik $W/m^2$). Viimane on vektorsuurus, millel on arvväärtus ja suund. Ühest keskkonnast teise suunduv soojusvool on üle kogu soojusvahetuspinna võetav soojusvoolude summa. Energiaülekanne kehade vahel soojusena on protsess, mida võivad mõjutada väga paljud tegurid, mistõttu selle probleemide lahendamine nõuab sageli mahukaid katselisi uuringuid. Teisalt, soojusülekande üksikküsimuste teoreetiline lahendamine on tihti vägagi keerukas, vajades matemaatika mitmekülgset valdamist. Õpikus käsitletakse soojusülekannet teoreetiliselt, kuid vältimatult on kaasatud katseliste uuringute üldistatud tulemused.

Termodünaamika esimese seaduse kohaselt peab soojusülekande teel süsteemi siirdunud soojushulk seal esile kutsuma ekvivalentsed energeetilised muutused. Termodünaamika teine seadus määrab, et soojusvoog on alati samasuunaline temperatuuri langusega. Seega levib soojus iseeneslikult vaid kuumemast süsteemist külmemasse, ja seda intensiivsemalt, mida suurem on süsteemide temperatuurivahe. Kui see puudub, siis ei saa nende vahel ka soojusülekannet olla. Seega on temperatuurivahe kehadevahelise soojusülekande olelustingimus (-jõud), nii nagu seda on rõhuvahe vedeliku voolamisel ja ainete kontsentratsiooni vahe massilevi puhul.

Tuntakse kolme soojusülekande moodust: soojusjuhtivuse, konvektsiooni ja kiirguse teel. Need võivad esineda üksikult või kombineeritult (liitsoojusülekanne).

Soojusjuhtivus seisneb energiaülekandes liikuvate aineosakeste vahendusel ning võib esineda nii tahkes, vedelas kui ka gaasilises kehas. Parimad soojusjuhid on tahkised, eriti metallid, halvimad soojusjuhid on gaasid. Soojusjuhtivuse tüüpnäiteks on soojuslevi läbi erineva temperatuuriga keskkondi lahutava seina.

Soojusjuhtivuse käsitus tugineb *Fourier'* seadusele, mille kohaselt soojusvoo kehas määrab temperatuurigradient ja aine soojusjuhtivustegur. Fourier' seaduse alusel on suhteliselt lihtne lahendada mitmeid statsionaarse soojusjuhtivuse ülesandeid. Selle seaduse põhjal on tuletatav ka mittestatsionaarse soojusjuhtivuse võrrand, mille lahendamine on paljudel juhtudel siiski suhteliselt keerukas ning nõuab matemaatika head valdamist. Õpikus vaadeldakse ainult ühte sellesse klassi kuuluva ülesande lahendamist. Mittestatsionaarne soojusjuhtivus hõlmab ka soojusjuhtivuse regulaarse režiimi, mille abil saab märgatavalt lihtsustada mitmete ülesannete lahendamist. Soojusjuhtivuse regulaarne režiim on tihti aluseks aine soojusfüüsikaliste omaduste määramisel.

Konvektiivne soojusülekanne esineb nii liikuva vedeliku siseselt kui ka liikuva vedeliku ja tahke keha vahel, hõlmates vedeliku liikumisest tingitud ülekandenähtused ja soojusjuhtivuse. Vedeliku all mõistetakse üldistatult nii tilkvedelikku kui ka gaasi. Mida kiirem on antud tingimustele vastava vedeliku liikumine, seda intensiivsem on ka konvektiivne soojusülekanne. Kui vedelik on liikumatu, on tegemist ainuüksi vedeliku soojusjuhtivusega, ent täielikku liikumatust on siin raske saavutada.

Vedeliku liikumise tahke keha suhtes võib esile kutsuda kas välisjõud või vabakonvektsioon. Esimesel juhul antakse vedelikule sundliikumine näiteks pumba, ventilaatori või mõne muu seadme abi. Liikumise vabakonvektsiooni põhjustab temperatuurivälja ebaühtlusest tingitud tiheduse erinevus vedelikus gravitatsiooniväljas. Esineb ka olukordi, kus vedeliku liikumist mõjutavad üheaegselt nii sund- kui ka vabakonvektsioon.

Liikuva vedeliku kokkupuutel tahke pinnaga moodustub sellel laminaarne piirkiht, mille soojusjuhtivusel on määrav tähtsus konvektiivsele soojusülekandele. Piirkihi soojusjuhtivus sõltub nii vedeliku soojusjuhtivusest kui ka selle kihi enda paksusest. Väljaspool piirkihti on oluline vedelikusisene massi- ja energiaülekanne. Kuna konvektiivne soojusülekanne on tugevasti seotud vedeliku voolamisnähtustega, siis on konvektiivset soojusülekannet käsitlevas peatükis suurt tähelepanu osutatud vedeliku liikumise seaduspärasustele.

Konvektiivse soojusülekande arvutamisel on kesksel kohal *Newtoni-Richmanni* valem, mille kohaselt konvektsiooniga ülekantav soojushulk on võrdeline vedeliku ja pinna temperatuurivahega ning konvektsiooni soojusülekandeteguriga. Soojusülekandetegur ei ole otseselt vedeliku omadus, sõltudes konvektiivset soojusülekannet mõjutavatest teguritest, milleks on soojusvahetuspinna kuju ja asend ruumis, vedeliku liikumise režiim ja kiirus, vedeliku füüsikalised omadused jt. Seetõttu võib konvektsiooni soojusülekandeteguri väärtus olla vägagi erinev.

Konvektiivse soojusülekande uurimisel on tähtsaim ülesanne konvektsiooni soojusülekandeteguri õige valimine või arvutamine. Viimasel juhul on suur abi füüsikanähtuste sarnasusteooriast, mis annab võimaluse nähtuse mudelil hangi-

tud katsetulemusi sarnasusarvude kaudu üldistada ja soojusülekandeteguri leidmiseks kasutada. Sarnasusteooriast lähtudes tuletatakse konvektiivse soojusülekande peatükis vajalikud sarnasusarvud.

Konvektiivse soojusülekandega sarnaseid jooni on ka soojusülekandel aine faasisiirde olukorras, näiteks vedeliku keemisel ja auru kondenseerumisel.

Keemist esineb paljudes tehnikaseadmetes – aurugeneraatoris, külmutusseadmes jm. Aurustumisel kandub soojus läbi küttepinna aurustuvale vedelikule aurustumissoojusega võrdsel hulgal.

Vedeliku keemisel kanduvad aine mass ja energia soojusülekandel edasi mitte ainult ühefaasilises süsteemis, vaid ka aurumullide kaudu. Seetõttu on soojusülekanne keemisel üldiselt märksa intensiivsem kui konvektsioonil ühefaasilises vedelikus.

Auru kondenseerumise näiteks tehnikaseadmetes on auru veeldumine aurujõuseadme kondensaatoris, külmutusseadme soojusvahetis jm.

Kondenseerumisel kandub soojus läbi soojusvahetuspinna kondenseeruvalt aurult kondensaatorit jahutavale keskkonnale. See soojus on arvuliselt ligilähedane auru kondenseerumissoojusele, mis on aga absoluutväärtuselt võrdne aurustumissoojusega. Soojusülekande intensiivsus auru kondenseerumisel on üldiselt kõrgem, kui see oleks ühefaasilise vedeliku voolamisel.

Kiirgussoojusülekanne tugineb tõdemusele, et kõik kehad kiirgavad elektromagnetilisi laineid, kui keha temperatuur ületab absoluutse temperatuuri nullväärtuse. Nii nagu kehad kiirgavad elektromagnetilisi laineid, neelavad nad neile langevat kiirgust. Erinevalt soojusjuhtivusest ja konvektsioonist võib kiirgussoojusülekanne toimuda ka kehadevahelise kontakti puudumisel, selle tüüpnäiteks on Päikeselt Maale langev kiirgus.

Keha kiirgusvõime sõltub tugevasti temperatuurist. Keha kiiratav energia hulk, kooskõlas *Stefani-Boltzmanni* seadusega, on võrdeline keha absoluutse temperatuuri neljanda astmega.

Soojuse kiirgusülekande probleemide lahendamine tugineb mustkeha (mustkiirguri) mudelile, mille kiirgusintensiivsust antud temperatuuril ei saa ületada ükski keha. Samuti neelab mustkeha kogu temale langeva kiirguse, peegeldamata seda tagasi ruumi. Tegelike kehade kiirgusintensiivsus ja kiirguse neelamise võime on mustkeha kiirgus- ja neelamisvõimest väiksem – kui palju, seda näitab vastavalt keha kiirgus- ja neeldetegur. Nii kiirgus- kui ka neeldetegur sõltuvad materjali omadustest ja kiirgust vastuvõtva pinna seisundist.

Kehadevahelise kiirgussoojusülekande seisukohalt on oluline mitte ainult keha enda kiiratav energia, vaid kehalt lähtuv kogu kiirgusenergia, nn efektiivkiirgus, mis koosneb keha omakiirgusest ja väljastpoolt kehale langenud kiirguse tagasipeegeldunud osast. Kehasisese energiasisalduse kasvu või kahanemise põhjustab aga efektiivkiirguse ja kehale langenud kiirgusvoo vahe.

Et kiirgus levib ruumis sirgjooneliselt, siis saavad kiirgussoojusülekandes osaleda ainult need pinnad, mis on vastastikku nähtavad, see aga tähendab, et oluline on soojusvahetuspindade asend ja paiknemine ruumis. Nähtavuse tingimus toob kiirgussoojusülekande probleemide lahendamisse nurkteguri mõiste. Nurktegur väljendab kehalt lähtuva efektiivkiirguse osa, mis satub otse uurimisobjektiks olevale pinnale. Nurktegur on täielikult kehade omavahelise asendi, kuju ja mõõtmetega määratud geomeetriline suurus.

Soojustehnikas puutume sageli kokku probleemidega, kus kiirgussoojusülekandes osalevate kehade vahel on gaasikiht, mille teatud osised neelavad kiirgust ja kiirgavad ka ise. Sellistest gaasidest on tavalisemad süsihappegaas ja veeaur, mida sisaldavad nii põlemisgaas kui ka atmosfääriõhk. Süsihappegaasi ja veeauru kiirgusspekter on selektiivne, nad toimivad intensiivsete kiirgusallikatena lainepikkuste teatud vahemikus. Gaasi kiirguse intensiivsus sõltub lisaks temperatuurile kiirgavate gaasikomponentide osarõhust ja kiire teekonna pikkusest soojusvahetuspindade vahel. Seda olukorda kirjeldab *Bougueri* seadus.

Vaadeldud soojusülekandevormid võivad esineda ka üheskoos samaaegselt, siis on tegemist liitsoojusülekandega.

Omaette peatükk käesoleva õpiku soojusülekande osas on pühendatud soojuslevile soojusvahetites. Soojusvaheti on seade energia siirmiseks soojuse kujul ühest keskkonnast teise. Uuritakse peamiselt soojuslevi protsesse rekuperatiivsetes soojusvahetites, vähemal määral ka regeneratiivsetes. Käsitlemist leiab ka soojussiire soojustoru kaudu.

Rekuperatiivsoojusvahetis toimub eri temperatuuriga vedelike vaheline soojusülekanne läbi seina. Põhiülesanne on soojusvaheti soojusbilansi koostamine ja ühest keskkonnast teise kanduva soojushulga määramine. Ühest keskkonnast teise suunduva soojusvoo määrab keskkondade temperatuurivahe ning soojusvaheti soojusläbikandeteguri keskväärtus, mis hõlmab kogu soojusvahetuspinna. Kuna keskkondade temperatuur soojusvahetis on ebaühtlane, siis on keskmise temperatuurivahe määramiseks tuletatud soojusläbikandeteooriast lähtuvad arvutusvalemid. Teada peab olema soojusvahetisse siseneva ja sealt väljuva keskkonna temperatuur ning keskkondade liikumisskeem.

Soojusvahetite kujundamisel ja projekteerimisel on sageli ülesandeks intensiivistada soojusülekannet soojusvahetuspinna ja voolava keskkonna vahel. Probleem on eriti oluline siis, kui soojusülekandetegur soojusvaheti eri pooltel erineb tunduvalt. Soojusülekande osas tutvustatakse mitut konvektiivse soojussiirde intensiivistamise meetodit.

**Kolmeteistkümnes peatükk**

# SOOJUSJUHTIVUS

## 13.1 Temperatuuriväli ja temperatuurigradient

Soojusülekanne avaldub energia siirdumises kõrgema temperatuuriga piirkonnast madalama temperatuuriga piirkonda. Termodünaamiliselt on soojusülekanne võimalik ainult siis, kui süsteemis puudub termiline tasakaal.

Soojusjuhtivuse puhul kandub energia suurema energiaga osakestelt madalama energiaga osakestele nende kokkupuute teel. Soojust juhivad nii tahked, vedelad kui ka gaasilised kehad. Vedelikus ja gaasis põhjustab soojusjuhtivuse molekulide omavaheline kokkupõrge ja difusiooninähtus. Tahkise soojusjuhtivus on seotud molekulide vibratsiooniga kristallvõres ja vabade elektronide liikumisega. Viimane ilmneb eriti metallide soojusjuhtivuses.

Keha punktide temperatuurid üheskoos loovad kehas temperatuurivälja, mis üldiselt on funktsioon ruumikoordinaatidest $x$, $y$, $z$ ja ajast $\tau$. Kui temperatuuriväli ajas ei muutu, siis on ta statsionaarne, kui aga muutub, on ta mittestatsionaarne. Üldjuhul kirjeldab temperatuurivälja võrrand

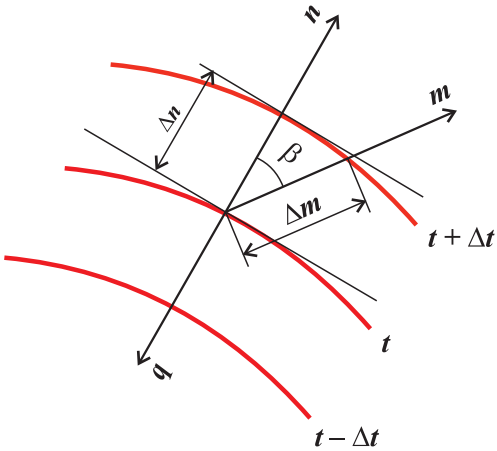
$$t = \mathrm{t}(x, y, z, \tau). \tag{13-1}$$

Keha temperatuuriväli võib olla ühe-, kahe- või kolmemõõtmeline, vastavalt sellele, mitme koordinaadi suhtes temperatuur kehas muutub. Lihtsaim on ühemõõtmeline statsionaarne temperatuuriväli, siis $t = \mathrm{t}(x)$.

Geomeetriline pind, mille punktidel on ühine temperatuur, on isotermpind. Kuna ühes ja samas punktis ei saa olla üheaegselt kahte erinevat temperatuuri, siis on isotermpindade lõikumine välistatud: nad moodustavad kas kinnise kontuuri või katkevad keha välispinnal.

Isotermpinna ja mingi tasandi lõikejoon on isotermjoon. Joonisel 13.1 on kujutatud isotermjooned, mis on üksteisest temperatuurivahe $\Delta t$ kaugusel. Isotermjoonte omavahelise paigutuse järgi on võimalik hinnata temperatuurimuutust eri suundades. Mida lähemal üksteisele isotermjooned asetsevad, seda intensiivsem on temperatuurimuutus vastavas suunas.

Temperatuur saab muutuda mis tahes suunas, mis ei ole isotermpinnaga paralleelne, seega mitte isotermpinnal enesel, küll aga igal tasandil, mis seda lõikab.




**Joonis 13.1. Temperatuurivälja isotermjooned**

Intensiivseimalt muutub temperatuur isotermpinna normaali suunal. Isotermpinna normaalisuunaline temperatuurimuutus on temperatuurigradient (mõõtühik K/m):

$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n} = \operatorname{grad} t . \tag{13-2}$$

Osatuletis esineb avaldises seetõttu, et temperatuuriväli võib sõltuda ka ajast. Temperatuurigradient näitab seega temperatuurimuutust isotermpinna normaali suunas.

Temperatuurigradient on vektorsuurus, olles suunatud jahedamalt pinnalt kuumema pinna poole. Temperatuurivälja temperatuurigradientide kogum moodustab temperatuurigradiendivälja, mis on risti isotermpinnaga. Temperatuurigradiendi määrab üksnes temperatuuriväli.

Temperatuurimuutuse intensiivsus normaalist erinevas suunas *m* (joonis 13.1)

$$\frac{\partial t}{\partial m} = \cos\beta \frac{\partial t}{\partial n}.$$

Viimasest valemist nähtub, et temperatuurigradient mingil koordinaatteljel on määratud isotermjoone normaali suunalise temperatuurigradiendi projektsiooniga koordinaatteljele.

## 13.2 Fourier' seadus. Soojusjuhtivustegur

Soojusvoo tekke-eeldus on erinev temperatuur süsteemi (keha) eri punktides, soojuslevi kehas juhtivuse teel vajab temperatuurigradienti. Fourier' seaduse kohaselt on pinnaelementi d$F$ aja d$\tau$ jooksul läbiv soojushulk võrdeline temperatuurigradiendiga:

$$\mathrm{d}Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \mathrm{d}F \mathrm{d}\tau . \tag{13-3}$$



**Jean Baptiste Joseph Fourier** (21.03.1768 Auxerre, Burgundia – 16.05.1830 Pariis), prantsuse matemaatik, füüsikateoreetik, Prantsuse TA liige (1817). 1780 astus Auxerre'i sõjakooli. Huvitunud humanitaarainetest ja religioonist, astus 1787 kloostrikooli, et õppida preestriks, ent loobus peagi matemaatika kasuks. Fourier osales aastaid aktiivselt poliitilises elus. Korduvalt viibis poliitilistel põhjustel vanglas, kust vabanes õpilaste ja sõprade (Lagrange, Laplace jt) kaasabil.

Korrapärasele teadustööle Pariisi École Polytechnique'i naasis ta 1815. Fourier' teadustöö hõlmab matemaatikat mitmekülgselt – matemaatilist analüüsi, ridade teooriat, funktsioonide teooriat.

Füüsikas tuletas ***Fourier' soojusjuhtivuse võrrandi***, esitas ka selle lahendamise meetodi. Tema nime kannab soojusjuhtivuses sarnasusarv (***Fourier' arv*** **Fo**), mis iseloomustab temperatuurivälja ajalist muutust. Fourier'le omistatakse esmakordsed vihjed süsinikdioksiidist tingitud kasvuhooneefektile atmosfääris.

Võrrandi (13-3) parem pool on miinusmärgiga, sest temperatuurigradient on positiivne temperatuuri tõusu poole, ent soojusvoo suund on sellele vastupidine.

Soojusvoog $q$ on pinnaühikut ajaühikus läbiv soojushulk (mõõtühik W/m$^2$). Fourier' seaduse põhjal soojusvoog

$$\mathrm{d}q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \nabla t\,. \tag{13-4}$$

Võrdetegur $\lambda$ valemis on aine soojusjuhtivustegur – pinnaühikut ajaühikus läbiv soojushulk temperatuurigradiendi ühiku kohta (mõõtühik W/(m·K)). Soojusjuhtivus on aine füüsikaline omadus, mis iseloomustab keha soojusläbilaskvust ja väljendub soojusjuhtivusteguri kaudu. Viimane sõltub aine agregaatolekust, temperatuurist, poorsusest ja veel mõnest ainele iseloomulikust füüsikalisest suurusest. Mida suurem on aine soojusjuhtivustegur, seda paremini juhib ta soojust. Madala soojusjuhtivusteguriga aine on halb soojusjuht ja hea soojusisoleermaterjal. Ainete soojusjuhtivustegurid võivad üksteisest suurelt erineda (vt tabel 13.1), põhjalikumaid andmeid võib leida käsiraamatutest.

Teoreetiliselt on aine soojusjuhtivustegurit väga raske arvutada, kuigi seda on püütud teha, usaldusväärsemad on siiski katsete teel saadud andmed. Gaasidel on väikseim soojusjuhtivustegur, neile järgnevad mitmed soojusisoleermaterjalid ja puit. Seejärel tulevad vedelikud, mittemetalsed oksiidid, mitmed terased ja puhtad metallid. Parimad soojusjuhid on teemant ja ränikarbiid. Aine soojusjuhtivustegurit mõjutab oluliselt ka temperatuur. Paljude ainete soojusjuhtivusteguri temperatuurisõltuvus on lähedane lineaarsele.

Nagu mainitud, on gaasid halvima soojusjuhtivusega, seejuures erinevad üksikute gaaside soojusjuhtivustegurid üksteisest tunduvalt (tabel 13.1). Gaasi soojusjuhtivus on suure täpsusega võrdeline ruutjuurega absoluutse temperatuuri ja moolmassi suhtest. Selle põhjal on näiteks heelium soojusjuhtivuselt kordi parem kui õhk. Seepärast kasutatakse heeliumi sageli tehnikaseadmete jahutussüsteemides. Gaasi soojusjuhtivustegur suureneb temperatuuri tõustes.

**Tabel 13.1. Soojus- ja temperatuurijuhtivustegureid toatemperatuuril**

| Aine | $\lambda$ W/(m·K) | $10^5 a$ $m^2/s$ |
|---|---|---|
| **Gaasid** | | |
| Ammoniaak | 0,025 | 1,55 |
| Argoon | 0,018 | 2,09 |
| Hapnik | 0,027 | 2,23 |
| Heelium | 0,150 | 9,10 |
| Lämmastik | 0,026 | 2,92 |
| Süsinikmonooksiid | 0,025 | 2,11 |
| Süsinikdioksiid | 0,017 | 1,09 |
| Veeaur | 0,018 | 35,1 |
| Vesinik | 0,182 | 15,50 |
| Õhk | 0,026 | 2,21 |
| **Vedelikud** | | |
| Glütseriin | 0,29 | 0,010 |
| Elavhõbe | 8,90 | 0,470 |
| Etüülpiiritus | 0,17 | 0,010 |
| Mootoriõli | 0,15 | 0,009 |
| Vesi | 0,61 | 0,015 |
| **Metallid** | | |
| Alumiinium | 237 | 9,71 |
| Kroom | 93,7 | 2,91 |
| Kuld | 317 | 12,7 |
| Nikkel | 90,7 | 2,30 |
| Tsink | 116 | 4,18 |
| Raud | 80,2 | 2,31 |
| Vask | 401 | 11,7 |
| **Terased** | | |
| Austeniitteras | 14 | 0,40 |
| Perliitteras | 42 | 1,22 |
| Süsinikteras | 62 | 1,80 |
| **Erinevad materjalid** | | |
| Alumiiniumoksiid | 46 | 1,51 |
| Betoon | 1,0 | – |
| Kipsplaat | 0,22 | – |
| Klaas | 0,04 | – |
| Kuiv liiv | 0,27 | – |
| Lubikrohv | 0,70 | – |
| Mineraalvill | 0,05 | – |
| Puit (mänd, kuusk) | 0,12 | – |
| Puit (tamm, vaher) | 0,16 | – |
| Punane tellis | 0,70 | – |
| Puuvill | 1,30 | – |
| Savi | 0,50 | – |
| Silikaattellis | 0,80 | – |
| Süsinik | 1,60 | – |

Soojusjuhtivuse poolest asetsevad vedelikud gaaside ja tahkiste vahepeal. Erinevalt gaasidest halveneb vedelike soojusjuhtivus temperatuuri tõustes, alaneb aga moolmassi suurenedes nagu gaasidelgi. Vedelike hulgas on erandiks vesi, mille soojusjuhtivusteguri temperatuurisõltuvuse funktsioonil on maksimumväärtuse koht. Vedelmetallid on suure soojusjuhtivusteguriga ained.

Paljude tahkiste (eriti just ehitus- ja isoleermaterjalide) soojusjuhtivust mõjutab poorsus. Oluline seejuures ei ole mitte ainult aine karkassimaterjali soojusjuhtivus, vaid ka poore täitva gaasi soojusfüüsikalised omadused ning konvektiivne ja kiirguslik soojusülekanne poorides. Nii on materjali poorsus soojusjuhtivust määrav parameeter, mille suurenedes keha soojusjuhtivus halveneb.

Materjali soojusjuhtivus oleneb ka niiskusest (oluline eriti ehitusmaterjalide juures), nimelt suurendab materjali niiskumine soojusjuhtivust.

Poorsuse mõju tahke keha soojusjuhtivusele on käsitlenud H. Käär ja T. Tiikma.

Head soojusjuhid on puhasmetallid, parimad on hõbe ja vask. Metallide soojusjuhtivus langeb temperatuuri tõusuga.

Metallisulamite soojusjuhtivus on sageli halvem kui neid moodustavatel puhasmetallidel. Näiteks on toatemperatuuril nikli soojusjuhtivustegur $\lambda$ 90 ja vasel 400 W/(m·K), kuid nende sulamil konstantaanil (Cu = 55%, Ni = 45 %, termopaaride elektroodimaterjale) 23 W/(m·K).



**Harri Käär** (1.07.1944 Kärdla – 20.04.1997 Tallinn), soojusfüüsik, Eesti TA akadeemik (1994), TTÜ professor. 1962 astus TPIsse soojusenergeetika erialale, 1965 jätkas õpinguid Moskva Energeetikainstituudis (MEI), mille lõpetas 1968 soojusvahetusaparaatide eriala diplomiga. Hiljem täiendas end Belgradi (1978–1979) ja Toronto (1992–1993) ülikoolis. Töötas 1972–1997 TTÜs soojustehnika õppejõuna, professor aastast 1992. Aastail 1994–1997 ka Eesti Energeetika Instituudi direktor.

Teadustööd alustas MEIs struktuursete materjalide soojusfüüsikaliste omaduste uurimisega, sealsamas kaitses ka kandidaadiväitekirja (1972) metallkeraamiliste materjalide soojusfüüsikaliste omaduste teemal. Tehnikadoktori teaduskraadi sai 1991, olles kaitsnud Leedu TA juures väitekirja, mis käsitles konvektiivsete soojusvahetuspindade saastumise ja puhastamise mõju katla tööle.

H. Kääri teadustegevuse põhitulemused on seotud tahkete materjalide soojusjuhtivuse ja termilise takistusega ning konvektiivse soojusülekandega vedeliku kriitilises olekus.

## 13.3 Soojusjuhtivuse võrrand

Soojusjuhtivuse võrrandi tuletamine lähtub energia jäävuse seadusest ja Fourier' soojusjuhtivuse võrrandist. Tuletame soojusjuhtivusvõrrandi isotroopsele tahkele kehale, eeldades seejuures kehasisese soojusallika puudumist ja aine soojusfüüsikaliste omaduste muutumatust.

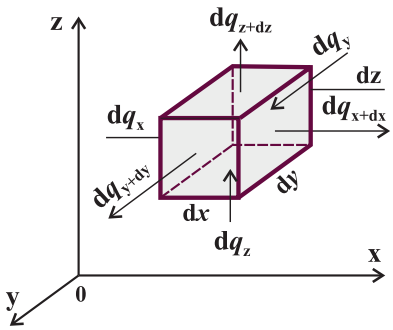
Olgu tuletuse aluseks skeem joonisel 13.2, millel on kehast väljalõigatud elementaarne risttahukas küljepikkustega d$x$, d$y$, d$z$. Sisenegu läbi külje d$y$d$z$ risttahukasse $x$-telje suunas ajaühikus soojushulk $q_x$d$y$d$z$ ja väljugu sellest sama aja jooksul läbi vastaskülje soojushulk $q_{x+dx}$d$y$d$z$. Risttahukasse sisenenud ja sealt väljunud soojushulga vahe tingib risttahukas energiasisalduse muutuse vastavalt energia jäävuse seadusele:

$$q_x \mathrm{d}y\mathrm{d}z - q_{x+dx}\mathrm{d}y\mathrm{d}z = c\rho\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \qquad (13\text{-}5)$$

ehk

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} = c\rho\frac{\partial t}{\partial \tau},$$

kus $c$ – keha erisoojus, $\rho$ – keha tihedus.




**Joonis 13.2. Soojusjuhtivuse võrrandi tuletamist selgitav skeem**

Vastavalt Fourier' seadusele (valem (13-4))

$$q_{\mathrm{x}} = -\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}$$

ehk

$$\frac{\partial q_{\mathrm{x}}}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Pärast võrrandite võrdsustamist

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \tag{13-6}$$

Suurus $a$ võrrandis on keha temperatuurijuhtivustegur (mõõtühik $\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$):

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}.$$

Temperatuurijuhtivus on keha füüsikaline omadus.

Temperatuurijuhtivustegur iseloomustab keha soojuslikku inertsi, mis avaldub temperatuurimuutuse kiiruses (vt tabel 13.1), ning sõltub nii nagu soojusjuhtivustegurgi aine koostisest, füüsikalistest omadustest ja temperatuurist.

Toimides samamoodi ka $y$- ja $z$-telje suunalise soojusvooga, võib kolmemõõtmelise süsteemi jaoks esitada võrrandi

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 t\,, \tag{13-7}$$

kus

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}.$$

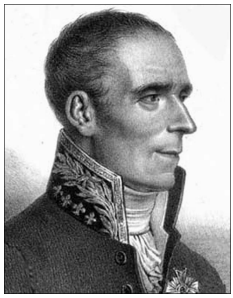
$\nabla^2$ on siin Laplace'i operaator; nabla $\nabla$ on Hamiltoni operaator.

Avaldist (13-7) tuntakse kui soojusjuhtivuse võrrandit. Siit nähtub otseselt, et keha temperatuur ajas muutub võrdeliselt temperatuurijuhtivusteguriga.

Ristkoordinaadistikus esitatud soojusjuhtivuse võrrandi teisendus silinderkoordinaadistikku:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right), \tag{13-8}$$

kus $r$ – polaarraadius, $\varphi$ – polaarnurk, $z$ – silindri telg.



**Pierre Simon de Laplace** (23.03.1749 Beaumont-en-Auge, Normandia – 5.03.1827 Pariis), prantsuse astronoom, matemaatik, füüsik, haridus- ja riigitegelane. Teaduste Akadeemia (1773), Londoni Kuningliku Seltsi (1789), Prantsuse Akadeemia (1816) liige, Peterburi TA välisliige (1802). Õppis Caen'i ülikoolis. A-st 1771 oli professor Pariisis, ka Mõõtude ja Kaalude Palati esimees. Lühiajaliselt Prantsuse siseminister, seejärel senaator ja senati asepresident.

Viieköitelises teoses „Taevamehaanika" (1799–1825) võttis Laplace kokku ja arendas edasi oma eelkäijate töö astronoomias, alates Isaac Newtonist. Ta tõestas, et Newtoni gravitatsiooniteooria on rakendatav kogu Päikesesüsteemi kohta, luues seega universaalse gravitatsiooniteooria, mille põhjal selgitas planeetide vastastikust mõju ja nende orbiite.

Sõnastas Päikesesüsteemi tekkimise nebulaarhüpoteesi (1796). Esimeste hulgas teaduses postuleeris nn mustad augud universumis ja gravitatsiooni kollapsi.

Matemaatikas esitas Laplace muuhulgas osatuletistega lineaarsete diferentsiaalvõrrandite lahendamise meetodi, võttis kasutusele diferentsiaaloperaatori jne. Oluliselt arendas ta edasi ka tõenäosusteooriat ja statistikat. Tuntud on Laplace'i nime kandev diferentsiaalvõrrand, operaator ja matemaatiline teisendus. Füüsikas täiendas ta kapillaarsusteooriat ja esitas helikiiruse arvutusvalemi õhus, soojusfüüsikas uuris ainete erisoojusi (koostöö A. Lavoisier'ga).

Filosoofilistelt vaadetelt oli Laplace mehhanistliku materialismi seisukohal.

Kui läbi elementaarse risttahuka voolab vedelik, siis tema mahus muutub temperatuur ajas nii soojusjuhtivusest kui ka risttahukasse siseneva ja sealt lahkuva vedeliku temperatuurist. Sellisel juhul soojusjuhtivuse võrrand

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_{\mathrm{x}} \frac{\partial t}{\partial x} + w_{\mathrm{y}} \frac{\partial t}{\partial y} + w_{\mathrm{z}} \frac{\partial t}{\partial z} = a\nabla^2 t\,, \tag{13-9}$$

kus $w_{\mathrm{x}}$, $w_{\mathrm{y}}$ ja $w_{\mathrm{z}}$ – koordinaatide $x$, $y$ ja $z$ suunalised kiiruse projektsioonid.

Võrrand (13-9) sisaldab kiirust, mistõttu temperatuurivälja leidmiseks peab olema teada ka voolava keskkonna kiirusväli.

Risttahukasse soojusjuhtivuse teel akumuleeritava energia kõrval võib sellele lisanduda energia mõnest risttahukasse paigutatud lisasoojusallikast, näiteks küttekehast muundamaks elektrivoolu Joule'i soojuseks, soojust eraldavast või neelavast keemilisest reaktsioonist jne. Sel juhul täieneb soojusjuhtivuse võrrand (13-7) liikmega, mis arvestab soojusallika osalust protsessis:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_{\mathrm{V}}}{c\rho}, \tag{13-10}$$

kus $q_{\mathrm{v}}$ – soojusallikalt mahuühiku kohta ajaühikus eralduv soojushulk (võib olla märgilt nii positiivne kui ka negatiivne).

Esitatud soojusjuhtivusvõrrandid kirjeldavad temperatuurivälja kehas. Nende lahendamine võimaldab määrata temperatuuri antud hetkel suvalises punktis. Samuti, teades temperatuurivälja ja selle käitumist ajas, on võimalik määrata soojusvoog keha suvalises punktis mingil ajahetkel.

Statsionaarse soojusjuhtivuse korral omandavad võrrandid (13-7), (13-9) ja (13-10) kuju

$$\nabla^2 t = 0, \tag{13-11}$$

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a\nabla^2 t, \tag{13-12}$$

$$\nabla^2 t + \frac{q_V}{\lambda} = 0. \tag{13-13}$$

## 13.4 Ühesustingimused

Soojusjuhtivuse võrrand kirjeldab soojusjuhtivust kõige üldisemal kujul ning tal on määramatu hulk lahendeid. Lahendi leidmine soojusjuhtivuse konkreetsele juhtumile vajab lisatingimuste rakendamist. Tingimused, mis on vajalikud käsitletava ülesande ühese lahendi leidmiseks, on tuntud kui ühesustingimused.

Niisiis on soojusjuhtivuse võrrandi ühese lahendi leidmiseks vaja ülesandele sobivaid matemaatilisel kujul väljendatud ühesustingimusi, millest siinkohal tõstame esile alljärgnevaid.

*Geomeetrilised tingimused* määravad kindlaks soojusjuhtivuses osaleva keha kuju ja mõõtmed.

*Füüsikalised tingimused* iseloomustavad keha ja ümbruskeskkonna füüsikalisi omadusi. Siia kuuluvad soojusjuhtivustegur, erisoojus, tihedus jt, ka sisemise soojusallika (kui see on olemas) võimsus ja asukoht.

*Algustingimused* – neid on vaja teada mittestatsionaarsete protsesside korral iseloomustamaks temperatuurijaotust kehas soojuslevi protsessi algushetkel. Algustingimus kirjeldab keha temperatuurivälja:

$$t = \mathrm{t}(x, y, z) \text{ hetkel } \tau = 0,$$

temperatuuri ühtlase jaotuse puhul aga

$$t = t_0 = konst \text{ hetkel } \tau = 0.$$

Statsionaarse ülesande lahendamine algustingimusi ei vaja.

*Ääretingimused* iseloomustavad keha ja keskkonna koosmõju, neid on võimalik anda neljal moel.

*Esimest liiki ääretingimuse* korral lähtutakse temperatuurijaotusest keha pinnal igal hetkel:

$$t_\mathrm{s} = \mathrm{t}(x, y, z, \tau).$$

Lihtsaimal juhul, kui keha pinnal kogu protsessi vältel on püsitemperatuur,

$$t_\mathrm{s} = konst.$$

Esimest liiki ääretingimuse korral ei ole temperatuurigradient ja soojusvoog pinnal teada.

*Teist liiki ääretingimuse* puhul on teada soojusvoog ja selle kulgemine ajas pinna igas punktis:

$$q_{\mathrm{s}} = \mathrm{q}(x, y, z, \tau).$$

Lihtsaim on juhtum, kus soojusvoog on üle kogu pinna üks ja seesama.

Nimetatud juhtum on tüüpiline, kui kehale langeb püsiintensiivne soojuskiirgusvoog. Selle ääretingimuse korral on teada temperatuurigradient keha pinnal, pinna temperatuur tuleb aga leida soojusjuhtivusvõrrandi lahendina.

*Kolmandat liiki ääretingimuse* korral on teada ümbrustemperatuur ning pinna ja ümbruskeskkonna vahelise soojusvahetuse olemus. Siia kuulub ka juhtum, kui keha ja ümbruskeskkonna vaheline soojusülekanne toimub konvektiivselt ning on teada konvektsiooni soojusülekandetegur ja keskkonna temperatuur. Pinna ja ümbruskeskkonna vahel esineva soojusvoo määrab Newtoni-Richmanni seadus

$$q = \alpha(t_{\mathrm{v}} - t_{\mathrm{s}}), \tag{13-14}$$

kus $\alpha$ – konvektsiooni soojusülekandetegur, $t_{\mathrm{v}}$ – keskkonna (vedeliku) temperatuur, $t_{\mathrm{s}}$ – pinna temperatuur.

Kui aga võrdsustada valemiga (13-14) avaldatud ja Fourier' seadusega määratud soojusvoog, siis

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = \alpha(t_{\mathrm{v}} - t_{\mathrm{s}}). \tag{13-15}$$

Viimane võrrand on kolmandat liiki ääretingimuse matemaatiline avaldis.

*Neljandat liiki ääretingimuse* korral toimub keha ja ümbruskeskkonna vaheline soojusülekanne soojusjuhtivuse teel ning keha ja keskkonna kokkupuutepinnal kehtib tingimus

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n}\right)_{\mathrm{s}} = \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n}\right)_{\mathrm{s}},$$

kus $t_1$ ja $t_2$ – kokkupuutuvate kehade temperatuur kontaktpinnal; $\lambda_1$, $\lambda_2$ – kokkupuutuvate kehade soojusjuhtivustegur.

Ääretingimus eeldab ideaalset kontakti kokkupuutepindade vahel.

## 13.5 Statsionaarne soojusjuhtivus

### 13.5.1 Tasapinnaline sein

#### *13.5.1.1 Ühekihiline sein*

Arvutame statsionaarse soojusvoo läbi tasapinnalise seina, lähtudes Fourier' seadusest ja rakendades esimest liiki ääretingimust.

Olgu antud ühtlasest materjalist lõpmatult suur tasapinnaline sein ühtlase paksusega $\delta$; materjali soojusjuhtivusteguri $\lambda$ loeme siinkohal temperatuurist sõltumatuks. Sein on paigutatud teljestikku risti $x$-teljega, seega on ülesanne ühemõõtmeline $x$-telje suunas (joonis 13.3). Seina välispindade temperatuur olgu vastavalt $t_{s1}$ ja $t_{s2}$. Kuna kõik $x$-teljega risti olevad seinasisesed tasapinnad on isotermsed, siis saab soojus levida ainult $x$-telje sihis ning Fourier' seaduse kohaselt läbib seina soojusvoog

$$q = -\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}. \tag{13-16}$$

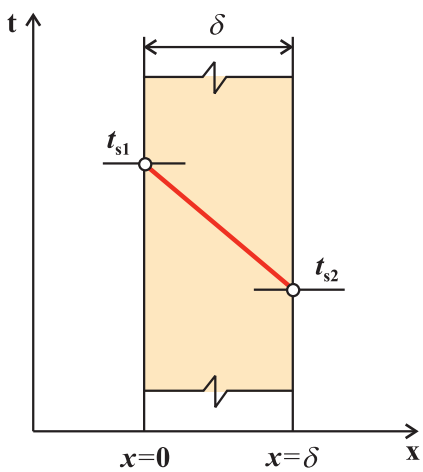
Integreerides võrrandit temperatuuri järgi, saame

$$\int_{t_{s1}}^{t_{s2}} \mathrm{d}t = -\int_{0}^{\delta} \frac{q}{\lambda} \mathrm{d}x,$$

siis

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_{s1} - t_{s2}\right). \tag{13-17}$$

Selgub, et tasapinnalist seina läbiv soojusvoog on võrdeline materjali soojusjuhtivusteguriga ja seina välispindade temperatuurivahega ning pöördvõrdeline seina paksusega.




**Joonis 13.3. Ühekihilise tasapinnalise seina soojusjuhtivus**

Soojusjuhtivusteguri ja seina paksuse suhe $\lambda/\delta$ on seina soojusjuhtivus, selle pöördväärtus $\delta/\lambda$ on seina soojustakistus (termiline takistus).

Temperatuur kaugusel $x$

$$\int_{t_{s1}}^{t_x} \mathrm{d}t = -\int_0^x \frac{q}{\lambda}\mathrm{d}x$$

ehk

$$t_x = t_{s1} - \frac{q}{\lambda}x. \tag{13-18}$$

Seega oleneb tasapinnalise seina temperatuur lineaarselt koordinaadist $x$ (eeldusel, et materjali soojusjuhtivustegur on konstantne). Kui soojusjuhtivustegur on temperatuurifunktsioon, tuleb seda arvestada Fourier' võrrandi integreerimisel, siis lakkab temperatuuri sõltuvus koordinaadist $x$ olemast lineaarne.

### *13.5.1.2 Mitmekihiline sein*

Vaatleme mitmekihilist tasapinnalist seina (joonis 13.4) kihtide paksusega $\delta_1$, $\delta_2$, ..., $\delta_n$ ja kihi materjali soojusjuhtivusteguriga $\lambda_1$, $\lambda_2$, ..., $\lambda_n$. Teada on ka temperatuurid seina välispindadel – $t_{s1}$ ja $t_{s(n+1)}$. Eeldame pindadevahelist ideaalset kontakti, kus soojus siirdub ühest kihist teise ilma termilise takistuseta. Statsionaarse soojusjuhtivuse korral läbib kõiki kihte üks ja seesama soojusvoog

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{s1} - t_{s2}) \\ &\cdots \\ q &= \frac{\lambda_i}{\delta_i}\left(t_{si} - t_{s(i+1)}\right) \\ &\cdots \\ q &= \frac{\lambda_n}{\delta_n}\left(t_{sn} - t_{s(n+1)}\right), \end{aligned}\right\} \tag{13-19}$$

millest järeldub, et

$$\left.\begin{aligned} t_{s1} - t_{s2} &= q\frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ &\cdots \\ t_{si} - t_{s(i+1)} &= q\frac{\delta_i}{\lambda_i} \\ &\cdots \\ t_{sn} - t_{s(n+1)} &= q\frac{\delta_n}{\lambda_n}. \end{aligned}\right\} \tag{13-20}$$

Liidame võrrandi (13-20) parema ja vasaku poole:

$$t_{s1} - t_{s(n+1)} = q\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

ehk

$$q = \frac{t_{s1} - t_{s(n+1)}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \qquad (13\text{-}21)$$

Võrrandi nimetajas on seina kihtide termilise takistuse summa.

Temperatuur kahe suvalise kihi kokkupuutel

$$t_{s(i+1)} = t_{s1} - q\sum_{i=1}^{i} \frac{\delta_i}{\lambda_i}. \qquad (13\text{-}22)$$

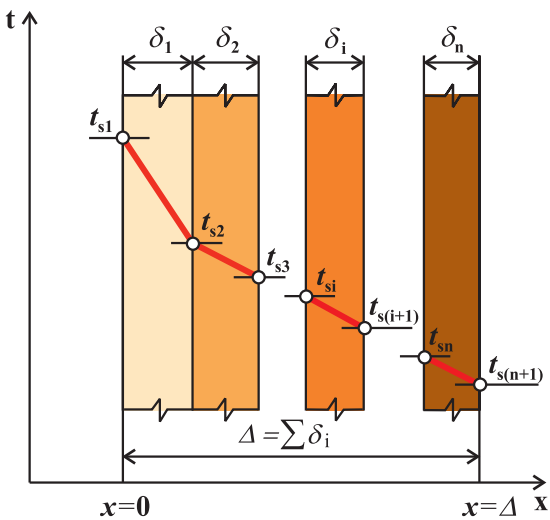
Temperatuur igas kihis muutub lineaarselt (kui nende materjalide soojusjuhtivustegur on temperatuurist sõltumatu), nagu nähtub ka jooniselt 13.4. Temperatuurigradiendi kihis määrab selle materjali soojusjuhtivustegur: mida väiksem see on, seda suurem on gradient ja ka temperatuurijoone kalle.

Mitmekihilise seina soojusjuhtivuse arvutustes on sageli mõttekas kasutada ekvivalentse soojusjuhtivusteguri $\lambda_e$ ja ekvivalentse termilise takistuse $\Delta/\lambda_e$ mõisteid. Ekvivalentne soojusjuhtivustegur tuleneb võrdusest

$$q = \frac{t_{s1} - t_{s(n+1)}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{\lambda_e}{\Delta}(t_{s1} - t_{s(n+1)}),$$

millest

$$\lambda_e = \frac{\Delta}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \qquad (13\text{-}23)$$




**Joonis 13.4. Soojusjuhtivus mitmekihilises tasapinnalises seinas**

Samuti seina ekvivalentne termiline takistus

$$\frac{\Delta}{\lambda_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

kus $\Delta$ – kihtide kogupaksus.

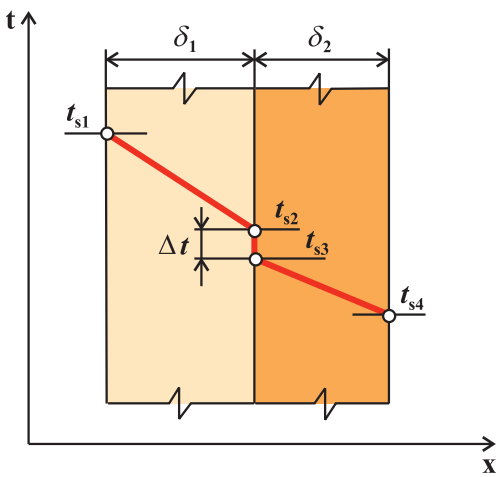
### *13.5.1.3 Pindadevahelise kontakti termiline takistus*

Mitmekihilise seina soojusjuhtivuse käsitlemisel eeldasime pindadevahelist ideaalset kontakti ja sellest johtuvalt kihtide temperatuuri võrdsust kokkupuutepinnal (joonis 13.4). See olukord oleks võimalik ainult absoluutselt siledate pindade korral. Tegelikkuses ideaalset kontakti kihtide vahel ei ole, eelkõige pinnakareduse tõttu. On nn punktpuude, punktidevahelist ruumi täidab aga gaas või vedelik ümbruskeskkonnast, mis olulisel määral osaleb kontaktpinna soojustakistuses. Pindadevaheline soojustakistus põhjustab temperatuuri järsu languse kontaktpinnal $\Delta t = t_{s2} - t_{s3}$ võrra (näidatud ka joonisel 13.5).

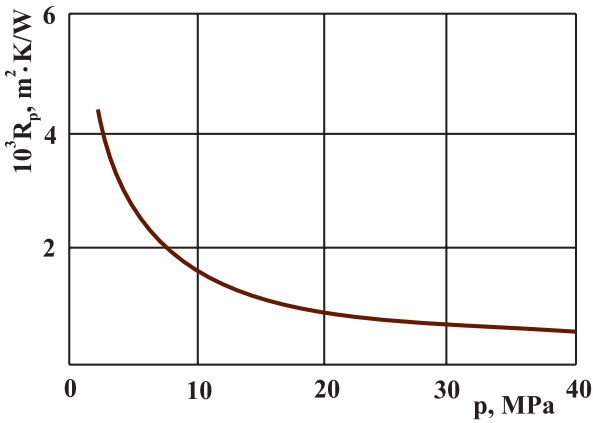
Pindadevaheline termiline takistus sõltub pinna materjalist ja karedusest, survepingest pindade vahel ja kihiõnarusi täitva gaasi (vedeliku) soojusjuhtivusest.

Joonisel 13.6 on kujutatud termilise takistuse $R_P$ olenevus kontaktrõhust kahe samatüübilise terase puutepinnal. Ilmneb, et kehale mõjuva rõhu suurenedes väheneb takistus pidevalt, sest kontakt pindade vahel paraneb ja ühtlasi väheneb nendevahelise gaasikihi termiline takistus. Kihtidevaheline kontaktpind sõltub oluliselt materjali plastilistest omadustest.

Pindadevahelist soojustakistust on võimalik vähendada, kui pindade kokkupressimisel kasutada soojust hästi juhtivat vedelikku.




**Joonis 13.5. Pindadevaheline temperatuurihüpe**




**Joonis 13.6. Terasplaatidevahelise termilise takistuse olenevus plaadile mõjuvast rõhust**

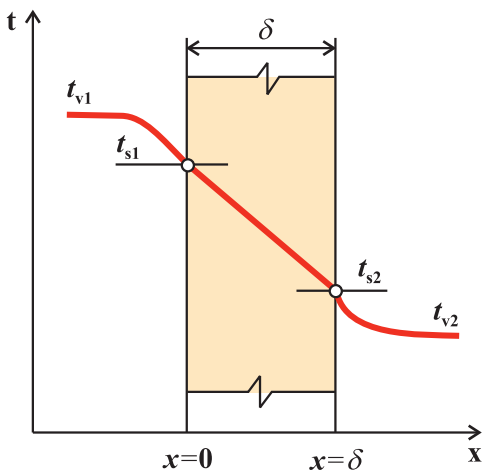
### *13.5.1.4 Soojusläbikanne*

Soojusläbikanne on soojuse siirdumine läbi ühe- või mitmekihilise seina ühest keskkonnast teise, hõlmates soojuse ülemineku kuumemalt keskkonnalt seina pinnale, seina läbimise soojusjuhtivuse teel ning soojuse üleande seina pinnalt jahedamale keskkonnale. Kui soojus siirdub pinnalt keskkonda (või ka vastupidi) konvektiivselt, siis kehtib kolmandat liiki ääretingimus.

Olgu antud tasaparalleelne sein paksusega $\delta$ ja seinamaterjali soojusjuhtivustegurga $\lambda$ (joonis 13.7). Keskkondade temperatuurid $t_{v1}$ ja $t_{v2}$ ning konvektsiooni soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$ pindadel on eelduse kohaselt püsisuurused ja ühtlased üle kogu pinna. Soojusläbikannet võib käesoleval juhul käsitada ühemõõtmelisena $x$-telje suunas.

Soojusvoog kuumemast keskkonnast pinnale vastavalt Newtoni-Richmanni valemile (p 14.1)

$$q = \alpha_1 \left( t_{v1} - t_{s1} \right). \tag{13-24}$$




**Joonis 13.7. Soojusläbikanne tasapinnalisest seinast**

Sama soojusvoog läbib ka seina soojusjuhtivuse teel:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_{s1} - t_{s2}\right). \tag{13-25}$$

Samuti suundub sama soojusvoog vastaspinnalt jahedamasse keskkonda:

$$q = \alpha_2\left(t_{s2} - t_{v2}\right). \tag{13-26}$$

Võrranditest (13-24) – (13-26) tuleneb, et

$$\left.\begin{aligned} t_{v1} - t_{s1} &= q\frac{1}{\alpha_1} \\ t_{s1} - t_{s2} &= q\frac{\delta}{\lambda} \\ t_{s2} - t_{v2} &= q\frac{1}{\alpha_2}. \end{aligned}\right\} \tag{13-27}$$

Liites võrrandite (13-27) pooled omavahel, saame

$$t_{v1} - t_{v2} = q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right),$$

millest

$$q = \frac{t_{v1} - t_{v2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \tag{13-28}$$

Tähistame

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \tag{13-29}$$

Suurus $k$ on soojusläbikandetegur W/(m$^2$·K).

Valemite (13-28) ja (13-29) alusel on läbi tasaparalleelse seina ühest keskkonnast teise siirduv soojusvoog

$$q = k\left(t_{v1} - t_{v2}\right). \tag{13-30}$$

Soojusläbikandeteguri pöördväärtus on läbikande soojustakistus ehk termiline takistus:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \tag{13-31}$$

Soojuse läbikandetakistus on praegusel juhul summa kolmest osatakistusest: $R_1 = 1/\alpha_1$ soojuse kandumisel kuumemast keskkonnast pinnale, $R_s = \delta/\lambda$ – seina soojustakistus, $R_2 = 1/\alpha_2$ soojuse kandumisel seinalt külmemasse keskkonda.

Mitmekihilise seina soojusläbikandetegur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \tag{13-32}$$

Seina läbib soojusvoog

$$q = \frac{t_{v1} - t_{v2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = k(t_{v1} - t_{v2}). \tag{13-33}$$

Pindade temperatuur ühekihilise seina korral

$$\left.\begin{aligned} t_{s1} &= t_{v1} - q\frac{1}{\alpha_1} \\ t_{s2} &= t_{v1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \tag{13-34}$$

Temperatuur kahe suvalise kihi kontaktpinnal mitmekihilises tasaparalleelses seinas

$$t_{s(i+1)} = t_{v1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i} \frac{\delta_i}{\lambda_i}\right). \tag{13-35}$$

## 13.5.2 Silindriline sein

### *13.5.2.1 Ühekihiline sein*

Olgu antud lõpmatult pikk ühtlasest materjalist silinder sise- ja välisraadiusega vastavalt $r_1$ ja $r_2$ ning materjali soojusjuhtivusteguriga $\lambda$ (joonis 13.8). Leiame seina soojusjuhtivuse teel läbiva statsionaarse soojusvoo, kui seina sise- ja välispinna temperatuur on vastavalt $t_{s1}$ ja $t_{s2}$, arvestades seejuures esimest liiki ääretingimust. Kuna soojusvoog piki silindrit puudub ja silinder on lõpmata pikk, siis on tegemist ühemõõtmelise radiaalse soojusvooga. Kõik silindri radiaalsuunaga risti olevad pinnad on isotermsed. Fourier' seaduse kohaselt läbib pinda raadiusega $r$ soojusvoog silindri pikkusühiku kohta (mõõtühik W/m)

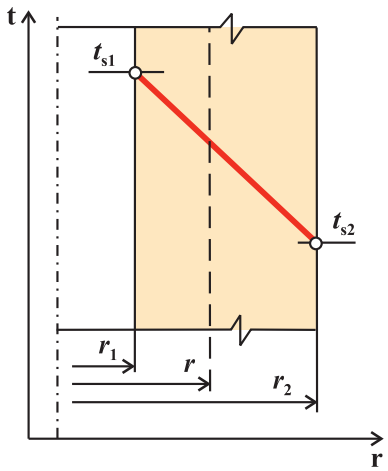
$$q_l = -2\pi r\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}. \tag{13-36}$$

Eraldades viimasest võrrandist muutujad ja integreerides, saame

$$\int_{t_{s1}}^{t_{s2}} \mathrm{d}t = -\frac{q_l}{2\pi\lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathrm{d}r}{r},$$

siis

$$t_{s1} - t_{s2} = \frac{q_l}{2\pi\lambda} \ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{13-37}$$




**Joonis 13.8. Soojusjuhtivus ühekihilises silindrilises seinas**

Viimase valemi kohaselt

$$q_l = \frac{2\pi\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}. \qquad (13\text{-}38)$$

Leidmaks temperatuuri raadiusel $r$, integreerime valemit (13-36) kaugusvahemikus $r_1$–$r$ :

$$\int_{t_{s1}}^{t} \mathrm{d}t = -\frac{q_l}{2\pi\lambda}\int_{r_1}^{r}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

millest

$$t_r = t_{s1} - \frac{q_l}{2\pi\lambda}\ln\frac{r}{r_1}. \qquad (13\text{-}39)$$

Selgub, et silindrilises seinas muutub temperatuur olenevalt logaritmiliselt jooksvast raadiusest $r$ (kui materjali soojusjuhtivustegur on püsisuurus).

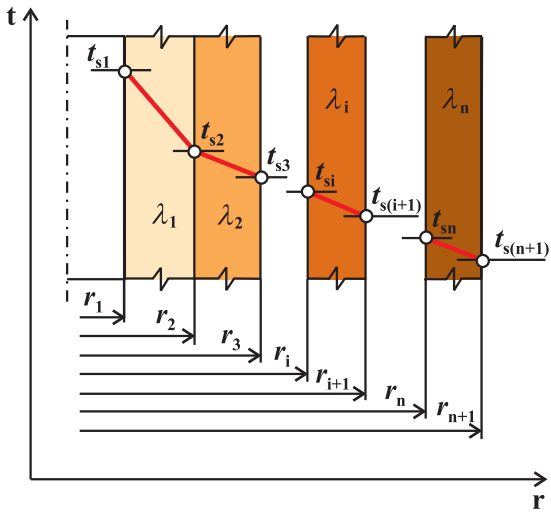
### *13.5.2.2 Mitmekihiline sein*

Joonisel 13.9 on mitmekihiline silindriline sein, mille kihtide vahel eeldame ideaalset kontakti. Kihtide raadiused olgu $r_1$, $r_2$, ..., $r_i$, $r_{(i+1)}$, ..., $r_n$, $r_{(n+1)}$ ja materjalide soojusjuhtivustegur $\lambda_1$, $\lambda_2$, ..., $\lambda_n$. Teada on ka temperatuur seina välispindadel $t_{s1}$ ja $t_{s(n+1)}$. Statsionaarse soojusjuhtivuse korral läbib kõiki kihte üks ja seesama soojusvoog:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \frac{2\pi\lambda_1}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}(t_{s1}-t_{s2}) \\ &\cdots \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda_i}{\ln\dfrac{r_{i+1}}{r_i}}\left(t_{si}-t_{s(i+1)}\right) \\ &\cdots \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda_n}{\ln\dfrac{r_{n+1}}{r_n}}\left(t_{sn}-t_{s(n+1)}\right), \end{aligned}\right\} \tag{13-40}$$

millest järeldub

$$\left.\begin{aligned} t_{s1}-t_{s2} &= q_l\frac{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda_1} \\ &\cdots \\ t_{si}-t_{s(i+1)} &= q_l\frac{\ln\dfrac{r_{i+1}}{r_i}}{2\pi\lambda_i} \\ &\cdots \\ t_{sn}-t_{s(n+1)} &= q_l\frac{\ln\dfrac{r_{n+1}}{r_n}}{2\pi\lambda_n}. \end{aligned}\right\} \tag{13-41}$$




**Joonis 13.9. Soojusjuhtivus mitmekihilises silindrilises seinas**

Liidame võrrandi parema ja vasaku poole:

$$t_{s1} - t_{s(n+1)} = q_l \sum_{i=1}^{n} \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{2\pi\lambda_i}$$

ehk

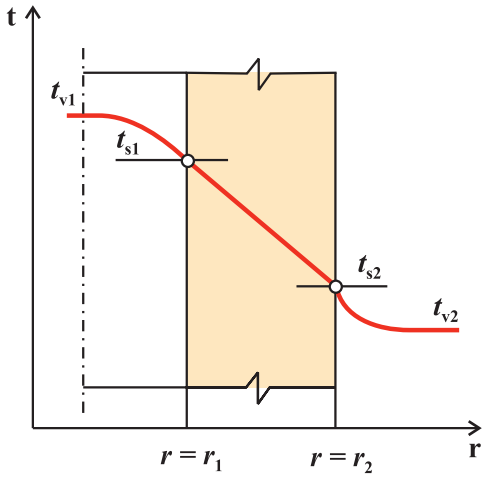
$$q_l = \frac{t_{s1} - t_{s(n+1)}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{2\pi\lambda_i}}. \qquad (13\text{-}42)$$

Temperatuur kahe meelevaldse kihi kokkupuutel

$$t_{si} = t_{s(i+1)} - q_l \sum_{i=1}^{i} \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{2\pi\lambda_i}. \qquad (13\text{-}43)$$

### *13.5.2.3 Soojusläbikanne*

Jälgime soojusläbikannet silindrilises seinas joonisel 13.10 toodud skeemi kohaselt. Olgu seina soojusjuhtivustegur $\lambda$, keskkondade temperatuurid $t_{v1}$ ja $t_{v2}$ ning nendele vastavad konvektsiooni soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$, mis on püsisuurused ja üle kogu pinna ühtlased. Püstitatud tingimused lubavad ülesannet käsitada radiaalselt ühemõõtmelisena. Statsionaarne soojusvoog silindri pikkusühiku kohta keskkonnalt seinale, läbi seina ja vastasseinalt teise keskkonda on seesama.




**Joonis 13.10. Soojusläbikanne silindrilise seina kaudu**

Niisiis, soojusvoog keskkonnalt pinnale silindri pikkusühiku kohta

$$q_l = 2\pi r_1 \alpha_1 (t_{v1} - t_{s1}). \tag{13-44}$$

Seesama soojusvoog läbib ka seina:

$$q_l = \frac{2\pi\lambda}{\ln\frac{r_2}{r_1}}(t_{s1} - t_{s2}) \tag{13-45}$$

ja siirdub teiselt pinnalt väliskeskkonda:

$$q_l = 2\pi r_2 \alpha_2 (t_{s2} - t_{v2}). \tag{13-46}$$

Võrranditest (13-44) – (13-26) järeldub, et

$$\left.\begin{aligned} t_{v1} - t_{s1} &= q_l \frac{1}{2\pi r_1 \alpha_1} \\ t_{s1} - t_{s2} &= q_l \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\frac{r_2}{r_1} \\ t_{s2} - t_{v2} &= q_l \frac{1}{2\pi r_2 \alpha_2}. \end{aligned}\right\} \tag{13-47}$$

Liidame saadud võrrandite pooled omavahel:

$$t_{v1} - t_{v2} = \frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_2}\right),$$

millest

$$q_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2\alpha_2}}(t_{v1} - t_{v2}). \tag{13-48}$$

Soojusläbikandetegur silindrilise seina pikkusühiku kohta (mõõtühik W/(m·K))

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{2r_1\alpha_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2r_2\alpha_2}}. \tag{13-49}$$

Soojusläbikandeteguri $k_l$ pöördväärtus on silindri pikkusühiku soojusläbikande termiline takistus (mõõtühik (m·K/W))

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{2r_1\alpha_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2r_2\alpha_2}. \tag{13-50}$$

Takistus $R_l$ koosneb kolmest osatakistusest: $R_1 = 1/2r_1\alpha_1$ soojuse kandumisel kuumemalt keskkonnalt pinnale, $R_s = (1/2\lambda)\ln(r_2/r_1)$ – seina soojustakistus, $R_2 = 1/2r_2\alpha_2$ soojuse kandumisel seinalt külmemale keskkonnale. Valemist (13-49) nähtub, et silindrilise seina soojusläbikandetegur sõltub ka seina iseloomulikest mõõtmetest $r_1$ ja $r_2$, mitte üksnes soojusülekandeteguritest $\alpha_1$ ja $\alpha_2$.

Valemite (13-48) ja (13-49) alusel siirdub ühest keskkonnast teise keskkonda läbi silindrilise seina soojusvoog (mõõtühik W/m)

$$q_l = \pi k_l (t_{v1} - t_{v2}). \tag{13-51}$$

Viimane valem on koostatud silindri pikkusühiku kohta. Soojusvoog (mõõtühik W/m$^2$) silindri sise- ($q_{l1}$) ja välispinna ($q_{l2}$) kohta eraldi vaadelduna

$$q_{l1} = \frac{q_l}{2\pi r_1} = \frac{k_l}{2r_1}(t_{v1} - t_{v2})$$

ja

$$q_{l2} = \frac{q_2}{2\pi r_2} = \frac{k_l}{2r_2}(t_{v1} - t_{v2}).$$

Soojusläbikandetegur mitmekihilisele silindrilisele seinale

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{2r_1\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}{2\lambda_i} + \frac{1}{2r_{n+1}\alpha_2}}. \tag{13-52}$$

Pindade temperatuurid ühekihilise seina korral

$$\left.\begin{aligned} t_{s1} &= t_{v1} - q_l\frac{1}{2\pi r_1\alpha_1} \\ t_{s2} &= t_{v1} - q_l\left(\frac{1}{2\pi r_1\alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right). \end{aligned}\right\} \tag{13-53}$$

Temperatuur kahe suvalise kihi kokkupuutepinnal mitmekihilises silindrilises seinas

$$t_{s(i+1)} = t_{v1} - q_1\left(\frac{1}{2\pi r_1\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}\right). \tag{13-54}$$

#### *13.5.2.4 Silindrilise seina kriitiline läbimõõt*

Tasapinnalise seina soojustakistus kasvab näiteks seina paksenemisel alati ja kärbib seina läbivat soojusvoogu. See väide ei kehti aga kumeratele pindadele, nende hulgas ka silindrilisele seinale. Sel juhul seina termilise takistuse $R_s = (1/2\lambda)\ln(r_2/r_1)$ kasv seina paksenemise arvel suurendab ka silindri välispinda, millega kaasneb termilise takistuse $R_2 = 1/2r_2\alpha_2$ vähenemine. On ilmne, et termilise kogutakistuse määrab $R_s$ ja $R_2$ muutuse iseloom. Siit järeldub, et seina termilise takistuse kasv võib teatud tingimustel põhjustada silindrilist seina läbiva soojusvoo suurenemise. Silindri raadiust (diameetrit), mille juures seina termiline kogutakistus on minimaalne, nimetatakse kriitiliseks raadiuseks (diameetriks). Viimane on leitav tingimusest

$$\frac{dR_l}{dr_2} = \frac{d}{dr_2}\left(\frac{1}{2r_1\alpha_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2r_2\alpha_2}\right) = \frac{1}{\lambda r_2} - \frac{1}{\alpha_2 r_2^2} = 0,$$

millest kriitiline raadius

$$r_{2kr} = \frac{\lambda}{\alpha_2} \tag{13-55}$$

ehk kriitiline läbimõõt

$$d_{2kr} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}. \tag{13-56}$$

Kui $d_2 < d_{2kr}$, siis diameetri $d_2$ suurenedes seina termiline kogutakistus väheneb, sest välispinna kasv avaldab termilisele takistusele suuremat mõju kui seina paksenemine.

Kui $d_2 > d_{2kr}$, siis $d_2$ suurenedes kasvab termiline takistus kiiremini kui välispinna suurenemisest tingitud soojusülekanne ja ülekaalus on seina paksuse mõju. Praktikas on see oluline eelkõige torustiku soojusisolatsiooni paigaldamisel.

### 13.5.3 Sfääriline sein

#### *13.5.3.1 Ühekihiline sein*

Olgu püstitatud ülesanne arvutada statsionaarne soojusvoog juhtivusest läbi sfäärilise seina (kerapinna), lähtudes esimest liiki ääretingimusest. Sein on valmistatud ühtlasest materjalist soojusjuhtivusteguriga $\lambda$, õõnsa kera raadiused olgu $r_1$ ja

$r_2$, sise- ja välispinna temperatuur vastavalt $t_{s1}$ ja $t_{s2}$. Temperatuur muutub sel juhul ainult radiaalsuunas.

Fourier' seaduse kohaselt läbib kerapinda raadiusel $r$ soojusvool (mõõtühik W)

$$Q = -4\pi r^2 \lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}. \tag{13-57}$$

Eraldades viimases valemis muutujad ja integreerides, saame

$$\int_{t_{s1}}^{t_{s2}} \mathrm{d}t = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathrm{d}r}{r^2},$$

siis

$$t_{s1} - t_{s2} = \frac{Q}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{13-58}$$

Seega sfäärilist seina läbib soojusvool

$$Q = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}\left(t_{s1} - t_{s2}\right). \tag{13-59}$$

Temperatuuri $t$ raadiusel $r$ saab leida võrrandi (13-57) integreerimisega raadiuste vahemikus $r_1$–$r$:

$$\int_{t_{s1}}^{t} \mathrm{d}t = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \int_{r_1}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

ehk

$$t_r = t_{s1} - \frac{Q}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right). \tag{13-60}$$

### *13.5.3.2 Soojusläbikanne*

Sfäärilise seina kaudu toimuva soojusläbikande arvutamine lähtub kolmandat liiki ääretingimusest. Olgu seinamaterjali soojusjuhtivustegur $\lambda$, keskkondade temperatuurid $t_{v1}$ ja $t_{v2}$ ning vastavad konvektsiooni soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$, mis pinna ulatuses on püsisuurused. Soojusläbikanne on statsionaarne ja radiaalselt ühemõõtmeline. Sel juhul kandub üks ja seesama soojushulk kuumemast keskkonnast pinnale, läbib seina ja lahkub pinnalt jahedamasse keskkonda.

Seega keskkonnalt pinnale siirduv soojusvool

$$Q = 4\pi r_1^2 \alpha_1 \left(t_{v1} - t_{s1}\right). \tag{13-61}$$

Sama soojusvool läbib ka seina:

$$Q = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}(t_{s1} - t_{s2}) \tag{13-62}$$

ning kandub teiselt pinnalt keskkonda:

$$Q = 4\pi r_2^2 \alpha_2 (t_{s2} - t_{v2}). \tag{13-63}$$

Võrranditest (13-61) – (13-63)

$$Q = \frac{4\pi}{\frac{1}{r_1^2\alpha_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{r_2^2\alpha_2}} (t_{v1} - t_{v2}). \tag{13-64}$$

Sfäärilise seina soojusläbikandetegur

$$k_s = \frac{4}{\frac{1}{r_1^2\alpha_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{r_2^2\alpha_2}}. \tag{13-65}$$

Soojusläbikandeteguri $k_s$ pöördväärtus on sfäärilise pinna termiline takistus

$$R_s = \frac{1}{k_s} = \frac{1}{4r_1^2\alpha_1} + \frac{1}{4\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{4r_2^2\alpha_2}. \tag{13-66}$$

Termiline takistus koosneb nagu ikka kolmest osatakistusest: $R_1 = 1/4r_1^2\alpha_1$ soojuse kandumisel kuumemast keskkonnast pinnale, $R_s = (1/4\lambda)(1/r_1 - 1/r_2)$ seina soojustakistus, $R_2 = 1/4r_2^2\alpha_2$ soojuse kandumisel seinalt külmemasse keskkonda. Valemist nähtub muuhulgas, et soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$ ei määra üheselt soojusülekannet, mistõttu läbikannet mõjutavad ka sfääriliste seinte mõõtmed $r_1$ ja $r_2$.

Valemite (13-64) ja (13-65) alusel siirdub ühest keskkonnast teise läbi sfäärilise seina soojusvool

$$Q = \pi k_s (t_{v1} - t_{v2}). \tag{13-67}$$

See valem määrab soojushulga, mis läbib antud geomeetriliste mõõtmetega sfäärilise pinna ajaühikus. Kui aga soojusvool arvutada kas sfääri sise- ($q_{s1}$) või välispinna ($q_{s2}$) ühiku kohta, siis

$$q_{s1} = \frac{Q}{4\pi r_1^2} = \frac{k_s}{4r_1^2}(t_{v1} - t_{v2})$$

ja

$$q_{s2} = \frac{Q}{4\pi r_2^2} = \frac{k_s}{4r_2^2}(t_{v1} - t_{v2}).$$

Soojusläbikandetegur mitmekihilisele seinale

$$k_s = \frac{4}{\frac{1}{r_1^2\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right) + \frac{1}{r_2^2\alpha_2}}. \qquad (13\text{-}68)$$

Temperatuur mitmekihilise seina kahe suvalise kihi kontaktpinnal

$$t_{s(i+1)} = t_{v1} - Q\left[\frac{1}{4\pi r_1^2\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i} \frac{1}{4\pi\lambda_i}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right)\right]. \qquad (13\text{-}69)$$

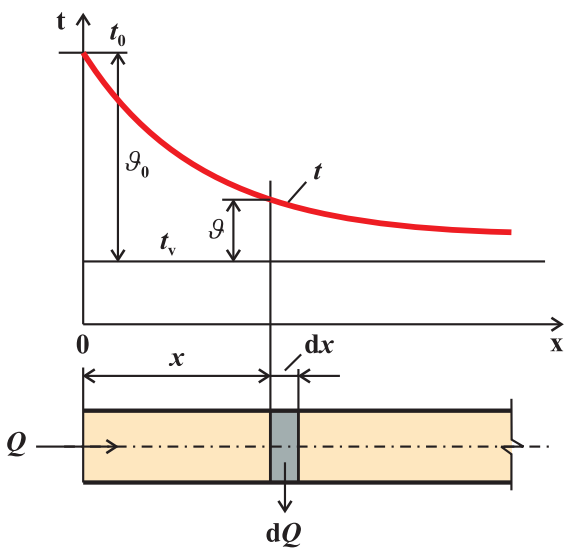
## 13.5.4 Varda soojusjuhtivus

### *13.5.4.1 Lõpmata pikk varras*

Olgu antud ühtlase ristlõikega varras, kus soojus levib $x$-telje suunas (joonis 13.11). Varda ristlõikepind on $f$ ja ümbermõõt $u$, varrast ümbritseb keskkond püsitemperatuuriga $t_v$, varda materjali soojusjuhtivustegur on $\lambda$ ning varda ja keskkonna vaheline soojusülekandetegur $\alpha$ (kolmas ääretingimus). Eeldame, et varda temperatuur ristlõike ulatuses on üks ja seesama. Säärane eeldus on seda täpsem, mida suurem on varda soojusjuhtivustegur. Et hõlbustada ülesande lahendamist, arvestame kõik temperatuurid algusega keskkonna temperatuurist (ületemperatuur $\vartheta = t - t_v$). Loeme temperatuuri varda alguses ($x = 0$) püsivaks: $t_0 = konst$ ehk $\vartheta_0 = t_0 - t_v = konst$.

Soojusvool kahaneb $x$-telje suunas:

$$dQ_x = -\frac{dQ_x}{dx}dx.$$




**Joonis 13.11. Varda soojusjuhtivuse skeem**

Vastavalt Fourier' seadusele

$$Q_x = -\lambda f \frac{dt}{dx} = -\lambda f \frac{d\vartheta}{dx}.$$

Viimastest seostest järeldub, et

$$dQ_x = \lambda f \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx. \tag{13-70}$$

Teisalt, konvektsiooni teel siirdub keskkonda soojusvool

$$dQ_x = \alpha u \vartheta dx, \tag{13-71}$$

kus $u$d$x$ on elementaarpindala, mille kaudu kandub soojus vardalt keskkonda.

Soojuslevi vardas kirjeldava võrrandi saab tuletada valemite (13-70) ja (13-71) võrdsustamise teel:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha u}{\lambda f} \vartheta = m^2 \vartheta, \tag{13-72}$$

kusjuures

$$m^2 = \frac{\alpha u}{\lambda f}.$$

Kui $m = konst$, siis on võrrandi (13-72) lahend

$$\vartheta = C_1 \exp(mx) + C_2 \exp(-mx). \tag{13-73}$$

Võrrandi integreerimiskonstandid $C_1$ ja $C_2$ on määratavad alg- ja ääretingimuste kaudu.

Varda algristlõikes, kus $x = 0$, on $\vartheta = \vartheta_0$ ja võrrandi (13-73) kohaselt

$$\vartheta_0 = C_1 + C_2.$$

Lõpmata pika varda korral $x \to \infty$, mistõttu $C_1 = 0$.

Seega on võrrandi (13-73) lõplik kuju

$$\vartheta = \vartheta_0 \exp(-mx). \tag{13-74}$$

Viimasest tulemusest nähtub, et mida suurem on kompleksi $m$ väärtus, seda kiiremini langeb temperatuur piki varrast. Kauguse $x$ suurenedes läheneb temperatuur asümptootiliselt arvule $\vartheta = 0$. Kompleksi $m$ väärtuse määrab keskkonda suunatud soojusülekande intensiivsus $\alpha u$ ja soojusjuhtivus $\lambda f$ piki varrast. Temperatuuri langus piki varrast on seda järsem, mida intensiivsem on soojuse siirdumine varda pinnalt keskkonda ning mida väiksem on varda soojusjuhtivus.

Vardalt keskkonda siirduv soojusvool võrdub varda algristlõiget läbiva soojusvooga. Siit lähtuvalt

$$Q = -\lambda f \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0}. \tag{13-75}$$

Võrrandi (13-74) kohaselt

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -\vartheta_0 m \exp(-mx)_{x=0} = -m\vartheta_0 .$$

Viimase kahe võrrandi alusel levib vardalt keskkonda soojushulk

$$Q = \lambda f m \vartheta_0 = \vartheta_0 \sqrt{\alpha\lambda u f} . \qquad (13\text{-}76)$$

### *13.5.4.2 Lõpliku pikkusega varras*

Soojusvahetites ja muudes soojustehnilistes seadmetes kasutatakse sageli ribidega soojusvahetuspinda. Ribis toimuva soojusülekande uurimisel lähtutakse soojuslevist piki lõpliku pikkusega varrast.

Olgu antud lõpliku pikkusega varras (joonis 13.12), kus soojusülekandetegur otspinna ja keskkonna vahel on $\alpha_1$ ning otspinna temperatuur $\vartheta_1$ (kaugusel $x = l_1$).

Lähtume võrrandist (13-73):

kui $x = 0$, siis

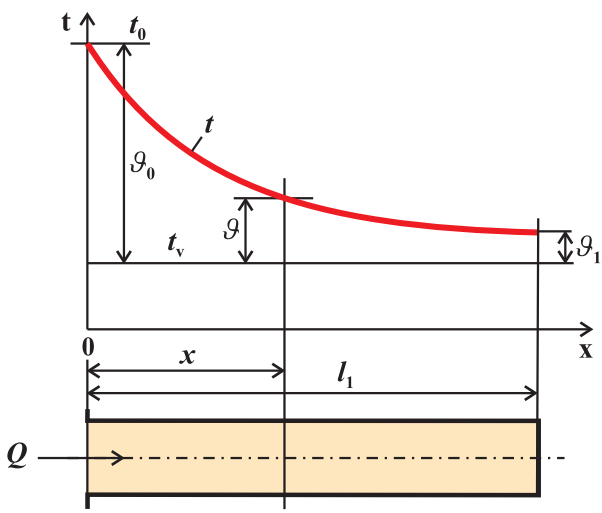
$$\vartheta_0 = C_1 + C_2 , \qquad (13\text{-}77)$$

ja kui $x = l_1$, siis

$$-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=l_1} = \alpha_1 \vartheta_1 ,$$

millest

$$-\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=l_1} = \frac{\alpha_1}{\lambda}\vartheta_1 . \qquad (13\text{-}78)$$




**Joonis 13.12. Lõpliku pikkusega varda soojusjuhtivuse skeem**

Kohal $x = l_1$ lahkub varda otspinnalt konvektsiooniga keskkonda soojushulk, mis võrdub sinna mööda varrast soojusjuhtivuse teel saabunud soojushulgaga.

Võrrandi (13-73) kohaselt

$$\vartheta_1 = C_1 \exp(ml_1) + C_2 \exp(-ml_1) \tag{13-79}$$

ja

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=l_1} = C_1 m \exp(ml_1) - C_2 m \exp(-ml_1). \tag{13-80}$$

Asendame viimased avaldised võrrandisse (13-78):

$$C_1 m \exp(ml_1) - C_2 m \exp(-ml_1) =$$

$$-\frac{\alpha_1}{\lambda}[C_1 \exp(ml_1) + C_2 \exp(-ml_1)]. \tag{13-81}$$

Võrrandite (13-77) ja (13-81) kooslahendamise tulemusena

$$C_1 = \frac{\left(1-\frac{\alpha_1}{m\lambda}\right)\exp(-ml_1)}{[\exp(ml_1)+\exp(-ml_1)]+\frac{\alpha_1}{m\lambda}[\exp(ml_1)-\exp(-ml_1)]}\vartheta_0 =$$

$$= \frac{\left(1-\frac{\alpha_1}{m\lambda}\right)\exp(-ml_1)}{2\left[\operatorname{ch}(ml_1)+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\operatorname{sh}(ml_1)\right]}\vartheta_0, \tag{13-82}$$

$$C_2 = \frac{\left(1+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\right)\exp(ml_1)}{[\exp(ml_1)+\exp(-ml_1)]+\frac{\alpha_1}{m\lambda}[\exp(ml_1)-\exp(-ml_1)]}\vartheta_0 =$$

$$= \frac{\left(1+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\right)\exp(ml_1)}{2\left[\operatorname{ch}(ml_1)+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\operatorname{sh}(ml_1)\right]}\vartheta_0. \tag{13-83}$$

$C_1$ ja $C_2$ asendamisel võrrandisse (13-73) saame lõpliku tulemuse

$$\vartheta = \frac{\operatorname{ch}[m(l_1-x)]+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\operatorname{sh}[m(l_1-x)]}{\operatorname{ch}(ml_1)+\frac{\alpha_1}{m\lambda}\operatorname{sh}(ml_1)}\vartheta_0. \tag{13-84}$$

Vardalt keskkonda üleantav soojushulk võrdub varda algusristlõiget läbiva soojushulgaga kohas $x = 0$. Siit võrrandite (13-73) ja (13-75) alusel

$$Q = -\lambda f \left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -\lambda f m (C_1 - C_2).$$

Asetame viimasesse võrrandisse konstantide $C_1$ ja $C_2$ väärtused valemitest (13-82) ja (13-83):

$$Q = \lambda f m \frac{\frac{\alpha_1}{m\lambda} + \mathrm{th}(ml_1)}{1 + \frac{\alpha_1}{m\lambda}\mathrm{th}(ml_1)} \vartheta_0 . \qquad (13\text{-}85)$$

Kui jätta arvestamata soojusvoo varda otspinnalt keskkonda, kehtivad ääretingimused

kui $x = 0$, siis $\vartheta = \vartheta_0$,

ja

kui $x = l_1$, siis $\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=l_1} = 0$,

ehk võrrandi (13-80) kohaselt

$$C_1 \exp(ml_1) - C_2 \exp(-ml_1) = 0.$$

Rakendatud lihtsustus on lubatav siis, kui soojusülekandetegur varda otspinna ja keskkonna vahel on väike ning varras juhib soojust hästi (materjali soojusjuhtivustegur on suur). Sellisel juhul $\alpha_1/\lambda \to 0$.

Viimase võrrandi lahend koos võrrandiga (13-77) annab

$$C_1 = \frac{\exp(-ml_1)}{2\mathrm{ch}(ml_1)} \vartheta_0 ,$$

$$C_2 = \frac{\exp(ml_1)}{2\mathrm{ch}(ml_1)} \vartheta_0 .$$

Asetame leitud $C_1$ ja $C_2$ väärtused võrrandisse (13-73), siis ületemperatuuri jaotus piki lõpliku pikkusega varrast (arvestamata soojusvoogu varda otspinnalt)

$$\vartheta = \frac{\mathrm{ch}[m(l_1 - x)]}{\mathrm{ch}(ml_1)} \vartheta_0 . \qquad (13\text{-}86)$$

Kohas, kus $x = l_1$, liige $\mathrm{ch}[m(l_1 - x)] = 0$ ning valemi (13-86) kohaselt ületemperatuur varda lõpus

$$\vartheta_{l_1} = \frac{\vartheta_0}{\mathrm{ch}(ml_1)} . \qquad (13\text{-}87)$$

Arvutame vardalt keskkonda üleantava soojushulga võrrandi (13-75) kaudu, kasutades seost (13-86):

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -m\frac{\mathrm{sh}(ml_1)}{\mathrm{ch}(ml_1)}\vartheta_0 = -m\,\mathrm{th}(ml_1)\vartheta_0$$

ning

$$Q = \lambda f m\,\mathrm{th}(ml_1)\vartheta_0$$

ehk

$$Q = \sqrt{\alpha u \lambda f}\;\mathrm{th}(ml_1)\vartheta_0\,. \tag{13-88}$$

Lõpmata pika varda korral $\mathrm{ch}(ml_1) \to \infty$, $\mathrm{th}(ml_1) = 1$ ja $\vartheta_{x=l_1} = 0$ ning valem (13-88) samastub valemiga (13-76).

#### *13.5.4.3 Ribitatud soojusvahetuspind*

Ribidega sein suurendab keskkonnaga kokkupuutuvat soojusvahetuspinda, millega intensiivistub soojusülekanne, väheneb termiline kogutakistus, suureneb pinda läbiv soojusvoog, pinna temperatuur läheneb aga keskkonna temperatuurile.

Välja on töötatud palju ribitatud soojusvahetuspinna tüüpe. Soojusvahetust neis uuritakse enamasti eesmärgiga määrata keskkonnale ülekantav soojushulk. Ülesanne on suhteliselt lihtne, kui pinna geomeetria on ette antud. Keerukam aga siis, kui tuleb leida ülesande püstitusele vastava ribitatud soojusvahetuspinna suurus ja optimaalne geomeetria.

Piirdume vaid ühe näitega, võttes vaatluse alla ribitatud tasapinna (joonis 13.13). Olgu teada soojusülekandetegurid: $\alpha_1$ – keskkonna ja ribideta sisepinna vahel, $\alpha_s$ – ribitatud pinna sileda osa ja keskkonna ning $\alpha_r$ – ribi ja keskkonna vahel. Keskkonna temperatuur ribitamata ja ribitatud poolel olgu vastavalt $t_{v1}$ ja $t_{v2}$. Ribitatud pinna mõõtmete tähistus selgub jooniselt. Kuna $b >> \delta$, siis ribi ristlõike ümbermõõt $u = 2b$, ristlõikepindala $f = b\delta$ ning ribi pindala $F_r = 2bl$.

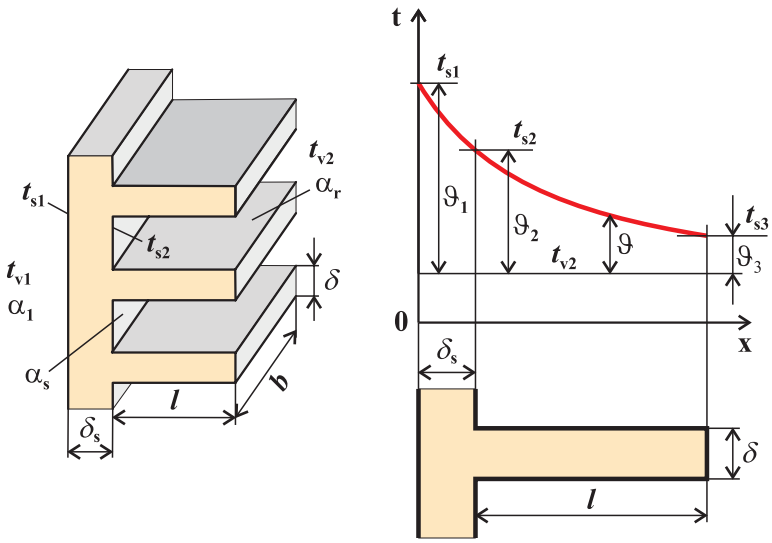
Ülesande lahendamise lähtealus on lõpliku pikkusega varda kohta saadud tulemus.

Et ribi jaoks

$$m^2 = \frac{\alpha_r u}{\lambda f} = \frac{2\alpha_r}{\lambda\delta},$$

siis asetame $m$ väärtuse võrrandisse (13-88) ning pärast veel mõnda asendust ja teisendust selgub ribitatud pinda läbiv soojusvool

$$Q_r = \alpha_r F_r \frac{\mathrm{th}\left(\dfrac{l}{\delta}\sqrt{\dfrac{2\alpha_r\delta}{\lambda}}\right)}{\dfrac{l}{\delta}\sqrt{\dfrac{2\alpha_r\delta}{\lambda}}}\vartheta_2\,.$$




**Joonis 13.13. Ribitatud soojusvahetuspind ja temperatuurigraafik**

Viimases võrrandis esineb dimensioonita kompleks

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda},$$

mida tuntakse kui Biot' arvu.



**Jean-Baptiste Biot** (21.04.1774 Pariis – 3.02.1862 Pariis), prantsuse füüsik, astronoom ja matemaatik. Prantsuse TA liige (1803). Kolledži lõpetanud, teenis mõnda aega Prantsuse armees, võttes osa sõjategevusest. 1797 lõpetas École Polytechnique'i. Oli matemaatikaprofessor Beauvais's, elu lõpuni matemaatilise füüsika professor Collège de France'is, ka astronoomiaprofessor Sorbonne'is. Osales meridiaani mõõtmistel Hispaanias, Šotimaal, Itaalias.

Elektrivoolu ja magnetvälja vahelise seose kaasavastaja (1804, ***Biot'-Savart'i seadus***). Koostöös Gay-Lussaciga uuris gaasi rõhu sõltuvust temperatuurist. Valmistasid esimestena soojaõhupalli, et teha sellelt mõõtmisi. Tuvastas meteoriitide olemuse, tegeles valguse polarisatsiooni uurimisega, avaldas töid geomeetriast.

Soojuslevi teoorias on tema nimi antud sarnasusarvule, mis iseloomustab tahke keha sisemise ja välimise termilise takistuse suhet soojenemisel või jahtumisel (***Biot' sarnasusarv*** **Bi**).

Biot' arv väljendab sisemise ($\delta/\lambda$) ja välimise ($1/\alpha$) termilise takistuse suhet. Seda arvestades ribi ja keskkonna vaheline soojusvool

$$Q_\mathrm{r} = \alpha_\mathrm{r} F_\mathrm{r} \frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}} \vartheta_2 = \alpha_\mathrm{r} F_\mathrm{r} E \vartheta_2 , \qquad (13\text{-}89)$$

kus $E$ – ribi efektiivsustegur:

$$E = \frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}}.$$

Ribitamata pinna ja keskkonna vaheline soojusvool

$$Q_\mathrm{s} = \alpha_\mathrm{s} F_\mathrm{s} \vartheta_2 . \tag{13-90}$$

Ribitamata ja ribide pinnalt keskkonda siirduvate soojusvoolude summa

$$Q = Q_\mathrm{s} + Q_\mathrm{r} = \alpha_\mathrm{s} F_\mathrm{s} \vartheta_2 + \alpha_\mathrm{r} F_\mathrm{r} E \vartheta_2 .$$

Ülesanne lihtsustub, kui sisse viia taandatud soojusülekandeteguri mõiste, mis taandab soojusvoo kogupinnale $F = F_\mathrm{s} + F_\mathrm{r}$ :

$$\alpha_\mathrm{t} = \frac{\alpha_\mathrm{s} F_\mathrm{s} + \alpha_\mathrm{r} E F_\mathrm{r}}{F}.$$

Soojusülekandetegur $\alpha_\mathrm{t}$ arvestab soojusülekannet nii siledalt kui ka ribitatud pinnalt.

Läbi ribitatud pinna ühest keskkonnast teise siirdub soojusvool

$$\left.\begin{aligned} Q &= \alpha_1 F_1 (t_{\mathrm{v}1} - t_{\mathrm{s}1}) \\ Q &= \frac{\lambda}{\delta_\mathrm{s}} F_1 (t_{\mathrm{s}1} - t_{\mathrm{s}2}) \\ Q &= \alpha_\mathrm{t} F (t_{\mathrm{s}2} - t_{\mathrm{v}2}), \end{aligned}\right\} \tag{13-91}$$

kus $F_1$ – sisepind. Ülejäänud tähised selguvad jooniselt 13.13.

Avaldame võrranditest (13-91) temperatuurivahed ja liidame võrrandite vasaku ja parema poole. Siis soojusvool

$$Q = \frac{t_{\mathrm{v}1} - t_{\mathrm{v}2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta_\mathrm{s}}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_\mathrm{t} F}}. \tag{13-92}$$

Ribideta pinnale taandatud soojusvoog

$$q = \frac{Q}{F_1} = \frac{t_{\mathrm{v}1} - t_{\mathrm{v}2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_\mathrm{s}}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_\mathrm{t}} \frac{F_1}{F}} = k_\mathrm{r} (t_{\mathrm{v}1} - t_{\mathrm{v}2}). \tag{13-93}$$

Siinjuures soojusläbikandetegur

$$\frac{1}{k_\mathrm{r}} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_\mathrm{s}}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_\mathrm{t}} \frac{F_1}{F}. \tag{13-94}$$

## 13.5.5 Sisemise soojusallikaga keha

### *13.5.5.1 Tasapinnaline sein*

Uurime soojusjuhtivust juhul, kui keha ise eraldab (või neelab) soojust, seega kehas endas on soojusallikas. Tüüpilised näited on elektriline küttekeha, kus vabaneb Joule'i soojus, soojuse eraldumine tuumareaktori kütusevarrastes, kehas esinevad keemilised reaktsioonid, külmumisnähtused aines jms.

Sisemise soojusallikaga keha soojusjuhtivuse käsitlemisel on oluline teada kehas eralduvat soojushulka ehk soojusallika võimsust keha mahuühiku kohta $q_v$ (see loetakse positiivseks soojuse eraldumisel, neeldumise korral negatiivseks).

Olgu antud suuremõõtmeline tasapinnaline sein (plaat) paksusega $2\delta$ (joonis 13.14). Soojusallika võimsus mahuühiku kohta olgu $q_v$, soojuse eraldumine aga kogu seina ulatuses ühtlane. Plaat paiknegu keskkonnas temperatuuriga $t_v$ ning seina ja keskkonna vaheline soojusülekandetegur olgu $\alpha$. Plaati jahutatakse mõlemalt poolt ühtemoodi ning pindade temperatuur on sama (sümmeetriline ülesanne). Ülesande sellise püstituse korral muutub temperatuur seinas üksnes $x$-telje suunas. Temperatuur seina keskel olgu $t_0$ ja seina pinnal $t_s$. Eesmärk on leida temperatuurijaotus seinas ning seinalt keskkonda siirduv soojusvoog, kui protsess on statsionaarne.

Lähtume võrrandist (13-13), mille kohaselt

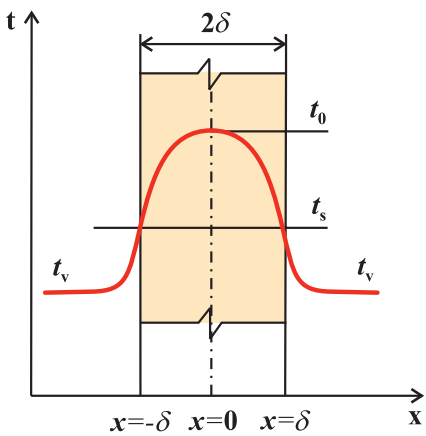
$$\frac{\mathrm{d}t^2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \tag{13-95}$$

Saadud võrrandi kahekordsel integreerimisel

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = -\frac{q_v}{\lambda}x + C_1 \tag{13-96}$$

ja

$$t = -\frac{q_v}{2\lambda}x^2 + C_1 x + C_2. \tag{13-97}$$




**Joonis 13.14. Sisemise soojusallikaga tasapinnaline sein**

Ääretingimuse kohaselt,

$$\text{kui } x = 0, \text{ siis } \left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = 0,$$

ja võrrandist (13-96) järeldub, et $C_1 = 0$.

Teise ääretingimuse järgi kohas, kus $x = \delta$,

$$-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)_{x=\delta} = \alpha(t_\mathrm{s} - t_\mathrm{v})$$

ja kuna $C_1 = 0$, siis võrrandist (13-96)

$$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)_{x=\delta} = -\frac{q_\mathrm{v}}{\lambda}\delta.$$

Võrdsustame kaks viimast võrrandit, siis

$$t_\mathrm{s} = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{\alpha}\delta. \tag{13-98}$$

Asendame viimasest valemist $t_\mathrm{s}$ võrrandisse (13-97):

$$C_2 = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{\alpha}\delta + \frac{q_\mathrm{v}}{2\lambda}\delta^2. \tag{13-99}$$

Selle tulemuse põhjal temperatuurimuutus $x$-telje suunas tasapinnalises seinas

$$t_\mathrm{x} = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{\alpha}\delta + \frac{q_\mathrm{v}}{2\lambda}\delta^2\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \tag{13-100}$$

See valem võimaldab arvutada temperatuuri tasapinnalises seinas olenevalt kaugusest $x$. Võrrand näitab, et sümmeetrilise ülesande korral muutub temperatuur sisemise soojusallikaga tasapinnalises seinas paraboolselt.

Temperatuur seina keskel ($x = 0$)

$$t_0 = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{\alpha}\delta + \frac{q_\mathrm{v}}{2\lambda}\delta^2. \tag{13-101}$$

Temperatuur pinnal on arvutatav valemi (13-98) abil.

Kui $\alpha \to \infty$, siis $t_\mathrm{v} = t_\mathrm{s}$ (esimene ääretingimus) ja temperatuurijaotus seinas

$$t_\mathrm{x} = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{2\lambda}(\delta^2 - x^2). \tag{13-102}$$

Seejuures temperatuur seina teljel ($x = 0$)

$$t_0 = t_\mathrm{v} + \frac{q_\mathrm{v}}{2\lambda}\delta^2. \tag{13-103}$$

Soojusvoog seina pinnalt keskkonda (vt valem (13-98))

$$q = \alpha(t_s - t_v) = q_v\delta. \tag{13-104}$$

### *13.5.5.2 Ümarvarras*

Olgu vaatluse all ühtlase sisemise soojusallikaga ümarvarras raadiusega $r_0$, kus mahuühiku kohta eraldub soojust $q_v$. Kuna varda pikkus on eelduse kohaselt kordi suurem raadiusest, siis temperatuur varda sees muutub ainult radiaalsuunas. Varras paikneb keskkonnas temperatuuriga $t_v$, seina ja keskkonna vaheline soojusülekandetegur on $\alpha$, temperatuur varda teljel $t_0$ ning pinnal $t_s$. Varda jooksev raadius olgu $r$. Eesmärk on selgitada temperatuurijaotus varda ristlõikes ning määrata vardalt keskkonda siirduv soojusvoog statsionaarsel režiimil.

Soojusjuhtivuse võrrandil (13-13) on ühemõõtmelises silinderkoordinaadistikus (vt ka valem (13-8)) kuju

$$\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \tag{13-105}$$

Selle võrrandi kahekordse integreerimise tulemusena

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = -\frac{q_v}{2\lambda}r + \frac{C_1}{r} \tag{13-106}$$

ja

$$t = -\frac{q_v}{4\lambda}r^2 + C_1 \ln r + C_2. \tag{13-107}$$

Ääretingimuse kohaselt

kui $r = 0$, siis $\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=0} = 0$,

ning võrrandist (13-107) järeldub, et $C_1 = 0$.

Teise ääretingimuse järgi kohas, kus $r = r_0$,

$$-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_0} = \alpha(t_s - t_v)$$

ja kuna $C_1 = 0$, siis

$$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)_{r=r_0} = -\frac{q_v}{2\lambda}r_0.$$

Kahe viimase võrrandi võrdsustamisel

$$t_s = t_v + \frac{q_v}{2\alpha}r_0. \tag{13-108}$$

Asendades võrrandisse (13-107) viimase valemi kaudu avaldatud $t_s$, saame

$$C_2 = t_v + \frac{q_v}{2\alpha} r_0 + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2 .$$

Selle tulemuse arvestamisel temperatuurimuutus varda ristlõikes

$$t_r = t_v + \frac{q_v}{2\alpha} r_0 + \frac{q_v}{4\lambda}\left(r_0^2 - r^2\right). \tag{13-109}$$

Viimasest võrrandist nähtub, et sümmeetrilise ülesande puhul jaguneb temperatuur sisemise soojusallikaga vardas radiaalsuunas paraboolselt. Valem (13-109) võimaldab arvutuslikult määrata temperatuuri ümarvarda ristlõike suvalises punktis.

Temperatuur varda teljel ($r = 0$)

$$t_0 = t_v + \frac{q_v}{2\alpha} r_0 + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2 . \tag{13-110}$$

Temperatuur varda pinnal on arvutatav valemi (13-108) abil.

Kui $\alpha \to \infty$, siis $t_v = t_s$ (esimene ääretingimus) ja temperatuurijaotus varda ristlõikes avaldub

$$t_r = t_v + \frac{q_v}{4\lambda}(r_0^2 - r^2). \tag{13-111}$$

Seejuures temperatuur varda teljel ($r = 0$)

$$t_0 = t_v + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2 . \tag{13-112}$$

Statsionaarne soojusvoog varda pinnalt keskkonda (vt valem (13-108))

$$q = \alpha(t_s - t_v) = \frac{q_v}{2} r_0 . \tag{13-113}$$

#### *13.5.5.3 Õõnes silinder*

Uurime soojusülekannet lõpmata pikas õõnsa silindri seinas, kui selles on sisemine soojusallikas. Vaatluse alla tulevad kolm võimalikku juhtumit: 1) soojus lahkub vaid silindriseina välispinnalt, 2) soojus lahkub silindriseina sisepinnalt, 3) soojus lahkub nii silindriseina sise- kui ka välispinnalt.

Olgu silindri siseraadius $r_1$, välisraadius $r_2$ ja seinamaterjali soojusjuhtivustegur $\lambda$. Silindri sein on ühtlaselt eralduva soojuse allikas, kus mahuühikus eraldub soojust $q_v$. Olgu siseseina temperatuur $t_{s1}$ ja välisseina temperatuur $t_{s2}$, vastavad keskkonnatemperatuurid $t_{v1}$ ja $t_{v2}$ ning pinna ja keskkonna vahelised soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$ (kolmas ääretingimus).

Ülesande lahendamisel lähtume võrrandist (13-105) ning selle üldlahendist.

*Soojus eemaldub ainult silindri seina välispinnalt*. Silindri sisepind on adiabaatne. Ülesande sellise püstituse korral on ääretingimused

kui $r = r_1$, siis $q_1 = 0$ ja samuti $\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_1} = 0$,

kui $r = r_2$, siis $-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_2} = \alpha(t_{s2} - t_{v2})$.

Esimese ääretingimuse kohaselt võrrandi (1-107) kaudu

$$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_1} = -\frac{q_v}{2\lambda} r_1 + \frac{C_1}{r_1} = 0,$$

millest leiame, et

$$C_1 = \frac{q_v}{2\lambda} r_1^2 .$$

Saadud tulemuse põhjal järeldub võrrandist (13-107), et kui $r = r_1$, siis

$$t_{s2} = -\frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 + \frac{q_v}{2\lambda} r_1^2 \ln r_2 + C_2 . \qquad (13\text{-}114)$$

Siit saame, et

$$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_2} = -\frac{q_v}{2\lambda} r_2 + \frac{q_v}{2\lambda} \frac{r_1^2}{r_2}.$$

Võrdsustame viimase tulemuse teisest ääretingimusest tulenevaga:

$$t_{s2} = t_{v2} + \frac{q_v}{2\alpha} r_2 - \frac{q_v}{2\alpha} \frac{r_1^2}{r_2}. \qquad (13\text{-}115)$$

Integreerimiskonstandi $C_2$ võib määrata valemite (13-114) ja (13-115) võrdsustamise teel:

$$C_2 = t_{v2} + \frac{q_v}{2\alpha} r_2 + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 - \frac{q_v}{2\alpha} \frac{r_1^2}{r_2} - \frac{q_v}{2\lambda} r_1^2 \ln r_2 .$$

Asetades $C_1$ ja $C_2$ valemisse (13-107), jõuame lõpliku tulemuseni

$$t_r = t_{v2} + \frac{q_v}{2\alpha} r_2 \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \\ + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[1 + 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]. \qquad (13\text{-}116)$$

Silindri sisepinna temperatuur ($r = r_1$)

$$t_{s1} = t_{v2} + \frac{q_v}{2\alpha} r_2 \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \\ + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \ln \frac{r_1}{r_2} - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (13\text{-}117)$$

Silindri välispinna temperatuur ($r = r_2$)

$$t_{s2} = t_{v2} + \frac{q_v}{2\alpha} r_2 \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (13\text{-}118)$$

Kui $\alpha_2 \to \infty$, siis silindri välisseina temperatuur ühtlustub keskkonna temperatuuriga $t_{v2}$ (esimene ääretingimus) ja temperatuurijaotus silindri ristlõikes

$$t_r = t_{v2} + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \ln \frac{r}{r_2} - \left( \frac{r}{r_2} \right)^2 \right] \quad (13\text{-}119)$$

ning temperatuur silindri sisepinnal

$$t_{s1} = t_{v2} + \frac{q_v}{4\lambda} r_1^2 \left[ \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 2 \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]. \quad (13\text{-}120)$$

Soojusvoog silindri välispinnalt keskkonda (vt valem (13-118))

$$q = \alpha (t_{s2} - t_{v2}) = \frac{q_v}{2} r_2 \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (13\text{-}121)$$

*Soojus eemaldub ainult silindri seina sisepinnalt*. Silindri välispind on adiabaatne. Ülesande sellise püstituse korral on ääretingimused

kui $r = r_1$, siis $-\lambda \left( \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \right)_{r=r_1} = \alpha (t_{s1} - t_{v1})$,

kui $r = r_2$, siis $\left( \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \right)_{r=r_2} = 0$.

Teist ääretingimust rakendades

$$\left( \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \right)_{r=r_2} = -\frac{q_v}{2\lambda} r_2 + \frac{C_1}{r_2} = 0,$$

millest leiame, et

$$C_1 = \frac{q_v}{2\lambda} r_2^2.$$

Viimase tulemuse põhjal järeldub võrrandist (13-107), et kui $r = r_1$, siis

$$t_{s1} = -\frac{q_v}{4\lambda} r_1^2 + \frac{q_v}{2\lambda} r_2^2 \ln r_1 + C_2 . \qquad (13\text{-}122)$$

Viimase valemi alusel

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = -\frac{q_v}{2\lambda} r_1 + \frac{q_v}{2\lambda} \frac{r_2^2}{r_1}.$$

Võrdsustades selle tulemuse esimesest ääretingimusest tulenevaga, saame

$$t_{s1} = t_{v1} - \frac{q_v}{2\alpha} r_1 + \frac{q_v}{2\alpha} \frac{r_2^2}{r_1}. \qquad (13\text{-}123)$$

Võrdsustades valemid (13-122) ja (13-123), võime määrata integreerimiskonstandi

$$C_2 = t_{v1} - \frac{q_v}{2\alpha} r_1 + \frac{q_v}{4\lambda} r_1^2 + \frac{q_v}{2\alpha} \frac{r_2^2}{r_1} - \frac{q_v}{2\lambda} r_2^2 \ln r_1 .$$

Asetades $C_1$ ja $C_2$ valemisse (13-107), saame lõpliku tulemuse

$$t_r = t_{v1} + \frac{q_v}{2\alpha} r_1 \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[2 \ln \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]. \qquad (13\text{-}124)$$

Silindri sisepinna temperatuur ($r = r_1$)

$$t_{s_1} = t_{v1} + \frac{q_v}{2\alpha} r_1 \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right]. \qquad (13\text{-}125)$$

Silindri välispinna temperatuur ($r = r_2$)

$$t_{s2} = t_{v1} + \frac{q_v}{2\alpha} r_1 \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right]. \qquad (13\text{-}126)$$

Kui $\alpha \to \infty$, siis silindri siseseina temperatuur ühtlustub keskkonna temperatuuriga $t_{v1}$ (esimene ääretingimus) ning temperatuurijaotus silindri ristlõikes

$$t_r = t_{v1} + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[2 \ln \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right] \qquad (13\text{-}127)$$

ja temperatuur silindri välispinnal

$$t_{s2} = t_{v1} + \frac{q_v}{4\lambda} r_2^2 \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right]. \qquad (13\text{-}128)$$

Soojusvoog silindri sisepinnalt keskkonda (vt valem (13-125))

$$q = \alpha\left(t_{s1} - t_{v1}\right) = \frac{q_v r_1}{2}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right]. \qquad (13\text{-}129)$$

*Soojus eemaldub nii silindri seina sise- kui ka välispinnalt*. Kasutame siin samu tähiseid mis eelmistel juhtumitel. Kui soojus lahkub keskkonda nii silindri sise- kui ka välispinnalt, on seinas kaugusel $r_0$ silindri teljest maksimumtemperatuur (joonis 13.15).

Ülesande niisuguse püstituse korral saab lähtuda järgmistest ääretingimustest:

kui $r = r_1$, siis $-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_1} = \alpha_1\left(t_{s1} - t_{v1}\right)$;

kui $r = r_2$, siis $-\lambda\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_2} = \alpha_2\left(t_{s2} - t_{v2}\right)$.

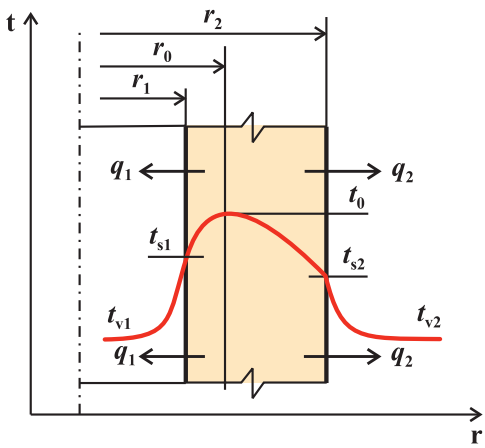
Et isotermpinna raadiusel $r_0 = konst$ soojusvoog $q = 0$, siis jagab see pind seina kaheks osaks. Seina sisemisest osast siirdub soojusvoog läbi silindri siseseina keskkonda ning välimisest osast läbi välisseina väliskeskkonda. Kirjeldatu võimaldab kasutada eespool saadud lahendeid olukordades, kus soojus suundub keskkonda kas ainult silindri välis- või sisepinnalt.

Silindri seina kõrgema temperatuuri ja keskkonna temperatuuri vahed avalduvad valemite (13-116) ja (13-124) kohaselt:

$$t_0 - t_{v2} = \frac{q_v}{2\alpha_2} r_2\left[1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2\right] + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_0} - 1\right] \qquad (13\text{-}130)$$

ja

$$t_0 - t_{v1} = \frac{q_v}{2\alpha_1} r_1\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2\left[\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 + 2\ln\frac{r_0}{r_1} - 1\right]. \qquad (13\text{-}131)$$




**Joonis 13.15. Sisemise soojusallikaga õõnes silindriline sein**

Võrranditest (13-130) ja (13-131) tuleneb, et

$$t_{v1} - t_{v2} = \frac{q_v}{2}\left\{\frac{r_2}{\alpha_2}\left[1-\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2\right] - \frac{r_1}{\alpha_1}\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 - 1\right]\right\} + \\ + \frac{q_v}{4\lambda} r_0^2 \left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 + 2\left(\ln\frac{r_0}{r_2} - \frac{r_0}{r_1}\right)\right]. \quad (13\text{-}132)$$

Viimasest valemist on leitav raadius $r_0$.

Temperatuur $t_0$ on leitav, kui $r_0$ väärtus asetada valemisse (13-130) või (13-131).

Temperatuuri jaotus seina sisemises pooles on arvutatav valemi (13-124), välimises pooles valemi (13-116) abil.

Kui soojusülekandetegurid on lõpmata suure väärtusega ning silindri sise- ja välispinna temperatuur on võrdsed, siis sõltub $r_0$ ainult silindrilise seina mõõtmetest:

$$r_0 = \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2\ln\frac{r_2}{r_1}}}. \quad (13\text{-}133)$$

## 13.6 Mittestatsionaarne soojusjuhtivus

### 13.6.1 Tasapinnaline sein

Mittestatsionaarse soojusjuhtivuse ülesande matemaatilisel käsitlusel lähtutakse soojusjuhtivuse võrrandist ja ühesustingimustest. Eesmärk on saada antud geomeetrilise kujuga kehas koordinaatidest ja ajast sõltuv temperatuuriväli, mis rahuldab alg- ja ääretingimusi.

Vaatleme näitena temperatuurivälja homogeenses tasapinnalises seinas. Olgu antud tasapinnaline sein paksusega $2\delta$ ning seina ja keskkonna vaheline ajast sõltumatu soojusülekandetegur $\alpha$ (kolmas ääretingimus). Ülesanne on ühemõõtmeline, temperatuur muutub vaid $x$-telje suunas (vaatluse all on ületemperatuur, s.o keskkonnatemperatuurist arvestatud). Käsitletavat ülesannet kirjeldab võrrand (valem (13-6))

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\vartheta(x,\tau) = a\frac{\partial^2}{\partial x^2}\vartheta(x,\tau). \quad (13\text{-}134)$$

Algtingimus:

kui $\tau = 0$, siis $\vartheta = \vartheta_0(x)$.

Ääretingimused:

kui $x = 0$ (seina teljel), siis $\left[\frac{\partial}{\partial x}\vartheta(x,\tau)\right]_{x=0} = 0$ (esimene ääretingimus);

kui $x = \delta$, siis $-\lambda\left[\frac{\partial}{\partial x}\vartheta(x,\tau)\right]_{x=\delta} = \alpha\vartheta_{x=\delta}$ (teine ääretingimus).

Võrrandi (13-134) lahendit otsitakse kahe funktsiooni korrutisena, millest üks sõltub ainult ajast $\varphi(\tau)$ ja teine koordinaadist $\psi(x)$:

$$\vartheta(x,\tau) = \varphi(\tau)\cdot\psi(x). \tag{13-135}$$

Asetades viimase võrduse võrrandisse (13-134), saame

$$\frac{\partial\varphi(\tau)}{\partial\tau}\psi(x) = a\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\varphi(\tau)$$

ehk

$$\varphi'(\tau)\psi(x) = a\psi''(x)\varphi(\tau). \tag{13-136}$$

Eraldame muutujad, siis

$$\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = a\frac{\psi''(x)}{\psi(x)}. \tag{13-137}$$

Kui argumendi väärtus on $x$ ja $\tau$ on muutuja, on viimase võrrandi vasak pool konstantne ning parem pool sõltub ainult koordinaadist $x$. Samuti on võrrandi parem pool konstantne, kui lähtuda etteantud $\tau$ väärtusest ja muutuja on $x$, sest võrrandi vasak pool on ainuüksi ajafunktsioon $\tau$. Kuna võrdus (13-137) peab kehtima suvalise $x$ ja $\tau$ korral, siis peavad ka võrrandi mõlemad pooled võrduma ühe ja sama konstantse suurusega. Lähtuvalt mittestatsionaarse soojusjuhtivusprotsessi olemusest on tähendatud suhe negatiivne ning tähistatakse $-k^2$.

Seega

$$\frac{1}{a}\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = -k^2.$$

Viimasest valemist järeldub, et

$$\varphi'(\tau) + ak^2\varphi(\tau) = 0 \tag{13-138}$$

ja

$$\psi''(x) + k^2\psi(x) = 0. \tag{13-139}$$

Konstant $k$ määratakse ääretingimustest lähtudes. Et mittestatsionaarsete soojuslevi nähtuste korral suundub süsteem relaksatsiooniprotsessi jooksul termodünaamika teise seaduse kohaselt tasakaalu poole, siis peab suhet määrav märk valemis (13-137) olema negatiivne.

Võrrandid (13-138) ja (13-139) on kvadratuuris integreeritavad harilikud diferentsiaalvõrrandid. Esimese võrrandi lahend

$$\varphi(\tau) = C_1 \exp\left(-ak^2\tau\right)$$

ja teise võrrandi lahend

$$\psi(x) = C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx).$$

Seega võrrandi (13-135) alusel

$$\vartheta(x,\tau) = C_1\left[C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx)\right]\exp\left(-ak^2\tau\right). \qquad (13\text{-}140)$$

Esimese ääretingimuse kohaselt

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\vartheta(x,\tau)\right]_{x=0} = C_1 k \exp\left(-ak^2\tau\right)\left[C_2 \cos(kx) - C_3 \sin(kx)\right]_{x=0} = 0$$

ehk

$$C_2 \cos 0 - C_2 \sin 0 = 0,$$

millest järeldub, et $C_2 = 0$.

Kui arvestada viimast tulemust ja tähistada $D = C_1C_3$, siis omandab võrrand (13-140) kuju

$$\vartheta(x,\tau) = D \exp\left(-ak^2\tau\right)\cos(kx). \qquad (13\text{-}141)$$

Kuna

$$\left[\left|\frac{\partial}{\partial x}\vartheta(x,\tau)\right|\right]_{x=\delta} = -kD \exp\left(-ak^2\tau\right)\sin(k\delta),$$

siis teise ääretingimuse kohaselt

$$-kD \exp\left(-ak^2\tau\right)\sin(k\delta) = -D\frac{\alpha}{\lambda}\exp\left(-ak^2\tau\right)\cos(k\delta).$$

Tähistame

$$\mu = k\delta$$

ja

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda}.$$

Nüüd järeldub viimasest võrrandist, et

$$\operatorname{ctg}\mu = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}. \qquad (13\text{-}142)$$

Nagu varem juba nenditud, dimensioonita suurus Bi on Biot' arv.

Avaldist (13-142) tuntakse kui karaktervõrrandit, mis ei ole karakterarvu $\mu$ suhtes otseselt lahendatav ning tuleb sel põhjusel lahendada numbriliselt. Etteantud Bi väärtuse korral on karaktervõrrandil lõpmata suur hulk lahendeid.

Piirjuhul, kui Bi → 0, siis

$$\mu_1 = 0,\ \mu_2 = \pi,\ \mu_3 = 2\pi,\ldots,\ \mu_n = (n-1)\pi$$

ning samuti Bi → ∞ korral

$$\mu_1 = \frac{\pi}{2}, \mu_2 = \frac{3}{2}\pi, \mu_3 = \frac{5}{2}\pi, ..., \mu_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}.$$

Tabelis 13.2 on toodud võrrandi (13-142) neli esimest lahendit Biot' arvu piirväärtuste vahemikus.

Eeltoodu põhjal on olemas lõpmata suur hulk karakterarve $\mu_n$, mis rahuldavad võrrandit (13-134) ja teist ääretingimust. Seetõttu vastab võrrandi (13-142) igale lahendile $\mu_n$ võrrandi (13-134) erilahend, mis valemi (13-141) alusel

$$\vartheta_n(x,\tau) = D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right),$$

üldlahend aga avaldub arvrea summana

$$\vartheta(x,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right). \qquad (13\text{-}143)$$

Valemis esinevat dimensioonita kompleksi

$$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{\delta^2}$$

tuntakse kui Fourier' arvu. Nüüd

$$\vartheta(x,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right). \qquad (13\text{-}144)$$

Võrrandites (13-143) ja (13-144) on tundmatuks $D_n$. Võrrandid peavad rahuldama algtingimust ($\tau = 0$) ja valemi (13-143) kohaselt

$$\vartheta(x,0) = \vartheta_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right). \qquad (13\text{-}145)$$

**Tabel 13.2. Karakterarvu $\mu_n$ väärtused erinevatel Biot' arvudel**

| Bi | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_3$ | $\mu_4$ | Bi | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_3$ | $\mu_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,0000 | 3,1416 | 6,2832 | 9,4248 | 2,0 | 1,0769 | 3,6436 | 6,5783 | 9,6296 |
| 0,004 | 0,0632 | 3,1429 | 6,2838 | 9,4252 | 4,0 | 1,2646 | 3,9352 | 6,8140 | 9,8119 |
| 0,008 | 0,0893 | 3,1441 | 6,2845 | 9,4256 | 8,0 | 1,3978 | 4,2264 | 7,1263 | 10,0949 |
| 0,02 | 0,1410 | 3,1479 | 6,2864 | 9,4269 | 10,0 | 1,4289 | 4,3058 | 7,2281 | 10,2003 |
| 0,06 | 0,2425 | 3,1606 | 6,2927 | 9,4311 | 20,0 | 1,4961 | 4,4915 | 7,49545 | 10,5117 |
| 0,1 | 0,3111 | 3,1731 | 6,2991 | 9,4354 | 50,0 | 1,5400 | 4,6202 | 7,7012 | 10,7832 |
| 0,5 | 0,6533 | 3,2923 | 6,3616 | 9,4775 | 100,0 | 1,5552 | 4,6658 | 7,7764 | 10,8871 |
| 1,0 | 0,8603 | 3,4256 | 6,4373 | 9,5293 | ∞ | 1,5708 | 4,7124 | 7,8540 | 10,9956 |

Võrrand (13-145) on funktsiooni $\vartheta_0(x)$ arendus Fourier' ritta karaktervõrrandi (13-142) lahendi $\mu_n$ kaudu. Kui moodustada korrutis $\cos(\mu_n x/\delta) \cdot \cos(\mu_m x/\delta)$, kus $\mu_m$ on meelevaldne karakterarv lõpmata suurest hulgast järjestikku kasvavatest arvudest $\mu_n$, siis kehtib seos

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\cos\left(\mu_m \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x \qquad \begin{cases} = 0, \text{ kui } n \neq m \\ \neq 0, \text{ kui } n = m. \end{cases} \tag{13-146}$$

Toetudes viimasele seosele ja korrutades valemi (13-145) mõlemaid pooli suurusega $\cos(\mu_n x/\delta)$ ning integreerides seina paksuse ulatuses, saame

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \vartheta_0(x)\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x = \int_{-\delta}^{+\delta} D_n \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\cos\left(\mu_m \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x.$$

Et viimase võrrandi parema poole liikmed võrduvad $m \neq n$ kehtides valemi (13-146) kohaselt nulliga ja nullist erinev on ainult liige $m = n$, saame tulemuse

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \vartheta_0(x)\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x = D_n \int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x. \tag{13-147}$$

Et

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x = \frac{\delta}{\mu_n}(\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n),$$

siis järeldub valemist (13-147), et

$$D_n = \frac{\mu_n}{\delta(\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n)} \int_{-\delta}^{+\delta} \vartheta_0(x)\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x. \tag{13-148}$$

Viimasest seosest nähtub, et suurus $D_n$ on sõltuv karaktervõrrandi lahendist ja temperatuurijaotusest kehas algmomendil.

Kui asetada avaldatud $D_n$ võrrandisse (13-144), siis temperatuuriväli tasapinnalises seinas

$$\vartheta(x,\tau) = \sum_{\mathbf{n}=1}^{\infty} \frac{\mu_{\mathbf{n}}}{\delta(\mu_{\mathbf{n}} + \sin\mu_{\mathbf{n}} \cos\mu_{\mathbf{n}})} \left[\int_{-\delta}^{+\delta} \vartheta_0(x)\cos\left(\mu_{\mathbf{n}} \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x\right] \times \\ \times \cos\left(\mu_{\mathbf{n}} \frac{x}{\delta}\right)\exp\left(-\mu_{\mathbf{n}}^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{13-149}$$

See valem võimaldab arvutada temperatuuri tasapinnalise seina meelevaldses punktis igal ajahetkel temperatuuri algjaotuse $\vartheta_0(x)$ korral.

Üks lihtsamaid juhte on olukord, kus seina temperatuur on algmomendil ühtlane: $\vartheta_0 = t_0 - t_v = \vartheta_0(x) = konst$. Siis võrrandi (13-149) nurksulgudes olev liige

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \vartheta_0(x)\cos\left(\mu_\mathrm{n}\frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x = \vartheta_0\frac{2\delta}{\mu_\mathrm{n}}\sin\mu_\mathrm{n}$$

ning

$$D_\mathrm{n} = \vartheta_0\frac{2\sin\mu_\mathrm{n}}{\mu_\mathrm{n}+\sin\mu_\mathrm{n}\cos\mu_\mathrm{n}}.$$

Tähistame

$$A_\mathrm{n} = \frac{2\sin\mu_\mathrm{n}}{\mu_\mathrm{n}+\sin\mu_\mathrm{n}\cos\mu_\mathrm{n}},$$

siis temperatuuriväli tasapinnalises seinas temperatuuri ühtlasel algjaotusel

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0\sum_{n=1}^{\infty} A_\mathrm{n}\cos\left(\mu_\mathrm{n}\frac{x}{\delta}\right)\exp\left(-\mu_\mathrm{n}^2\mathrm{Fo}\right)$$

ehk

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty}\frac{2\sin\mu_\mathrm{n}}{\mu_\mathrm{n}+\sin\mu_\mathrm{n}\cos\mu_\mathrm{n}}\cos\left(\mu_\mathrm{n}\frac{x}{\delta}\right)\exp\left(-\mu_\mathrm{n}^2\mathrm{Fo}\right). \qquad (13\text{-}150)$$

Tulemusest selgub, et temperatuur keha suvalises punktis antud ajahetkel sõltub Fourier' ja Biot' arvust ja koordinaadist, sest $A_\mathrm{n}$ on samuti ühene funktsioon Biot' arvust. Suuruse $A_\mathrm{n}$ arvväärtusi olenevalt Biot' arvust võib leida käsiraamatutest (vt tabel 13.3).

**Tabel 13.3. Suuruse $A_\mathrm{n}$ väärtused erinevatel Biot' arvudel**

| Bi | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,0000 | –0,0000 | 0,0000 | –0,0000 | 0,0000 | –0,0000 |
| 0,004 | 1,0008 | –0,0008 | 0,0002 | –0,0001 | 0,0000 | –0,0000 |
| 0,008 | 1,0015 | –0,0016 | 0,0004 | –0,0002 | 0,0001 | –0,0001 |
| 0,02 | 1,0030 | –0,0040 | 0,0010 | –0,0004 | 0,0003 | –0,0002 |
| 0,06 | 1,0099 | –0,0119 | 0,0030 | –0,0013 | 0,0007 | –0,0004 |
| 0,10 | 1,0159 | –0,0197 | 0,0050 | –0,0022 | 0,0013 | –0,0008 |
| 0,50 | 1,0701 | –0,0873 | 0,0243 | –0,0110 | 0,0063 | –0,0040 |
| 1,00 | 1,1192 | –0,1517 | 0,0466 | –0,0217 | 0,0124 | –0,0080 |
| 2,00 | 1,1784 | –0,2367 | 0,0848 | –0,0414 | 0,0241 | –0,0157 |
| 4,00 | 1,2287 | –0,3215 | 0,1396 | –0,0750 | 0,0451 | –0,0300 |
| 8,00 | 1,2569 | –0,3812 | 0,1959 | –0,1174 | 0,0768 | –0,0535 |
| 10,00 | 1,2612 | –0,3934 | 0,2104 | –0,1309 | 0,0881 | –0,0676 |
| 20,00 | 1,2699 | –0,4147 | 0,2394 | –0,1621 | 0,1182 | –0,0901 |
| 50,00 | 1,2727 | –0,4227 | 0,2517 | –0,1779 | 0,1365 | –0,1098 |
| ∞ | 1,2732 | –0,4222 | 0,2546 | –0,1819 | 0,1415 | –0,1157 |

Mida suurem on Biot' arv, seda intensiivsem on soojusülekanne seina pinnalt keskkonda, võrreldes kehasisese soojusvooga. Järelikult, mida suurem on Biot' arv, seda ebaühtlasem on temperatuurijaotus keha sees. Vastupidi, mida väiksem on Biot' arv, seda kuumem on seina välispind ning seda ühtlasemalt jaotub temperatuur seinas.

Temperatuur seina teljel ($x = 0$)

$$\vartheta(0,\tau) = \vartheta_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right)$$

ja välispinnal ($x = \delta$)

$$\vartheta(\delta,\tau) = \vartheta_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\mu_n \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Et võrrandi (13-142) lahendid $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$, ... kujutavad endast kasvavat arvrida, siis mida kõrgem on arvrea liige, seda väiksem osatähtsus on tal rea eelmise liikmega võrreldes. Mida suurem on Fourier' arv, seda kiiremini rida koondub. Kui Fo > 0,3, koondub rida niivõrd kiiresti, et piisab ainult arvrea esimese liikme arvestamisest:

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0 \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Samuti $x = 0$ korral

$$\vartheta(0,\tau) = \vartheta_0 \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1} \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right)$$

ja $x = \delta$ puhul

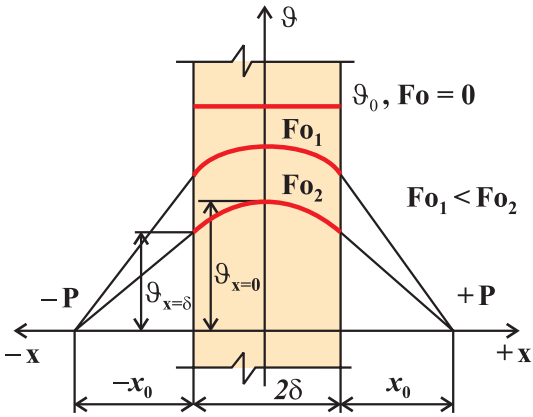
$$\vartheta(\delta,\tau) = \vartheta_0 \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1} \cos\mu_1 \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Sümmeetrilise ülesande korral on maksimaalne temperatuur seina teljel. Maksimumpunktist lähtuvale temperatuurikõverale kohas $x = \pm\,\delta$ joonestatud puutuja läbib igal ajahetkel punktid $x$-teljel kaugusel $\pm x_0 = \delta/\mathrm{Bi}$ seina pinnast, nagu on näidatud joonisel 13.16. See tulemus on järeldatav ääretingimusest kohas $x = \delta$. Joonisel näidatud punkti $P$ kauguse $x_0$ määravad seega ühesustingimused.

Seina poolt vastuvõetav või äraantav soojushulk on ajafunktsioon ning on määratav kui keha hetkeseisundi ja algseisundi siseenergia (või entalpia) vahe

$$Q = 2\delta\rho c F \overline{\vartheta}(\tau), \qquad (13\text{-}151)$$

kus $\delta$ – seina poolpaksus, $\rho$ – seinamaterjali tihedus, $c$ – seinamaterjali erisoojus, $F$ – seina pindala, $\overline{\vartheta}$ – seina keskmise temperatuuri ja keskkonna temperatuuri vahe.




**Joonis 13.16. Temperatuuri jaotumine tasapinnalises seinas erinevatel ajahetkedel**

Seina keskmine ületemperatuur

$$\overline{\vartheta} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} \vartheta \mathrm{d}x.$$

Valemi (13-150) põhjal

$$\overline{\vartheta}(\tau) = \vartheta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin^2\mu_n}{\mu_n^2 + \mu_n \sin\mu_n \cos\mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Asetades viimase valemiga määratud seina keskmise temperatuuri avaldisse (13-151), saab arvutada mis tahes ajahetkel seinalt keskkonnale üleantud soojushulga.

Kui Fo > 0,3, võib piirduda ainult rea esimese liikmega:

$$\overline{\vartheta}(\tau) = \vartheta_0 \frac{2\sin^2\mu_1}{\mu_1^2 + \mu_1 \sin\mu_1 \cos\mu_1} \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Eksponentfunktsiooni ees seisev kompleks sõltub üksnes Biot' arvust.

Siiani käsitleti üksikasjalisemalt mittestatsionaarset soojusjuhtivust tasapinnalises seinas. Temperatuuriväli ja sellest järelduvad erijuhtumid tasapinnalise seina osas temperatuuri ühtlase jaotuse korral algmomendil avalduvad lähtuvalt valemist (13-150), millele võib anda kolmest liikmest koosneva kuju:

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \mathrm{A_n}\left(\mu_n\right) \cdot \mathrm{U_n}\left(\mu_n, \frac{x}{\delta}\right) \cdot \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right) \right]. \qquad (13\text{-}152)$$

Kasutades põhimõtteliselt sama metoodikat, on võimalik saada ka lahendid tasapinnalisest seinast erineva kujuga kehadele, näiteks silindrilisele seinale ja kerale.

Valemis esinev funktsioon $A_n(\mu_n)$ sõltub keha kujuga määratud karakterarvust $\mu_n$, funktsioon $U_n(\mu_n, x/\delta)$ aga karakterarvust ja punkti asukohast ning eksponentfunktsioon $\exp(-\mu_n^2\,\mathrm{Fo})$ karakterarvust ja Fourier' arvust (ajast).

Tabelis 13.4 on toodud mittestatsionaarset soojusjuhtivust iseloomustav karakterfunktsioon ning funktsioonide $A_n(\mu_n)$ ja $U_n(\mu_n, x/\delta)$ avaldised erisuguse geomeetrilise kujuga kehadele.

**Tabel 13.4. Mittestatsionaarset soojusjuhtivust iseloomustavad funktsioonid**

| Keha | Karakterfunktsioon | Funktsioon $A_n(\mu_n)$ | Funktsioon $U_n(\mu_n, x/\delta)$ |
|---|---|---|---|
| Tasapinnaline sein | $\operatorname{ctg}\mu = \dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}}$ | $\dfrac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n\cos\mu_n}$ | $\cos\left(\mu_n \dfrac{x}{\delta}\right)$ |
| Silindriline sein | $\dfrac{\mathrm{J}_0(\mu)}{\mathrm{J}_1(\mu)} = \dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}}$ | $\dfrac{2\mathrm{J}_1(\mu_n)}{\mu_n\left[\mathrm{J}_0^2(\mu_n) + \mathrm{J}_1^2(\mu_n)\right]}$ | $\mathrm{J}_0\left(\mu_n \dfrac{r}{R}\right)$ |
| Sfääriline sein | $\operatorname{tg}\mu = -\dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}-1}$ | $\dfrac{2(\sin\mu_n - \mu_n\cos\mu_n)}{(\mu_n - \sin\mu_n\cos\mu_n)\mu_n}$ | $\dfrac{R}{r}\sin\left(\mu_n \dfrac{r}{R}\right)$ |

J – silindriline Besseli funktsioon.

## 13.6.2 Biot' arvu mõju

### *13.6.2.1 Väike Biot' arv*

Väike Biot' arv (Bi < 0,1) võib esineda kas õhukese seina, suure soojusjuhtivusteguri või väikese soojusülekandeteguri korral. Sagedamini kohtame seda õhukese seina või plaadiga seotud ülesandeis. Väikese Biot' arvu juures kõik rea liikmed $A_n \to 0$, sest $\mu_n = (n-1)\pi$, välja arvatud esimene liige, kus $A_1 = 1$ (vt tabel 13.3).

Teatavasti on nurga tangens argumendi väikese väärtuse korral ligikaudu võrdsustatav argumendiga. Seega antud juhul võib võrrandi (13-142) avaldada kujul

$$\frac{1}{\mu_1} = \frac{\mu_1}{\mathrm{Bi}}$$

ja valem (13-150) omandab kuju

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0 \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right)\exp\left(-\mu_1^2\mathrm{Fo}\right) =$$

$$= \vartheta_0 \cos\left(\frac{x}{\delta}\sqrt{\mathrm{Bi}}\right)\exp\left(-\mathrm{BiFo}\right). \qquad (13\text{-}153)$$

Viimase võrrandi kohaselt temperatuur plaadi keskel

$$\vartheta_{x=0} = \vartheta_0 \exp(-\mathrm{BiFo})$$

ja plaadi pinnal

$$\vartheta_{x=1} = \vartheta_0 \cos(\sqrt{\mathrm{Bi}}) \exp(-\mathrm{BiFo}).$$

Temperatuurisuhe plaadi keskel ja pinnal

$$\frac{\vartheta_{x=0}}{\vartheta_{x=1}} = \frac{\exp(-\mathrm{BiFo})}{\cos(\sqrt{\mathrm{Bi}}) \exp(-\mathrm{BiFo})} \to 1.$$

Väikese Biot' arvu korral erineb temperatuur plaadi teljel üsna vähe temperatuurist pinnal. Temperatuur plaadi suvalises punktis alaneb (kasvab) eksponentsiaalselt. Väikese Biot' arvuga keha, mis jahtub (kuumeneb) üle kogu mahu ühtlaselt, tuntakse termiliselt õhukese kehana. Selliste kehade jahtumist või kuumenemist piiravaks teguriks on soojusvahetus keskkonnaga.

Plaadi keskmine temperatuur

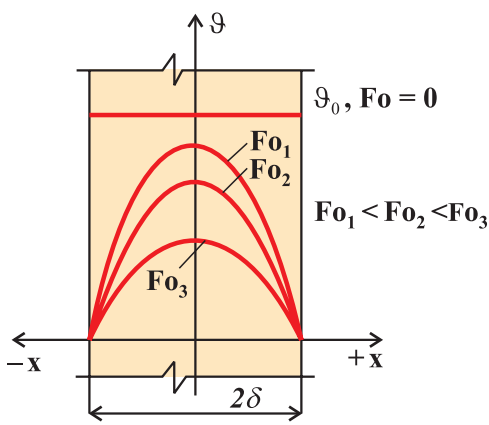
$$\overline{\vartheta}(x, \tau) = \vartheta_0 \exp(-\mathrm{BiFo}). \qquad (13\text{-}154)$$

See on oodatav tulemus, sest temperatuur muutub üle kogu keha ühtlaselt.

Esitatud valemid kehtivad ka tasapinnalisest plaadist erineva kujuga keha korral. Siis tuleb Biot' arvu korrutada kujuteguriga $k$, mille väärtus tasapinnalisele plaadile on 1, silindrilisele ja sfäärilisele seinale vastavalt 2 ja 3.

### *13.6.2.2 Suur Biot' arv*

Suure Biot' arvuga on tegemist, kui Bi > 100. Biot' arvu lähenemisel lõpmatusele läheneb seina temperatuur keskkonna omale (esimest liiki ääretingimus), kuna siis $x_0 = \delta/\mathrm{Bi} \to 0$. Sellisel juhul asetseb isotermjoone puutuja keha pinnal, nagu see on näidatud joonisel 13.17 (võrdle samuti joonisega 13.16). Säärane olukord on tüüpiline intensiivse soojusvahetuse korral pinna ja keskkonna vahel, kus kehasisese soojuslevi määravad seina soojusfüüsikalised omadused ja mõõtmed.




**Joonis 13.17. Temperatuuri jaotumine tasapinnalises seinas mitmel ajahetkel Biot' arvu suure väärtuse korral**

Nagu varem mainitud, sellisel juhul

$$\mu_{\mathrm{n}} = (2\mathrm{n}-1)\frac{\pi}{2}.$$

Saadud tulemust arvestades temperatuuriväli tasapinnalises seinas

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0 \frac{4}{\pi}\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty}(-1)^{\mathrm{n}+1}\frac{1}{(2\mathrm{n}-1)}\cos\left[\frac{(2\mathrm{n}-1)\pi}{2}\frac{x}{\delta}\right]\exp\left[-\frac{(2\mathrm{n}-1)^2\pi^2}{4}\mathrm{Fo}\right]. \tag{13-155}$$

Temperatuur seina teljel

$$\vartheta(0,\tau) = \vartheta_0 \frac{4}{\pi}\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty}(-1)^{\mathrm{n}+1}\frac{1}{(2\mathrm{n}-1)}\exp\left[-\frac{(2\mathrm{n}-1)^2\pi^2}{4}\mathrm{Fo}\right]. \tag{13-156}$$

Nagu juba öeldud, kui Fourier' arv Fo > 0,3, koondub valemiga (13-150) kirjeldatav rida kiirelt ning ilma suurema veata (see ei ületa 1%) võib piirduda ainult rea esimese liikme arvestamisega. Valem (13-156) võtab siis kuju

$$\vartheta(0,\tau) = \vartheta_0 \frac{4}{\pi}\exp\left(-\frac{\pi^2}{4}\mathrm{Fo}\right), \tag{13-157}$$

millest Fourier' arv

$$\mathrm{Fo} = \frac{4}{\pi^2}\ln\left[\frac{4}{\pi}\frac{\vartheta_0}{\vartheta(0,\tau)}\right].$$

Viimane valem võimaldab määrata tasapinnalise seina jahtumise aja kuni etteantud temperatuurini teljel:

$$\tau = \frac{1}{a}\left(\frac{2\delta}{\pi}\right)^2 \ln\left[\frac{4}{\pi}\frac{\vartheta_0}{\vartheta(0,\tau)}\right]. \tag{13-158}$$

Tasapinnalise seina keskmine temperatuur Bi → ∞ korral

$$\overline{\vartheta}(\tau) = \vartheta_0 \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty}\frac{8}{(2\mathrm{n}-1)^2\pi^2}\exp\left[-\frac{(2\mathrm{n}-1)^2}{4}\pi^2\mathrm{Fo}\right]. \tag{13-159}$$

### 13.6.3 Regulaarne režiim

Mittestatsionaarne temperatuuriväli suvalise geomeetrilise kujuga kehas on kirjeldatav valemiga (13-152) lõpmatu rea liikmete summana.

Soojusülekandeprotsessi saab mainitud võrrandile toetudes jagada kolmeks üksteisele järgnevaks režiimiks.

Kehasisene temperatuurivälja muutus protsessi algul suhteliselt lühikese aja kestel sõltub suuresti temperatuuri jaotusest kehas alghetkel. Staadiumi, mil keha temperatuurimuutuse kiirus sõltub temperatuuri algjaotusest, tuntakse soojusjuh-

tivuse irregulaarse režiimina. Temperatuurimuutuse irregulaarne režiim kehas avaldub matemaatiliselt mittestatsionaarset soojusjuhtivust kajastava arvrea esimese liikme ja sellele järgnevate liikmete kaudu. Kuna iga esimesele karakteristarvule järgnev arv on eelmisest suurem, siis koondub rida kiiresti. Sama kehtib ka Fourier' arvu mõju kohta. Mida suurem on Fourier' arv ehk aeg protsessi algusest arvates, seda kiiremini rida koondub. Alates teatud ajahetkest, mille tavaliselt määrab Fourier' arv Fo > 0,3, väheneb algtingimuste osatähtsus järsult ning määravaks saab soojusülekanne keskkonna ja pinna vahel, aga samuti keha kuju ja mõõtmed ning soojusfüüsikalised omadused. See annab võimaluse loobuda valemis (13-150) rea liikmetest peale esimese. Soojusülekanne suundub teise faasi, mida tuntakse regulaarse soojusjuhtivusrežiimina. Võrrandist (13-152) tulenevalt saab seda režiimi kirjeldada avaldisega

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_0 A_1(\mu_1)\cdot \mathrm{U_n}\left(\mu_1, \frac{x}{\delta}\right)\cdot \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right). \qquad (13\text{-}160)$$

Regulaarset soojusjuhtivusrežiimi iseloomustab asjaolu, et keha mis tahes punkti temperatuur muutub eksponentsiaalselt ning kehasisene temperatuurijaotus ja selle muutus ajas ei sõltu algtingimustest.

Viimasest võrrandist lähtudes

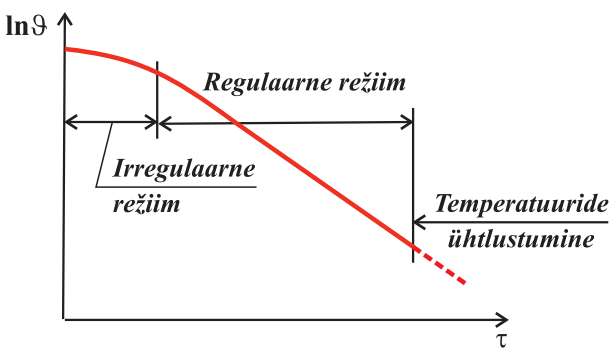
$$\ln\vartheta(x,\tau) = \ln[\vartheta_0 A_1(\mu_1)] + \ln \mathrm{U_n}\left(\mu_1, \frac{x}{\delta}\right) - \mu_1^2 \mathrm{Fo}. \qquad (13\text{-}161)$$

Nähtub, et ületemperatuuri logaritm keha suvalises punktis on lineaarne funktsioon ajast (joonis 13.18).

Kui $\tau \to \infty$, siis keha kõigi punktide temperatuur läheneb keskkonna temperatuurile ning protsess läheb üle tasakaaluseisundisse, kus keha ja keskkonna temperatuur võrdsustuvad (kolmas režiim).

Temperatuuri tuletis aja järgi

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\ln\vartheta = \frac{1}{\vartheta}\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\tau} = -\mu_1^2\frac{\mathrm{Fo}}{\tau} = -\mu_1^2\frac{a}{\delta^2} = -m. \qquad (13\text{-}162)$$




**Joonis 13.18. Keha temperatuurimuutuse staadiumid**

Suurust $m$ nimetatakse temperatuurimuutusteguriks (mõõtühik 1/s). Tegur $m$ ei sõltu punkti asukohast kehas ega ka ajast ning tema väärtus jääb samaks keha mis tahes punktis.

Temperatuurimuutustegur $m$ näitab keha temperatuurimuutuse kiirust ja sõltub keha soojusfüüsikalistest omadustest, soojuse keskkonda kandumise intensiivsusest ning keha geomeetrilisest kujust ja mõõtmetest.

Esimest liiki ääretingimuse korral ei sõltu karakterarvud $\mu_n$ Biot' arvust ja tegur $m$ oleneb keha soojusfüüsikalistest omadustest, kujust ja mõõtmetest. Tähistame esimest liiki ääretingimusele vastava teguri $m_\infty$, siis tasapinnalise seina jaoks

$$m_\infty = \frac{\pi^2 a}{4\delta^2},$$

sest $\mu_1 = \pi/2$.

Suurus $m_\infty$ näitab seda, et esimest liiki ääretingimuse korral soojusülekandetegur $\alpha \to \infty$ ning seina temperatuur läheneb keskkonna omale.

Valemist (13-162) nähtub otseselt, et suurus $m$ on võrdeline materjali temperatuurijuhtivusteguriga ning sõltub keha kujust ja mõõtmetest, mis võetakse tavaliselt arvesse seosega

$$a = Km_\infty,$$

kus $K$ – keha kujust ja mõõtmetest sõltuv kujutegur.

Kujuteguri $K$ väärtus tasapinnalisele seinale

$$K = \frac{4\delta^2}{\pi^2},$$

silindrilisele seinale raadiusega $R$ ja pikkusega $l$

$$K = \frac{1}{\left(\frac{2,405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2},$$

sfäärilisele seinale

$$K = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{R}\right)^2}.$$

Soojusjuhtivuse regulaarse režiimi alusel on välja töötatud laialt rakendatavad meetodid ainete soojusfüüsikaliste omaduste uurimiseks.

Neljateistkümnes peatükk

# KONVEKTIIVNE SOOJUSÜLEKANNE. SOOJUSÜLEKANNE AINE FAASISIIRDEL

## 14.1 Konvektiivse soojusülekande olemus

Konvektiivne soojusülekanne eeldab vedeliku või gaasi liikumist, selle osakeste ümberpaiknemist ja segunemist ruumis. Energia kandub sel juhul voolusesiseselt üle ühtaegu nii konvektsiooni kui ka juhtivuse teel. Konvektsioon seisneb vedeliku (gaasi) liikumisega kaasnevas soojuse levimises entalpiaülekande näol kõrgema temperatuuriga piirkonnast madalama temperatuuriga piirkonda. Konvektsiooniga kaasneb teatavasti alati ka soojusjuhtivus, sest vedeliku liikudes on eri temperatuuriga osakeste omavahelisest kontaktist tingitud energiaülekanne paratamatu.

*Märkus*. Et konvektiivse soojuslevi käsitlemisel üldiselt puudub vajadus eristada vedelikku gaasist, siis on tavaks kasutada nende jaoks ühisnimetust *vedelik.* Voolamise puhul kasutame sel juhul edaspidi väljendit *vedeliku voolamine* või *keskkonna voolamine*.

Vedeliku liikumine intensiivistab soojusülekannet, tõhustades kuumemate ja külmemate mahuosade kokkupuudet ning ergutades sel viisil soojusjuhtivust nende vahel. Soojusülekanne konvektsiooni teel on alati intensiivsem kui molekulaarse soojusjuhtivuse vahendusel.

Läbigu teatud pinda selle normaali suunas ajaühikus vedeliku mass $\rho w$. Siis koos vedelikuga läbib sedasama pinda entalpiavoog

$$q_{\mathrm{k}} = \rho w h .$$

Fourier' seaduse põhjal soojusvoog juhtivusest

$$q_{\lambda} = -\lambda \nabla t .$$

Seega ülekantav soojushulk liikuvas vedelikus

$$q_{\mathrm{k}} + q_{\lambda} = \rho w h - \lambda \nabla t , \qquad (14\text{-}1)$$

kus $\rho$ – vedeliku tihedus, $w$ – voolamiskiirus, $h$ – entalpia, $\lambda$ – soojusjuhtivustegur, $t$ – temperatuur.

Tulemus väljendab voolusesisest soojussiiret. Praktikas pakub enam huvi soojusülekanne vooluse ja pinna vahel, mis on aga tugevalt seotud voolusesiseste protsessidega.

Soojusülekannet piirdepinna (soojusvahetuspinna) ja voolava vedeliku vahel kirjeldab Newtoni-Richmanni valem

$$q = \alpha (t_\mathrm{s} - t_\mathrm{v}) \tag{14-2}$$

ehk samuti

$$Q = \alpha (t_\mathrm{s} - t_\mathrm{v}) F ,$$

kus $q$ – pinnaühikult vedelikule ajaühikus kanduv soojushulk (soojusvoog) W/m$^2$; $Q$ – pinda suurusega $F$ ajaühikus läbiv soojushulk (soojusvool) W; $\alpha$ – konvektsiooni soojusülekandetegur W/(m$^2$·K); $t_\mathrm{s}$ – pinna temperatuur; $t_\mathrm{v}$ – voolava vedeliku temperatuur.

Konvektsiooni soojusülekandetegur $\alpha$ väljendab liikuva vedelikuga kokkupuutuva pinna ühikut läbivat soojusvoogu ajaühikus temperatuurivahe ühiku kohta.

Vedeliku liikumisel on pinnale üleantav soojusvoog võrdne pinda läbiva soojusvooga.

Mööda pinda voolava viskoosse vedeliku kiirus vahetult pinnal on võrdne nulliga. Nimelt liibub pinnale üliõhuke nullkiirusega vedeliku aluskiht, mida soojus läbib juhtivuse teel ning mille võib matemaatiliselt avaldada kujul

$$q = -\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} , \tag{14-3}$$

kus $t$ – temperatuurijaotus vedelikukihis, $\partial t/\partial y|_{y=0}$ – temperatuurigradient pinnal.

Konvektsiooni soojusülekandetegur (arvestades valemit (14-2))

$$\alpha = -\frac{\lambda}{t_\mathrm{s} - t_\mathrm{v}} \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} .$$

Üldjuhul ei ole tegur $\alpha$ soojusvahetuspinna ulatuses konstantne. Seetõttu kasutatakse soojusülekande arvutustes nii lokaalset kui ka keskmist soojusülekandetegurit. Viimane on lokaalsete ülekandetegurite keskväärtus kogu soojusvahetuspinna (või selle teatud osa) ulatuses.

Konvektiivse soojusülekande arvutusvalem (14-2) on kujult väga lihtne, selles on peale temperatuurivahe vaid soojusülekannet hõlmav võrdetegur $\alpha$. Ometi on konvektsiooni soojusülekandetegur funktsioon paljudest teguritest, nagu voolamise režiim, vedeliku liikumiskiirus, vedeliku soojusfüüsikalised omadused ja olekuparameetrid, temperatuur, soojusvahetuspinna kuju ja mõõtmed, pinna asend ja karedus jne. Kaudselt mõjutab tegurit $\alpha$ ka voolamist ajendav jõud.



**Georg Wilhelm Richmann** (22.07.1711 Pärnu – 5.08.1753 Peterburi), baltisaksa päritolu vene füüsik. Õppis Halle ja Jena ülikoolis, a-st 1740 oli Peterburi TA adjunkt, a-st 1741 akadeemik-professor, 1744 asus füüsikakabineti juhataja kohale. Algatas Venemaal soojus- ja elektrinähtuste uurimise. Tuletas 1744 kalorimeetria põhivalemi, mis kehtib vedeliku korral. Tuntud on ***Newtoni-Richmanni valem*** soojusülekandes. Ehitas 1745 esimese elektrimõõdiku (elektromeetri) ja kavandas elektrostaatilise masina, uuris atmosfäärielektrit. Hukkus välgulöögist nn piksemasina katsetusel.

Eristatakse sund- ja vabakonvektsiooni, lähtuvalt vedeliku voolamist ajendava jõu olemusest. Sundkonvektsiooni kutsub esile vedelikule mõjuv välisjõud, olgu selleks näiteks pumba, kompressori, ventilaatori või mõne muu seadme vahendusel voolusele edastatav jõud. Vabakonvektsiooni põhjustab aga jõud vedeliku enda tiheduse ebaühtlusest Maa gravitatsiooniväljas. Vabakonvektsiooni tüüpiline näide on õhu liikumine küttekeha läheduses köetavas ruumis. Võimalik on ka olukord, kus nii sund- kui ka vabakonvektsioon toimivad üheskoos, näiteks siis, kui vedelik voolab aeglaselt püsttorus sundliikumise toimel, ent sellele lisandub veel tõstejõud vedeliku kuumutamise tagajärjel.

Eristatakse veel ka sisemist ja välimist konvektsiooni, sõltuvana sellest, kas voolus uhub ülekandepinda osaliselt või täies ulatuses (nt voolamine torus).

## 14.2 Vedeliku voolamise võrrandid

### 14.2.1 Voolamise režiimid

Konvektiivse soojusülekande seisukohalt on olulise tähtsusega temperatuuri- ja kiirusväli voolavas keskkonnas, kusjuures viimane kujundab vedeliku voolamisrežiimi. Hüdromehaanikast on tuntud peamiselt kaks voolamisrežiimi – laminaarne ja turbulentne. Laminaarsel voolamisel libisevad vedeliku kihid korrastatult – üksteise suhtes rööpselt, omavahel segunemata. Turbulentse voolamise puhul on mahuosakestel lisaks põhiliikumisele sellega ristsuunaline kiiruskomponent, mistõttu mahuosakese hetkkiirus antud (paigalseisvas) punktis pulseerib teatud keskväärtuse ümber. Seega esineb kiiruse absoluutväärtuse muutuse kõrval ka hetkkiiruse suuna muutus. Turbulentset voolust kirjeldatakse nii keskmise kiiruse $\overline{w}$ kui ka sellele lisanduva kaootiliselt muutuva pulsatsioonikiiruse $w'$ abil. Turbulentne voolamine on käsitatav kui keskmise kiirusega pidev liikumine, millega kaasneb kaootiline pulseeriv liikumine. Turbulentses vooluses täheldatakse veel mitmemõõtmelisi lokaalseid keeriseid, mida põhjustavad sageli pinnakaredus, kohttakistused jt, kuid ka pulseerivate mahuosade omavaheline kokkupuude. Pulsatsioon ja keerised põhjustavad voolusesisese liikumishulga ülekande.

Kui voolus ei ole termilises tasakaalus, siis pulsatsioonide ja keeriste kaudu kandub süsteemisiseselt üle ka entalpia.

Kiiruse ja temperatuuri pulseerimise tõttu on vedeliku turbulentne voolamine oma olemuselt mittestatsionaarne nähtus. Kui aga keskmine kiirus ja temperatuur ajas ei muutu, siis on nii soojusülekanne kui ka liikumishulga ülekanne käsitatav statsionaarsena. Seejuures peab keskmistusajavahemik pulsatsioonide perioodiga võrreldes olema küllalt pikk. Vedeliku turbulentset voolamist väljendavad valemid koostataksegi tavaliselt suuruste keskväärtuste põhjal.

Voolamisrežiim kujundab soojuslevi mehhanismi vedelikus. Laminaarses vooluses tingib ristsuunalise soojusvoo soojusjuhtivus, mis tekib energia ülekandest osakeste vahel nende kokkupuute tulemusena. Turbulentsel voolamisel lisandub sellele veel soojusjuhtivus ja energia ülekanne mahuosakeste vahendusel. Soojusjuhtivuse ja mahuosakeste liikumise kaudu toimuva energiaülekande vahekord sõltub vooluse kiirusest ja vedeliku füüsikalistest omadustest.

Viskoosse (reaalse) vedeliku voolamisel toimib inertsijõu kõrval ka sisehõõrdejõud. Viimane tekib nihkest naaberkihtide vahel, mille tingib kokkusurumatu vedeliku puhul kihtide erinev kiirus, kokkusurutava vedeliku puhul lisaks veel ka mahumuutus, mis on seotud rõhu ja temperatuuri muutusega. Sisehõõrdega on otseselt seotud ka voolusega ristsuunalise liikumishulga ülekanne osakeste soojuslikust liikumisest molekulaarsel tasemel. Erineva kiirusega aineosakeste liikumine kannab liikumishulga ühest kihist teise.

Vedeliku eri kiirusega liikuvate kihtide vahel tekkivale nihkepingele kehtib Newtoni seadus, mille kohaselt hõõrdejõud on võrdeline vooluse normaalisuunalise kiiruse gradiendiga:

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y} = \mu \nabla w, \tag{14-4}$$

kus $\mu$ – vedeliku dünaamiline viskoossus N·s/m$^2$, $y$ – liikumissuuna ristkoordinaat.

Dünaamilise viskoossuse kõrval on kasutuses ka kinemaatiline viskoossus $v$ (m$^2$/s). Nende vahel kehtib seos

$$\mu = \rho v,$$

kus $\rho$ – vedeliku tihedus.

Dünaamilise ja kinemaatilise viskoossuse väärtused vedelikele võib leida käsiraamatutest, kus nad antakse tavaliselt temperatuuri-, vähemal määral rõhusõltuvuses.

Viimasest valemist lähtudes võib kirjutada Newtoni seaduse

$$\tau = v \frac{\mathrm{d}(\rho w)}{\mathrm{d}y} = v \nabla (\rho w).$$

Liige $\rho w$ väljendab siin liikumishulka vedeliku mahuühiku kohta massi ja kiiruse korrutise kujul (mahuline liikumishulk).

Eeltoodust nähtub, et nihkepinge on võrdeline mahuühiku kohta antud liikumishulga gradiendiga. Seega vedeliku kinemaatiline viskoossus kui võrdetegur kajastab molekulaarset liikumishulga ülekannet, olles üks liikumishulga ülekande intensiivsust iseloomustav tegur. Mida suurem on vedeliku kinemaatiline viskoossus, seda suurem on ka tema kihtidevaheline nihkepinge ühe ja sama mahulise liikumishulga gradiendi juures.

Nii dünaamiline kui ka kinemaatiline viskoossus sõltub vedeliku omadustest ja olekuparameetritest.

Tilkvedelike dünaamiline viskoossus sõltub rõhust nõrgalt, kuid temperatuuri tõusuga väheneb järsult. Sama tendents kehtib ka tilkvedelike kinemaatilise viskoossuse kohta, sest nende tihedus sõltub nõrgalt nii rõhust kui ka temperatuurist. Rõhu tugev mõju dünaamilisele viskoossusele ilmneb aine kriitilise oleku lähedases piirkonnas.

Gaasi dünaamiline viskoossus kasvab temperatuuri tõustes kiiresti, kuid kinemaatiline viskoossus suureneb veelgi kiiremini temperatuuritõusust tingitud tiheduse vähenemise tõttu.

Tilkvedelike dünaamiline viskoossus on gaaside viskoossusest märgatavalt suurema väärtusega.

Nihkepinge vedeliku voolamisel piirkihis sõltub nii vedeliku dünaamilisest viskoossusest kui ka kiirusgradiendist (valem (14-4)). Seejuures määrava tähtsusega on sageli just viimane. Suur kiirusgradient esineb tavaliselt just vedeliku ja pinna kokkupuutel, näiteks voolamisel mööda tasapinnalist plaati, samuti ka voolamisel torus.

Sisehõõrde tõttu täheldatakse vedeliku voolamisel alati nn energia hajumist. Viimane seisneb selles, et hõõrdumisel kandub osa vedeliku kineetilisest energiast soojusvoona keskkonda, suurendades vedeliku entalpiat ja tõstes temperatuuri. Temperatuuritõus vedeliku sisehõõrdest on seda kõrgem, mida suurem on vedeliku kiirus ja viskoossus.

Tuntakse ka vedelikke, mis ei allu üheselt Newtoni seadusele. Selliste vedelike allutamisel Newtoni seadusele ei olene dünaamiline viskoossus mitte ainult vedeliku omadustest ja olekuparameetritest, vaid ka kiirusgradiendist. Niisuguseid vedelikke tuntakse mitte-Newtoni vedelikena, nende omadusi uurib reoloogia.

Vedeliku voolamise režiimi määrab enim vooluse inertsi- ja hõõrdejõu suhe, mida näitab Reynoldsi arv

$$\mathrm{Re} = \frac{wl}{\nu}, \tag{14-5}$$

kus $w$ – vooluse kiirus, $l$ – keha iseloomulik mõõde, $\nu$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus.

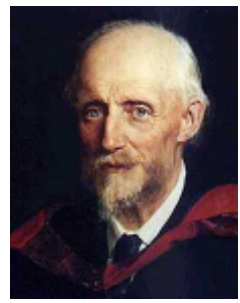
Re on mõõtevaba suurus.

Reynoldsi arv kui inertsi- ja sisehõõrdejõu suhe nähtub võrdusest

$$\mathrm{Re} = \frac{wl}{\nu} = \frac{wl}{\frac{\mu}{\rho}} = \frac{\rho w^2}{\mu \frac{w}{l}},$$

kus $\rho w^2$ – inertsijõud.

Suhe $\mu w/l$ väljendab Newtoni seaduse järgi hõõrdejõudu.



**Osborne Reynolds** (23.08.1842 Belfast, Iirimaa – 21.02.1912 Watchet, Somerset, Inglismaa), inglise füüsik ja insener, Londoni Kuningliku Seltsi liige (1877). Lõpetas Cambridge'i ülikooli 1867 matemaatikuna, kuid oli sügavalt huvitatud mehaanikast. Sai 1868 esimesena Inglismaal ametinimetuse „professor of engineering" Owensi kolledžis Manchesteris, mis 1880 nimetati Manchesteri ülikooliks. Põhilised uurimistööd sooritas hüdromehaanikas, kus 1883 tõestas katsetega ja seletas teoreetiliselt, et viskoosne vedelik võib voolata torus kahel täiesti erineval režiimil – laminaarselt ja turbulentselt. Uuris turbulentsuse mehhanismi, esitas määrimisteooria. Tema auks nimetati 1883 kasutusele võetud hüdraulilise sarnasuse arv ***Reynoldsi arvuks*** **Re**, mille kaudu iseloomustatakse vedelikule mõjuva inertsi- ja viskoossusjõu suhet.

## 14.2.2 Navier'-Stokesi ja Euleri võrrandid

Viskoosse vedeliku voolamist üldkujul kirjeldavad Navier'-Stokesi diferentsiaalvõrrandid, mis on olulised konvektiivse soojusülekande mitmete juhtumite lahendamisel. Tuletamaks seda võrrandit lihtsustatud kujul, eraldame vooluses elementaarmahu küljepikkusega d$x$, d$y$, d$z$, nii nagu seda kujutab skeem joonisel 13.2. Vedeliku elementaarmahule mõjuvad jõud võib üldjuhul jagada kaheks: mahu- (massi-) ja pinnajõud. Mahujõud rakenduvad vedeliku massile (või ka mahule) tervikuna, on võrdelised vedeliku massiga ning paljudel juhtudel väljendavad jõuvälja toimet ainele. Nendest on tuntuim gravitatsioonijõud (mida massiühiku kohta väljendab Maa raskuskiirendus g). Sama tüüpi jõuga võib vedelikku mõjutada ka elektri-, magnet- või mõni muu jõuväli. Pinnajõud, milleks on kõigepealt rõhujõud ja hõõrdejõud, toimivad vaid elementaarmahu pinnale. Otsitavate võrrandite koostamisel arvestame edaspidi kolme jõudu, mis mõjuvad vedeliku elementaarmahule – Maa gravitatsioonijõud, rõhujõud ja hõõrdejõud.

Telje z suunas mõjub elementaarmahule gravitatsioonijõud

$$\mathrm{d}F_\mathrm{g} = \mathrm{g}\rho \mathrm{d}z\mathrm{d}y\mathrm{d}x,$$

kus $\rho$ – vedeliku tihedus, korrutis d$z$d$y$d$x$ – elementaarmaht.

Kui elementaarmahu pinnale avaldub ülalt rõhk $p$, siis pinnale d$x$d$y$ mõjub rõhujõud $p$d$x$d$y$ ning alumisele pinnale rõhujõud [$p$+(d$p$/d$z$)d$z$]d$x$d$y$ (arendatuna Taylori ritta kuni teise liikmeni). Rõhujõud muutub z-teljel:

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{pz}} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\mathrm{d}z\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

(miinusmärk osutab sellele, et rõhujõud muutub liikumisele vastassuunas).

Sisehõõre vooluses põhjustab kiiruse $w_z$ muutuse piki $x$-telge, nii nagu hõõrdejõud elementaarmahu külgpindadelgi. Elemendi vasakpoolsel küljel on voolamine aeglasem kui elemendis endas, paremal küljel aga kiirem. Toimides samal viisil kui rõhujõuga, saame Newtoni seadusest (14-4) lähtuvalt hõõrdejõu muutuse

$$\mathrm{d}F_{\tau\mathrm{z}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\mu\frac{\mathrm{d}w_{\mathrm{z}}}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mu\frac{\mathrm{d}^2 w_{\mathrm{z}}}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\,.$$

Summeerides kõik eespool mainitud jõud ja võrdsustades need Newtoni teise seaduse kohaselt elementaarmahu massi ja kiirenduse korrutisega, saame

$$\rho\frac{\mathrm{d}w_{\mathrm{z}}}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{g}\rho - \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + \mu\frac{\mathrm{d}^2 w_{\mathrm{z}}}{dx^2}\,.$$

Voolamist kirjeldada on palju keerukam, kui vedeliku liikumine on ruumiline, kolmemõõtmelisena käsitatav. Kokkusurumata vedeliku kolmemõõtmeline voolamine on kirjeldatav siis kolme võrrandiga (kui vedelikule on omased püsiväärtusega füüsikalised suurused). Sellisel juhul on kiiruse tuletised asendatavad täistuletisega D$w$/d$\tau$, mis arvestab kiiruse erisuunalisi muutusi ja ka kiiruse muutust ajas d$w$/d$\tau$:

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\left(\frac{\partial w_{\mathrm{x}}}{\partial\tau} + w_{\mathrm{x}}\frac{\partial w_{\mathrm{x}}}{\partial x} + w_{\mathrm{y}}\frac{\partial w_{\mathrm{x}}}{\partial y} + w_{\mathrm{z}}\frac{\partial w_{\mathrm{x}}}{\partial z}\right) = \\
&\quad = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_{\mathrm{x}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{x}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{x}}}{\partial z^2}\right) \\
&\rho\left(\frac{\partial w_{\mathrm{y}}}{\partial\tau} + w_{\mathrm{x}}\frac{\partial w_{\mathrm{y}}}{\partial x} + w_{\mathrm{y}}\frac{\partial w_{\mathrm{y}}}{\partial y} + w_{\mathrm{z}}\frac{\partial w_{\mathrm{y}}}{\partial z}\right) = \\
&\quad = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_{\mathrm{y}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{y}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{y}}}{\partial z^2}\right) \\
&\rho\left(\frac{\partial w_{\mathrm{z}}}{\partial\tau} + w_{\mathrm{x}}\frac{\partial w_{\mathrm{z}}}{\partial x} + w_{\mathrm{y}}\frac{\partial w_{\mathrm{z}}}{\partial y} + w_{\mathrm{z}}\frac{\partial w_{\mathrm{z}}}{\partial z}\right) = \\
&\quad = \mathrm{g}\rho - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_{\mathrm{z}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{z}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_{\mathrm{z}}}{\partial z^2}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (14\text{-}6)$$

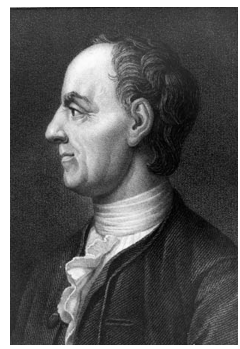
Viimased kolm võrrandit kannavad Navier'-Stokesi võrrandite nime.

Osatuletised $\partial w_x/\partial \tau$, $\partial w_y/\partial \tau$ ja $\partial w_z/\partial \tau$ iseloomustavad kiiruse muutust ajas antud punktis ning suurused $w_x(\partial w_x/\partial x)$, $w_y(\partial w_x/\partial y)$, $w_z(\partial w_x/\partial z)$ jt kiiruse muutust liikumisel ühest punktist teise.



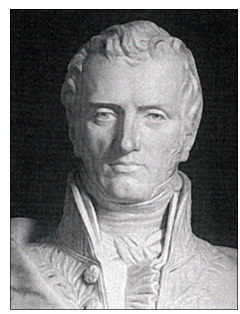
**Daniel Bernoulli** (8.02.1700 Groningen, Holland – 17.03.1782 Basel), šveitsi matemaatik, füüsik, anatoom. Pärineb Bernoulli suguvõsast, kust võrsunud mitu teadlast, sh isa Johann, kes oli matemaatikaprofessor. Bernoulli astus 13-aastasena Baseli ülikooli, esialgu filosoofiat ja loogikat õppima. Kuigi matemaatikahuvi süvenes, läks ta üle sama ülikooli arstiteaduskonda, õppis vahepeal Heidelbergis ja Strasbourg'is, sai meditsiinidoktoriks 1724. Matemaatikasse tuli uurimusega diferentsiaalvõrranditest (1723–1724). Väga viljakas oli teadustöö Peterburi TA-s 1725–1733. Mehaanikas saavutas ta väljapaistvaid tulemusi tõmbe- ja survepingete, deformatsiooni, elastsuse ja painde uuringutes tahkematerjalis, ka süsteemi võnkumise ja helileviku teoorias. Peterburis valmis tähtsaim teadustöö hüdrodünaamikast ja gaaside kineetilisest teooriast. See sisaldab üldtuntud ***Bernoulli võrrandi*** e seaduse. Hiljem elas ja tegeles viljakalt teadusega Baselis. Tema teadusalast eruditsiooni ja mitmekülgsust näitab see, et 1725–1741 sai ta Pariisi TA-lt kümme auhinda teadustööde eest, mis lisaks matemaatikale käsitlesid astronoomiat, gravitatsiooni, merehoovusi, laevade stabiilsust, magnetismi, meditsiini, bioloogiat ja füsioloogiat.

**Leonhard Euler** (15.05.1707 Basel – 18.09.1783 Peterburi), šveitsi matemaatik ja füüsik, kes töötas peamiselt Venemaal ja Saksamaal. Peterburi ja Preisi TA akadeemik. Lõpetas Baseli ülikooli, kuhu astus J. Bernoulli soovitusel matemaatikat õppima juba 13-aastaselt. Doktorikraadi omandas sealsamas 1726. Avaldas u 850 teaduslikku tööd (sh 15 monograafiat), u 3000 kirja. Peetakse kõige viljakamaks matemaatikuks ajaloos. Tegeles peaaegu kõigi matemaatikaharudega – arvuteooria, geomeetria, analüüsi, integraalarvutuse, topoloogia jt.



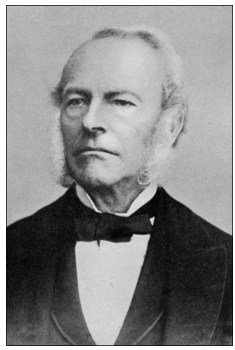
Põhjapanevaid avastusi ja uurimusi füüsikas ja loodusteaduses. Edendas ka ballistikat, taevamehaanikat, teoreetilist astronoomiat (Kuu liikumine), elastsusteooriat, optikat, navigatsiooni, hüdrodünaamikat (mh esitas labapumpade teooria).

Üldtuntud on potentsiaalse voolamise ***Euleri võrrandid***. Konvektiivse soojusülekande teoorias ja hüdrodünaamikas on kasutusel ***Euleri sarnasusarv*** **Eu –** rõhujõu ja inertsijõu suhtarv voolamisel torus.



**Claude Louis Marie Henri Navier** (10.02.1785 Dijon – 21.08.1836 Pariis), prantsuse insener, mehaanikateadlane, hüdromehaanik. Prantsuse TA liige (1824). Pärast isa varajast surma (1793) kasvatas teda onu, tuntud insener sildade ja teede alal, kes oli talle eeskujuks taotlemaks samalaadset haridust. Õpinguid alustas École Polytechnique'is, kust sai alguse ka tema eluaegne sõprus Fourier'ga. Jätkas õpinguid insenerikoolis École des Ponts et Chaussées, mille lõpetas 1806. Hiljem oli professor mõlemas koolis. Navier on elastsusteooria rajajaid, formuleeris elastsusteooria matemaatilisel kujul, esitas elastse keha tasakaalu ja liikumise üldised võrrandid (1821).

Tuletas muuhulgas painutatud varda telje kuju võrrandid, esitas rippsildade analüütilise arvutusmeetodi ning andis mitmele rakendusmehaanika ülesandele insenerliku lahendusmeetodi. Hüdromehaanikas esitas kokkusurumatu viskoosse vedeliku voolamise diferentsiaalvõrrandid (1824) mõnevõrra enne Stokesi, kuid viimase esitust peetakse matemaatiliselt rangemaks (***Navier'-Stokesi võrrandid***, mis sisult on Newtoni võrrandite edasiarendus).



**S**ir **George Gabriel Stokes** (13.08.1819 Skreen, Iirimaa – 1.02.1903 Cambridge), briti matemaatik ja füüsik. Londoni Kuningliku Seltsi liige (1851) ja president (1885–1890). Lõpetas Cambridge'i ülikooli 1841, aastast 1849 kuni elu lõpuni matemaatikaprofessor sealsamas. Olulisi saavutusi matemaatilise ja eksperimentaalse füüsika, optika, matemaatika (vektoranalüüs) ja hüdromehaanika alalt. Viskoosse vedeliku voolamist hakkas uurima 1840ndail, esimesed tööd hüdromehaanikast 1842–1843 käsitlesid kokkusurumatu vedeliku voolamist. Esitas viskoosse vedeliku voolamise põhivõrrandid (***Navier'-Stokesi võrrandid***) rangelt matemaatilisel kujul. ***Stokesi seadus*** käsitleb kerakujulisele kehale mõjuvat hõõrdetakistust keha aeglasel liikumisel viskoosses vedelikus, ***Stokesi teoreem*** seostab keeriste intensiivsuse ja tsirkulatsiooni kiiruse. Stokesi järgi on nimetatud CGS-süsteemi kinemaatilise viskoossuse ühik stooks (St) ja ***Stokesi sarnasusarv*** **Stk**.

Navier'-Stokesi võrrandite üldistatud kuju

$$\rho \frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{g}\rho - \nabla p + \mu \nabla^2 w.$$

Hõõrdevaba voolamist tuntakse hüdromehaanikas ühtlasi ka potentsiaalse voolamisena ning seda kirjeldavad Euleri võrrandid

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w_\mathrm{x}}{\partial \tau} + w_\mathrm{x}\frac{\partial w_\mathrm{x}}{\partial x} + w_\mathrm{y}\frac{\partial w_\mathrm{x}}{\partial y} + w_\mathrm{z}\frac{\partial w_\mathrm{x}}{\partial z}\right) \\
-\frac{\partial p}{\partial y} &= \rho\left(\frac{\partial w_\mathrm{y}}{\partial \tau} + w_\mathrm{x}\frac{\partial w_\mathrm{y}}{\partial x} + w_\mathrm{y}\frac{\partial w_\mathrm{y}}{\partial y} + w_\mathrm{z}\frac{\partial w_\mathrm{y}}{\partial z}\right) \\
\mathrm{g}\rho - \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho\left(\frac{\partial w_\mathrm{z}}{\partial \tau} + w_\mathrm{x}\frac{\partial w_\mathrm{z}}{\partial x} + w_\mathrm{y}\frac{\partial w_\mathrm{z}}{\partial y} + w_\mathrm{z}\frac{\partial w_\mathrm{z}}{\partial z}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (14\text{-}7)$$

Euleri võrrandite üldistatud kuju:

$$\mathrm{g}\rho - \nabla p = \rho \frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{d}\tau}.$$

Statsionaarsel voolamisel väljendab Euleri võrrandite integraal Bernoulli seadust.

Võrrandid (14-7) kajastavad liikuvale vedelikule mõjuva jõu toimet antud punktis. Selleks et väljendada jõu mõju elementaarmahu kõrguse ulatuses, korrutame viimase võrrandi mõlemaid pooli suurusega d$z$, siis ühesuunalise statsionaarse voolamise korral Maa gravitatsiooniväljas

$$\mathrm{g}\rho\mathrm{d}z - \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z = \rho\, w_\mathrm{z}\frac{\partial w_\mathrm{z}}{\partial z}\mathrm{d}z$$

ehk

$$\mathrm{g}\rho\mathrm{d}z + \mathrm{d}p + \rho\,\mathrm{d}\left(\frac{w_\mathrm{z}^2}{2}\right) = 0.$$

Pärast viimase võrrandi integreerimist

$$g\rho z + p + \rho\frac{w^2}{2} = konst.$$

See ongi kokkusurumatu vedeliku Bernoulli võrrand statsionaarsel voolamisel.

Võrrandi esimene liige väljendab vedelikusamba kaalust põhjustatud rõhku kõrgusel $z$, teine liige staatilist rõhku ning kolmas vedeliku voolamise dünaamilist rõhku. Valemist nähtub, et summaarne rõhk jääb püsivaks, kuigi üksikrõhud selles võivad muutuda.

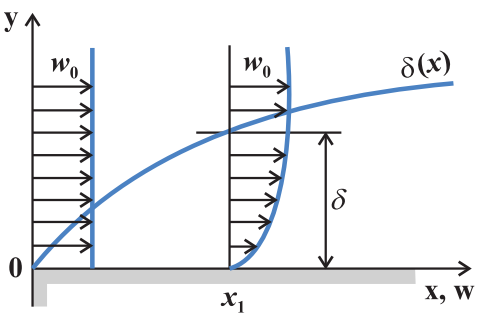
## 14.3 Piirkiht

### 14.3.1 Hüdrodünaamiline piirkiht

#### *14.3.1.1 Laminaarne piirkiht tasapinnal. Kármáni võrrand*

Joonisel 14.1 on esitatud juhtum, kus tasapinda uhub $x$-telje suunas ühtlase kiirusega $w_0$ viskoosse vedeliku statsionaarne kahemõõtmeline voolus. Voolu liikumissuunda osutab koordinaat $x$, tasapinnaga $xz$ ristsuunaline on koordinaat $y$. Püsikiirusega $w_0$ hakkab voolus plaati uhtuma alates selle esiservast ($x = 0$). Eeldame, et voolukiirus vahetult plaadil (kohas $y = 0$), sõltumata kaugusest $x$, võrdub nulliga ning pinnale liibub üliõhuke paigalseisev vedelikukiht. Kaugenemisel pinnast hõõrdejõud kahaneb, voolukiirus kasvab ja võrdsustub teatud kaugusel $\delta$ põhivooluse kiirusega $w_0$. Pinnaäärne kiht paksusega $\delta$, milles kiirus kasvab nullväärtusest pinnal kuni väärtuseni $w_0$ kihi välimisel piiril (pealevoolukiirus), on hüdrodünaamiline piirkiht. Piirkiht pakseneb kaugenemisel plaadi esiservast. Kiirusgradient on suurim vedeliku puutepinnal, vähenedes monotoonselt $y$-telje sihil ning muutudes nulliks piirkihi välispinnal, kus lakkab viskoossuse mõju voolusele.

Järelikult jaguneb tasapinda uhtuv vedeliku voolus kaheks osaks – pinnalähedane hüdrodünaamiline piirkiht, kus toimib hõõrdejõud vedeliku viskoossusest, ja sellest väljapoole jääv põhivooluse piirkond (potentsiaalse voolamise piirkond). Piirkihi paksus on siiski mõnevõrra leppeline suurus, sest kaugenemisel pinnast läheneb vedeliku kiirus asümptootiliselt kiirusele $w_0$, mistõttu puudub ka selgepiiriline üleminek ühest piirkonnast teise. Tavaliselt määratakse piirkihi füüsiline paksus lähtudes tingimusest, et kiirus piirkihis ei erine pealevoolukiirusest üle 1%.




**Joonis 14.1. Laminaarse pinnalähedase piirkihi skeem**

Piirkiht pakseneb kaugenemisel plaadi esiservast. Põhjuseks on seina pidurdava mõju pidev kahanemine vedeliku sisehõõrdejõu vähenemise tõttu plaadi pinnast kaugenemisel. Vooluse ristsuunalisest kiirusgradiendist tulenevana toimub samuti vooluse ristsuunaline liikumishulga ülekanne (molekulaarsel tasemel). Vooluse stabiilses osas väljaspool piirkihti kiiruse ristsuunaline gradient puudub nii nagu sisehõõrdejõudki (potentsiaalne voolamine).

Kui vaatluse all on piirkihis toimuvad voolamisnähtused ja piirkihi mõju konvektiivsele soojusülekandele, siis võetakse hüdrodünaamikas aluseks piirkihi liikumishulga Kármáni võrrand, mis tugineb Newtoni teisele seadusele. Võrrandi põhjal on vaadeldavat ruumiosa läbiva vedeliku liikumishulga muutus võrdne sinna siseneva ja sealt väljuva vedeliku liikumishulga vahega ning on tasakaalus ruumiosale mõjuvate jõududega.

Tuletamaks Kármáni võrrandit, eraldame mööda tasapinnalist plaati liikuvast kahemõõtmelisest voolusest risttahuka, mille külje projektsioon joonise tasapinnal on ristkülik *ABCDA* (joonis 14.2). Risttahuka sügavuseks valime pikkusühiku. Külgede *AB* ja *DC* vahekaugus olgu d$x$. Küljeks *AD* on plaat ise ning sellega paralleelne külg asetsegu plaadist kaugusel $l > \delta$ (piirkihi paksus). Pinnast kaugusel $y$ on vooluse $x$-telje suunaline kiirus $w$. Vooluse kiirus väljaspool piirkihti paksusega $\delta$ on võrdne pealevoolukiirusega $w_0$.

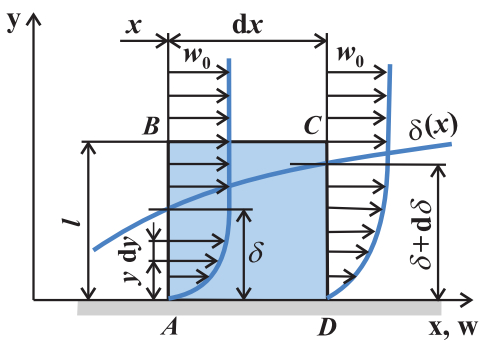
Ajaühikus läbib pinnaelementi kõrgusega d$y$ plaadi pinnast kaugusel $y$ vedeliku mass $\rho w\mathrm{d}y$ ning liikumishulk kui massi ja kiiruse korrutis on $\rho w^2\mathrm{d}y$.

Pinda *AB* läbiva vedeliku liikumishulk

$$I_{\mathrm{AB}} = \rho\int_0^l w^2\mathrm{d}y.$$

Liikumishulga muutus d$x$ ulatuses

$$I_{\mathrm{DC}} - I_{\mathrm{AB}} = \rho\mathrm{d}x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^l w^2\mathrm{d}y.$$




**Joonis 14.2. Kármáni võrrandi tuletamist selgitav skeem**

Vedeliku liikumisel d$x$ ulatuses muutub elementaarmahus olev vedeliku mass

$$m_{\mathrm{DC}} - m_{\mathrm{AB}} = \rho \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l w \mathrm{d}y$$

võrra.

Kuna vedelik pinda $AD$ ei läbi, siis peab eelmise valemiga määratud vedeliku mass läbima pinna $BC$, omandades $x$-telje suunalise kiiruse $w_0$ ja sellele vastava liikumishulga (pind $BC$ asub väljaspool piirkihti)

$$I_{\mathrm{BC}} = \rho w_0 \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l w \mathrm{d}y .$$

Liikumishulga muutuse risttahuka ulatuses tasakaalustab nihkepinge viskoossusest vedeliku ja pinna vahel:

$$I_{\mathrm{BC}} - (I_{\mathrm{DC}} - I_{\mathrm{AB}}) = \rho w_0 \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l w \mathrm{d}y - \rho \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l w^2 \mathrm{d}y = \tau_{\mathrm{s}}$$

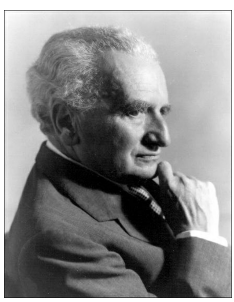
ehk

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^{\delta} (w_0 - w) w \mathrm{d}y = \frac{\tau_s}{\rho}, \tag{14-8}$$

kus $\tau_{\mathrm{s}}$ – nihkepinge vooluse ja pinna kokkupuutel.

Valemis (14-8) on integraali ülemine rada asendatud piirkihi paksusega, kuna vahemikus $\delta < y < l$ kiiruste vahe $(w_0 - w) = 0$ ja samuti on null ka sellest tulenev integraali väärtus. Valem kannab Kármáni võrrandi nime.

Viimane valem on kehtiv nii laminaarsele kui ka turbulentsele piirkihile, kuna liikumishulga jäävuse seadus on mehaanika üldseadus ning sõltumatu liikumishulga ülekandemehhanismist.



**Theodore von Kármán** (11.05.1881 Budapest – 7.05.1963 Aachen, Saksamaa), ungari-ameerika füüsik ja insener. Õppis Budapesti tehnikaülikoolis. Ühines 1902 Prandtli uurimistööga Göttingeni ülikoolis, kus omandas doktorikraadi ja töötas mõnda aega. Aastatel 1912–1930 oli Aachenis aeronautikainstituudi direktor, v.a Esimese maailmasõja aastad (1915–1918), mil tegeles helikopteri konstrueerimisega Austria-Ungari armeele. 1930 emigreeris USAsse, asudes tööle Guggenheimi aeronautikalaboris Californias. Seal tegeles peamiselt rakettmootori loomisega ning oli tihedalt seotud USA tellimustega reaktiiv- ja rakettehnika valdkonnas.

Kármáni teadustöö hõlmab mitmekülgselt hüdrodünaamika probleeme – laminaarse voolamise stabiilsust, turbulentsuse mehhanismi, hüdrodünaamilist piirkihti jne. Piirkihi liikumishulga võrrandit tuntakse ***Kármáni võrrandina***. Tema nime kannab kraater Kuul ja Marsil. Kármáni uuringute tulemused on soojusülekande teoorias laialt kasutusel.

Laminaarse piirkihi korral (vedeliku liikumine piirikihis on laminaarne) nihkepinge vedelikuvooluse ja pinna kokkupuutel vastavalt Newtoni seadusele (valem (14-4))

$$\tau_s = \mu \left.\frac{dw}{dy}\right|_{y=0}$$

ning võrrand (14-8) saab kuju

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta}(w_0 - w)w\,dy = \nu \left.\frac{dw}{dy}\right|_{y=0}. \qquad (14\text{-}9)$$

Selle võrrandi lahendamine võimaldab arvutuslikult määrata piirkihi paksuse ja nihkepinge pinna ja vedeliku kokkupuutekohas. Lahendamaks neid ülesandeid, tuleb kõigepealt püstitada ääretingimused, mida peab rahuldama funktsioon w($y$), s.o kiirusjaotus laminaarses piirkihis.

1. Kui $y = 0$, siis $w = 0$. Vooluse kiirus kokkupuutekohas pinnaga võrdub nulliga.
2. Kui $y = 0$, siis $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$. Nihkepinge on vooluse kokkupuutel pinnaga maksimaalne.
3. Kui $y = \delta$, siis $w = w_0$. Voolus läheb piirkihist üle vooluse potentsiaalsesse piirkonda.
4. Kui $y = \delta$, siis $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$. Kiirus ei muutu üleminekul piirkihilt potentsiaalsesse voolusesse.

Mitmed katselised uuringud on näidanud, et esitatud ääretingimusi rahuldab hästi valem

$$w = w_0\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]. \qquad (14\text{-}10)$$

Kui asetada saadud tulemus valemisse (14-9), siis

$$\delta^2 = \frac{280}{13}\int_0^x \frac{\nu}{w_0}\,dx$$

ehk

$$\delta = 4{,}64\sqrt{\frac{\nu x}{w_0}}. \qquad (14\text{-}11)$$

Valem (14-11), avaldatuna Reynoldsi arvu Re = $w_0 x/\nu$ kaudu:

$$\delta = \frac{4{,}64}{\sqrt{\mathrm{Re}}}x. \qquad (14\text{-}12)$$

Viimased valemid võimaldavad arvutuslikult määrata vedeliku kiiruse profiili piirkihis. Selleks tuleb valemiga (14-11) avaldatud piirkihi paksus asetada võrrandisse (14-10).

Piirkiht pakseneb vooluse liikumise suunas võrdeliselt ruutjuurega kaugusest plaadi esiservast. Kiiruse kasvuga intensiivistub pinnaga ristsuunalise liikumishulga ülekanne, mis sel moel õhendab piirkihti.

Piirkihi paksuse kaudu on võimalik arvutada nihkepinget vooluse ja pinna kokkupuutekohas. Newtoni seadusest ja kiiruse jaotusest piirkihis (valem (14-10)) lähtudes

$$\tau_\mathrm{s} = \mu \left.\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0} = \frac{3}{2}\mu\frac{w_0}{\delta}$$

ehk Reynoldsi arvu kaudu

$$\tau_\mathrm{s} = 0{,}323\frac{\rho w_0^2}{\sqrt{\mathrm{Re}}}. \qquad (14\text{-}13)$$

#### *14.3.1.2 Turbulentne piirkiht tasapinnal*

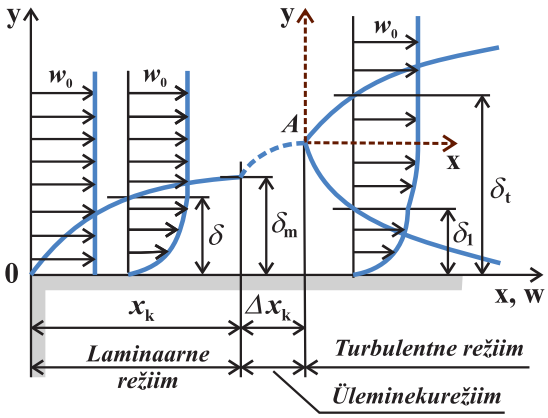
Soojusülekanne turbulentses vooluses on alati intensiivsem kui laminaarses.

Turbulentse piirkihi tekkimine tasapinnalisel plaadil on kujutatud joonisel 14.3. Plaadi esiservast kaugenemisel pakseneb laminaarne piirkiht pidevalt (kujutatud joonisel 14.1), millega kaasneb voolusega ristsuunalise keskmise kiirusgradiendi kahanemine, ühtlasi ka sisehõõrde vähenemine. Kuid teisalt tähendab piirkihi paksenemine seda läbiva vedelikuhulga kasvu ning koos sellega ka liikumishulga suurenemist. Sellise protsessi jätkumisel, alates teatud kriitilisest kaugusest $x_\mathrm{k}$ plaadi esiservast, ületab vooluse inertsijõud hõõrdejõu, laminaarne voolamine kaotab püsivuse, voolamine turbuleerub ja hakkab moodustuma turbulentne piirkiht.

Laminaarse piirkihi üleminek turbulentseks sõltub peale kiiruse, vedeliku viskoossuse, pinna kuju ja kareduse veel mitmest tegurist.

Kuna liikumishulga ülekanne mahuosade vahendusel on tunduvalt intensiivsem kui molekulaarse mehhanismi järgi toimuv, siis pakseneb turbulentne piirkiht märgatavalt enam kui laminaarne piirkiht.

Vaatamata sellele, et turbulentsel voolamisrežiimil inertsijõud ületab sisehõõrdejõu, ei hõiva ta siiski piirkihti kogu paksuses. Seina ääres voolab vedelik aeglaselt, seetõttu on ka inertsijõud väike võrreldes hõõrdejõuga, mille tingiks suur kiirusgradient. Jõudude vahekord on turbulentsel voolamisel vastupidine laminaarsele voolamisele, mis säilib pinna läheduses. Seega on tegemist kaheosalise piirkihiga – ülekaalus on turbulentne tsoon, selle all aga vastu pinda liibuv õhuke laminaarne aluskiht.




**Joonis 14.3. Turbulentse piirkihi skeem**

Laminaarne voolamine ei lähe turbulentseks üle järsult, s.o hüppeliselt – nende vahele jääb nn üleminekuala. Üleminekurežiim on ebastabiilne, selles põimub laminaarne voolamine kaootiliselt turbulentse olekuga, need režiimid vahelduvad ebavõrdsete ajaintervallidega. Üleminekualas tekkiv vooluse turbulentsus kandub edasi turbulentsesse piirkihti.

Voolamisrežiimi perioodilist vaheldumist iseloomustab vahetustegur $Z$, mille arvväärtus on $0 \le Z \le 1$. Nullväärtus kehtib laminaarsele voolamisele, väärtus üks aga turbulentsele voolamisrežiimile. Siit johtuvalt võib joonisel 14.3 näidatud üleminekurežiimi iseloomustav lõik pikkuselt võrduda kas nulliga või olla maksimaalse pikkusega, kui $Z = 1$.

Kriitiline kaugus $x_k$ plaadi esiservast, millest alates võib hakata arenema turbulentne piirkiht, on funktsioon Reynoldsi arvust (lineaarmõõde Reynoldsi arvu avaldises võrdub siin $x_k$ väärtusega). Kuna eksisteerib üleminekuala pikkusega $\Delta x_k$, siis võib esile tuua kaks kriitilist Reynoldsi arvu, alumise ja ülemise, nende vahele jääb üleminekurežiim.

Reynoldsi arvu alumine piir, mis vastab tasapinnalise plaadi korral $x_k$ väärtusele, $Re_k \approx 5 \cdot 10^5$ (Reynoldsi arvu alumine kriitiline väärtus), kuid võib ka sellest väärtusest mõnevõrra erineda (plaadi kareduse, turbulentsuse intensiivsuse, olekuparameetrite muutuse tõttu piki plaati jt põhjustel).

Turbulentse piirkihi voolamisnähtuste käsitlus tugineb Kármáni võrrandile (14-8). Nagu laminaarse piirkihi korralgi, on ka praegu ülesandeks leida piirkihi paksuse olenevus koordinaadist $x$, nihkepinge vooluse ja pinna kokkupuutel ning piirkihi kiirusväli. Liikumishulga intensiivse ülekande tõttu on kiirusgradient turbulentses piirkihis tagasihoidlik. Seevastu õhukeses pinnalähedases laminaarses aluskihis langeb kiirus järsult nullini, kiirusgradient on väga suur ja liikumishulk kandub seal üle juba molekulaarse mehhanismi kohaselt.

Kirjeldamaks kiirusjaotust turbulentses piirkihis kasutatakse sageli Prandtli valemit

$$w = w_0 \left( \frac{y}{\delta_\mathrm{t}} \right)^{\frac{1}{7}}, \tag{14-14}$$

kus $w_0$ – pealevoolukiirus (stabiilse vooluse kiirus), $y$ – kaugus pinnast, $\delta_\mathrm{t}$ – turbulentse piirkihi paksus.



**Ludwig Prandtl** (4.02.1875 Freising, Ülem-Baieri – 15.08.1953 Göttingen), saksa füüsik, hüdromehaanik. 1894 astus Müncheni tehnikakõrgkooli, mille lõpetas kuus aastat hiljem doktorikraadiga. A-st 1904 Göttingeni ülikooli professor. Tegeles peamiselt hüdro- ja aeromehaanika, aga ka elastsus- ja plastsusteooriaga. Hüdromehaanikas võttis kasutusele piirkihi mõiste (1904) ja arendas selle teooriat, uuris voolamise turbulentsust, lennuki kandepinna kuju ja omadusi. Täiustas mõõtetehnikat (***Prandtli toru*** dünaamilise rõhu mõõtmiseks). Aerodünaamikas uuris nii ala- kui ka ülehelikiirusega voolava gaasi oleku iseärasusi. Tema nime kannab dünaamilise sarnasuse arv hüdromehaanikas – ***Prandtli arv*** **Pr**.

Viimane valem ei sobi määrama laminaarse aluskihi $y$-suunalist kiirusgradienti ja nihkepinget, sest selle järgi osutuks kiirusgradient pinnal lõpmata suureks. Kiirusgradiendi määramisel lähtutakse sagedamini plaadi ja vedeliku kokkupuute nihkepingest, kasutades selleks Blasiuse empiirilist valemit

$$\tau_\mathrm{s} = 0,0228 \frac{\rho w_0^2}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}_\delta}}, \tag{14-15}$$

kus $\mathrm{Re}_\delta$ – kiiruse $w_0$ ja piirkihi paksuse $\delta_\mathrm{t}$ kaudu arvutatav Reynoldsi arv.

Asetades avaldised (14-14) ja (14-15) Kármáni võrrandisse (14-8) ja diferentseerides, saame

$$\frac{\mathrm{d}\delta_\mathrm{t}}{\mathrm{d}x} = 0,234 \left( \frac{\nu}{w_0 \delta_\mathrm{t}} \right)^{0,25}.$$

Viimase valemi integreerimine annab turbulentse piirkihi paksuse valemi

$$\delta_\mathrm{t} = 0,376 \left( \frac{\nu}{w_0} \right)^{0,2} x^{0,8} + c. \tag{14-16}$$

Turbulentne piirkiht, nagu varemgi öeldud, hakkab kujunema teatud kriitilisel kaugusel $x_\mathrm{k}$ plaadi esiservast, kus laminaarsel piirkihil on maksimaalne paksus $\delta_\mathrm{m}$. Kriitilise kauguse $x_\mathrm{k}$ määrab kriitiline Reynoldsi arv:

$$x_\mathrm{k} = \mathrm{Re}_\mathrm{k} \frac{\nu}{w_0}.$$

Kui piirduda ainult turbulentse piirkihiga, siis tuleks koordinaatide algus nihutada punkti $A$ ($\delta_t(0) = 0$), millest tegelikult turbulentne piirkiht algabki (nihutatud koordinaadistik, nagu näidatud ka joonisel 14.3) ning kus mõlemad piirkihid ühinevad. Kuna nihutatud koordinaadistikus $\delta_t(0) = 0$ ning turbulentse piirkihi paksust väljendavas võrrandis (14-16) integreerimiskonstant $c = 0$, siis

$$\delta_t = \frac{0,376}{\mathrm{Re}_x^{0,2}} x \tag{14-17}$$

(Reynoldsi arvus sisaldub siin kaugus $x$).

Sellest valemist nähtub, et turbulentne piirkiht pakseneb sõltuvalt kaugusest $x$ kiiremini, kui pakseneb laminaarne piirkiht. Põhivooluse kiiruse suurenedes piirkiht õheneb, kuid laminaarse voolamisega võrreldes siiski vähemal määral.

Asendades turbulentse piirkihi paksuse avaldise (14-17) Blasiuse võrrandisse, saame valemi nihkepingete arvutamiseks plaadi pinnal olenevalt kaugusest $x$:

$$\tau_s = 0,0296 \frac{\rho w_0^2}{\mathrm{Re}_x^{0,2}}. \tag{14-18}$$

Soojusülekande seisukohalt on oluline laminaarse aluskihi paksus. Selle arvutamine vajab omakorda turbulentse piirkihi ja laminaarse aluskihi kokkupuutekiirust $w_p$ (punktis $A$ joonisel 14.3). Kui eeldada kiiruse lineaarset muutust laminaarses aluskihis, siis vastavalt Newtoni seadusele nihkepinge vooluse ja plaadi kokkupuutel

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0} = \mu \frac{w_p}{\delta_l}.$$

Asetades viimasest võrrandist tuleneva piirkihi paksuse Blasiuse valemisse, saame laminaarse aluskihi paksuse arvutusvalemi

$$\delta_l = \frac{194}{\mathrm{Re}_x^{0,7}} \delta_t$$

ehk, arvestades valemit (14-17),

$$\delta_l = \frac{72,9}{\mathrm{Re}_x^{0,9}} x. \tag{14-19}$$

Tulemusest nähtub, et laminaarne aluskiht õheneb vooluse kiiruse suurenemisel ja teatud määral ka kaugenemisega alguspunktist, kus $x = 0$.

### *14.3.1.3 Voolamine torus. Torusisene piirkiht*

Voolamist ümarristlõikega torus kohtame paljudes tehnikaseadmetes. On suur erinevus selles, kas voolus uhub torupinda seest või väljast. Välisel uhtumisel, nagu see oli tasaparalleelse plaadi puhul, on uhtepind piisavas ulatuses vaba ning piirkiht saab areneda tõkestamatult.

Torusisesel voolamisel ümbritseb vedelikku kogu toru ümbermõõdu ulatuses pind. Vedelikus toimib hõõrdejõud viskoossusest, mis kujundab toru ristlõikes nii kiirus- kui ka temperatuurivälja. Piirkihi paksenemist piirab sel puhul toru läbimõõt.

Kiirus toru ristlõikes kasvab nullist toru sisepinnal kuni suurima väärtuseni ristlõikes. Kui ristlõige piki toru ei muutu, siis statsionaarsel voolamisel kokkusurumatu vedeliku vooluse keskmine kiirus mis tahes ristlõikes on üks ja seesama. Vähese kiirusemuutuse piki toru võib esile kutsuda vaid tilkvedeliku korral tiheduse muutus (nt vedeliku temperatuuri muutumisest).

Vedelik võib torus voolata kas laminaarselt või turbulentselt, voolamisrežiimi määrab Reynoldsi arv

$$\mathrm{Re} = \frac{\overline{w} d}{\nu},$$

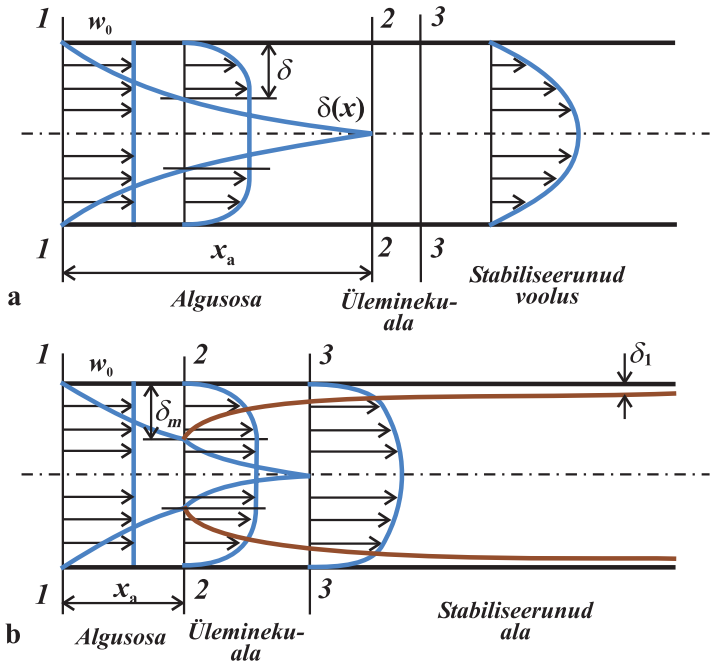
kus $\overline{w}$ – keskmine voolamiskiirus, $d$ – toru siseläbimõõt, $\nu$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus.

Kuni Reynoldsi arvuni Re = 2300 on voolamine laminaarne. See on Reynoldsi arvu alumine kriitiline väärtus. Sellest kõrgema Re väärtuse juures hakkab voolamine pöördumatult turbuleeruma, kui selleks on olemas soodsad eeltingimused alghäiringu näol. Alghäiringu puudumisel võib laminaarne režiim säilida märksa kõrgema Re väärtuseni, ligikaudu kuni Re = 10 000. Seega nn üleminekurežiimil vahemikus Re = 2300–10 000 võib voolus häiringu ilmnemisel turbuleeruda üsnagi äkiliselt. Häiringu puudumisel läheb voolamisrežiim turbulentseks umbes Re = 10 000 juures.

Piirkihi kujunemise skeem viskoosse vedeliku laminaarsel ja turbulentsel voolamisel torus on kujutatud joonisel 14.4.

Uurime esiteks vedeliku laminaarset voolamist torus, kuhu vedelik siseneb ühtlaselt jaotatuna ja kiirusega, mille järgi arvutatud Re arv ei ületa alumist kriitilist väärtust. Vedeliku sisenedes torusse moodustub selle ümbermõõdul rõngaspiirkiht. Siin, nagu plaadi puhulgi, on vooluse puutekiirus seinal mis tahes kaugusel $x$ suudmest võrdne nulliga.

Vooluse algossa ($x < x_a$) jäävas toru ristlõikes kasvab voolamiskiirus torupinnast eemaldumisel, sest pidurdusjõud nõrgeneb, kuni teatud kaugusel pinnast jääb piirkihi paksus $\delta$ püsima. Seega kasvab kiirus pinnaäärses kihis nullist kuni püsiväärtuseni. Kaugenemisel suudmest piirkiht pakseneb, mille tõttu voolus koondub toru teljel, kus on ka suurim kiirus. Viskoossusest tingituna on voolamiskiirusel piirkihis ristsuunaline gradient, südamikus aga kiiruse gradient puudub (potentsiaalne voolamine).




**Joonis 14.4. Piirkihi kujunemine voolamisel torus: a) laminaarne voolamine, b) turbulentne voolamine**

Kaugust toru suudmest kuni vooluse koondumiseni teljel nimetatakse vooluse algusosa pikkuseks $x_a$ (ristlõikevahemik *1-1* kuni *2-2* joonisel 14.4a). Vooluse algusosa pikkuse ligikaudne arvutusvalem on

$$x_a = 0,05\ \mathrm{Re}\, d,$$

kus Re – Reynoldsi arv, arvutatud toru siseläbimõõdu järgi; $d$ – toru siseläbimõõt.

Toru algusosas kasvab vedeliku kiirus ristlõike südamikus kaugenemisel suudmest (koordinaat $x$), sest suvalisest ristlõikest läbivoolav konstantne vooluhulk jaguneb võrdeliselt piki voolust koonduva südamiku pinna ja pindalalt suureneva rõngaspinna vahel (rõngaspind, mis jääb südamiku välispinna ja toru sisepinna vahele).

Alates ristlõikest *2-2* on voolus stabiliseerunud (joonis 14.4a), ristlõigete 2-2 ja 3-3 vahele jääb kitsas üleminekuala, kus voolus „korrastub". Ristlõikest *2-2* edasi toimub stabiilne laminaarne voolamine, kus kiirus jaotub paraboolselt:

$$w_r = w_m\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right], \qquad (14\text{-}20)$$

kus $w_r$ – kiirus stabiliseerunud vooluse raadiusel $r$ toru teljest, $w_m$ – kiirus toru teljel, $r_0$ – toru siseraadius.

Vooluse keskmine kiirus $\overline{w}_{\mathrm{r}} = 0{,}5w_{\mathrm{m}}$.

Uurime nüüd hüdrodünaamilist piirkihti turbulentsel voolamisel. Ka sel juhul on voolusel algusosa. Sisenegu vedelik torusse ühtlaselt jaotatuna kiirusega, mille põhjal arvutatud Reynoldsi arv ületab alumise kriitilise väärtuse (Re = 2300). Laminaarse piirkihiga algusosa pikkus torus $x_{\mathrm{a}}$ oleneb Reynoldsi arvust. Teatud kaugusel suudmest saavutab piirkiht kriitilise paksuse ja hakkab turbuleeruma (joonis 14.4b). Moodustub üleminekuala, mille vältel voolus turbuleerub täielikult. Võimalik on ka turbulentse piirkihi teke ilma laminaarse algusosata ja üleminekualata. See nähtus võib ilmneda, kui vooluse sisenedes torusse on Reynoldsi arv väga kõrge (orienteerivalt Re > 50 000).

Seina ja turbulentse piirkihi vahele jääb õhuke laminaarne piirkiht (aluskiht), mis võib oluliselt mõjutada soojusülekannet, kui vedeliku omadused on selleks soodsad.

Stabiilse turbulentse voolamise korral väljendab vedeliku kiirusjaotust toru ristlõikes lamedakujuline parabool – suurim on kiirus toru teljel, suurim kiirusgradient on seina ääres.

Turbulentses piirkihis jaotub kiirus logaritmiliselt:

$$\frac{w_{\mathrm{y}}}{w_*} = \frac{1}{\chi}\ln y_* + \eta, \tag{14-21}$$

kus $w_{\mathrm{y}}$ – lokaalne ajaliselt keskendatud kiirus kaugusel $y = r_0 - r$ toru pinnast, $r$ – kaugus toru teljest, $r_0$ – toru siseraadius, $w_* = \sqrt{\tau_{\mathrm{s}}/\rho}$ – dünaamiline kiirus, $\tau_{\mathrm{s}}$ – nihkepinge kokkupuutel pinnaga, $\rho$ – vedeliku tihedus, $y_* = w_* y/\nu$, $\nu$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus; $\chi$, $\eta$ – empiirilised tegurid.

Piirkonnale, kus $y_*$ = 5–30, tegurid $\chi$ = 0,20 ja $\eta$ = 3,05. Kui $y_* \geq 30$, siis $\chi$ = 0,40 ja $\eta$ = 5,5.

Laminaarse aluskihi paksus

$$\delta_{\mathrm{l}} = 12\frac{\nu}{w_*}. \tag{14-22}$$

Laminaarse aluskihi seisundit võib mõneti mõjutada pulsatsioon turbulentses piirkihis selle perioodilisel tungimisel laminaarsesse kihti.

## 14.3.2 Termiline piirkiht

### *14.3.2.1 Voolamine tasapinnal*

Vaatleme vedeliku statsionaarset voolamist tasapinnalisel plaadil. Olgu vooluse temperatuur $t_{\mathrm{v}0}$ ning plaadi pinna ja vedeliku kokkupuutel $t_{\mathrm{s}}$, mis eelduse kohaselt on teineteisest erinevad, põhjustades seega soojusvoo pinna ja vedeliku vahel suunas kuumemalt jahedamale. Niisuguse soojusvoo puhul on täheldatav, et

temperatuurimuutus pinna temperatuurist $t_s$ kuni vooluse stabiilse temparatuurini $t_{v0}$ leiab aset pinnalähedases vedelikukihis paksusega $\delta_T$. Seda muutuva temperatuuriga vedelikukihti pinnal nimetatakse termiliseks piirkihiks.

Termilise piirkihi kujunemine kahel erineval juhul on näha joonisel 14.5.

Termiline piirkiht pakseneb vooluse suunas (kui soojusjuhtivus vedeliku ja pinna vahel on püsiv), olles seega funktsioon plaadi esiserva kaugusest, $\delta_T = \delta_T(x)$. Termilisele piirkihile on iseloomulik ristsuunaline temperatuurigradient kokkupuutepinnal ja gradiendi puudumine väljaspool termilist piirkihti, $y > \delta_T$.

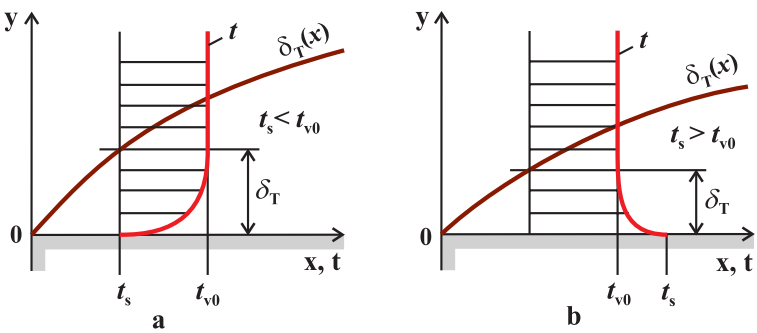
Üheskoos termilise piirkihiga esineb ka hüdrodünaamiline piirkiht. Nende kihtide paksuse määravad ülekandenähtused molekulaarsel tasemel: termilise piirkihi korral voolusega ristsuunaline molekulidevaheline energiasiire (soojusjuhtivus), hüdrodünaamilise piirkihi puhul aga samasuunalise liikumishulga ülekanne. Liikumishulga ülekande määrab vedeliku kinemaatiline viskoossus $\nu$, soojusülekande aga temperatuurijuhtivustegur $a$. Siit ei ole raske järeldada, et hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi paksuse vahekord sõltub omakorda suhtest $\nu/a$. Seda suhet nimetatakse Prandtli arvuks:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}. \qquad (14\text{-}23)$$

Mida suurem on Pr väärtus, seda intensiivsem on voolusega ristsuunaline liikumishulga ülekanne võrreldes soojusleviga ning seda paksem on ka hüdrodünaamiline piirkiht termilise piirkihiga võrreldes.

Hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi võrdse paksuse korral Pr = 1.

Prandtli arv väljendab vedeliku füüsikalist omadust. Gaasi puhul sõltub Prandtli arv üsna vähe temperatuurist ja rõhust, ideaalgaasi puhul oleneb aga mõnevõrra aatomite arvust molekulis, olles üheaatomilisele gaasile 0,67, kaheaatomilisele 0,72, kolmeaatomilisele 0,80, nelja ja enama aatomilisele 1. Tilkvedelike Prandtli arvu temperatuurisõltuvus on üsna tugev. Selle määrab peamiselt dünaamilise viskoossuse temperatuuriolenevus, sest nii vedeliku soojusjuhtivustegur kui ka erisoojus olenevad temperatuurist suhteliselt nõrgalt. Temperatuuri tõusuga vedelike Prandtli arv langeb järsult. Vedelmetallidele on see nende suure soojusjuhtivuse tõttu väike (Pr = 0,005–0,05).




**Joonis 14.5. Termilise piirkihi kujunemine: a) $t_{v0} > t_s$, b) $t_{v0} < t_s$**

Prandtli arvu väärtuse alusel jaotuvad vedelikud kolme gruppi: vedelmetallid (Pr << 1), gaasid ja mittemetalsed vedelikud kõrgel temperatuuril (Pr ≈ 1) ja mittemetalsed tilkvedelikud (Pr > 1).

### *14.3.2.2 Voolamine torus*

Torus liikuva vooluse kuumutamisel või jahutamisel vedeliku temperatuur piki toru selle suvalises ristlõikes kas tõuseb või langeb torupinna temperatuurilt $t_s$ kuni teatud kõrgeima või madalaima väärtuseni toru teljel. Keskmine temperatuur toru ristlõikes on sobiv iseloomustamaks temperatuurimuutust piki voolust, mis on soojusülekandest sõltuv suurus. Vedeliku keskmise temperatuuri toru ristlõikes saab leida, tuginedes termodünaamika esimesele seadusele, mille kohaselt ristlõiget läbiva vooluse energia (entalpia) võrdub energiaga (entalpiaga) otsitava keskmise temperatuuri juures. Järelikult saab keskmise temperatuuri $\overline{t}$ välja tuua võrdusest

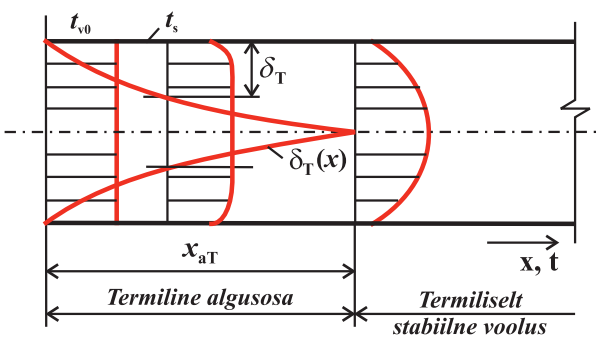
$$Mc_p\overline{t} = \int_F \rho w c_p t \, \mathrm{d}F ,$$

kus $M$ – toru ristlõiget läbiva vedeliku mass ajaühikus (voolukulu), $c_p$ – isobaarne erisoojus, $\rho$ – tihedus, $w$ – kiirus, $t$ – temperatuur, $F$ – toru ristlõikepind.

Nendime lisaks, et vedeliku kihtidevaheline hõõrdumine peaks mingil määral tõstma temperatuuri, kuna hõõrde mehaaniline töö kandub soojusena üle vedelikule, ent see soojushulk on tavaliselt arvestamise seisukohalt kaduvväike.

Soojusülekande tingimusi pinnal käsitletakse enamasti kas pinnatemperatuuri $t_s$ või soojusvoo püsiväärtuse juures. Pinnaga püsitemperatuuril puutume kokku näiteks siis, kui tegemist on vedeliku keemisega või auru kondenseerumisega. Püsiv soojusvoog esineb aga näiteks soojuse kiirgusülekandel pinnale või keskkonna kuumutamisel elektritakistuse abil.

Uurime termilise piirkihi kujunemist vedeliku laminaarsel voolamisel torus. Sisenegu torusse voolus ühtlase temperatuuriga $t_{v0}$, mis erineb toruseina temperatuurist $t_s$. Vedeliku ja torupinna temperatuurivahe kutsub esile soojusülekande ja termilise piirkihi tekke toru pikkuses. Termiline piirkiht pakseneb voolamise suunas monotoonselt, kuni koondub toru teljel (joonis 14.6).




**Joonis 14.6. Vedeliku temperatuuri muutus laminaarsel voolamisel torus**

Voolamispiirkonda, kus toimub termilise piirkihi areng ning koondumine toru teljele, nimetatakse vooluse termiliseks algusosaks ja sellele vastavat kaugust toru suudmest vooluse termilise algusosa pikkuseks.

### *14.3.2.3 Soojusvoog piirkihis. Kružilini võrrand*

Piirkihi soojusvoo võrrand käsitleb soojusülekannet piirkihi ja vedeliku kontaktpinna vahel, andes sellega teoreetilise lähtekoha lahendamaks konvektiivse soojusülekande ülesandeid.

Lähtume joonisel 14.7 esitatud skeemist, mis kujutab viskoosse vedeliku voolamist tasapinnal eeldusel, et väljaspool piirkihti on nii kiirus kui ka temperatuur konstantsed. Samuti loeme püsivaks pinna temperatuuri $t_s$. Eraldame termilisest piirkihist kaks $x$-teljega ristuvat lõiget vahekaugusega d$x$. Need pinnad kujundavad risttahuka kõrgusega ($y$-telje poole) $l$, $z$-telje suunaline vahekaugus (risti joonise tasandiga) olgu võetud võrdseks pikkusühikuga. Piirkihi soojusvoo võrrandi tuletamisel on palju ühist Kármáni võrrandi tuletamisega.

Vastavalt energia jäävuse seadusele peavad risttahukasse sisenevad ja sealt väljuvad soojusvood olema tasakaalus. Avaldame need soojusvood.

Vedeliku massikulu läbi pinna $AB$

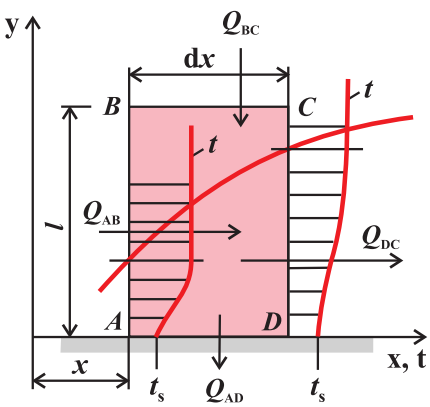
$$m_{\mathrm{AB}} = \int_0^l \rho w \mathrm{d}y ,$$

kus $\rho$ – vedeliku tihedus, $w$ – vedeliku $x$-telje suunaline kiirus.

Läbi pinna $AB$ kandub ristkülikusse entalpia (soojushulk)

$$Q_{\mathrm{AB}} = \int_0^l \rho w c_{\mathrm{p}} t \mathrm{d}y , \qquad (14\text{-}24)$$

kus $c_{\mathrm{p}}$ – vedeliku erisoojus, $t$ – temperatuur.




**Joonis 14.7. Piirkihi soojusvoo võrrandi tuletamist selgitav skeem**

Et ristlõikes *AB* on piirkiht õhem kui ristlõikes *DC*, siis läbib pinda *AB* vähem vedelikku kui pinda *DC*, mistõttu risttahukast lahkuv soojushulk on suurem sinna sisenevast soojushulgast. Kuna pindade *AB* ja *DC* vahekaugus on d$x$, siis mainitud soojushulkade vahe

$$Q_{\mathrm{DC}} - Q_{\mathrm{AB}} = \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l \rho c_{\mathrm{p}} w t \mathrm{d}y . \tag{14-25}$$

Et massivoog läbi pinna *AD* puudub, siis läbi pinna *BC* risttahukasse sisenev massivoog võrdub pindasid *DC* ja *AB* läbivate massivoogude vahega:

$$m_{\mathrm{BC}} = \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l \rho w \mathrm{d}y .$$

Kuna pind *BC* paikneb väljaspool piirkihti, kus vedeliku temperatuur on $t_{\mathrm{v}0}$, siis seda pinda läbiva vedeliku entalpia määrab samuti temperatuur $t_{\mathrm{v}0}$, mistõttu

$$Q_{\mathrm{BC}} = \mathrm{d}x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^l \rho c_{\mathrm{p}} t_{\mathrm{v}0} w \mathrm{d}y . \tag{14-26}$$

Massivoog läbi pinna *BC* puudub, kuid seda läbib soojushulk

$$Q_{\mathrm{AD}} = q_{\mathrm{s}} \mathrm{d}x .$$

Arvestades seda, et $y > \delta_{\mathrm{T}}$ korral on vooluse temperatuur püsiv (võimaldab asendada $l$ väärtuse valemites termilise piirkihi paksusega $\delta_{\mathrm{T}}$), ja lugedes vedeliku tiheduse ja erisoojuse konstantseks, siis soojusvoogude summa

$$\rho c_{\mathrm{p}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^{\delta_{\mathrm{T}}} t_{\mathrm{v}0} w \mathrm{d}y - \rho c_{\mathrm{p}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^{\delta_{\mathrm{T}}} t w \mathrm{d}y + q_{\mathrm{s}} = 0$$

ehk

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_0^{\delta_{\mathrm{T}}} (t_{\mathrm{v}0} - t) w \mathrm{d}y + \frac{q_{\mathrm{s}}}{\rho c_{\mathrm{p}}} = 0 . \tag{14-27}$$

Valem (14-27) kannab piirkihi soojusvoo või Kružilini võrrandi nime.

Võrrand väljendab tõsiasja, et voolavalt vedelikult konvektsiooniga pinnale (soojusvahetuspinnale) siirduv või sealt lahkuv soojushulk on võrdne voolava vedeliku loovutatud soojushulgaga.

Võrrand kehtib nii laminaarsele kui ka turbulentsele piirkihile. Võrrandi rakendamisel turbulentsele režiimile tuleb selles esinevad suurused ajas keskmistada.

Laminaarse piirkihi korral on pinda läbiv soojusvoog avaldatav Fourier' võrrandiga (valem (14-3)), misjärel valem (14-27) omandab kuju

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^{\delta_\mathrm{T}}(t_{\mathrm{v}0}-t)\,w\,\mathrm{d}y = a\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}y}\right)_\mathrm{s}, \tag{14-28}$$

kus $a = \lambda/\rho c_\mathrm{p}$ – temperatuurijuhtivustegur.

Indeks s valemis märgib seda, et temperatuuri tuletis on võetud pinnal (kohas y = 0).

Võrrandite (14-27) ja (14-28) lahendid võimaldavad leida termilise piirkihi paksuse ja temperatuuri jaotuse kihis, mis omakorda annab võimaluse määrata soojusülekandeteguri.

## 14.4 Füüsikaliste nähtuste sarnasus

### 14.4.1 Sarnaste nähtuste matemaatiline kirjeldamine. Sarnasusarvud

Matemaatiliselt on võimalik konvektiivset soojusülekannet kirjeldada diferentsiaalvõrrandite süsteemi kujul koos sobivate ühesustingimustega. Lahendada selliseid võrrandisüsteeme analüütiliselt on isegi mitme lihtsustuse korral väga keerukas ja paljudel juhtudel lausa võimatu. Seetõttu on konvektiivse soojuslevi ülesannete lahendamiseks ülioluline teha põhjalikke katselisi uuringuid.

Nende uuringute aluseks on oskuslik algtingimuste valik ning tulemuseks üldistatud arvväljundid. Kuid seejuures kohtame tõsiseid raskusi nii algtingimuste valikul kui ka lõppväljundite saamisel. Katselised uuringud, mis on suunatud konvektiivse soojuslevi probleemide ületamiseks, toetuvad suuresti füüsikaliste nähtuste sarnasusteooriale.

Füüsikaliste nähtuste sarnasusteooria käsitleb kindlatele reeglitele ja matemaatilistele tingimustele alluvaid üksteisega sarnaseid protsesse. Füüsikaliste nähtuste sarnasusteoorial on kaks rakenduslikku eesmärki – uurimustulemuste üldistamine (eriti just katsemudelitel hangitud tulemuste korral) ja teoreetiliste aluste loomine füüsikaliste protsesside modelleerimiseks. Füüsikaliste nähtuste sarnasusteooriale toetuvaid modelleerimistulemusi laiendatakse tehnilistele seadmetele, vältimaks suuri ja kalleid tööstuslikke katseseadmeid.

Füüsikaliste nähtuste sarnasuse idee on saanud alguse geomeetrilisest sarnasusest. Kehad loetakse geomeetriliselt sarnasteks, kui võrreldavate kujundite vastavate lineaarmõõtmete suhted on omavahel võrdsed. Näiteks on sarnaste koonuste kõrguse, külgede pikkuse jne suhe võrdne. Kui aga võrrelda omavahel geomeetriliselt sarnaste kehade pindu, siis nende suhe on samuti konstantne, võrdudes lineaarmõõtmete suhte ruuduga, ruumalade võrdlemisel aga kuubiga. Rakendades samasuguseid põhimõtteid füüsikalistele nähtustele näeme, et sarnaseid nähtusi iseloomustavad füüsikalised väljad erinevad üksteisest ainult mastaabi poolest.

Konvektiivne soojusülekanne kuulub samuti füüsikaliste nähtuste valdkonda. Seega konvektiivse soojusülekande uurimine ja uurimistulemuste üldistamine

tugineb füüsikaliste nähtuste sarnasuse tingimustele, millega mudelil saadud mõõtmistulemustele antakse üldistatud väljund.

Füüsikaliste nähtuste sarnasusest johtuvalt on konvektiivse soojusülekande käsitluses valdavaks katseseadmetel (mudelitel) saadud tulemused, mis üldistatakse, rakendamaks neid tegelike seadmete projekteerimisel ja ehitamisel. Seejuures ei ole enam oluline mingi üksiku iseloomuliku mõõtme või parameetri kokkulangevus mudelil kasutatuga, vaid ühte peavad langema nähtuse sarnasusteooriast tuletatud komplekssuurused ehk sarnasusarvud.

Füüsikaliselt sarnased nähtused toimuvad geomeetriliselt sarnastes süsteemides, kusjuures nende vastavates punktides ja ajahetkedel on samasisuliste suuruste suhetel püsiväärtus. Seejuures samasisulistena võetakse neid suurusi, millel on samane füüsikaline olemus ja mõõtühik.

Konvektiivse soojusülekande uurimisel on olulised vedeliku voolamiskiirus, voolava vedeliku füüsikalised omadused, temperatuuri jaotus süsteemis, soojusvahetuspinna geomeetriline kuju ja mõõtmed jt. Füüsikalise protsessi sarnasuse korral on kahe võrreldava süsteemi iseloomulike suuruste suhtel ehk sarnasuskordajal (nimetatakse ka sarnasuskonstandiks) püsiväärtus. Kui tähistada kahe omavahel võrreldava sarnase süsteemi vastavad parameetrid $\varphi'$ ja $\varphi''$, siis sarnasuskordaja

$$c_{\varphi} = \frac{\varphi''}{\varphi'}. \tag{14-29}$$

Seejuures võib parameeter $\varphi$ olla ükskõik milline protsessile omane näitaja, näiteks kiiruse kordaja

$$c_{\mathrm{w}} = \frac{w''}{w'}$$

või ka soojusjuhtivusteguri kordaja

$$c_{\lambda} = \frac{\lambda''}{\lambda'}$$

jne.

Rõhutame, et sarnased võivad olla ainult füüsikalise sisu poolest samalaadsed nähtused, mis matemaatiliselt on kirjeldatavad ühtede ja samade võrrandite abil.

Vaatleme kahte sarnase füüsikalise protsessiga süsteemi. Kirjeldagu esimeses süsteemis toimuvaid soojuslevi nähtusi võrrandid (vt valemid (13-9) ja (13-15))

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w_{\mathrm{x}} \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_{\mathrm{y}} \frac{\partial t'}{\partial y'} = a'\left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2}\right) \\ &-\lambda' \frac{\partial t'}{\partial y'} = \alpha'(t'_{\mathrm{v}} - t'_{\mathrm{s}}). \end{aligned}\right\}. \tag{14-30}$$

Kui teises süsteemis toimuv soojusleviprotsess on sarnane esimeses süsteemis toimuvaga, siis valemi (14-29) kohaselt $x'' = c_l x'$, $w'' = c_w w'$ jne ning teist süsteemi kirjeldavad võrrandid

$$\left.\begin{aligned} &\frac{c_t}{c_\tau}\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + \frac{c_w c_t}{c_l}\left(w_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_y \frac{\partial t'}{\partial y'}\right) = \frac{c_a c_t}{c_l^2} a'\left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2}\right) \\ &-\frac{c_\lambda c_t}{c_l}\lambda'\frac{\partial t'}{\partial y'} = c_\alpha c_t \alpha'(t_v' - t_s'). \end{aligned}\right\}. \qquad (14\text{-}31)$$

Selleks et võrrandid (14-30) ja (14-31) kirjeldaks võrdväärseid protsesse eri süsteemides, peavad nad olema identsed. See on võimalik ainult siis, kui sarnasuskordajatest moodustatud kompleksid võrrandeis (14-31) on omavahel võrdsed:

$$\frac{c_t}{c_\tau} = \frac{c_w c_t}{c_l} = \frac{c_a c_t}{c_l^2}$$

ja

$$\frac{c_\lambda c_t}{c_l} = c_\alpha c_t .$$

Viimased avaldised võib esitada ka kujul (mis teisendab teises süsteemis toimuva soojusleviprotsessi identseks esimeses süsteemis toimuvaga)

$$\frac{c_w c_l}{c_a} = \frac{c_\tau c_a}{c_l^2} = \frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} = 1.$$

Kuna sarnasuskordaja väljendab kahe vastava suuruse suhet, siis

$$\left.\begin{aligned} &\frac{w'l'}{a'} = \frac{w''l''}{a''} = idem \\ &\frac{\tau' a'}{l'^2} = \frac{\tau'' a''}{l''^2} = idem \\ &\frac{\alpha' l'}{\lambda'} = \frac{\alpha'' l''}{\lambda''} = idem. \end{aligned}\right\} \qquad (14\text{-}32)$$

*Märkus*. Sõna „*idem*" tähistab samasust, väljendades siinkohal seda, et esitatavad kompleksid peavad olema võrdsed (samased) kõigile vaadeldavatele sarnastele süsteemidele.

Seega iseloomustavad füüsikaliselt sarnaseid protsesse füüsikalistest ja geomeetrilistest suurustest moodustatud ühesuguse arvväärtusega kompleksid, kusjuures nendes sisalduvad nii füüsikalised kui ka geomeetrilised suurused võivad olla eri väärtusega. Selliseid komplekse nimetatakse sarnasusarvudeks. Sarnasusarvud tähistatakse harilikult tuntud teadlaste nimede algustähtedega.

Sarnasusarvude maksimaalselt võimalik arv

$$m = i - z,$$

kus i – dimensiooniga suuruste üldarv, z – põhidimensioonide arv.

Eespool oleme juba tutvunud nelja sarnasusarvuga: Biot' arv $Bi = \alpha\delta/\lambda$ (p 13.5.4.3), Fourier' arv $Fo = a\tau/l^2$ (p 13.6.1), Reynoldsi arv $Re = wl/v$ (p 14.2.1) ja Prandtli arv $Pr = v/a$ (p 14.3.2.1).

Valemitest (14-32) järelduvad veel Peclet' arv

$$Pe = \frac{wl}{a} = Re\,Pr \tag{14-33}$$

ja Nusselti arv

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}. \tag{14-34}$$

Peclet' arv iseloomustab konvektsiooniga ülekantava soojushulga ja soojusjuhtivusega eemalduva soojushulga suhe.



**Jean Claude Eugène Peclet** (10.02.1793 Besançon – 6.12.1857 Pariis), prantsuse füüsik. Aastast 1812 esimesi üliõpilasi École Normale'is, kus tema õpetajateks olid professorid Gay-Lussac ja Dulong. 1816 sai Collège de Marseille professoriks, seal õpetas loodusteadusi ja füüsikaaineid. Aastast 1829 füüsikaprofessor École Normale'is. Tegeles õppetööga ka insenerikoolis. Uuris soojusjuhtivust ja massiülekannet difusiooni teel. Soojuslevi arvutuses on tuntud ***Peclet' sarnasusarv*** **Pe**, mis väljendab konvektsiooni ja soojusjuhtivuse teel toimuva soojuslevi vahekorda. Peclet oli kõrgelt hinnatud lektor ja kõrgetasemeliste eksperimentide korraldaja.



**Ernst Kraft Wilhelm Nusselt** (25.11.1882 Nürnberg – 1.09.1957 München), saksa soojusfüüsik, insener. Õppis masinaehitust Berliini ja Müncheni tehnikakõrgkoolides, inseneridiplomi sai 1904. Assistent tehnilise füüsika laboratooriumis Münchenis, seejärel assistenditöö Dresdenis. Doktorikraad anti 1907. Aastast 1909 professor mitmes kõrgkoolis: Dresdenis, Karlsruhes, Münchenis. Tegeles paljude soojusõpetuse küsimustega, põhiteemaks konvektiivne soojusülekanne vedeliku/gaasi ja keha pinna vahel. Tema nime kannab soojuse konvektiivse ülekande sarnasusarv – ***Nusselti arv*** **Nu**, mis statsionaarsel ülekanderežiimil näitab soojusülekandeteguri ja keskkonna soojusjuhtivusteguri suhet.



**Franz Grashof** (11.07.1826 Düsseldorf – 26.10.1893 Karlsruhe), saksa insener. Viieteistaastasena hakkas tööle mehaanikuna, samal ajal õppides ametikoolis. 1844–1847 õppis matemaatikat, füüsikat ja masinaehitust Berliini tehnikainstituudis (Königliches Gewerbe-Institut), 1854–1863 oli rakendusmatemaatika lektoriks sealsamas, vahepeal nägi maailma madrusena kaubalaevas. Grashof oli üks Saksa Inseneride Ühingu asutajatest. Aastast 1863 õpetas Karlsruhe polütehnikumis materjaliõpetust, soojustehnikat, hüdraulikat, üldist inseneriõpetust. Grashofi panust tehnikaharidusse on hinnatud kõrgelt. Tema nime kannab sarnasusarv ***Grashofi arv*** **Gr** soojuse vabakonvektsiooni teoorias.

Nusselti arv iseloomustab soojusülekannet tahke keha ja vedeliku kokkupuutepinnal. Nusselti arvu tuntakse ka kui dimensioonita konvektsiooni soojusülekandetegurit. Paljude konvektiivset soojusülekannet käsitlevate ülesannete lahendamisel on Nusselti arv otsitavaks suuruseks, kuna ta sisaldab soojusülekandetegurit.

Vaatamata Nusselti ja Biot' arvude välisele sarnasusele, erinevad nad sisu poolest põhimõtteliselt. Kui Nusselti arv sisaldab vedeliku soojusjuhtivustegurit, siis Biot' arvus asendab seda tahke keha soojusjuhtivustegur.

Vabakonvektsiooniga seotud soojuslevi iseloomustab Grashofi arv

$$\mathrm{Gr} = \frac{\mathrm{g}\beta l^3 \Delta t}{\nu^2}, \tag{14-35}$$

kus g – raskuskiirendus, $\beta$ – vedeliku mahtpaisumistegur, $\Delta t$ – pinna ja pinda uhtuva vedeliku temperatuurivahe, $l$ – lineaarmõõde, $\nu$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus.

Grashofi arv kajastab vedelikule mõjuvat temperatuurivahest tingitud jõudu.

Grashofi arvu kõrval on vabakonvektsiooniga seotud soojusülekande ülesannete lahendamisel kasutusel ka Rayleigh' arv kui Grashofi ja Prandtli arvu korrutis:

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}.$$

Sarnasusarvud jagunevad sõltumatuteks ja sõltuvateks. Sõltumatud sarnasusarvud on sõltumatutest ehk etteantud suurustest koostatud kompleksid, nendest olulisemad on Re, Pr, Gr, Ra ja Pe. Sõltuvaks sarnasusarvuks on enamasti Nusselti arv.

Soojuslevi uurimisel kasutatakse sarnasusarve laialt, peamiselt seetõttu, et nende osalusel koostatud arvutusvalemid on üldisema rakendusulatusega kui mingi üksikjuhtumi lahendamise jaoks tuletatud valem.

Konvektiivse soojusülekande sarnasusarvudes sisalduvad aine mitmed füüsikalised omadused, näiteks vedeliku soojusjuhtivustegur, viskoossus jt, on aga temperatuuri funktsioonid, mistõttu soojusvahetuse ülesannete lahendamisel on vaja teada temperatuurivälja antud juhtumi puhul. Seega tuleks teada mainitud füüsikaliste suuruste temperatuurisõltuvust. Paraku puudub ühtne võimalus ja metoodika määramaks neid füüsikalisi parameetreid sisaldavate sarnasusarvude olenevust temperatuurist. Seetõttu tuleb tähelepanelikult jälgida, millise temperatuuri juures ja kuidas on sarnasusarvus sisalduvad aine füüsikalised omadused saadud. Kasutusel on mitu erinevat moodust väljendamaks sarnasusarvude temperatuuriolenevust.

Seda võib teha näiteks soojusvahetuspinna temperatuuri $t_s$, põhivooluse temperatuuri $t_{v0}$ ja keskmise temperatuuri $\overline{t}$ järgi. Keskmine temperatuur leitakse enamasti pinna ja põhivooluse temperatuuri aritmeetilise keskmisena. Temperatuur, mille järgi sarnasusarv on leitud, märgitakse allindeksina sarnasusarvu juurde: pinnatemperatuuri tähistab indeks s, põhivooluse temperatuuri – v, keskmist temperatuuri – m. Näiteks $\mathrm{Re}_s$ on Reynoldsi arv määratuna pinnatemperatuuri järgi.

### 14.4.2 Sarnasuse tingimused

Diferentsiaalvõrrandid, näiteks (14-30), kirjeldavad soojusülekannet kõige üldisemal kujul, väljendades küll soojuslevi üldist olemust, jättes aga vaatlusest kõrvale ülekandejuhtumi iseärasused ja juhtumit määravate arvsuuruste erinevused. Need erinevused võivad avalduda süsteemi kujus ja mõõtmetes, voolava keskkonna soojusfüüsikalistes omadustes, ääretingimustes jne. Süsteemi ja ülekandeprotsessi omapärasused tehakse kindlaks ühesustingimuste abil.

Eespool ja ka siin esitatu kohaselt kehtivad füüsikaliselt sarnastele nähtustele järgmised reeglid.

1. Sarnased nähtused peavad olema kvalitatiivselt ühesugused, tuginema samadele füüsikalistele protsessidele ja olema matemaatiliselt väljendatavad ühtede ja samade võrrandite kaudu.
2. Protsessi kirjeldavad ühesustingimused peavad olema samad, välja arvatud nendes esinevate konstantide arvväärtused.
3. Protsessi kirjeldavad sõltumatud sarnasusarvud peavad olema võrdsete arvväärtustega.

Kaks esimest reeglit ei ole küllaldased määramaks füüsikaliste nähtuste sarnasust, ka kolmas tingimus on vajalik, sest nõuab, et sarnaste protsesside korral peavad olema võrdsed ka neid kirjeldavad sõltumatud sarnasusarvud. Et sõltumatud sarnasusarvud on sarnaste nähtuste korral needsamad, siis peab ka nendest sõltuval otsitaval sarnasusarvul olema sama arvväärtus.

Kui öeldut rakendada konvektiivsele soojusleviprotsessile, siis ilmneb see sagedamini Nusselti arvus kui konvektsiooni soojusülekandetegurit sisaldavas sarnasusarvus ning selle sõltuvusena Reynoldsi, Prandtli, Grashofi sõltumatutest sarnasusarvudest:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{F}\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}\right). \tag{14-36}$$

Üsna sageli esitatakse viimane võrrand astmefunktsioonina

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}\,\mathrm{Gr}^{z}, \tag{14-37}$$

kus $C$, $n$, $m$, $z$ on konstandid.

Need konstandid määratakse enamasti katseandmete kaudu. Valemid (14-36) ja (14-37) kajastavad Nusselti arvu funktsioonina sõltumatutest sarnasusarvudest. Sellisel juhul hõlmatakse soojusülekande juhtumisse nii sund- kui ka vabakonvektsiooni määravad suurused. Võimalikud on ka olukorrad, kus mõnest sõltumatust sarnasusarvust võib loobuda. Nii näiteks sundvoolamisel võib teatud tingimustel loobuda raskusjõu mõjust vedelikule, mis lubab eirata Grashofi (või Rayleigh') arvu. Vabakonvektsiooni korral võib aga eirata Reynoldsi arvu.

Kuid on ka soojusülekande protsesse, kus võrrandit (14-36) tuleb täiendada uute sarnasusarvudega.

## 14.5 Soojusülekanne sundvoolamisel

### 14.5.1 Laminaarne voolamine

#### *14.5.1.1 Voolamine tasapinnalisel plaadil*

Laminaarsel voolamisel vedelikukihid omavahel ei segune, vaid libisevad üksteise suhtes paralleelselt ning liikumishulk kandub üle vaid molekulaarselt. Kihte mõjutab vastastikku vedeliku viskoossus, see kujundab ühtlasi vooluse kiirusvälja. Laminaarne voolamine eeldab, et Reynoldsi arv on väiksem selle kriitilisest väärtusest.

Käsitleme konvektiivset soojusülekannet laminaarsel voolamisel mööda tasapinnalist plaati, lähtudes võrrandist (14-28), taotlusega esmalt määrata konvektsiooni soojusülekandeteguri olenevus kaugusest $x$ plaadi esiservast. Lahendamaks püstitatud ülesannet, on vaja teada nii kiirus- kui ka temperatuurijaotust hüdrodünaamilises ja termilises piirkihis.

Lahenduskäigu lihtsustamiseks avaldame võrrandi (14-28) ületemperatuuri

$$\vartheta = t - t_\mathrm{s}$$

kaudu:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^{\delta_\mathrm{T}} w(\vartheta_{\mathrm{v}0} - \vartheta)\,\mathrm{d}y = a\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}y}\right)_\mathrm{s}, \tag{14-38}$$

kus $t$ – jooksev temperatuur, $t_\mathrm{s}$ – plaadipinna temperatuur, $\vartheta_{\mathrm{v}0} = t_{\mathrm{v}0} - t_\mathrm{s}$ vedeliku ja pinna temperatuurivahe, $a$ – temperatuurijuhtivustegur.

Eeldame pinna temperatuuri sõltumatust kaugusest $x$, seega $t_\mathrm{s} = konst$.

Võtame aluseks valemiga (14-10) määratud kiirusjaotuse laminaarses piirkihis. Kui lähtuda hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi sarnasusest ja identsetest ääretingimustest, siis temperatuurijaotust piirkihis kirjeldab valemiga (14-10) sarnane võrrand

$$\vartheta = \vartheta_{\mathrm{v}0}\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta_\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_\mathrm{T}}\right)^3\right]. \tag{14-39}$$

Valemite (14-10) ja (14-39) põhjal avaldub võrrandi (14-38) integraal

$$\int_0^{\delta_\mathrm{T}} w(\vartheta_{\mathrm{v}0} - \vartheta)\,\mathrm{d}y = \int_0^{\delta_\mathrm{T}} \vartheta_{\mathrm{v}0} w_0 \left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\left[1 - \left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta_\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_\mathrm{T}}\right)^3\right]\right]\mathrm{d}y =$$

$$= \vartheta_{\mathrm{v}0} w_0 \delta\left[\frac{3}{20}\left(\frac{\delta_\mathrm{T}}{\delta}\right)^2 - \frac{3}{280}\left(\frac{\delta_\mathrm{T}}{\delta}\right)^4\right], \tag{14-40}$$

kus $w_0$ – põhivoolu kiirus, $y$ – kaugus pinnast, $\delta$ – hüdrodünaamilise piirkihi paksus, $\delta_T$ – termilise piirkihi paksus.

Nurksulgudes oleva teise liikme võime esimesega võrreldes lugeda küllalt väikseks, siis

$$\int_0^{\delta_T} w(\vartheta_{v0} - \vartheta)\mathrm{d}y = \frac{3}{20} w_0 \vartheta_{v0} \delta \left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^2 . \tag{14-41}$$

Diferentseerime valemit (14-39):

$$\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}y} = \frac{3}{2}\frac{\vartheta_{v0}}{\delta_T}\left[1 - \left(\frac{y}{\delta_T}\right)^2\right],$$

millest

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}y}\right)_s = \frac{3}{2}\frac{\vartheta_{v0}}{\delta_T}. \tag{14-42}$$

Asetame valemid (14-41) ja (14-42) võrrandisse (14-38):

$$\frac{3}{20}\vartheta_{v0} w_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\delta\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^2\right] = \frac{3}{2} a \frac{\vartheta_{v0}}{\delta_T}$$

ehk

$$\frac{1}{10} w_0 \left[2\delta^2 \left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^2 \frac{\mathrm{d}\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)}{\mathrm{d}x} + \delta\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^3 \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x}\right] = a .$$

Valem (14-11) võimaldab määrata $\delta^2$ ja $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}x$ väärtuse, mille arvestamisel saab viimane võrrand kuju

$$\frac{4}{3} x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^3 = \frac{13}{14}\frac{a}{\nu} \approx \frac{1}{\mathrm{Pr}}. \tag{14-43}$$

Edasi, lähtudes hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi sarnasusest, on võimalik käsitada $\delta$ ja $\delta_T$ sõltuvust kaugusest $x$ sarnasena ning, sõltumata $x$ väärtusest, suhet $\delta_T/\delta$ konstantsena. See väide on õige muidugi siis, kui hüdrodünaamiline ja termiline piirkiht algavad ühest ja samast punktist $x = 0$. Sellisel juhul näiteks peab plaadil puuduma mittekuumutatav algusosa. Öeldust järeldub, et

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right) = 0$$

ning valemist (14-43)

$$\frac{\delta_T}{\delta} = \mathrm{Pr}^{-1/3} . \tag{14-44}$$

Valem (14-44) kinnitab juba eespool tuvastatud tõsiasja, et termilise ja hüdrodünaamilise piirkihi paksuse suhte määrab Prandtli arv. Tehtud eeldused on kehtivad, kui suhe $\delta_T/\delta \le 1$. See tingimus on täidetud elektrit mittejuhtiva tilkvedeliku korral. Gaasiliste kehade Prandtli arv on ühest mõnevõrra väiksem (kuid mitte alla 0,6), mistõttu valem (14-44) on ka sel juhul küllaldaselt täpne, ent ei kehti siis, kui Pr << 1 (nt vedelmetallide puhul).

Kasutades hüdrodünaamilise piirkihi paksuse ja kauguse $x$ vahelist seost (14-12), võib termilise piirkihi paksuse olenevuse kaugusest $x$ esitada valemiga

$$\delta_T = 4,64 \frac{x}{\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}, \tag{14-45}$$

kusjuures Re arvutatakse kiiruse $w_0$ ja kauguse $x$ abil.

Valem võimaldab termilise piirkihi paksuse kohta teha mõned üldistused. Vedeliku liikumisel mööda tasapinda mõjutab pinnalt lähtuv ristsuunaline soojusvoog termilise piirkihi paksust üha tugevamini kaugenemisel esiservast $x$ ($\delta_T \sim x^{1/2}$). Termiline piirkiht on seda paksem, mida suurem on vedeliku temperatuurijuhtivustegur $a$ ($\delta_T \sim a^{1/3}$, sisaldub Prandtli arvus). Teguri $a$ suurenemine vihjab ristsuunalise soojusjuhtivuse intensiivistumisele nii nagu kiiruse kasvgi, sest see põhjustab termilise piirkihi õhenemise ($\delta_T \sim w_0^{-1/2}$, sisaldub Reynoldsi arvus).

Konvektsiooni soojusülekandetegur valemi (14-3) põhjal

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{\delta_T}, \tag{14-46}$$

sest

$$\alpha = \frac{\lambda}{\vartheta_{v0}}\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}y}\right)_s$$

ning valemi (14-39) kaudu ($y = 0$)

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}y}\right)_s = \frac{3}{2}\frac{\vartheta_{v0}}{\delta_T}.$$

Näeme, et peale soojusjuhtivuse on konvektsiooni soojusülekandetegur otseselt seotud termilise piirkihi tekke ja käitumisega.

Asetades valemisse (14-46) termilise piirkihi paksuse avaldise (14-45), saame määrata konvektsiooni soojusülekandeteguri olenevuse kaugusest $x$:

$$\alpha = 0,332 \frac{\lambda}{x}\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}. \tag{14-47}$$

Nusselti arvu $\mathrm{Nu} = \alpha x/\lambda$ kasutades saab valemile (14-47) anda dimensioonita kuju

$$\mathrm{Nu} = 0,332\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}. \tag{14-48}$$

Valemist (14-47) nähtub, et konvektsiooni soojusülekandetegur kahaneb kaugenemisel plaadi esiservast. Seda tingib temperatuurigradiendi alanemine termilise piirkihi paksenedes koos kauguse *x* kasvuga.

Valemite (14-47) ja (14-48) saamine tugines eeldusele, et voolava vedeliku füüsikalised omadused on püsisuurused. Tegelikult, nagu teada, sõltuvad need olekuparameetritest, eelkõige aga temperatuurist.

Voolava vedeliku füüsikaliste omaduste mõju soojusülekandetegurile avaldub esmajoones termilist piirkihti mõjutavate suuruste temperatuurimuutuse kaudu. Eriti mõjutab temperatuur vedeliku viskoossust. Viskoossus omakorda avaldab mõju nii temperatuuri kui ka kiiruse jaotusele piirkihis. Temperatuurivahe $\vartheta_{v0}$ ühe ja sama absoluutväärtuse juures sõltub temperatuuri ja kiiruse jaotus termilises piirkihis soojusvoo suunast. Tilkvedeliku jahtumisel on pinna temperatuur madalam kui vedeliku kuumutamisel ning vedelik pinnalähedases alas on seetõttu viskoossem, mistõttu voolus seal aeglustub. Kirjeldatud nähtus on tilkvedeliku korral märgatavalt ilmekam kui gaasi puhul.

Saamaks vaadeldavale probleemile täpsemaid lahendeid, kus oleks arvestatud vedeliku füüsikaliste omaduste temperatuurisõltuvus, tuleks vastavate omaduste temperatuurisõltuvuse avaldised paigutada lähtediferentsiaalvõrranditesse. Näiteks peaks soojusjuhtivuse võrrandi (13-7) ühemõõtmelise ülesande korral avaldama kujul

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left[ \mathrm{a}(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right].$$

Paraku osutub seda tüüpi võrrandi lahendamine raskeks ja tulemus ebaülevaatlikuks. Seetõttu minnakse praktiliste ülesannete lahendamisel lihtsamat teed, viies valemitesse sisse temperatuuri ja soojusvoo suunda arvestav parandus suhte $(\mathrm{Pr_v}/\mathrm{Pr_s})^n$ näol, kus $\mathrm{Pr_v}$ ja $\mathrm{Pr_s}$ arvutatakse vastavalt põhivooluse ja pinna temperatuuri juures ning n on konstant (enamasti n = 1/4). Selline parandus arvestab eelkõige temperatuuri mõju soojusülekandele viskoossuse ja temperatuurijuhtivusteguri kaudu. Öeldu põhjal võib valemi (14-48) esitada kujul

$$\mathrm{Nu} = 0{,}332\,\mathrm{Re_v^{1/2}}\,\mathrm{Pr_v^{1/3}}\left(\frac{\mathrm{Pr_v}}{\mathrm{Pr_s}}\right)^{1/4}, \qquad (14\text{-}49)$$

kus $\mathrm{Re_v}$ ja $\mathrm{Pr_v}$ vihjavad sellele, et need sarnasusarvud arvutatakse vedeliku põhivooluse temperatuuri järgi.

Valem (14-49) ja eespool toodud väljendavad lokaalset soojusülekannet, s.o kaugusel *x* plaadi esiservast. Siiski on sageli vaja teada soojusülekandeteguri keskmist väärtust kogu soojusvahetuspinna kohta, seega antud juhul teguri keskmist väärtust kaugusvahemiku 0 kuni *x* jaoks.

Kui lähtuda valemist (14-47) ja arvestada seda, et Re sisaldab ka kaugust $x$, siis keskmise (vahemikule 0–$x$) ja lokaalse (kaugusel $x$) soojusülekandeteguri suhe

$$\frac{\overline{\alpha}}{\alpha} = \frac{1}{x}\int_0^x \frac{x^{1/2}}{x}\,\mathrm{d}x = 2.$$

Seega on keskmine konvektsiooni soojusülekandetegur vedeliku laminaarsel voolamisel mööda tasapinnalist plaati kaks korda suurem lokaalsest soojusülekandetegurist kaugusel $x$. Seda arvestades keskmine Nusselti arv valemi (14-49) alusel

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0,664\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{1/2}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{1/3}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{1/4}, \qquad (14\text{-}50)$$

kus $\mathrm{Re}_\mathrm{v}$ arvutatakse kauguse $x$ järgi.

### *14.5.1.2 Voolamine torus*

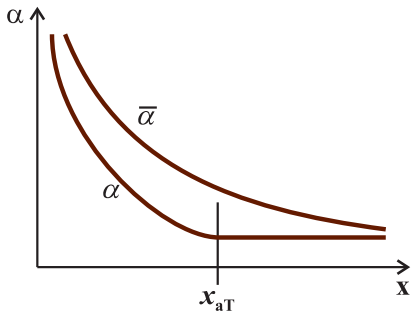
Vedeliku laminaarsel voolamisel torus on Reynoldsi arv kriitilisest väärtusest väiksem (Reynoldsi arvu alumine kriitiline väärtus $\mathrm{Re}_\mathrm{k} = 2300$, p 14.3.1.3).

Statsionaarsel isotermsel voolamisel jaotub voolukiirus toru ristlõikes alates teatud kaugusest toru suudmest paraboolselt (valem (14-20)). Voolu kiirusvektori suund suvalises punktis ühtib toru teljega, seega kiirus ei sõltu koordinaadist $x$, vaid ainuüksi kaugusest toru teljest.

Kui vedelikul on püsivad füüsikalised omadused, siis soojusülekanne vedeliku voolamise iseloomu ei mõjuta. Kui aga soojusülekanne avaldab temperatuuriväljakaudu mõju vedeliku füüsikalistele omadustele (nt viskoossusele), muutub ka kiirusjaotus toru ristlõikes.

Vedeliku voolamisel torus läbib soojusvoog toru seina ja seinaäärses kihis vedelik kas kuumeneb või jahtub. Vaatleme olukorda, kus torusse siseneb ühtlase temperatuuriga vedelik (nagu näidatud joonisel 14.6). Vooluse termilise algusosa südamikus säilib vedeliku esialgne temperatuur, see osa voolusest soojusülekandes ei osale. Soojus kandub läbi muutuva temperatuuriga seinaäärse termilise piirkihi. Toru suudmest teatud kaugusel $x_\mathrm{aT}$ täidab termiline piirkiht toru ristlõike täielikult, soojusvahetus hõivab kogu vooluse ning soojusülekanne stabiliseerub. Stabiilse voolamisega toruosas (alates kaugusest $x_\mathrm{aT}$) torusse sisenemise temperatuuri- ja kiirusväli soojusülekannet enam ei mõjuta.

Kuna voolamise olemus piki toru muutub, siis muutuvad ühtlasi ka lokaalne ja keskmine konvektsiooni soojusülekandetegur (joonis 14.8). Kauguseni $x_\mathrm{aT}$ lokaalne soojusülekandetegur $\alpha$ pidevalt väheneb, seejärel stabiliseerub. Niisiis, kaugusel $x > x_\mathrm{aT}$ lokaalne soojusülekandetegur enam ei muutu. Seda põhjusel, et temperatuurigradient kohas $r = r_0$ ($r$ on toru jooksev siseraadius loetuna toru teljest, $r_0$ toru siseraadius) muutub kaugenemisega suudmest kiiremini, kui väheneb või jääb konstantseks temperatuurivahe ($t_\mathrm{v} - t_\mathrm{s}$).




**Joonis 14.8. Lokaalse ja keskmise konvektsiooni-soojusülekandeteguri muutus piki toru**

Keskmine soojusülekandetegur kaugenemisel toru suudmest samuti väheneb, lähenedes asümptootiliselt lokaalse soojusülekandeteguri väärtusele.

Üldjuhul on vooluse termilise algusosa pikkus $x_{aT}$ funktsioon mitmest suurusest, sealhulgas Reynoldsi arvust, torupinna karedusest, vooluse temperatuuri ja kiiruse jaotusest torusse sisenemisel, vedeliku soojusfüüsikalistest omadustest jt. Seepärast on $x_{aT}$ väärtust arvutuslikult küll üsna raske, kuid siiski võimalik määrata vedeliku füüsikaliste omaduste püsiväärtusel ja temperatuurivälja ühtlasel jaotusel vedeliku sisenedes torusse (joonis 14.6). Vooluse termilise algusosa ligikaudne pikkus seina püsitemperatuuril ja eeldusel, et voolus on hüdrauliliselt stabiliseerunud, on arvutatav valemiga

$$\frac{x_{aT}}{d} = 0,055\,\mathrm{Pe}$$

ning toruseina läbiva muutumatu soojusvoo puhul

$$\frac{x_{aT}}{d} = 0,070\,\mathrm{Pe},$$

kus $d$ – toru siseläbimõõt, Pe – Peclet' arv.

Kuna Pe = RePr, siis ei ole raske näha, et vooluse termilise algusosa pikkus sõltub tugevalt Prandtli arvust. Gaasivoolusel, kus Pr ≈ 1, on termiline algusosa kordi lühem kui viskoossel vedelikul.

Kui lähtuda kiiruse paraboolsest jaotusest toru ristlõikes, siis eeldades pinna püsitemperatuuri, on Nusselti arv stabiilse voolamise korral

Nu = 3,66

ning seina läbiva soojusvoo püsivuse puhul

Nu = 4,36.

Esitatud Nusselti arvude väärtused on tuletatud teoreetiliselt eeldusel, et vedeliku füüsikalised omadused on muutumatud ning kehtivad seda täpsemalt, mida väiksem on seina ja torus voolava vedeliku temperatuurivahe. Täpsemates arvutustes võib lokaalse soojusülekandeteguri arvutada valemiga

$$\mathrm{Nu_m} = 1,03\left(\mathrm{Pe_m}\,\frac{d}{x}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_\mathrm{m}}{\mu_\mathrm{s}}\right)^{0,14}, \qquad (14\text{-}51)$$

kus $\mathrm{Pe_m}$ – Peclet' arv arvutatuna seina ja vedeliku keskmise temperatuuri järgi, $\mu_\mathrm{m}$ – dünaamiline viskoossus seina ja vedeliku keskmise temperatuuri järgi, $\mu_\mathrm{s}$ – vedeliku dünaamiline viskoossus seina temperatuuri järgi.

Kui toru pikkus ületab termilise algusosa pikkuse ja soojusülekanne toimub toru algusest alates, siis eeldades seina püsitemperatuuri, võib keskmise Nusselti arvu määrata valemiga

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{m} = 1{,}55\left(\mathrm{Pe_m}\frac{d}{x}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_\mathrm{m}}{\mu_\mathrm{s}}\right)^{0{,}14}\varepsilon_\mathrm{l}. \qquad (14\text{-}52)$$

Siin on Nusselti arv taandatud keskmisele logaritmilisele temperatuurivahele (vt p 16.2.6). Sarnasusarvud $\mathrm{Nu_m}$ ja $\mathrm{Pe_m}$ ning $\mu_\mathrm{m}$ on määratud temperatuuri järgi:

$$t = t_\mathrm{s} - \frac{\Delta t}{2},$$

kus $\Delta t$ – keskmine logaritmiline temperatuurivahe.

Lihtsamal juhul võib kasutada vedeliku ja pinna temperatuuri aritmeetilist keskmist.

Nu ja Pe arvutatakse toru siseläbimõõdu järgi.

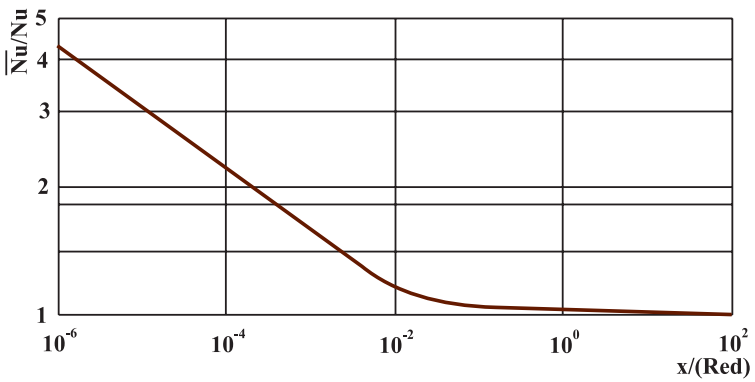
Suurus $\varepsilon_\mathrm{l}$ valemis (14-52) on keerukas funktsioon Reynoldsi arvust ja suhtest $x/d$ ning avaldub

$$\varepsilon_\mathrm{l} = 0{,}10\left(\frac{x}{\mathrm{Re_m}\,d}\right)^{-1{,}7}\left(1+2{,}5\frac{x}{\mathrm{Re_m}\,d}\right)^{-1}.$$

Valem (14-52) kehtib, kui

$$\frac{x}{\mathrm{Re_m}\,d} < 0{,}1.$$

Joonisel 14.9 on toodud keskmise Nusselti arvu ja stabiilse voolamisala Nusselti arvu suhte olenevus kompleksist $x/(\mathrm{Re}d)$. Selgub, et vooluse algusosas väheneb suhe $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}$ järsult $x/(\mathrm{Re}d)$ suurenemisel. Üleminekul stabiilse režiimiga alasse see olenevus nõrgeneb ning lakkab hoopis, kui kompleksi $x/(\mathrm{Re}d)$ väärtus on ligikaudu 10.




**Joonis 14.9. Suhte $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}$ olenevus kompleksist $x/(\mathrm{Re}d)$**

## 14.5.2 Turbulentne voolamine

### *14.5.2.1 Voolamine tasapinnalisel plaadil*

Lähtume varem esitatud skeemist, mis kujutab vedeliku turbulentset voolamist mööda tasapinnalist plaati. Selle kohaselt koosneb piirkiht kahest osast – turbulentsest tsoonist ja vastu pinda liibuvast laminaarsest (viskoossest) aluskihist (joonis 14.3)). Soojusvahetus turbulentses tsoonis toimub peamiselt mahuosade vahendusel (turbulentne soojusvahetus), laminaarses aluskihis aga molekulaarse soojusjuhtivuse teel. Soojusülekande eripäraks on pinnaga ristuv intensiivne soojusvahetus turbulentses tsoonis ning suhteliselt suur laminaarse aluskihi termiline takistus. Siit järeldub, et temperatuur turbulentses piirkihis muutub üsna vähe, kuid laminaarses aluskihis on tegemist suure temperatuurigradiendiga.

Liikumishulga ülekande laminaarses aluskihis määrab Newtoni valem (14-4) ja soojusjuhtivuse Fourier' seadus (valem (14-3)). Eeldades nii temperatuuri kui ka kiiruse lineaarset muutust laminaarses aluskihis, siis nii soojusvoog $q$ kui ka nihkepinge $\tau$ on piirkihi ulatuses püsisuurused. Jagades eespool esitatud võrrandid omavahel, saame temperatuuridiferentsiaali jaoks avaldise

$$\mathrm{d}t = \frac{\mu}{\lambda}\frac{q}{\tau}\mathrm{d}w,$$

kus $t$ – temperatuur, $\lambda$ – vedeliku soojusjuhtivustegur, $\mu$ – vedeliku dünaamiline viskoossus, $q$ – piirkihti läbiv soojusvoog, $\tau$ – nihkepinge, $w$ – voolamise kiirus. Kuna nii $q$ kui ka $\tau$ laminaarse aluskihi paksuse ulatuses ei muutu, siis on suhe $q/\tau$ ekvivalentne samade suuruste suhtega $q_s/\tau_s$ pinnal. Et

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{\mathrm{Pr}}{c_\mathrm{p}},$$

siis

$$\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{Pr}}{c_\mathrm{p}}\frac{q_\mathrm{s}}{\tau_\mathrm{s}}\mathrm{d}w.$$

Pärast viimase võrrandi integreerimist

$$t_\mathrm{p} - t_\mathrm{s} = \frac{\mathrm{Pr}}{c_\mathrm{p}}\frac{q_\mathrm{s}}{\tau_\mathrm{s}}w_\mathrm{p}, \tag{14-53}$$

kus $t_\mathrm{p}$, $w_\mathrm{p}$ – vedeliku temperatuur ja kiirus turbulentse piirkihi ja laminaarse aluskihi piiril.

Kasutame samasugust mõttekäiku turbulentse piirkihi jaoks:

$$t_{\mathrm{v}0} - t_\mathrm{p} = \frac{\mathrm{Pr_T}}{c_\mathrm{p}}\frac{q_\mathrm{s}}{\tau_\mathrm{s}}(w_0 - w_\mathrm{p}). \tag{14-54}$$

Siin tähistab

$$\mathrm{Pr_T} = \frac{\nu_\mathrm{T}}{a_\mathrm{T}} \tag{14-55}$$

Prandtli arvu turbulentsel voolamisel, $\nu_\mathrm{T}$ – turbulentne viskoossus, $a_\mathrm{T}$ – turbulentse vooluse temperatuurijuhtivustegur; $w_0$, $t_{\mathrm{v}0}$ – stabiilse vooluse kiirus ja temperatuur.

Suurused $\nu_\mathrm{T}$ ja $a_\mathrm{T}$ on analoogid vedeliku kinemaatilisele viskoossusele ja temperatuurijuhtivustegurile rakendatuna Newtoni ja Fourier' võrrandi kaudu. Kumbki suurustest $\nu_\mathrm{T}$ ja $a_\mathrm{T}$ ei ole vedeliku füüsikalised omadused, vaid on määratud vooluse turbulentsusega.

Võrrandite (14-53) ja (14-54) liitmisel

$$t_{\mathrm{v}0} - t_\mathrm{s} = \Delta t = \frac{q_\mathrm{s} w_0}{\tau_\mathrm{s} c_\mathrm{p}} \mathrm{Pr}\left[\frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}} + \frac{w_\mathrm{p}}{w_0}\left(1 - \frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}}\right)\right]. \tag{14-56}$$

Kuna viimase valemiga määratud temperatuurivahe on etteantav suurus, siis soojusvoog

$$q_\mathrm{s} = \frac{\tau_\mathrm{s} c_\mathrm{p} \Delta t}{w_0 \,\mathrm{Pr}}\left[\frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}} + \frac{w_\mathrm{p}}{w_0}\left(1 - \frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}}\right)\right]^{-1}. \tag{14-57}$$

Soojussiirdel turbulentselt vooluselt pinnale avaldub konvektsiooni soojusülekandetegur Newtoni-Richmanni soojusülekandevalemi (14-2) ja viimase seose põhjal nii:

$$\alpha = \frac{\tau_\mathrm{s} c_\mathrm{p}}{w_0 \,\mathrm{Pr}}\left[\frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}} + \frac{w_\mathrm{p}}{w_0}\left(1 - \frac{\mathrm{Pr_T}}{\mathrm{Pr}}\right)\right]^{-1}. \tag{14-58}$$

Viimane valem lihtsustub, kui $\mathrm{Pr} = \mathrm{Pr_T}$ (see on ligilähedaselt kehtiv gaasidele):

$$\alpha = \frac{\tau_\mathrm{s} c_\mathrm{p}}{w_0 \,\mathrm{Pr}}. \tag{14-59}$$

Kui lähtuda võrrandist (14-18), mis kirjeldab nihkepinget pinna ja turbulentse vooluse vahel, siis nihkepinge keskmine väärtus kaugusvahemikus 0 kuni $x$

$$\overline{\tau}_\mathrm{s} = 0{,}0360 \frac{\rho w_0^2}{\mathrm{Re_x^{0,2}}}. \tag{14-60}$$

Asetame avaldatud $\tau_\mathrm{s}$ (valem (14-18)) ja $\overline{\tau}_\mathrm{s}$ väärtused valemisse (14-59), siis lokaalne ja keskmine Nusselti arv

$$\mathrm{Nu_x} = 0{,}0296\,\mathrm{Re_x^{0,8}} \tag{14-61}$$

ja

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{x}} = 0,0360\,\mathrm{Re}_{\mathrm{x}}^{0,8}. \tag{14-62}$$

Need on teoreetiliselt saadud tulemused, eeldades vedeliku füüsikaliste omaduste sõltumatust temperatuurist.

Viimased kaks valemit on laiendatavad ka juhule, kui vedeliku füüsikalised omadused ei ole püsisuurused. Selleks täiendatakse valemeid Prandtli arvust sõltuvate liikmetega (nt valem (14-49)). Siis lokaalne Nusselti arv

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{xv}} = 0,0296\,\mathrm{Re}_{\mathrm{xv}}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}}{\mathrm{Pr}_{\mathrm{s}}}\right)^{0,25} \tag{14-63}$$

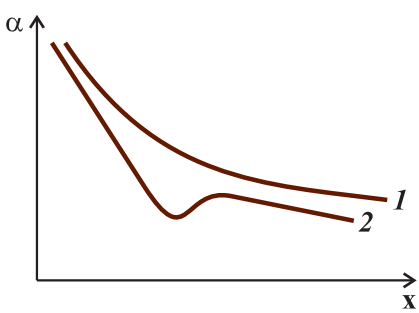
ja keskmine Nusselti arv

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{xv}} = 0,0360\,\mathrm{Re}_{\mathrm{xv}}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}}{\mathrm{Pr}_{\mathrm{s}}}\right)^{0,25}. \tag{14-64}$$

Kõik soojusfüüsikalised suurused valemites (14-61)–(14-64) määratakse temperatuuri järgi väljaspool piirkihti, välja arvatud $\mathrm{Pr}_{\mathrm{s}}$, mis arvutatakse pinna temperatuuri alusel. Valemites esinev liige $\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0,43}$ arvestab hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi paksuse erinevust ning kordaja $(\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}/\mathrm{Pr}_{\mathrm{s}})^{0,25}$ vedeliku füüsikaliste omaduste sõltuvust temperatuurist.

Esitatud valemitest nähtub, et vedeliku katkematul turbulentsel voolamisel mööda tasapinda sõltub konvektiivset soojusülekannet iseloomustav Nusselti arv Reynoldsi arvust astmes 0,8. Nagu hiljem näeme, on sellel tulemusel üldisem tähendus, kehtides ka mitmel muul juhul.

Valemites leiduv Nusselti ja Reynoldsi arv sisaldab kaugust *x* plaadi esiservast. Kui plaati kogu ulatuses uhub turbulentne voolus, siis soojusülekandetegur $\alpha$ väheneb kaugusega plaadi servast astmes –0,2 (kujutatud joonena *1* joonisel 14.10). Kui aga plaadi algusosas esineb laminaarne piirkiht, muutub soojusülekandetegur hoopis keerukama seaduspärasuse järgi (joon *2*). Teguri $\alpha$ järsema languse piki plaati põhjustab laminaarse piirkihi suurem termiline takistus, langusele järgneva tõusu aga üleminek turbulentsele piirkihile. Üleminekuala ulatus on üldiselt raskesti määratav.




**Joonis 14.10. Konvektsiooni soojusülekandeteguri muutus piki tasapinnalist plaati: 1 – turbulentne piirkiht, 2 – laminaarse algusosaga piirkiht**

### *14.5.2.2 Voolamine torus*

Turbulentselt võib vedelik voolata torus siis, kui toru siseläbimõõdu järgi arvutatud Reynoldsi arv ületab kriitilise väärtuse. Vedeliku kiiruse ühtlase jaotuse korral torusse sisenemisel on ka nüüd, nagu laminaarsel voolamiselgi, voolusel algusosa, mille kujunemist vaadeldi p 14.3.1.3. Vooluse algusosa järel stabiilse turbulentse voolamise piirkonnas kujutab vedeliku kiirusjaotus toru ristlõikes lamedat parabooli, kusjuures suurim kiirus on toru teljel.

Nusselti arv turbulentsel voolamisel torus stabiilses piirkonnas

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 0,021\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0,25}. \qquad (14\text{-}65)$$

Siin on iseloomulik mõõde toru siseläbimõõt ja voolava vedeliku keskmine temperatuur torus. Prandtli arv $\mathrm{Pr}_\mathrm{s}$ leitakse aga pinna temperatuuri alusel.

Viimasest valemist nähtub, et konvektsiooni soojusülekandetegur turbulentsel voolamisel torus, nii nagu voolamisel mööda tasapinnalist plaatigi, on võrdeline kiirusega astmes 0,8. See on tunduvalt tugevam sõltuvus kiirusest kui laminaarsel voolamisel. Samuti ei ole raske märgata, et mida väiksema siseläbimõõduga on toru, seda suurem on konvektsiooni soojusülekandetegur.

Valem kehtib siletorule piirkonnas $x/d > 50$.

Nagu juba nenditud, vooluse algusosa pikkus on üsnagi keerukas olenevuses Reynoldsi arvust, vooluse algturbulentsusest, vedeliku kiirusväljast torusse sisenemisel jm.

Vooluse algusosas väheneb konvektsiooni soojusülekandetegur toru suudmest kaugenemisel voolamisprotsessi eelkirjeldatud erinevuste tõttu.

Et saada valemi (14-65) abil Nusselti arvu keskmist väärtust piirkonnale $x/d < 50$, tuleb seda korrutada parandusteguriga $\varepsilon_\mathrm{l}$, mis arvestab intensiivsemat soojusülekannet voolamise algusosas. Suuruse $\varepsilon_\mathrm{l}$ ligikaudseks arvutamiseks võib kasutada valemit

$$\varepsilon_\mathrm{l} = 1 + \frac{2d}{l},$$

kus $l$ – voolamise algusosa pikkus, loetuna toru suudmest.

Gaasi voolamisel torus saab lokaalse Nusselti arvu määrata valemiga

$$\mathrm{Nu}_\mathrm{v} = 0,022\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,43}\,\varepsilon_\mathrm{l}. \qquad (14\text{-}66)$$

Nu ja Re arvutatakse siin toru siseläbimõõdu põhjal. Kõigi suuruste väärtused leitakse, lähtudes gaasi keskmisest temperatuurist toru ristlõikes.

Kui $x/d \geq 15$, siis $\varepsilon_\mathrm{l} = 1$; kui aga $x/d \leq 15$, tuleb kasutada valemit

$$\varepsilon_\mathrm{l} = 1,38\left(\frac{x}{d}\right)^{-0,12}.$$

Mitteümartoru puhul kasutatakse siseläbimõõdu asemel nn ekvivalentset ehk hüdraulilist läbimõõtu

$$d_{\mathrm{e}} = \frac{4F}{u},$$

kus $F$ – toru ristlõikepind, $u$ – toru perimeeter.

Definitsiooni kohaselt taandab ekvivalentläbimõõt mitteümartoru ristlõikepinna samaväärseks ümartoru ristlõikepinnaga.

Vedeliku stabiilsel turbulentsel voolamisel rõngaskanalis

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{v}} = 0,017\,\mathrm{Re}_{\mathrm{v}}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0,4}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}}{\mathrm{Pr}_{\mathrm{s}}}\right)^{0.25}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{0,18}, \qquad (14\text{-}67)$$

kus $d_1$, $d_2$ – kanali sise- ja välisläbimõõt.

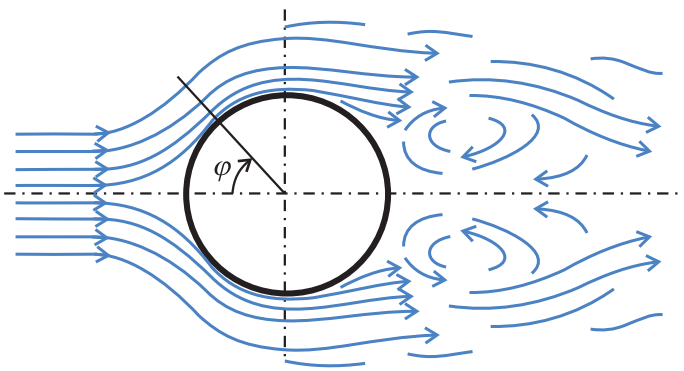
Nii Nusselti kui ka Reynoldsi arv leitakse kanali laiuse ($d_2 - d_1$) järgi, sarnasusarvud $\mathrm{Nu_v}$, $\mathrm{Re_v}$ ja $\mathrm{Pr_v}$ määratakse vedeliku keskmise temperatuuri kaudu rõngaskanalis ning $\mathrm{Pr_s}$ seina temperatuuri põhjal.

## 14.5.3 Ristvoolus torud ja sfääriline pind

### *14.5.3.1 Üksik toru ja sfääriline pind*

Käsitleme voolamise eripära ümber üksiku ümartoru, mis paikneb ristvoolus. Torupinnal kujuneval piirkihil on määrav tähtsus soojusülekandele nii üksiku toru kui ka torukimbu korral. Voolu struktuur ümber toru sõltub Reynoldsi arvust (arvutatud välisläbimõõdu järgi).

Voolamist ümber ristvoolus paikneva ümartoru kujutab joonis 14.11. Siit nähtub, et voolus uhub toru mõlemalt poolt, kusjuures suurim on kiirus nurga $\varphi = 90°$ juures (loetuna esikülje ehk lauppinna moodustajast).




**Joonis 14.11. Voolamine ümber ümartoru**

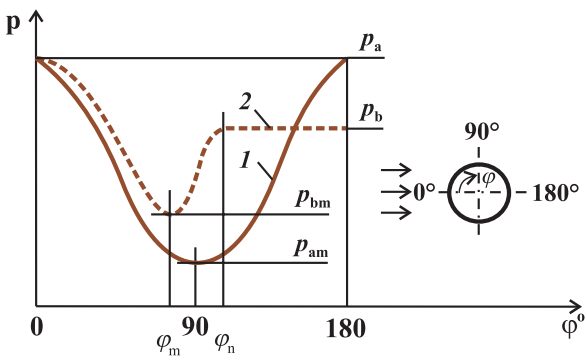
Toru lauppinda ümbritseb piirkiht. Nurga $\varphi$ teatud väärtusel rebestub piirkiht pinnalt lahti ning toru taga tekivad kaks sümmeetrilist keerist, mis rebestuvad perioodiliselt ning teatud kaugusel torust kaasatakse põhivoolusega. Reynoldsi arvu kasvades ligikaudu väärtuseni $10^3$ pinnalt rebestuvate keeriste sagedus suureneb, misjärel sageduse tõus praktiliselt lakkab, vaatamata Re suurenemisele. Keeriste rebestumissageduse kasvuga kaasneb torutaguse keeristsooni ulatuse pikenemine. Vooluse rebestumine torupinnalt on seotud staatilise rõhu jaotusega ümber toru.

Joonisel 14.12 on toodud staatilise rõhu jaotus ümber toru (vooluse rebestumine puudub) vedeliku hõõrdevabal (potentsiaalsel) voolamisel (joon *1*). Rõhk on suurim toru lauppinna moodustajal (nurk $\varphi = 0°$), kus voolus täielikult pidurdub. Liikudes mööda torupinda näeme, et rõhk langeb kuni nurgani $\varphi = 90°$, misjärel hakkab taas tõusma, kuni saavutab nurga $\varphi = 180°$ juures sama väärtuse nagu lauppinna moodustajal. Siin langeb vooluse kiirus nullini. Seega on rõhujaotus ümber toru seotud kiirusjaotusega vedeliku potentsiaalsel voolamisel.

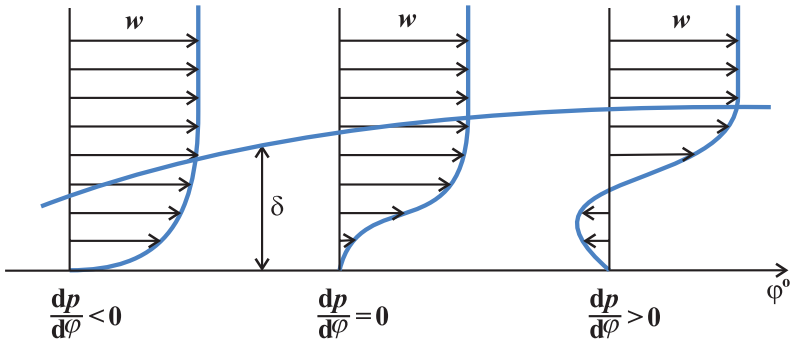
Viskoosse vedeliku voolamisel tekib Reynoldsi arvu Re > 4 korral toru esiküljele piirkiht ning rõhk ei jaotu enam hõõrdevabale voolamisele omaselt (joon *2*). Iseloomulik on seejuures nähtus, et rõhk toru tagaküljel ei tõuse rõhuni toru esiküljel. Rõhk langeb, kuni piirkiht pinnalt lahti rebestub (sõltub voolamise režiimist), seejärel tõuseb uuesti, jäädes toru tagaküljel vähe muutuvaks.

Piirkihi lahtirebimine toru pinnalt on seotud ühelt poolt rõhu voolusuunalise tõusuga, teisalt vooluse pidurdumisega kokkupuutel toru pinnaga. Kiiruse tõustes, nagu äsja nägime (joonis 14.12), rõhk toru lauppinnal langeb, saavutades miinimumi, misjärel hakkab toru tagaküljel (teatud alas) taas tõusma.

Viskoossusest tingitud hõõrdejõust on vedeliku kiirus ja kineetiline energia piirkihis madal. Aeglustumisega kaasnev rõhu tõus pidurdab voolust ja viib lõpuks vastassuunalise liikumiseni, mis aga ahistab piirkihti toru pinnal, põhjustades vooluse lahtirebestumise ja keeriste tekkimise. Kiiruse muutus piirkihis olenevalt asukohast (nurgast) toru pinnal (kooskõlas joonisel 14.12 kujutatuga) on näha joonisel 14.13. Horisontaalsirge märgib toru pinda. Selgub, et alates nurgast φ, millele vastab minimaalne rõhk, tekib potentsiaalne võimalus keeriste tekkimiseks vastassuunalise liikumise näol.




**Joonis 14.12. Staatilise rõhu muutus ümber toru:** ***1*** **– hõõrdevaba voolamine,** ***2*** **– viskoosse vedeliku voolamine**




**Joonis 14.13. Kiiruse jaotus toru pinnalähedases alas**

Laminaarne piirkiht moodustub toru lauppinnale, kui Reynoldsi arv Re < $10^5$ ja vooluse turbulentsus on mõõdukas. Laminaarne piirkiht rebestub pinnalt lahti ligikaudu 80° nurga juures, mis on veidi suurem rõhu miinimumkohta näitavast nurgast (joonis 14.12).

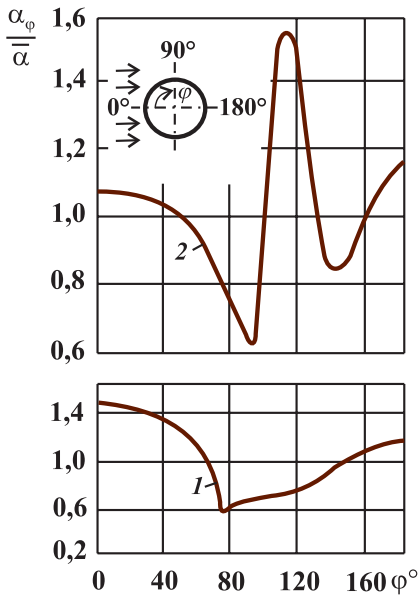
Kriitilist väärtust ületava Reynoldsi arvu korral ei rebestu laminaarne piirkiht pinnalt lahti, vaid areneb vooluse pidurdumisest tingitud rõhutõusu tõttu turbulentseks piirkihiks. Turbulentne piirkiht on suure kineetilise energiaga, sest sinna kandub energiat ka põhivoolusest pulsatsioonliikumisena. Seepärast rebestub turbulentne piirkiht toru pinnalt palju suurema nurga $\varphi$ juures kui laminaarne piirkiht. Turbulentse piirkihi rebestumisnurk on ligikaudu 140°, nurga suurenemine ahendab keeristsooni, kuid intensiivistab selles tsoonis toru tagakülje uhtumist.

Kriitiline Reynoldsi arv, millest kõrgematel väärtustel tekib turbulentne piirkiht, on vahemikus Re = $10^5$–$4{\cdot}10^5$ (keskmiselt $2{\cdot}10^5$), olles sõltuv mitmest tegurist, sealhulgas vooluse algturbulentsusest. Viimane vähendab Reynoldsi arvu piirväärtust.

Väga väikese Re korral (Re < 4) erineb vooluse skeem joonisel 14.11 kujutatust. Siis on vooluses asetsev silinder täies ulatuses ümbritsetud vedelikukihiga ning vooluse lahknenud harud kohtuvad silindri tagaküljel liitudes teineteisega, lisaks puudub keerisliikumisele iseloomulik kiilukujuline ala toru järel.

Joonisel 14.14 on näidatud suhtelise lokaalse konvektsiooni-soojusülekandeteguri $\alpha_\varphi/\overline{\alpha}$ muutus ümber toru olenevalt nurgast $\varphi$ ($\alpha_\varphi$ on siin lokaalne soojusülekandetegur nurga $\varphi$ juures, $\overline{\alpha}$ keskmine soojusülekandetegur toru ümbermõõdul).

Joonisel 14.14 kujutatu on kooskõlas vedeliku ristvoolus paikneva toru uhtumise pildiga ja on seotud soojusülekannet enim mõjutava piirkihi moodustumisega.




**Joonis 14.14. Suhtelise lokaalse konvektsiooni-soojusülekandeteguri muutus ümber ristsuunas uhutava toru:**
***1* – laminaarne voolamine,**
***2* – turbulentne voolamine**

Konvektsiooni soojusülekandeteguri languse toru lauppinnal tingib laminaarse piirkihi paksenemine nurga $\varphi$ suurenedes. Joone *1* korral vastab $\alpha$ minimaalväärtus ligikaudu laminaarse piirkihi rebestumisnurgale. Sellele järgneva soojusülekandeteguri tõusu põhjustab intensiivne keerisliikumine toru tagaküljel. Siiski jääb soojusülekande intensiivsus toru tagaküljel tavaliselt nõrgemaks, kui see on toru lauppinnal. Reynoldsi arvu kasv intensiivistab soojusülekannet enam toru tagaküljel kui lauppinnal.

Joonel *2* on kaks miinimumkohta. Esimene vastab laminaarse piirkihi üleminekule turbulentseks, teine aga turbulentse piirkihi lahtirebestumisele toru pinnalt. Näeme soojusülekande intensiivsuse peaaegu hüppelist kasvu laminaarse piirkihi turbuleerumisel. Soojusülekandeteguri erinevus (miinimum, maksimum) on seda tunduvam, mida suurem on Reynoldsi arv. Soojusülekandeteguri langus pärast maksimumi tuleneb turbulentse piirkihi paksenemisest, sellele järgnev tõus aga keeriste toimest.

Ristvoolus moodustub toru lauppinnale alati laminaarne hüdrodünaamiline piirkiht, soojusvoo korral aga ka termiline piirkiht.

Ristvoolus paikneva toru keskmise (toru ümbermõõdul) konvektsiooni soojusülekandeteguri arvutamiseks Reynoldsi arvu erinevate väärtuste piirkondades võib kasutada valemeid

$$5 < \mathrm{Re} < 10^3,$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 0,5\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,38}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0.25}. \qquad (14\text{-}68)$$

$$10^3 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^5 ,$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 0,25\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,6}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,38}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0.25} . \tag{14-69}$$

$$3 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^6 ,$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 0,023\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,37}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0.25} . \tag{14-70}$$

$\mathrm{Re_v}$ ja $\mathrm{Pr_v}$ arvutatakse valemites vooluse keskmise temperatuuri järgi, Prandtli arv $\mathrm{Pr_s}$ aga seina temperatuuri kaudu.

Valemid (14-68) – (14-70) kehtivad juhul, kui uhtuv voolus on toru teljega risti ehk vooluse ründenurk $\beta = 90°$. Väiksema ründenurga korral on soojusülekande intensiivsus väiksem. Kui $\beta$ on vahemikus 30–90°, võib keskmise soojusülekandeteguri jaoks kasutada ligikaudset valemit

$$\overline{\alpha}_\beta = (1 - 0,54\cos^2\beta)\,\overline{\alpha}_{90} , \tag{14-71}$$

kus $\overline{\alpha}_{90}$ – soojusülekandetegur ristvoolus asetsevale torule.

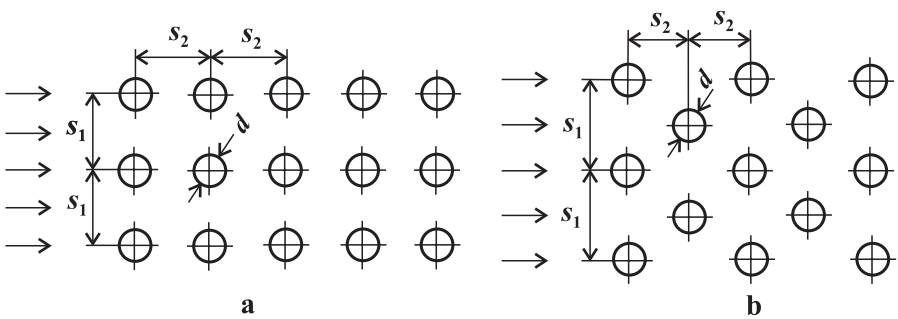
Sfäärilise pinna jaoks on Nusselti arvu keskmine väärtus arvutatav valemiga

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 2 + (0,4\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,5} + 0,06\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^{0,67})\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,4}\left(\frac{\mu_\mathrm{v}}{\mu_\mathrm{s}}\right)^{0.25} . \tag{14-72}$$

Siin esinevate suuruste väärtused arvutatakse põhivooluse temperatuuril, välja arvatud dünaamiline viskoossus $\mu_\mathrm{s}$, mis leitakse pinna temperatuurile vastavalt.

### *14.5.3.2 Torukimp*

Soojusvahetites on laialt kasutusel torukimbud, neist on levinumad koridortorukimp ja malekorras torukimp (skeemid ja geomeetrilised parameetrid joonisel 14.15).



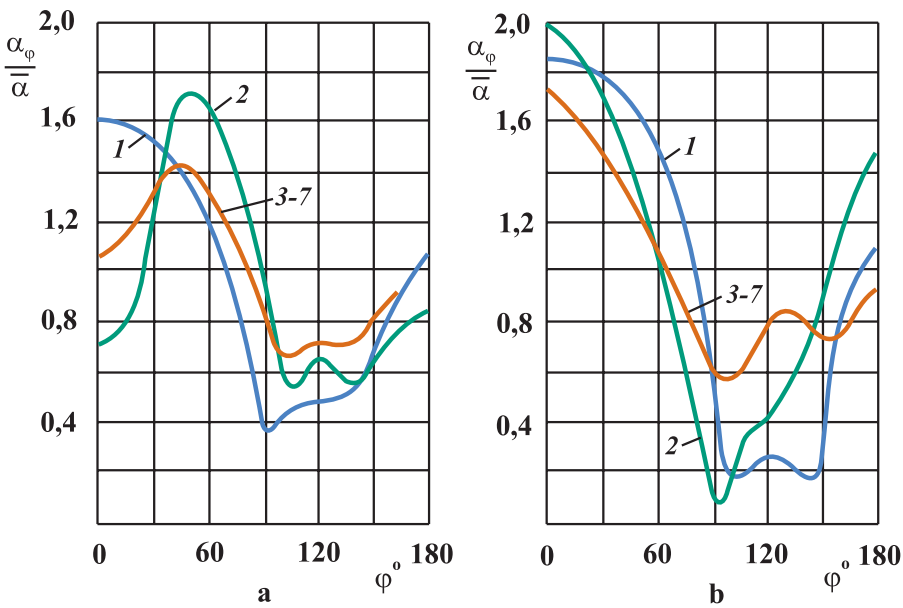

**Joonis 14.15. Torude paiknemine kimbus: a) koridorpaigutus, b) malekorras paigutus**

Torukimbu geomeetrilised parameetrid: ristisamm $s_1$ – torutelgede vahekaugus risti voolust, pikisamm $s_2$ – torutelgede vahekaugus vooluse suunas, toru välisläbimõõt $d$. Peale absoluutsete sammude ($s_1$ ja $s_2$) on sageli vajalikud ka suhtelised sammud $s_1/d$ ja $s_2/d$. Torukimbu soojusülekande uurimisel on vaja arvestada ka voolusuunaliste toruridade arvu kimbus, sest üksiktoru soojusülekanne kimbus on mõjutatav naabertorude poolt.

Esimese rea torude uhtumine on üsnagi sarnane üksiktoru juhtumiga nii koridor- kui ka malekorras torukimbu puhul, järgnevate toruridade hüdrodünaamika on aga mõjutatud torukimbu geomeetriast.

Koridorkimbus asetsevad kõik torud alates teisest reast torujärgses keeristsoonis. Kuna põhivoolus liigub mööda torudevahelisi koridore ja keerisliikumine seal on nõrk, siis see asjaolu ei intensiivista oluliselt soojusülekannet kimbu torudes. Seepärast ei uhu voolus koridorkimbus ei torude lauppinda ega ka tagakülge nii intensiivselt kui üksiktoru. Seevastu malekorras paigutusel ei erine kimbus sügavamal asetsev toru uhtumistingimuste poolest kuigi palju üksiktorust.

Kirjeldatu mõjutab oluliselt ka lokaalse konvektsiooni-soojusülekandeteguri muutust ümber toru. Joonisel 14.16 on toodud suhtelise konvektsiooni-soojusülekandeteguri $\alpha_\varphi/\overline{\alpha}$ muutus toru ümbermõõdul (vt ka joonis 14.14). Number joone juures tähistab torurida kimbus. Soojusülekande tingimused vastavad laminaarse piirkihi tekkimise eeldusele.




**Joonis 14.16. Suhtelise konvektsiooni-soojusülekandeteguri muutus ümber toru, Re = 14·10³: a) koridorkimp, b) malekorras kimp**

Jooniselt selgub, et lokaalse konvektsiooni soojusülekandeteguri muutus esimese torurea toru ümber nii koridorkimbus kui ka malekorras torukimbus sarnaneb soojusülekandeteguri muutuse pildiga üksiktoru puhul ristvoolus. Koridorkimbu torudele ei ole maksimaalse soojusülekandeteguri asukoht teisest reast alates mitte toru lauppinna moodustajal ($\varphi = 0°$), vaid sellest eemal, ligikaudu nurga $\varphi = 50°$ juures. Kuna toru lauppinda alates teisest reast voolus otseselt ei mõjuta, siis valitseb nurga $\varphi = 0°$ piirkonnas ka soojusülekande vähene intensiivsus. Soojusülekande intensiivsuse languse pärast maksimumi tingib laminaarse piirkihi termilise takistuse pidev suurenemine kuni piirkihi lahtirebestumiseni. Nüüd hakkab soojusülekandetegur taas tõusma, jõudes lauppinna moodustajal esineva tasemeni. Torude asetsedes malekorras paikneb suurim soojusülekandetegur sõltumata reast lauppinna moodustajal, vähim väärtus aga piirkihi torupinnalt rebestumise tsoonis.

Öeldust tuleneb, et keskmine soojusülekandetegur esimeses torureas erineb soojusülekandeteguritest ülejäänud ridade torudes. Esimese torurea soojusülekandetegur on tugevasti mõjutatav vooluse turbulentsusest kimpu sisenemisel. Mida suurem on vooluse algturbulentsus, seda väiksem mõju on sellel soojusülekandele esimeses torureas. Soojusülekanne muutub sõltumatuks ridade arvust kimbus alates kolmandast-neljandast reast. Veel tuleb nentida, et torukimbu sügavuses vooluse algturbulentsuse mõju soojusülekandele puudub. Küll aga mõjutavad seal vooluse turbulentsust torud ise, nende paigutusgeomeetria kimbus.

Torukimbu keskmine konvektsiooni soojusülekandetegur on funktsioon torude asetusest kimbus. Koridortorukimbu puhul halvendab torudevahelise sammu $s_2$ suurendamine soojusülekannet. Nimelt asetseb järgmise rea toru lauppind eelneva toru taga tekkivas keeristsoonis, mis varjab toru lauppinda vooluse eest. Siiski ei ole selle mõju eriti suur. Torudevahelise ristisammu mõju soojusülekandele koridortorukimbus puudub.

Soojusülekannet malekorras torukimbus mõjutab nii risti- kui ka pikisamm. Pikisamm mõjub samas suunas kui koridortorukimbus. Torudevahelise ristisammu suurenemine halvendab soojusülekannet.

Vahemikus $\mathrm{Re} = 10^3$–$10^5$ Nusselti arvu keskväärtus vaadeldavale torureale

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = c\,\mathrm{Re}_\mathrm{v}^\mathrm{n}\,\mathrm{Pr}_\mathrm{v}^{0,33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0,25}\varepsilon_\mathrm{i}\varepsilon_\mathrm{s}\,. \tag{14-73}$$

Malekorras torukimbule $c = 0{,}41$ ja $\mathrm{n} = 0{,}60$, koridortorukimbule $c = 0{,}26$ ja $\mathrm{n} = 0{,}65$.

Iseloomulik lineaarmõõde on siin toru välisläbimõõt, vedeliku kiirus võetakse torukimbu kitsaimas ristlõikes. Määrav temperatuur on vedeliku keskmine temperatuur, erandiks on $\mathrm{Pr}_\mathrm{s}$, mis arvutatakse pinna temperatuuri järgi.

Valemis esinev tegur $\varepsilon_\mathrm{i}$ sõltub ridade arvust torukimbus. Nii malekorras kui ka koridorgeomeetriaga torukimbu esimesele reale $\varepsilon_1 = 0{,}60$, malekorras kimbu teisele reale $\varepsilon_2 = 0{,}70$ ja koridorkimbule $\varepsilon_2 = 0{,}90$. Kui $\mathrm{i} \geq 3$, siis $\varepsilon_\mathrm{i} = 1$.

Tegur $\varepsilon_s$ võtab arvesse torude suhteliste sammude mõju soojusülekandele. Koridortorukimbule

$$\varepsilon_s = \left(\frac{s_2}{d}\right)^{-0,15}.$$

Malekorras torukimbu puhul,

$$\text{kui } \frac{s_1}{s_2} < 2, \text{ siis } \varepsilon_s = \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{0,17},$$

$$\text{kui } \frac{s_1}{s_2} \geq 2, \text{ siis } \varepsilon_s = 1,12.$$

Kui lähtuda torurea keskmisest soojusülekandetegurist $\overline{\alpha}_i$, on keskmine soojusülekandetegur torukimbule tervikuna

$$\overline{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{\alpha}_i F_i}{F},$$

kus $F_i$ – i-nda torurea soojusvahetuspind, $F$ – kogu torukimbu soojusvahetuspind.

Samadel tingimustel on laminaarsel voolamisel soojusülekanne malekorras torukimbus umbes 1,5 korda intensiivsem kui koridorkimbus. Reynoldsi arvu suurenedes ning vooluse muutudes turbulentseks erinevus nende vahel väheneb.

### 14.5.4 Soojusülekanne gaasi suurel kiirusel

Vaatleme gaasivooluse ja pinna vahelist soojusülekannet juhul, kui gaas voolab väga kiiresti ja järsku pidurdub. Tagajärjeks on gaasi temperatuuri oluline tõus, mis hakkab soojusülekandenähtusi märgatavalt mõjutama siis, kui Machi arv Ma > 0,3.

Gaasivooluse kohtumisel tahke kehaga langeb tema kiirus piirkihis viskoossusest tingitud hõõrdejõu tõttu põhivooluse kiiruselt kuni nullini vahetult keha pinnal, millega kaasneb gaasi entalpia ja temperatuuri tõus piirkihis kineetilise energia vastava kahanemise arvel. Nähtus on seega seotud voolusisese soojus- ja liikumishulga ülekandega, isegi siis, kui puudub otsene soojusülekanne pinna ja gaasivooluse vahel. Liikumatu gaasikihi (voolus pidurdub täielikult) temperatuur pinnal võib olla adiabaatsest pidurdustemperatuurist $T^*$ (p 6.1.4) kõrgem, madalam või sellega võrdne. Soojuslikult isoleeritud pinna (puudub soojusvahetus väliskeskkonnaga) temperatuur tõuseb gaasi temperatuurini $T_a^*$, mis on tuntud kui pinna adiabaatne temperatuur. Pinna adiabaatse temperatuuri registreerimine oleks võimalik gaasivoolusesse asetatud soojuslikult isoleeritud paikse termomeetriga. (Gaasivoolusega kaasaliikuv termomeeter näitaks nn termodünaamilist temperatuuri.)

Pinna adiabaatne temperatuur (vt samuti valem (6-28))

$$T_{\mathrm{a}}^{*} = T + r\frac{w^2}{2c_{\mathrm{p}}} = \left(1 + r\frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right)T, \tag{14-74}$$

kus $T$ – gaasi temperatuur, $w$ – vooluse kiirus, $c_{\mathrm{p}}$ – gaasi isobaarne erisoojus, $k$ – adiabaadiastendaja, Ma – Machi arv, $r$ – temperatuuri taastuvustegur.

Temperatuuri taastuvustegur näitab, kui palju vooluse pidurdumisel gaasi temperatuur erineb adiabaatsest pidurdustemperatuurist $T_{\mathrm{a}}^{*}$:

$$r = \frac{T_{\mathrm{a}}^{*} - T}{T^{*} - T} = \frac{T_{\mathrm{a}}^{*} - T}{\dfrac{w^2}{2c_{\mathrm{p}}}}. \tag{14-75}$$

Tegur $r$ võib olla ühest väiksem, suurem või võrduda ühega, määravad on hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi moodustumistingimused. Kui hõõrdesoojust eraldub enam, kui seda siirdub gaasi (nii konvektsiooni kui ka soojusjuhtivuse kaudu), siis $r > 1$. Kui ülekaalus on soojuse lahkumine, siis $r < 1$. Võrduse $r = 1$ kehtides eraldub hõõrdetöö soojust võrdsel määral lahkuva soojusega.

Temperatuuri taastuvustegur on üldjuhul funktsioon piirkihti mõjutavatest parameetritest, millest olulisim on Prandtli arv.

Uuringute kohaselt gaasi laminaarse voolusega pikisuunas uhutava plaadi jaoks

$$r = \sqrt{\mathrm{Pr}},$$

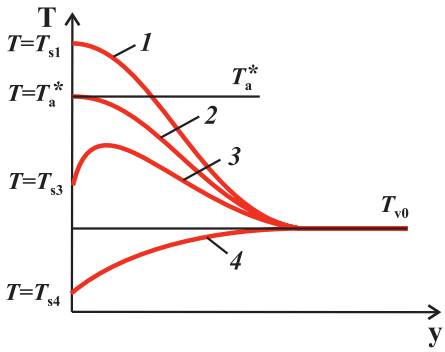
turbulentsel voolamisel

$$r = \sqrt[3]{\mathrm{Pr}}.$$

Temperatuurivälja piirkihis määrab nii hõõrdesoojuse eraldumine kui ka soojuse ülekanne läbi pinna.

Vaatleme kiiresti voolava gaasi temperatuuri muutust piirkihis, nagu see on kujutatud joonisel 14.17. Püstteljel on temperatuur, rõhtteljel kaugus pinnast. $T_{\mathrm{v0}}$ on põhivooluse temperatuur, $T_{\mathrm{a}}^{*}$ – pinna adiabaatne temperatuur.

Pinda läbivat soojusvoogu ja selle suunda ei määra gaasi termodünaamiline temperatuur $T_{\mathrm{v0}}$, vaid gaasi kiirusest sõltuv temperatuur $T_{\mathrm{a}}^{*}$. Kui pinna temperatuur $T_{\mathrm{s}} > T_{\mathrm{a}}^{*}$ (joon *1*), kandub soojus pinnalt gaasile. Soojus levib gaasilt pinnale ainult siis, kui $T_{\mathrm{s}} < T_{\mathrm{a}}^{*}$. Kui $T_{\mathrm{s}} = T_{\mathrm{a}}^{*}$, ei ole soojusülekanne pinna ja gaasi vahel võimalik (joon *2*), toimib ainult gaasisisene soojusülekanne, kuna temperatuurigradient piirkihis erineb nullist. Gaasi temperatuuri tõus temperatuuri $T_{\mathrm{v0}}$ suhtes seletub hõõrdesoojusega piirkihis. Pinna temperatuuril $T_{\mathrm{s}} < T_{\mathrm{a}}^{*}$ on iseloomulik, et temperatuurimuutusel piirkihis on maksimumväärtus (joon *3*) hõõrdesoojuse intensiivse eraldumise tõttu.




**Joonis 14.17. Temperatuurimuutus piirkihis konvektiivsel soojusülekandel kiire gaasivooluse korral**

Antud juhul kandub soojus pinnalähedases alas gaasilt pinnale, vaatamata sellele, et seina temperatuur on põhivooluse temperatuurist kõrgem. Pinnast eemal, pärast temperatuuri maksimumi, levib hõõrdesoojus ka gaasile. Joon *4* vastab juhule, kui eralduv hõõrdesoojus võrreldes pinnale kanduva soojusega on väike. Soojusvoo suund on gaasilt pinnale.

Newtoni-Richmanni valemi rakendamisel konvektiivse soojusülekande arvutustes tuleb gaasi suurel kiirusel kasutada termodünaamilise temperatuuri asemel pinna adiabaatset temperatuuri:

$$q = \alpha\left(T_{\mathrm{a}}^{*} - T_{\mathrm{s}}\right) \tag{14-76}$$

ehk

$$q = \alpha\left(T_{\mathrm{v0}} + r\frac{w^2}{2c_{\mathrm{p}}} - T_{\mathrm{s}}\right). \tag{14-77}$$

Aeglasel voolamisel on liige $r(w^2/2c_{\mathrm{p}})$ viimases valemis tühine ja valem muutub samaväärseks Newtoni-Richmanni valemiga (eespool korduvalt kasutatud).

Tasapinnalise plaadi uhtumisel gaasiga suurel kiirusel turbulentse piirkihi korral võib lokaalse konvektsiooni soojusülekandeteguri arvutada valemiga

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{v}} = 0{,}0296\,\mathrm{Re}_{\mathrm{v}}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0{,}43}\left(\frac{T_{\mathrm{v}}}{T^{*}}\right)^{0{,}38}. \tag{14-78}$$

Siin on nii Nusselti kui ka Reynoldsi arvus lineaarmõõtmeks kaugus plaadi esiservast. Gaasi füüsikalised omadused leitakse gaasi keskmise termodünaamilise temperatuuri järgi ($T^{*}$ on vooluse pidurdustemperatuur).

Teisena toome valemi, mis võimaldab arvutada lokaalse Nusselti arvu õhuvoolu se suure kiiruse korral ümartorus:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{v}} = 0{,}022\,\mathrm{Re}_{\mathrm{v}}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}_{\mathrm{v}}^{0{,}43}\left(\frac{T_{\mathrm{v}}}{T^{*}}\right)^{0{,}42}\varepsilon_{\mathrm{l}}. \tag{14-79}$$

Valemis esinev tegur $\varepsilon_{\mathrm{l}}$ arvestab soojusülekande tingimuste muutust piki toru:

kui $\frac{x}{d} < 15$, siis $\varepsilon_l = 1{,}38\left(\frac{x}{d}\right)^{0{,}12}$ (vooluse algusosa);

kui $\frac{x}{d} \geq 15$, siis $\varepsilon_l = 1$.

Füüsikalised suurused määratakse keskmise termodünaamilise temperatuuri põhjal, iseloomulik mõõde on toru siseläbimõõt, kiirus Reynoldsi arvus määratakse antud ristlõikes.

Väga suure kiirusega voolava gaasi pidurdumisel muutuvad temperatuuritõusu tõttu märgatavalt gaasi füüsikalised omadused – suureneb dünaamiline viskoossus ja erisoojus. Olenevalt gaasi liigist võib esineda termiline dissotsiatsioon ja ionisatsioon. Need nähtused viivad uute omadustega aine tekkimisele, mistõttu ka gaasivooluse ristlõike eri punktides ei ole gaasi koostis üks ja seesama.

Kui vooluse ristlõikes valitseb suur erisoojuste erinevus, siis ei määra ülekantavat soojusvoogu enam temperatuurivahe, vaid entalpia muutus

$$q = \frac{\alpha}{c_{ps}}(h_a^* - h_s), \tag{14-80}$$

kus $c_{ps}$ – gaasi erisoojus pinna temperatuuril, $h_a^*$ – gaasi entalpia pinna adiabaatsel temperatuuril, $h_s$ – gaasi entalpia pinna temperatuuril.

## 14.6 Soojusülekanne vabakonvektsioonil

### 14.6.1 Konvektsioon piiramata ruumis

Kui sundkonvektsiooni põhjustab vedelikule mõjuv välisjõud, siis vabakonvektsiooni tekitab vedelikus endas ilmnev Archimedese jõud, mis on tingitud tiheduse ebaühtlusest Maa gravitatsiooniväljas. Sundkonvektsiooni korral antakse ette vedeliku liikumine, seega saab soojusülekannet siin reguleerida näiteks kiiruse muutmisega torus. Vabakonvektsiooni puhul selline võimalus aga puudub.

Vabakonvektsiooni korral on tiheduse ebaühtluse tekitajaks temperatuurivälja ebaühtlus, mis gravitatsioonijõu toimel loob keskkonnas mehaaniliselt tasakaalustamata süsteemi ning kutsub esile vedelikukihtide liikumise eri kiirusega.

Vabakonvektsiooni ja soojusülekande vahel on otsene põhjuslik seos. Näiteks olgu kõrgema temperatuuriga keha õhukeskkonnas. Kui kehalt kandub õhule soojust, siis on tema pinna läheduses temperatuur kõrgem ja õhu tihedus väiksem kui pinnast eemal. Tiheduse erinevuse tõttu mõjub õhukihile Archimedese tõstejõud. Tekib õhu liikumine ülespoole, mis ongi vabakonvektsiooni ilming. Kui keha temperatuur oleks õhutemperatuurist madalam, jahtuks õhk pinnal ning tekiks allasuunatud liikumine.

Archimedese jõud mahuosale

$$\mathrm{d}F = \mathrm{g}\beta\rho_0\Delta T\mathrm{d}V\,,$$

kus g – Maa raskuskiirendus, $\beta$ – keskkonna mahtpaisumistegur (ideaalgaasile $\beta = 1/T$), $\rho_0$ – keskkonna tihedus temperatuuril $t_0$, $\Delta T$ – pinna ja keskkonna temperatuurivahe.



**Archimedes** (u 287 – 212 e.m.a), kreeka matemaatik, füüsik, astronoom, leiutaja. Sündis ja elas Sürakuusas, õppis Aleksandrias, hukkus Teise Puunia sõja ajal, kui roomlased Sürakuusa vallutasid. Avastas hüdrostaatika põhiseaduse, mida tuntakse ***Archimedese seadusena***. Selle kohaselt mõjub kehale vedelikus (gaasis) üleslükkejõud, mis võrdub keha poolt väljatõrjutud vedeliku ruumala kaaluga. Tuntud on ka tema kangiseadus ja sellega seotud ütlus, et piisavalt pika kangi ja vajaliku toetuspunkti olemasolul võiks kangiga liigutada maakera. Matemaatikas arvutas ringjoone, andes arvule π ligikaudse arvväärtuse; avastas kera, koonuse jt geo- ja stereomeetriliste kehade ja kujundite pind- ja ruumala arvutusvalemid matemaatiliselt rangete meetoditega, määras kujundite raskuskeskmeid.

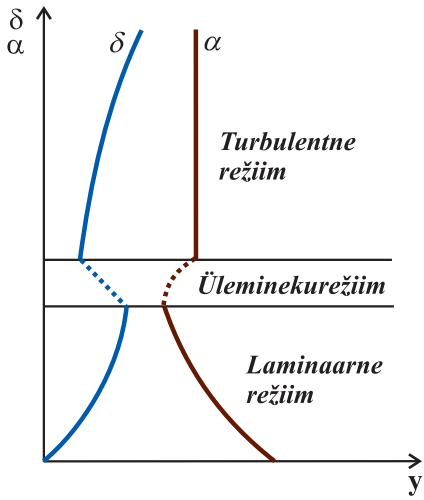
Konstrueeris mitmesuguseid mehhanisme, tema arvel on ligi 40 leiutist, nende hulgas ***Archimedese kruvi***, ***nõguspeegel***, ***igavene kruvi*** ja ***taevakehade liikumise mudel***. Tema nimi on antud sarnasusarvule soojusülekandeteoorias (***Archimedese arv*** **Ar**), mis on kasutusel vabakonvektsiooni korral.

Pinna ja keskkonna temperatuurivahe määrab ühtlasi tiheduse vahe ja seega ka keskkonnale toimiva liikumapaneva jõu ja keskkonna kiiruse, soojusvahetuspinna suurus aga protsessi ulatuse.

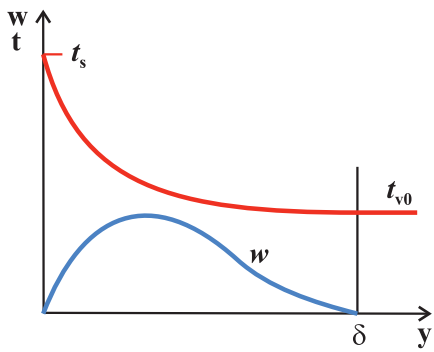
Vabakonvektsioonil nagu sundkonvektsiooni korralgi võib esineda kaks voolamisrežiimi – laminaarne ja turbulentne, sõltuvalt peamiselt pinna ja keskkonna temperatuuri erinevusest. Väikese temperatuurivahe korral voolab keskkond laminaarselt, suure puhul aga turbulentselt.

Joonis 14.18 kujutab piirkihti kuumal püstpinnal ja konvektsiooni soojusülekandeteguri muutust kõrguti. Pinna allosas on kiirus väike, sinna moodustub pidevalt paksenev laminaarne piirkiht, mis teatud kaugusel servast laguneb, muutudes üleminekuala kaudu laminaarse aluskihiga turbulentseks piirkihiks. Kooskõlas piirkihi kujunemise eripäraga muutub kõrguti ka soojusülekandetegur. Laminaarse piirkihi paksenemisel kahaneb see, olles väikseim kohas, kus kihi paksus on suurim. Üleminekualas soojusülekandetegur suureneb, jäädes turbulentse voolamise piirkonnas kõrguse ulatuses praktiliselt muutumatuks, sest liikumise intensiivistumine tasakaalustab seal piirkihi paksuse kasvu mõju.

Kiirus- ja temperatuurivälja profiil piirkihis vabakonvektsioonil on toodud joonisel 14.19. Kui lugeda keskkond väljaspool piirkihti paigalseisvaks, siis keskkonna piiril on kiirus võrdne nulliga, nii nagu vahetul kokkupuutel pinnaga. Järelikult peab kiirusel piirkihis olema kusagil maksimum, temperatuur aga muutub pinna temperatuurist $t_s$ kuni keskkonna temperatuurini $t_{v0}$ väljaspool piirkihti.




**Joonis 14.18. Piirkihi kujunemine ja soojusülekandeteguri muutus vabakonvektsioonil vertikaalpinnal: δ – piirkihi paksus, α – konvektsiooni soojusülekandetegur**




**Joonis 14.19. Temperatuuri ja kiiruse muutus piirkihis vabakonvektsioonil vertikaalpinnal**

Hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi paksus vabakonvektsioonil nagu sundvoolamiselgi ei lange üldjuhul kokku. Nende erinevus sõltub liikumishulga ja molekulide vahelisest energiasiirdest (soojusjuhtivusest) piirkihis, mis aga teatavasti oleneb Prandtli arvust, millega lõppkokkuvõttes on määratud hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi paksuse suhe. Kui Pr < 1, on hüdrodünaamiline piirkiht õhem kui termiline piirkiht, Pr > 1 korral on olukord vastupidine. Kui Pr = 1, on piirkihid paksuselt võrdsed (joonis 14.19 vastab sellele olukorrale).

### 14.6.2 Laminaarne voolamine vertikaalpinnal

Asetsegu liikumatu vedeliku keskkonnas vertikaalpind (plaat, toru vms) püsitemperatuuriga $t_s$. Vedeliku temperatuur pinnast eemal (piirkihist väljas) on $t_{v0}$. Eeldame, et $t_{v0} < t_s$ (põhimõtteliselt ei mõjuta tulemust, kui $t_{v0} > t_s$). Vaatleme laminaarset voolamist, mis olgu ajas muutumatu.

Piirkiht pinnal pakseneb kõrguti, olenedes kiirusväljast piirkihis. Liikumise laminaarses piirkihis määrab vedelikukihile mõjuva Archimedese jõu ja sisehõõrdejõu tasakaal. Seda kirjeldab Navier'-Stokesi võrrand, kui väljendada ve-

deliku tiheduse sõltuvus temperatuurist mahtpaisumisteguri $\beta$ kaudu. Siis Navier'-Stokesi võrrand ühesuunalise liikumise korral inertsijõudu arvestamata

$$\mu \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2} = -\mathrm{g}\beta\rho_0 \Delta T\,, \tag{14-81}$$

kus $\mu$ – dünaamiline viskoossus, $w$ – $x$-telje suunaline kiirus, $y$ – kaugus pinnast, g – Maa raskuskiirendus, $\beta$ – mahtpaisumistegur, $\rho_0$ – keskkonna tihedus väljaspool piirkihti, $\Delta T = t - t_{\mathrm{v}0}$ – temperatuurivahe.

Võrrandi (14-81) lahendamiseks on vaja teada temperatuuri jaotust piirkihis. Uuringute põhjal kirjeldab vabakonvektsiooni temperatuurivälja valem

$$\Delta T = \Delta T_{\mathrm{s}} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2, \tag{14-82}$$

kus $\Delta T_{\mathrm{s}} = t_{\mathrm{s}} - t_{\mathrm{v}0}$, $\delta$ – piirkihi paksus.

Temperatuuriprofiili piirkihis näitab joonis 14.19.

Asetades seose (14-82) võrrandisse (14-81) ja integreerides, saame

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y} = -\frac{g\beta\rho_0 \Delta T_{\mathrm{s}}}{\mu}\left(y - \frac{1}{\delta}y^2 + \frac{1}{3\delta^2}y^3\right) + C_1$$

ning veelkordne integreerimine annab

$$w = -\frac{g\beta\rho_0 \Delta T_{\mathrm{s}}}{\mu}\left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3\delta}y^3 + \frac{1}{12\delta^2}y^4\right) + C_1 \mathrm{y} + C_2\,.$$

Integreerimiskonstandid $C_1$ ja $C_2$ on leitavad ääretingimusest

$w = 0$, kui $y = 0$ ning ka siis, kui $y = \delta$.

Tulemuseks saame

$$C_2 = 0,$$

$$C_1 = \frac{\mathrm{g}\beta\rho_0 \delta \Delta T_{\mathrm{s}}}{4\mu}.$$

Leitud integreerimiskonstantide asetamisel viimasesse võrrandisse kiirus piirkihis

$$w = \frac{g\beta\rho_0 \Delta T_{\mathrm{s}}}{\mu}\left(\frac{\delta}{4}y - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3\delta}y^3 - \frac{1}{12\delta^2}y^4\right). \tag{14-83}$$

Maksimumkiiruse koht

$y = 0{,}38\ \delta$.

Kiiruse profiil piirkihis on kujutatud joonisel 14.19.

Keskmine kiirus piirkihis vastavalt valemile (14-83)

$$\overline{w} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} w\mathrm{d}y = \frac{g\beta\rho_0\delta^2\Delta T_\mathrm{s}}{40\mu}. \tag{14-84}$$

Vedeliku temperatuuritõusu piirkihis tingib pinnalt sinna saabuv soojusvoog, mis kuumutab vedelikku piirkihis kõrguse d$x$ ulatuses:

$$\mathrm{d}Q = c_\mathrm{p}\,\overline{\Delta T}\mathrm{d}m = \alpha\Delta T_s\mathrm{d}x, \tag{14-85}$$

kus $c_\mathrm{p}$ – isobaarne erisoojus, $m$ – piirkihti läbiva vedeliku massikulu, $\alpha$ – soojusülekandetegur.

Keskmise temperatuuri muutus piirkihis (valem (14-82))

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta}\Delta T\mathrm{d}y = \frac{\Delta T_\mathrm{s}}{3}. \tag{14-86}$$

Piirkihti läbib ajaühikus vedelikumass

$$m = \rho_0\delta\overline{w}.$$

Valemit (14-84) arvestades

$$\mathrm{d}m = \frac{3\mathrm{g}\beta\rho_0^2\delta^2\Delta T_\mathrm{s}}{40\mu}\mathrm{d}\delta. \tag{14-87}$$

Konvektsiooni soojusülekandetegur vastavalt valemile (14-3)

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta T_\mathrm{s}}\left(\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}y}\right)_{\mathrm{y}=0},$$

kus $\lambda$ – vedeliku soojusjuhtivustegur.

Võrrandist (14-82) järeldub, et

$$\left(\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}y}\right)_{\mathrm{y}=0} = -2\frac{\Delta T_\mathrm{s}}{\delta}$$

ning soojusülekandetegur

$$\alpha = 2\frac{\lambda}{\delta}. \tag{14-88}$$

Asetame valemitega (14-86) – (14-88) määratud suurused võrrandisse (14-85), siis pärast integreerimist

$$\frac{3\mathrm{g}\beta\rho_0^2\Delta T_\mathrm{s}}{160\mu}\delta^4 = 6\frac{\lambda}{c_\mathrm{p}}x + C.$$

Integreerimiskonstant $C$ ääretingimusest: kui $x = 0$, siis $\delta = 0$, järelikult $C = 0$.

Piirkihi paksus viimase võrrandi lahendi kohaselt

$$\delta = 4,23\sqrt[4]{\frac{\mu\lambda x}{\mathrm{g}c_\mathrm{p}\beta\rho_0^2\Delta T_\mathrm{s}}}. \tag{14-89}$$

Valemi (14-88) põhjal soojusülekandetegur

$$\alpha = 2\frac{\lambda}{\delta} = 0,473\sqrt[4]{\frac{\mathrm{g}c_\mathrm{p}\beta\rho_0^2\lambda^3\Delta T_\mathrm{s}}{\mu x}}. \tag{14-90}$$

Tulemusest nähtub, et vabakonvektsiooni soojusülekandetegur langeb kaugenemisega pinna servast võrdeliselt suurusega $\sqrt[4]{x}$. Oluline on ka temperatuurivahe $\Delta T_\mathrm{s}$, mis tekitab vabakonvektsiooni.

Viimane valem sarnasusarvude kaudu esitatuna

$$\mathrm{Nu} = 0,473(\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr})^{0,25} = 0,473\,\mathrm{Ra}^{0,25}. \tag{14-91}$$

Siin

$\mathrm{Nu} = \dfrac{\alpha x}{\lambda}$ – Nusselti arv,

$\mathrm{Gr} = \dfrac{\mathrm{g}\beta x^3\Delta T_\mathrm{s}}{\nu^2}$ – Grashofi arv,

$\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{a} = \dfrac{c_\mathrm{p}\mu}{\lambda}$ – Prandtli arv.

Grashofi ja Prandtli arvu korrutis, nagu eespool mainitud, on tuntud ka kui Rayleigh' arv:

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} = \frac{\mathrm{g}\beta x^3\Delta T_\mathrm{s}}{\nu a},$$

kus $a$ – vedeliku temperatuurijuhtivustegur.

Keskmine soojusülekandetegur kaugusvahemikus 0–$x$

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{x}\int_0^x \alpha\mathrm{d}x = \frac{4}{3}\alpha, \tag{14-92}$$

kus $\alpha$ tähistab lokaalset soojusülekandetegurit kaugusel $x$.

Kui arvestada viimast tulemust, on Nusselti arv keskmise soojusülekandeteguri kaudu

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0,63\,\mathrm{Ra}^{0,25}. \tag{14-93}$$

Valemid (14-91) ja (14-93) on saadud teoreetiliselt vedeliku füüsikaliste omaduste püsiväärtustel.

Kui võtta arvesse vedeliku füüsikaliste omaduste temperatuurisõltuvus, siis lokaalne soojusülekandetegur

$$\mathrm{Nu}_\mathrm{v} = 0,60\,\mathrm{Ra}_\mathrm{v}^{0,25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0,25}, \tag{14-94}$$

kusjuures Nusselti ja Rayleigh' arv määratakse kauguse järgi pinna servast, vedeliku füüsikalised omadused aga vedeliku temperatuuri järgi väljaspool piirkihti, välja arvatud $\mathrm{Pr}_\mathrm{s}$, mis võetakse pinna temperatuuri põhjal.

Keskmine soojusülekandetegur

$$\overline{\alpha} = \frac{5}{4}\alpha_\mathrm{x} \tag{14-95}$$

ning keskmise soojusülekandeteguri arvutusvalem tuleneb seosest

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{v} = 0,75\,\mathrm{Ra}_\mathrm{v}^{0,25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0,25}. \tag{14-96}$$

Laminaarne piirkiht moodustub siis, kui Rayleigh' arv $\mathrm{Ra} < 10^9$. Siit laminaarse piirkihiga osa kõrgus juhul, kui laminaarne piirkiht läheb üle turbulentseks:

$$x_\mathrm{l} = 10^3\left(\frac{va}{\mathrm{g}\beta\Delta T_\mathrm{s}}\right)_\mathrm{v}^{1/3}. \tag{14-97}$$

### 14.6.3 Üleminekurežiim ja turbulentne voolamine vertikaalpinnal

Üleminekurežiimi eelduseks on Rayleigh' arvu väärtus vahemikus $10^9 < \mathrm{Ra} < 6\cdot10^{10}$. Režiimi iseloomustab vedeliku voolamise ebaühtlus ning andmed viimase kohta on reeglina ligikaudsed. Üleminekualal kasvab konvektsiooni soojusülekandetegur laminaarsele voolamisele omasest väärtusest kuni turbulentsele voolamisele iseloomulikuni (joonis 14.18). Seda silmas pidades kasutatakse üleminekurežiimi jaoks keskmist soojusülekandetegurit, mis on määratud laminaarse ja turbulentse voolamise vastavate väärtustega.

Voolamine muutub turbulentseks, kui Rayleigh' arv $\mathrm{Ra} > 6\cdot10^{10}$.

Lokaalse Nusselti arvu arvutusvalem turbulentsel voolamisel mööda püstpinda:

$$\mathrm{Nu}_\mathrm{v} = 0,15\,\mathrm{Ra}_\mathrm{v}^{1/3}\left(\frac{\mathrm{Pr}_\mathrm{v}}{\mathrm{Pr}_\mathrm{s}}\right)^{0,25}, \tag{14-98}$$

kusjuures lineaarmõõde ja vedeliku füüsikalised omadused määratakse nagu valemile (14-94).

Kuna lineaarmõõdet sisaldab nii Nusselti kui ka Rayleigh' arv, siis valemi (14-98) kohaselt ei sõltu lokaalne konvektsiooni soojusülekandetegur turbulentsel voolamisel kaugusest *x,* mistõttu ka keskmine soojusülekandetegur ühtib lokaalsega (vt ka joonis 14.18).

### 14.6.4 Voolamine horisontaalsel torul

Vabakonvektsioonist põhjustatud liikumine mööda rõhtsa toru (silindri) välispinda on sarnane liikumisega mööda püstset pinda. Selle liikumise üldine iseloom toru kuuma välispinna juhtumil on näha joonisel 14.20.

Toru alumist ja osaliselt ka ülemist poolt katab laminaarne piirkiht, mis teatud nurga juures rebestub lahti ja voolamine läheb üle turbulentseks. Vooluse rebestumisnurk sõltub toru läbimõõdust, väikese läbimõõdu korral võib voolamine muutuda turbulentseks alles torupinnast eemal.

Keskmine soojusülekandetegur vabakonvektsioonil rõhtsalt paikneva toru korral:

kui $\mathrm{Ra_m} < 10^3$, siis

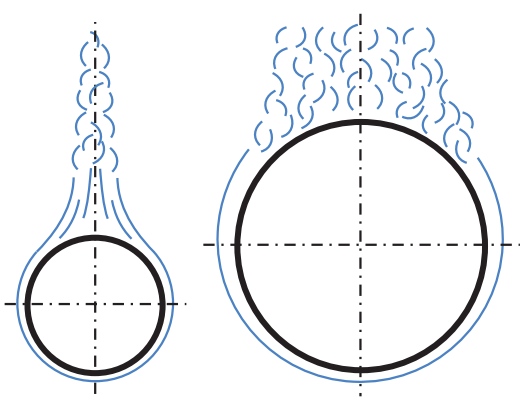
$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{m} = 1{,}18\,\mathrm{Ra}_\mathrm{m}^{0{,}125}\left(\frac{\mathrm{Pr_v}}{\mathrm{Pr_s}}\right)^{0{,}25}; \qquad (14\text{-}99)$$

kui $\mathrm{Ra_m} > 10^3$, siis

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\mathrm{m} = 0{,}54\,\mathrm{Ra}_\mathrm{m}^{0{,}25}\left(\frac{\mathrm{Pr_v}}{\mathrm{Pr_s}}\right)^{0{,}25}. \qquad (14\text{-}100)$$

Viimastes valemites on iseloomulik mõõde toru välisläbimõõt. Vedeliku füüsikalised omadused määratakse kas piirkihi keskmise temperatuuri $t_\mathrm{m} = 0{,}5(t_\mathrm{s} + t_\mathrm{v0})$, vedeliku temperatuuri $t_\mathrm{v0}$ või pinna temperatuuri $t_\mathrm{s}$ järgi.

Eriti väikese Rayleigh' arvu korral (Ra < 1) ei teki rõhtsa toru ümber mitte laminaarne piirkiht, vaid õhuke liikumatu vedelikukelme ja selle soojusjuhtivuse kaudu kandubki soojus üle. Soojusülekande keskmise temperatuuri $t_\mathrm{m}$ ja välisdiameetri kaudu määratud Nusselti arv on konstantne suurus: $\mathrm{Nu_m} = 0{,}5$.



**Joonis14.20. Vabakonvektsioon ümber rõhtsa toru**

Rayleigh' arvu väärtustel Ra > 1 (teatud tingimustel ka sellest arvust väiksematel väärtustel) tekivad seisvas vedelikukihis konvektiivsed voolused, protsess muutub kelmelisest laminaarseks ning Nusselti arv kasvab. Üleminek laminaarseks voolamiseks kestab ligikaudu väärtuseni $\mathrm{Ra}_\mathrm{m} = 500$.

### 14.6.5 Soojusülekanne piiratud ruumis

Siinkohal vaatleme vabakonvektsiooni piiratud ruumis, mille moodustab kahe erineva temperatuuriga pinnast piiratud süsteem. Vabakonvektsiooni korral piiramata ruumis liikus vedelik ainult ühes suunas, sest puudusid pidurdavad pinnad. Konvektsioon piiratud ruumis eeldab vähemalt kahe erineva temperatuuriga pinna olemasolu, mis osalevad nii vedeliku kuumutamises kui ka jahutamises, kusjuures võivad tekkida üksteist mõjutavad voolused, nii et vedelikus moodustuvad omalaadsed tsirkulatsioonikontuurid. Lahutada üksteisest vedeliku kuumutuse ja jahtumise protsessi ei ole osutunud võimalikuks, seega tuleb soojusülekandenähtust käsitada kui tervikut. Tüüpiline näide vabakonvektsioonist piiratud ruumis on akna kahe klaasi vahel toimuv soojusülekanne.

Soojusülekanne vabakonvektsiooni teel ühelt pinnalt teisele sõltub tugevalt süsteemi kujust ja mõõtmetest, vedeliku olekust ja füüsikalistest omadustest ning temperatuurivahest.

Joonisel 14.21 on tüüpilisemaid vedeliku liikumise kontuure piiratud ruumis. Liikumiskontuuri, mis tekib kahe erineva pinnatemperatuuriga ($t_{s1} > t_{s2}$) rööpasetusega tasapinnalise plaadi vahel, näeb joonisel 14.21a. Kuumemas alas suundub voolus ülespoole, jahedama pinna lähialas aga vastupidi, moodustades nii tsirkulatsioonikontuuri. Kiiruse jaotus selles on samuti joonisel näha. Kui plaatide vahekaugus on väike, kohtuvad tõusev ja langev voolus, moodustades eraldiseisvad tsirkulatsioonikontuurid (joonis 14.21b). Viimaste kõrgus sõltub plaatide vahekaugusest, vedeliku omadustest ja temperatuurivahest.

Soojusülekande intensiivsus vabakonvektsioonil piiratud ruumis on määratud kuuma ja külma pinna vahekaugusega $\delta$ ning temperatuurivahega $\Delta T_\mathrm{s} = t_{s1} - t_{s2}$ nende vahel Rayleigh' arvu kaudu:

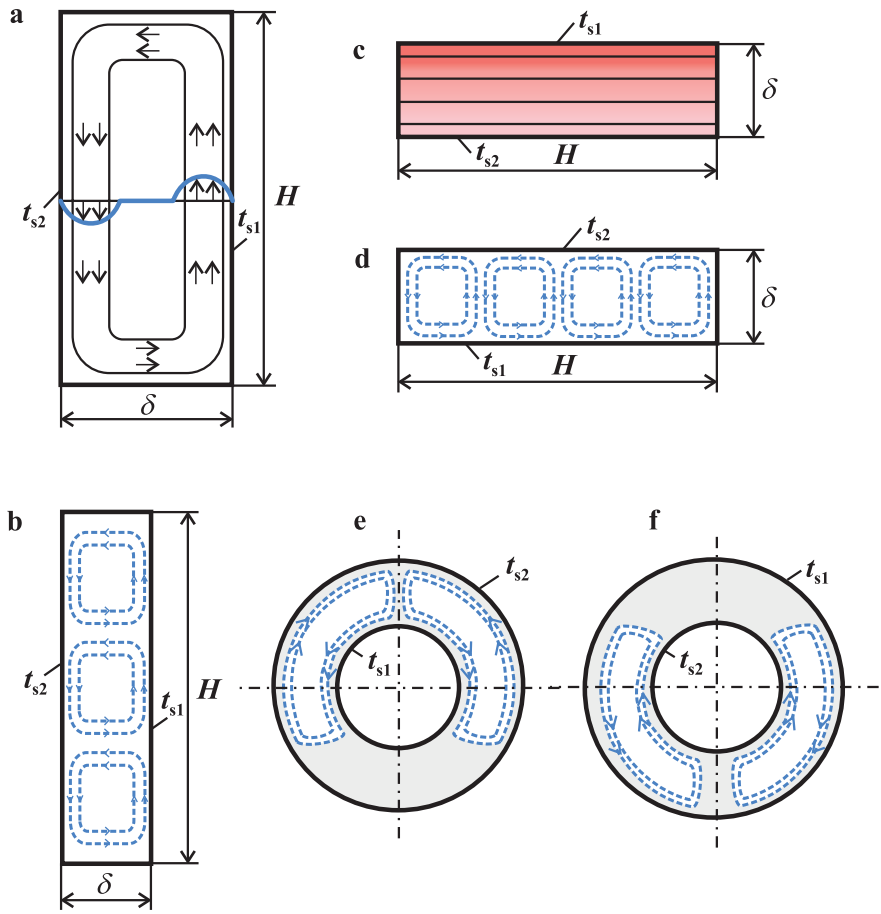
$$\mathrm{Ra} = \frac{\mathrm{g}\beta\delta^3\Delta T_\mathrm{s}}{va}.$$

Pinnalt pinnale ülekantav soojushulk

$$Q = \alpha\Delta T_\mathrm{s} F = \mathrm{Nu}\,\frac{\lambda}{\delta}\Delta T_\mathrm{s} F\,, \tag{14-101}$$

kus $\alpha$ – soojusülekandetegur pinnalt pinnale, $F$ – soojusvahetuspind, $\lambda$ – vedeliku soojusjuhtivustegur.

Tabelis 14.1 on toodud Nusselti arvu olenevus Rayleigh' arvust selle väärtuse eri piirkondades vabakonvektsiooni korral kahe rööpse tasapinnalise plaadi vahel suletud ruumis. Nii Nusselti kui ka Rayleigh' arv on määratud keskmise temperatuuri $\Delta T_\mathrm{m} = 0{,}5(t_{s1} + t_{s2})$ alusel.




**Joonis 14.21. Vedeliku liikumise iseloom vabakonvektsioonil piiratud ruumis**

Soojusvahetuspind arvutatakse korrutisena $F = \delta H$.

Kui Ra < 200, on plaatidevaheline konvektsioon väga nõrk ning soojus kandub kuumalt pinnalt külmemale soojusjuhtivuse teel. Sellisel juhul Nu = 1.

Konvektsiooni intensiivsus kahe horisontaalse plaadi vahelises suletud ruumis sõltub külma ja kuuma plaadi asukohast, plaatidevahelisest kaugusest ja pinnatemperatuuride vahest. Kui ülemine plaat on kuumem kui alumine (joonis 14.21c), siis konvektsiooni ei teki, soojus kandub üle soojusjuhtivuse teel ja Nu = 1. Vastasel juhul, kui külmem plaat on ülal, tekib vedeliku liikumine (joonis 14.21d), moodustuvad üksteisega vahelduvad tsirkulatsioonitsoonid. Kuumem keskkond liigub väiksema tiheduse ja sellest tekkiva Archimedese jõu tõttu üles ning suurema tihedusega keskkond liigub raskusjõu toimel alla. Rayleigh' arvu Ra > 1700 korral ületab tõstejõud takistusjõu, tekitades tsirkulatsiooni. Kui Ra > $3 \cdot 10^5$, läheb liikumine üle turbulentseks. Sellisel juhul võivad tsirkulatsioonikontuurid säilida ainult alumise pinna lähedal Rayleigh' arvu väiksemal väärtusel.

**Tabel 14.1. Nusselti arv vabakonvektsioonil piiratud ruumis**

| Skeem joonisel | Keskkond | Rayleigh' arvu piirkond | Nusselti arv |
|---|---|---|---|
| 14.21a 14.21b | Gaas ja tilkvedelik | $< 200$ | $Nu = 1$ |
| | Gaas | $2\cdot10^3 – 2\cdot10^5$ | $Nu = 0{,}197Ra^{1/4}(H/\delta)^{-1/9}$ |
| | | $2\cdot10^5 – 10^7$ | $Nu = 0{,}073Ra^{1/3}(H/\delta)^{-1/9}$ |
| | Tilkvedelik | $10^4 – 10^7$ | $Nu = 0{,}42Pr^{0{,}012}Ra^{1/4}(H/\delta)^{-0{,}3}$ |
| | | $10^7 – 10^9$ | $Nu = 0{,}0467Pr^{0{,}012}Ra^{1/3}$ |
| 14.21d | Gaas ja tilkvedelik | $< 1700$ | $Nu = 1$ |
| | Gaas | $1{,}7\cdot10^3 – 7\cdot10^3$ | $Nu = 0{,}059Ra^{0{,}4}$ |
| | | $7\cdot10^3 – 3{,}2\cdot10^5$ | $Nu = 0{,}212Ra^{1/4}$ |
| | | $>3{,}2\cdot10^5$ | $Nu = 0{,}061Ra^{1/3}$ |
| | Tilkvedelik | $1{,}7\cdot10^3 – 6\cdot10^3$ | $Nu = 0{,}012Ra^{0{,}6}$ |
| | | $6\cdot10^3 – 3{,}7\cdot10^4$ | $Nu = 0{,}375Ra^{0{,}2}$ |
| | | $3{,}7\cdot10^4 – 10^8$ | $Nu = 0{,}130Ra^{0{,}3}$ |
| | | $>10^8$ | $Nu = 0{,}057Ra^{1/3}$ |

Keskkonna konvektiivse liikumise skeem rõhtsas koaksiaalsilindris ja sfääris pindade erineva temperatuuri korral on joonistel 14.21, e ja f. Kui sisepind on kuumem kui välispind, täheldatakse alaosas liikumatut vedelikukihti. Liikumine kahe tsirkulatsioonikontuuri näol esineb ainult ruumi ülaosas. Olukord on vastupidine, kui välispind on kuum ja sisepind külm, siis paikneb liikumatu vedelikukiht ruumi ülaosas, all aga moodustuvad tsirkulatsioonikontuurid. Seisva ala ulatus on seda suurem, mida väiksem on pindade temperatuurivahe. Suure temperatuurivahe korral võib selle ulatus olla tühine ning liikumine hõivab kogu ruumi.

Soojusülekandetegur kontsentrilisele silindrile Rayleigh' arvu vahemikus $Ra = 6{,}3\cdot10^3–10^6$

$$Nu = 0{,}11\,Ra^{0{,}29}, \tag{14-102}$$

vahemikus $Ra = 10^6–10^8$

$$Nu = 0{,}40\,Ra^{0{,}20}. \tag{14-103}$$

Nusselti arv kontsentrilisele sfäärile vahemikus $Ra = 10^2–10^9$

$$Nu = 0{,}228\,Ra^{0{,}226}. \tag{14-104}$$

Tabelis 14.1 ja valemites (14-102)–(14-104) esinevad vedeliku füüsikalised omadused tuleb määrata pindade temperatuuri aritmeetilise keskmisena.

Kontsentrilise silindri korral valemis (14-101) esinev soojusvahetuspind

$$F = \pi L \frac{d_2 - d_1}{\ln \frac{d_2}{d_1}}$$

ja kontsentrilisele sfäärile

$$F = \pi d_1 d_2 ,$$

kus $L$ – silindri pikkus; $d_1$, $d_2$ – sfääri sise- ja välisläbimõõt.

### 14.6.6 Vabakonvektsiooni mõju sundvoolamisele

Temperatuurigradient vedelikus kutsub gravitatsioonivälja toimel alati esile vabakonvektsiooni ja sellest lähtuva konvektiivse soojusülekande. Selline nähtus on omane ka sundkonvektsioonile.

Konvektsiooni soojusülekandetegur sõltub nii sund- kui ka vabakonvektsioonil tugevasti vedeliku kiirusest. Kiiruse toime soojusülekandetegurile on mõjusam sundvoolamisel, sest kiirus on siin suurem. Ei ole raske järeldada, et mida kiirem on sundvoolamine, seda vähem mõjutab soojusülekannet vabakonvektsioon. Viimase mõju tuleb esile peamiselt vedeliku laminaarsel voolamisel, turbulentne voolamine on kiirem ja vabakonvektsiooni osatähtsus soojusülekandele on siis tavaliselt tühine.

Vabakonvektsioon, näiteks laminaarsel voolamisel torus, võib oluliselt mõjutada kiiruse profiili toru ristlõikes.

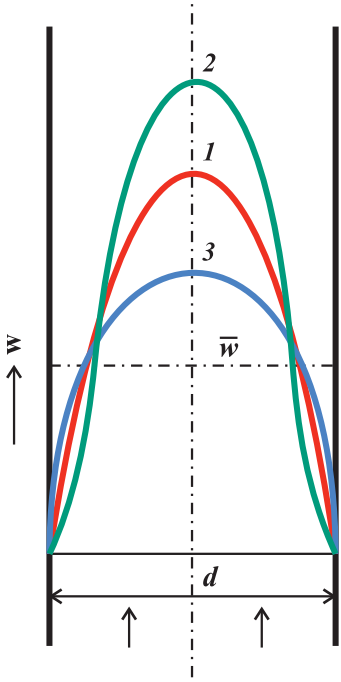
Viskoosse vedeliku isotermsel laminaarsel voolamisel torus vabakonvektsiooni puududes on kiirusjaotus toru ristlõikes paraboolne (valem (14-20)). Soojusülekande korral vedeliku temperatuur muutub, koos sellega ka kiirusväli. Kiirusvälja kuju sõltub soojusvoo suunast. Kiirusjaotus toru ristlõikes viskoosse tilkvedeliku voolamisel erisuunaliste soojusvoogude korral on näidatud joonisel 14.22. Joon *1* vastab kiirusprofiilile toru ristlõikes soojusülekande puudumisel (isotermne voolamine). Voolava vedeliku kuumutamisel on temperatuur toru seina ääres kõrgem, viskoossus väiksem ning kiiruse maksimum toru teljel on suurem kui isotermsel voolamisel (joon *2*). Vedeliku jahtumisel on aga viskoossus seinaäärses alas suurem ja kiirus toru teljel väiksem (joon *3*). Vedeliku voolamise keskmine kiirus toru ristlõikes on kõigil kolmel juhul sama (eeldusel, et vedeliku tihedus ei sõltu temperatuurist). Põhimõtteliselt samasugune nähtus ilmneb ka voolamisel mööda vertikaalplaati.

Kiirusprofiil vedeliku voolamisel torus (ka mööda plaati) sõltub voolu suunast. Siin on kolm võimalust:

vaba- ja sundliikumise suunad ühtivad;

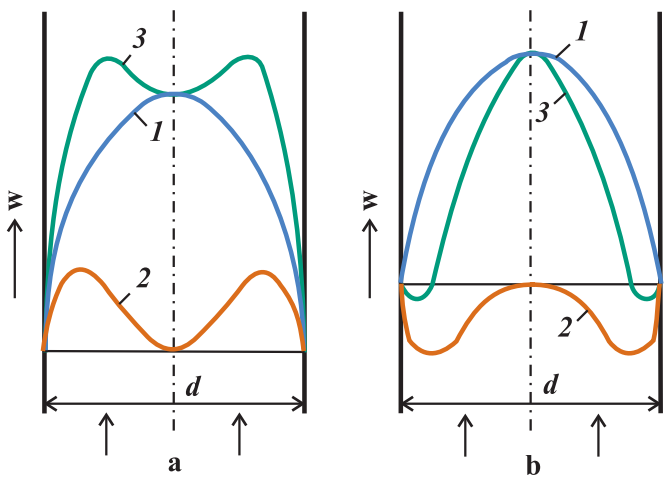
vaba- ja sundliikumine on vastassuunalised;

vaba- ja sundliikumise suunad on teineteisega risti.




**Joonis 14.22. Kiirusprofiil toru ristlõikes tilkvedeliku laminaarsel voolamisel:**
***1* – isotermne voolamine,**
***2* – vedeliku jahtumine,**
***3* – vedeliku kuumutamine**

Esimene olukord esineb vedeliku kuumutamisel ja liikumisel alt üles vertikaaltorus (joonis 14.23a), samuti vedeliku jahtumisel ja liikumisel ülalt alla. Joon *1* esitab kiirusprofiili sundvoolamisel (vabakonvektsioon puudub, paraboolne kiirusjaotus laminaarsel voolamisel). Joon *2* näitab kiirusjaotust toru ristlõikes vabakonvektsioonil (sundvoolamine puudub, vt ka joonis 14.19). Loomuliku konvektsiooni mõjul kiirus seina ääres kasvab ja summaarsel kiirusprofiilil toru ristlõikes võib olla kaks maksimumväärtust (joon *3*). Keskmine kiirus toru ristlõikes vabakonvektsiooni mõjul kasvab.




**Joonis 14.23. Kiirusprofiil püsttorus:**
**a) sund- ja vabakonvektsiooni suund on sama, vedelik kuumeneb;**
**b) sund- ja vabakonvektsioon on vastassuunalised, vedelik jahtub**

Teine olukord esineb siis, kui sund- ja vabakonvektsioon toimivad vastassuunaliselt. Sellisel juhul liigub vedelik kuumutamisel vertikaaltorus ülalt alla või jahtub liikumisel alt üles (joonis 14.23b). Joon *1* vastab kiiruse paraboolsele jaotusele toru ristlõikes sundvoolamisel alt üles, joon *2* aga kiirusjaotusele toru ristlõikes vabakonvektsioonil. Vedeliku voolamine seinaäärses piirkonnas aeglustub vabakonvektsiooni vastassuunalisuse tõttu (joon *3*). Keskmine kiirus toru ristlõikes langeb vabakonvektsiooni mõjul. Eriti tugeva vabakonvektsiooni korral võivad seina ääres moodustuda tsirkulatsioonikontuurid ning voolamise iseloom selles alas on teatud määral sarnane turbulentse režiimiga.

Kolmanda olukorra puhul on sund- ja vabakonvektsiooni suunad teineteisega risti. Selline juhtum on tüüpiline voolamisele rõhtsas torus, kus toru ristlõikes tekib vabakonvektsiooni tulemusel põhivoolusega ristsuunaline vedeliku tsirkulatsioon. Kuumutamisel tekib seinaäärses kihis tõusev, toru keskosas aga laskuv vedelikuvoolus. Vedeliku jahtumisel on olukord kirjeldatule vastupidine. Keeriseline voolus intensiivistab konvektiivset soojusülekannet pinna ja vedeliku vahel.

Olukord muutub keerukamaks, kui vedelikku kuumutatakse (jahutatakse) ebaühtlaselt ümber toru või kuumutatakse ainult toru ühelt poolt. Näiteks rõhtsa toru alumise poole kuumutamine intensiivistab vabakonvektsiooni ja selle kaudu ka soojusülekande üldist intensiivsust rohkem kui toru ülapoole kuumutamine.

Hindamaks vabakonvektsiooni mõju sundvoolusele, kasutatakse suhet $Gr/Re^2$. Grashofi arv väljendab vabakonvektsiooni ning Reynoldsi arv sundvoolamise osatähtsust konvektiivses soojusülekandes. Vabakonvektsiooni osa soojusülekandes väheneb Grashofi arvu alanemisel ja Reynoldsi arvu kasvul. Kui $Gr/Re^2 < 0{,}1$, on vabakonvektsiooni mõju tühine, $Gr/Re^2 > 10$ puhul on aga määrav just vabakonvektsioon. Seega tuleb arvestada vabakonvektsiooni mõju soojusülekandele siis, kui kompleks $Gr/Re^2$ asub vahemikus $0{,}1 < Gr/Re^2 < 10$.

Nagu eeltoodust nähtub, võib vabakonvektsioon sundvoolamise puhul kas intensiivistada või nõrgendada soojusülekannet vedeliku ja pinna vahel. Kokkuvõttes avaldub see kas üldise konvektsiooni soojusülekandeteguri või Nusselti arvu suurenemises või vähenemises. Soojusülekandeteguri arvutamiseks kasutatakse seost

$$\mathrm{Nu} = (\mathrm{Nu}_{\mathrm{sk}}^{\mathrm{n}} \pm \mathrm{Nu}_{\mathrm{vk}}^{\mathrm{n}})^{1/\mathrm{n}}, \qquad (14\text{-}105)$$

kus Nu – üldine Nusselti arv, $\mathrm{Nu}_{\mathrm{sk}}$ – Nusselti arv sundkonvektsioonil, $\mathrm{Nu}_{\mathrm{vk}}$ – Nusselti arv vabakonvektsioonil, n – astendaja.

Valemis esinev märk sõltub sellest, kas vabakonvektsioon intensiivistab või pidurdab soojusülekannet. Astendaja n väärtus asub vahemikus 3–4. Vertikaalpindadele on see 3, horisontaalpindadele aga suurem.

## 14.7 Soojusülekanne aine faasisiirdel

### 14.7.1 Soojusülekanne vedeliku keemisel

#### *14.7.1.1 Keemise režiimid. Keemine vabas ruumis*

Vedeliku kuumutamisel küllastustemperatuurini antud rõhul tekivad aurumullid, mis ongi vedeliku keemise tunnus. Edasine soojuse juurdetulek vedeliku temperatuuri ei tõsta, kogu soojus kulub aurustumisele (aurumullide tekkeks). Keemine on võimalik auru alakriitiliste olekuparameetrite korral, aine kolmikpunkti ja kriitilise punkti temperatuuri vahemikus. Keev vedelik on kahefaasiline süsteem, koosnedes vedelikust endast ja aurust.

Eristatakse keemist tahkel pinnal ja ruumis. Pinnal keemisel tekivad aurumullid vedelikust soojust lähetaval pinnal. Keemisel ruumis moodustuvad aurumullid vedelikust ruumi kogu mahus, mis on võimalik, kui vedelikus paikneb soojusallikas (nt vedelikku läbib elektrivool) või rõhk süsteemis langeb.

Allpool vaatleme keemist ainult pinnal.

Soojusülekanne keemisel on märgatavalt intensiivsem kui ühefaasilise vedeliku konvektsioonil: siin kanduvad soojus ja mass edasi ka aurumullide kaudu.

Soojuse ainuvõimalik viis kanduda pinnalt keevale vedelikule on temperatuurivahe olemasolu, mistõttu vedeliku temperatuur pinnal on alati kõrgem küllastustemperatuurist antud rõhul. Seda temperatuurivahet tuntakse kui vedeliku ülekuumenemisaste $\Delta T^* = t_v - t''$ ($t_v$ on vedeliku temperatuur, $t''$ – antud rõhule vastav küllastustemperatuur). Ülekuumenemisaste (temperatuurivahe) on suurim vedelikuga kokkupuute pinnal. Sama pinna konarused on ka aurumullide tekketsentrid pinnal, nii nagu seda on ka vedelikus lahustunud gaas, tahkeosakesed vedelikus jm. Ülekuumenemisaste on teatud määral sõltuv aurumullide tekketingimustest.

Põhiliselt tuntakse kahte vedeliku keemisrežiimi – mullilist ja kelmelist. Mullilise keemise (mullkeemise) puhul tekib aur mullide näol, mis pidevalt kaootiliselt tekivad, mõõtmetelt kasvavad ja siis pinnalt lahti rebestuvad. Mullkeemisel on auru tekkel mitu staadiumi. Pinna teatud punktides hakkavad kujunema aurumullid, mis kasvavad ja siis oma tekketsentritest lahti rebestuvad. Pinnalt rebestunud mullid kanduvad gravitatsioonijõu toimel vedeliku pinnale, lõhkevad seal ning keeva vedeliku peal moodustub aurukiht. Seejärel täituvad mullidest tühjenenud kohad uuesti vedelikuga, moodustuvad uued mullid ja protsess kordub.

Vedeliku ülekuumenemine sõltub tsentrite arvust pinnaühiku kohta, s.o pinna seisundist. Aurumullide tekkeks sobivate tsentrite suure arvu korral moodustuvad mullid juba vedeliku küllalt väikese ülekuumenemise korral. Tsentrite arvu vähenedes vajab vedeliku keemise algatamine suuremat ülekuumenemist. Mulli raadiust tema tekkehetkel nimetatakse kriitiliseks raadiuseks $R_k$, selle suurus korreleerub aurumulli tekitava tsentri mõõtmega.

Aurumulli moodustumine ja säilimine eeldab mullisisese rõhu tasakaalu mulliväline rõhuga. Mulli tekkehetkel toimib mullile välisrõhk ja pindpinevusjõud. Sfäärilisele mullile mõjuvate jõudude tasakaalu määrab Laplace'i võrrand

$$\Delta p^* = p_1 - p = \frac{2\sigma}{R}, \tag{14-106}$$

kus $p_1$ – mullisisene rõhk, $p$ – mulliväline rõhk, $\sigma$ – pindpinevus, $R$ – mulli raadius.

Kui $\Delta p^* > 2\sigma/R$, siis on mulli säilimine võimalik, kui aga $\Delta p^* \le 2\sigma/R$, siis mullisisene aur kondenseerub.

Mull saab tekkida ainult siis, kui mulli ümbritseva vedeliku ülekuumenemisaste $\Delta T^* > 0$. Mullisisese auru temperatuur võrdub vedeliku temperatuuriga, selle saab leida kui küllastustemperatuuri mullisisese rõhu $p_1 = p + \Delta p^*$ järgi.

Vedeliku ülekuumenemisastme tõusuga antud rõhul kaasneb mulli kriitilise raadiuse vähenemine. Miinimumraadius $R_k$ väheneb ka rõhu tõustes vedeliku samal ülekuumenemisastmel. Vedeliku ülekuumenemisaste ja rõhutõus vähendavad aurumulli miinimumraadiust ja suurendavad aurutekke tsentrite arvu, soodustades sellega massivahetuse intensiivistumist piirkihis, ühtlasi ergutades soojusülekannet pinna ja keeva vedeliku vahel.

Tekkinud aurumulli maht kasvab soojusülekande tulemusena. Soojus voolab juurde soojusjuhtivuse teel mulli ümbritsevast ülekuumenenud vedelikust läbi faasidevahelise eralduspinna ning mulli ja soojusvahetuspinna vahelise kontaktpinna. Mulli siirduv soojus kulub vedeliku aurustumiseks ja mulli paisumistööks.

Aurumullide tekkekiirus sõltub soojusülekande intensiivsusest, mida iseloomustab eelmainitud kahe soojushulga suhe. See suhe sõltub rõhust ja vedeliku ülekuumenemisastmest, vähenedes rõhu tõusuga, sest aur tiheneb ning suurendab soojusülekande intensiivistumisest tingitud vedeliku ülekuumendusastet.

Aurumull, kasvades mahult teatud mõõtmeni, rebestub pinnalt lahti. Mulli paisudes suureneb ka talle mõjuv tõstejõud, kuid mull püsib pinnal seni, kuni tõstejõud ei ületa pindpinevusjõudu tema ja soojusvahetuspinna vahel. Seega eksisteerib aurumulli läbimõõt, mille juures ta lahkub pinnalt. Lähtugem pindpinevusjõu ja tõstejõu tasakaalust, siis kirjeldab mulli läbimõõtu lahtirebestumisel pinnalt valem

$$d_0 = 0{,}020\,\Theta\sqrt{\frac{\sigma}{\mathrm{g}(\rho - \rho'')}}\ \mathrm{m}, \tag{14-107}$$

kus $\Theta$ – märgumisnurk kraadides, $\sigma$ – pindpinevus N/m; g – Maa raskuskiirendus m/s$^2$; $\rho$, $\rho''$ – vedeliku ja auru tihedus küllastuspiiril, kg/m$^3$.

Nähtub, et aurumulli kriitiline läbimõõt $d_0$ sõltub vedeliku ja pinna vahelisest märgumisnurgast $\Theta$. Nurga $\Theta$ suurenedes halveneb pinna märgumine ja mulli rebestumisläbimõõt on suurem.

Keeva vedeliku sundvoolamisel (nt aurukatla aurustusküttepinna torus) soodustab aurumullide pinnalt lahtirebestumist vooluse dünaamiline mõju, mis vähendab mulli rebestumisläbimõõtu. Vooluse mõju mulli läbimõõdule $d_0$ ja ka seinaäärse piirkihi paksusele on avaldatav Reynoldsi arvu kaudu: viimase kasvades väheneb nii $d_0$ kui ka piirkihi paksus.

Pinnalt lahkunud aurumull jätkab vedelikus liikumist kiirusega, mille määrab peamiselt tõste- ja takistusjõu suhe. Soojusülekanne aurumullile selle liikumisel ülekuumendatud vedelikus on väga intensiivne, soojusülekandetegur vee ja aurumulli vahel on suurusjärgus 200 kW/(m$^2$·K).

Soojusvahetuse intensiivsuse pinna ja keevvedeliku vahel määrab aurufaasi tekke omapära. Kokkupuutel pinnaga ja nii ka keemisel täheldatakse vedeliku ja auru pulseerivat liikumist ning vahelduvat massi, energia ja liikumishulga ülekannet. Need konvektiivsed protsessid intensiivistavad keevvedeliku ja pinna vahelist soojusülekannet. Selle kõrval mõjutab soojusülekannet ka soojusvahetuspinnale liibunud ja mullide alla jääva väga õhukese vedelikukelme termiline takistus, läbi mille soojus levib juhtivuse teel.

Turbulentsuse kasvades ja vedelikukelme õhenedes soojusülekanne intensiivistub. Turbulentsuse mõju soojusülekandele on märgatavam vedeliku väiksema ülekuumendusastme juures, määravam on aga vedelikukelme paksus. Vedeliku ülekuumenemisastme suurenedes intensiivistub aurustumine mulli igas tekketsentris ja ka tsentrite arvu kasv, vedelikukelme õheneb ning soojusülekanne suureneb.

Pinna soojuskoormuse kasvades aurumullide teke hoogustub, mullid liituvad üksteisega ja pinnale tekib ühtne aurukelme, mis perioodiliselt mureneb, rebestub pinnalt lahti ja seguneb vedelikuga ruumis. Sellist keemisrežiimi tuntakse kelmelise keemisena.

Kelmelisel keemisel suundub soojus faasidevahelisele pinnale läbi suure termilise takistusega aurukelme, mille tõttu soojusülekanne on märkimisväärselt väiksem kui mullilisel keemisel. Soojusülekandetegur vabakonvektsiooni tingimustes sõltub vähe soojuskoormusest (joonis 14.25).

Soojusjuhtivuse ja konvektiivse soojusülekande kõrval on suure temperatuurivahe $\Delta T^*$ korral teatud osa ka soojusvahetuspinna ja aurukelme vahelisel kiirgussoojusülekandel.

Kelmelisel keemisel kulub soojusvahetuspinnalt lähtuv soojus nii vedeliku aurustamiseks kui ka aurukelme ülekuumendamiseks, sest selle temperatuur on küllastustemperatuurist kõrgem.

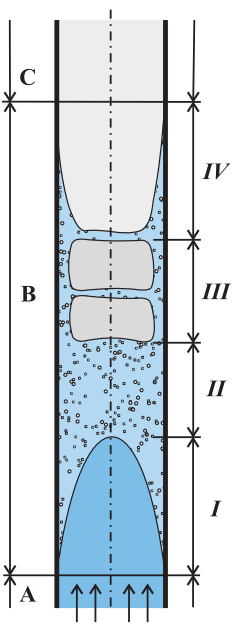
### *14.7.1.2 Keemine torus*

Keemine torus või kanalis toimub piiratud ruumis, kus seinad takistavad auru vaba lahkumist keemistsoonist. Keevvedeliku liikumise suunas aurufaasi osa pidevalt kasvab, vedelfaasi osa kahaneb.

Torus moodustuvad kahefaasilised erineva struktuuriga keskkonnad (joonis 14.24). Jälgime vedeliku ühtlast kuumutusprotsessi vertikaalses torus.

Suundugu torusse mittekeev vedelik. Piirkonnas A kuumeneb vedelik torusse sisenemise temperatuurilt kuni küllastustemperatuurini antud rõhul. Seda piirkonda tuntakse ökonomaiserosana.

Sellele järgnevad aurustumispiirkond B ning niiske auru kuivamispiirkond C. Aurustumispiirkond jaguneb omakorda neljaks tsooniks. Tsoonis *I* algab vedeliku aurustumine ning aurumullide levik südamiku suunas. Tsoonis *II*, kus auru on süsteemis veel vähe, täidavad väikesemõõtmelised aurumullid ühtlaselt kogu ruumi. Vedeliku edasisel aurustumisel ühinevad väikesed mullid omavahel. Tekkivad mullid, ümbritsetud väikeste mullide ja vedeliku segust, mis on suuruselt võrreldavad toru läbimõõduga (tsoon *III*). Auruhulga edasisel suurenemisel segus algab juba suuremõõtmeliste mullide omavaheline ühinemine, moodustub niiske auru südamik, mida ümbritseb väga väikese aurusisaldusega vedelikukiht toru seintel (tsoon *IV*). Toru sisepinnale liibunud vedelikukiht aurustumise käigus pidevalt õheneb, kuni lakkab olemast ning toru täitub küllastunud auru ja ülipeente vedelikupiiskade seguga (piirkond C).




**Joonis 14.24. Kahefaasilise vooluse struktuur vertikaaltorus**

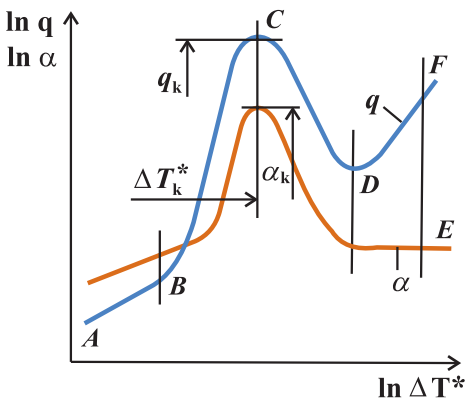
Kahefaasilise vedeliku voolamisel rõhtsas või nurkses torus ei muutu vooluse struktuur mitte ainult voolamise suunas, vaid ka toru ristlõikes. Mõõduka kiiruse ja aurusisalduse korral kahefaasiline voolus kihistub Archimedese jõu toimel. Aur voolab toru ülemises ja vedelik alumises osas. Auruhulga ja kiiruse edasisel suurenemisel omandab vedel- ja aurufaasi vaheline lahutuspind lainelise kuju ning vedeliku laineharjad uhuvad perioodiliselt toru pinda ülaosas. Veelgi suuremal kiirusel ja aurusisaldusel laineline liikumine intensiivistub, kandes vedelfaasi aurualasse. Sellest moodustub niiske auru südamik, mis on ümbritsetud toru sisepinnale liibunud vedeliku rõngaskihist. Teatud määral säilib ka siin vooluse asümmeetria.

### *14.7.1.3 Keemise kriis*

Keemise kriis seisneb vedeliku mullkeemise üleminekus kelmeliseks keemiseks, mis on seotud soojusülekande mehhanismi muutusega. Nagu eespool juba mainitud, on määrav tegur seejuures keevvedeliku ja pinnatemperatuuri vahe ehk vedeliku ülekuumenemisaste $\Delta T^*$.

Joonisel 14.25 on kujutatud logaritmilises koordinaadistikus pinda läbiva soojusvoo (soojuskoormuse) ja soojusülekandeteguri olenevus vedeliku ülekuumenemisastmest $\Delta T^*$. Väikesel $\Delta T^*$ väärtusel (piirkond *AB*) ei ole mullide eraldumine intensiivne ja soojusülekanne on määratud peamiselt ühefaasilise vedeliku vabakonvektsiooniga. Soojusülekanne paraneb suhteliselt aeglaselt temperatuurivahe suurenedes. Intensiivne mullide teke algab $\Delta T^*$ suurematel väärtustel (piirkond *BC*), kasvab segunemisintensiivsus, põhjustades $q$ ja $\alpha$ kiire tõusu. Selle ala ulatuses toimub vedeliku mullkeemine. Temperatuurivahe $\Delta T^*$ edasisel suurenemisel läheb mullkeemine üle kelmeliseks keemiseks, konvektsiooni osatähtsus väheneb järsult ja soojusülekande määrab enamjaolt aurukelme termiline takistus, soojuskoormus ja soojusülekandetegur langevad aga järsult.

Edasisel $\Delta T^*$ kasvul soojusvoog taas suureneb (piirkond *DF*), soojusülekandetegur jääb aga püsima (piirkond *DE*). Viimases piirkonnas ei ole soojusvoo suurenemine põhjustatud aurukelme termilise takistuse vähenemisest, vaid kõrge temperatuuri tõttu lisanduvast kiirgussoojusülekandest.




**Joonis 14.25. Soojusvoo ja soojusülekandeteguri olenevus vedeliku ülekuumenemisastmest**

Mulliline keemine läheb üle kelmeliseks keemiseks (kõverate maksimumpunkt) kriitilise temperatuurivahe $\Delta T_{\mathrm{k}}^{*}$, soojuskoormuse $q_{\mathrm{k}}$ ja soojusülekandeteguri $\alpha_{\mathrm{k}}$ juures.

Kriitiline soojuskoormus vabakonvektsioonil vedeliku keemisel piiramatus ruumis on arvutatav dimensioonita soojuskoormuse kaudu valemiga

$$\mathrm{K_{qk}} = 68\,\mathrm{Ar}^{4/9}\,\mathrm{Pr}^{-1/3}. \qquad (14\text{-}108)$$

Siin

$$\mathrm{K_{qk}} = \frac{q_{\mathrm{k}} l_{*}}{r\rho''\nu} \text{ – dimensioonita soojuskoormus,}$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{g l_{*}^{3}}{\nu^{2}} \frac{\rho - \rho''}{\rho} \text{ – Archimedese arv,}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} \text{ – Prandtli arv,}$$

kus $r$ – aurustumissoojus; $\rho$, $\rho''$ – vedeliku ja auru tihedus; $\nu$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus; g – Maa raskuskiirendus; $a$ – vedeliku temperatuurijuhtivustegur.

Valemites lineaarmõõdet esindav suurus $l_{*}$ on võrdeline tekkivate aurumullide läbimõõduga ja ta määratakse valemiga

$$l_{*} = \frac{\sigma\rho c_{\mathrm{p}} T''}{(r\rho'')^{2}},$$

kus $\sigma$ – pindpinevus, $c_{\mathrm{p}}$ – vedeliku isobaarne erisoojus, $T''$ – küllastustemperatuur.

Valemis (14-108) esindatud sarnasusarvud on saadud eeldusel, et liikumist põhjustav auru mullile mõjuv tõstejõud on tasakaalus inertsijõuga. Vedeliku ja auru füüsikalised omadused määratakse küllastustemperatuuri põhjal.

Valemist nähtub, et kriitiline soojuskoormus on keerukas funktsioon mitmest süsteemi iseloomustavast füüsikalisest parameetrist. Joonisel 14.26 on esitatud üldistatud kujul suhte $q_{\mathrm{k}}/p_{\mathrm{k}}$ olenevus dimensioonita rõhust $p/p_{\mathrm{k}}$ ($p_{\mathrm{k}}$ on vedeliku kriitiline rõhk).

Kriitiline soojusülekandetegur kriitilise soojuskoormuse ja temperatuurivahe kaudu

$$\alpha_{\mathrm{k}} = \frac{q_{\mathrm{k}}}{\Delta T_{\mathrm{k}}^{*}}.$$

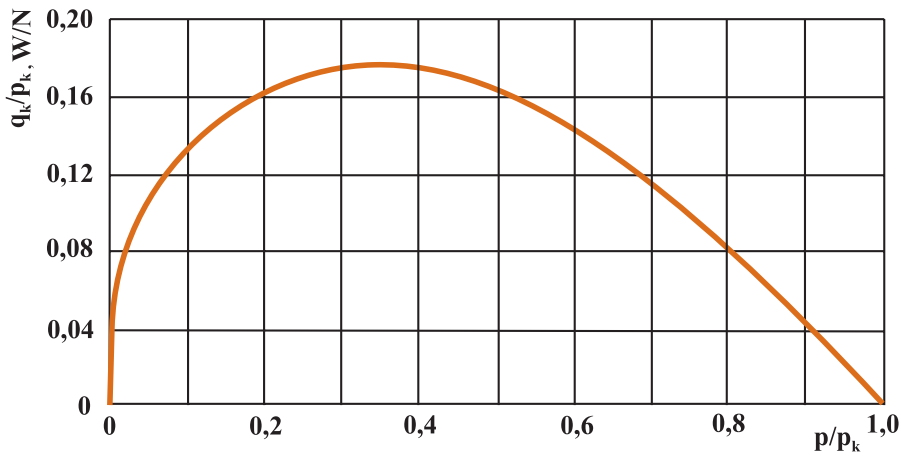
Tabelis 14.2 on toodud kriitiline soojuskoormus ja temperatuurivahe mõnele ainele.

**Tabel 14.2. Kriitiline soojuskoormus ja temperatuurivahe atmosfäärirõhul**

| Kriitiline suurus | $H_2O$ | $O_2$ | $N_2$ | $H_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q_k$, kW/m$^2$ | 1200 | 150 | 100 | 30 |
| $\Delta T_k^*$, K | 25–30 | 11 | 11 | 2 |

Vedeliku keemisel sundvoolamise olukorras (voolamine torus) on kriitiline soojuskoormus lisaks eelöeldule sõltuv veel ka kiirusest ja auruhulgast süsteemis. Kiiruse tõustes kriitiline soojuskoormus suureneb, kuna intensiivistub aurukelme ja vooluse vaheline soojusülekanne. Kriitiline soojuskoormus väheneb auruhulga kasvades (auru kuivusastme suurenemisel) niiskes aurus.

Tagasiminek kelmeliselt keemiselt mullkeemisele ei toimu mitte $q_k$ juures, vaid sellest väiksemal soojuskoormusel.




**Joonis 14.26. Kriitilise soojuskoormuse ja vedeliku kriitilise rõhu suhte olenevus dimensioonita rõhust**

### *14.7.1.4 Soojusülekanne piiramata ruumis*

Soojusülekandetegur vedeliku keemisel

$$\alpha = \frac{q}{t_s - t''}, \tag{14-109}$$

kus $q$ – soojusvoog, $t_s$ – pinna temperatuur, $t''$ – küllastustemperatuur antud rõhul.

Sarnasusteooria ja uurimistulemuste põhjal Nusselti arv vedeliku keemisel piiramata ruumis (vabakonvektsioonil) funktsioonina Reynoldsi ja Prandtli arvust

$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^n\,\mathrm{Pr}^{1/3}, \tag{14-110}$$

kusjuures Nusselti arv

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l_*}{\lambda},$$

Reynoldsi arv

$$\mathrm{Re} = \frac{w_* l_*}{\nu}.$$

Lineaarmõõde $l_*$ arvutatakse eespool toodud valemiga.

Kiirus $w_*$ määratakse soojusbilansi alusel:

$$w_* = \frac{q}{r\rho''},$$

kus $r$ – aurustumissoojus, $\rho''$ – auru tihedus.

Kiirus $w_*$ kajastab auru eemaldumise kiirust soojusvahetuspinnalt ning teda nimetatakse ka auru moodustumise (keemise) kiiruseks. Tegelik auru kiirus on $w_*$ väärtusest suurem, sest auruga hõivatud ristlõikepind on ristlõike kogupinnast (mille järgi on määratud $q$) väiksem.

Valemi (14-110) sarnasusarvudes sisalduvad vedeliku füüsikalised omadused määratakse vedeliku küllastustemperatuuril.

Valemis (14-110) esinevad konstandid:

kui Re ≤ 0,01, siis $c$ = 0,0625 ja n = 0,50;

kui Re > 0,01, siis $c$ = 0,125 ja n =0,65.

Vee puhul, kui $p/p_k \le 0{,}18$, võib soojusülekandeteguri arvutamiseks kasutada valemeid

$$\alpha = 0{,}558\, q^{0{,}7} p^{0{,}15} \qquad (14\text{-}111)$$

või

$$\alpha = 0{,}142\ \Delta T^{*\,2{,}33} p^{0{,}5}. \qquad (14\text{-}112)$$

Siin $\alpha$ – W/(m$^2$·K), $q$ – W/m$^2$, $p$ – Pa.

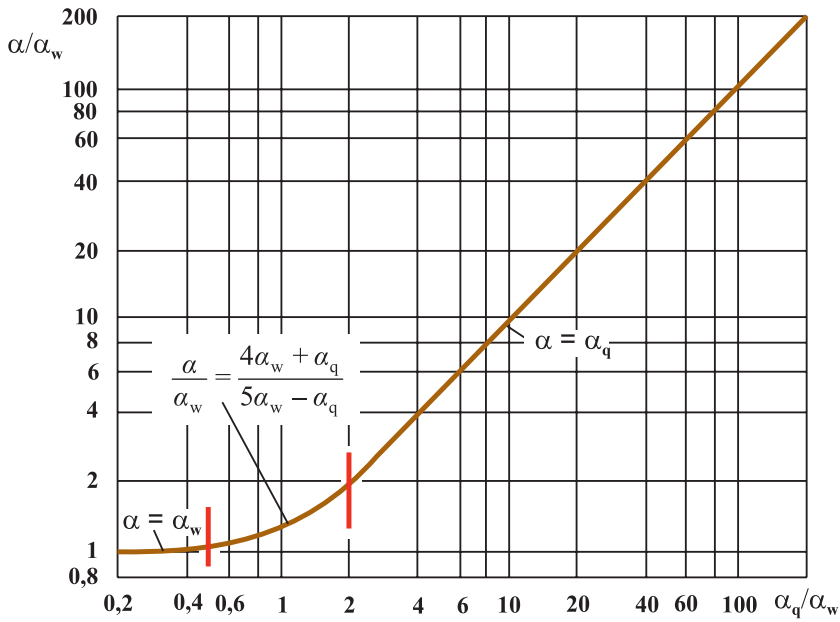
### *14.7.1.5 Soojusülekanne sundvoolamisel*

Kahefaasilise süsteemi voolamisel vaadeldakse soojusülekannet vedeliku keemise ja voolamise hüdrodünaamilise koosmõjuna.

Tähistame soojusülekandeteguri keevvedeliku sundvoolamisel $\alpha$, vedeliku keemisel $\alpha_q$ (kiirus ei mõjuta soojusülekannet) ja mittekeeva vedeliku sundkonvektsioonil $\alpha_w$ (keemine ei mõjuta soojusülekannet).

Joonisel 14.27 on üldistatud kujul suhe $\alpha/\alpha_w$ funktsioonina suhtest $\alpha_q/\alpha_w$. Näeme, et graafikul on kolm üksteisest eristatavat piirkonda. Väikese keemisintensiivsusega piirkonnas, kus suhe $\alpha_q/\alpha_w < 0{,}5$, on $\alpha = \alpha_w$ ning soojusülekande määravad sundkonvektsiooni tingimused. Kui $\alpha_q/\alpha_w > 2$, siis $\alpha = \alpha_q$ ja soojusülekanne ei ole märgatavalt mõjutatav sundkonvektsioonist, määravad on soojusülekande tingimused keemisel. Vahemikus $0{,}5 < \alpha_q/\alpha_w < 2$ sõltub soojusülekande intensiivsus keemisest ja sundkonvektsioonist võrreldavas suurusjärgus. Viimati mainitud $\alpha_q/\alpha_w$ piirkonna jaoks kasutatakse interpolatsioonilist soojusülekandeteguri valemit

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q}. \qquad (14\text{-}113)$$




**Joonis 14.27. Sundvoolamise mõju soojusülekandetegurile**

### *14.7.1.6 Soojusülekanne kelmelisel keemisel*

Kelmelisel keemisel paikneb vedeliku ja soojusvahetuspinna vahel suure termilise takistusega aurukelme, mida vedelikku suunduv soojusvoog peab läbima. Soojus kandub üle põhiliselt soojusjuhtivuse teel, kuid konvektsioonilgi on oma osa ning kõrgel temperatuuril hakkab mõju avaldama ka kiirgus.

Vaatleme aurukelme voolamist mööda vertikaalset plaati.

Plaadi pinna temperatuur $t_s$ olgu püsiv, vedeliku temperatuuri $t'$ pinnast kaugel määrab küllastusrõhk, voolamine olgu statsionaarne.

Aurukelme plaadi pinnal pakseneb kõrguti ja oleneb kiirusväljast kelmes. Kui lähtuda Navier'-Stokesi võrrandist (14-6) ja eeldada laminaarset voolamist, siis

$$\rho \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} w = \mathrm{g}(\rho - \rho'') + \mu \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2}.$$

Jättes arvestamata inertsijõu, siis viimase võrrandi järgi

$$\mu \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2} = -\mathrm{g}(\rho - \rho''), \tag{14-114}$$

kus $\mu$ – auru dünaamiline viskoossus, $w$ – $x$-telje suunaline kiirus, $y$ – kaugus pinnast, g – Maa raskuskiirendus; $\rho$, $\rho''$ – vedeliku ja auru tihedus.

Võrrand (14-114) väljendab raskus- ja hõõrdejõu vahelist tasakaalu.

Võrrandi kahekordne integreerimine annab

$$w = -\mathrm{g}\frac{\rho - \rho''}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 .$$

Integreerimiskonstantide $C_1$ ja $C_2$ leidmiseks lähtume järgmistest ääretingimustest:

kui $y = 0$, siis $w = 0$;
kui $y = \delta$, siis samuti $w = 0$.

Tulemus on

$$C_2 = 0,$$

$$C_1 = \mathrm{g}\frac{\rho - \rho''}{2\mu}\delta.$$

$C_1$ ja $C_2$ väärtuste põhjal

$$w = \mathrm{g}\frac{\rho - \rho''}{2\mu}(\delta y - y^2). \tag{14-115}$$

Aurukelme keskmine kiirus

$$\overline{w} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} w\,\mathrm{d}y = \mathrm{g}\frac{\rho - \rho''}{2\mu\delta}\int_0^{\delta}(\delta y - y^2)\,\mathrm{d}y = \mathrm{g}\frac{\rho - \rho''}{12\mu}\delta^2 . \tag{14-116}$$

Ajaühikus pinnaühikut läbiv auruhulk

$$\mathrm{d}m = \rho\overline{w}\mathrm{d}\delta = g\frac{\rho(\rho - \rho'')}{12\mu}\delta^2\mathrm{d}\delta .$$

Teisalt, pinnalt ülekantud soojus kulub vedeliku aurustamiseks ja auru ülekuumendamiseks. Genereeritav auruhulk

$$\mathrm{d}m = \frac{q_\mathrm{s}}{r + c_\mathrm{p}(t_\mathrm{s} - t'')}\mathrm{d}x,$$

kus $c_\mathrm{p}$ – auru isobaarne erisoojus.

Viimane valem arvestab seda, et pinnalt lähtuv soojus ei kulu mitte ainult vedeliku aurustamiseks, vaid ka auru ülekuumendamiseks küllastustemperatuurilt ülespoole.

Eeldame, et määravaks on aurukelme termiline takistus, siis soojusülekandetegur

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta}$$

ja pinda läbiv soojusvoog

$$q_\mathrm{s} = \alpha(t_\mathrm{s} - t'') = \frac{\lambda}{\delta}(t_\mathrm{s} - t''),$$

kus $\lambda$ – aurukelme soojusjuhtivustegur, $t_\mathrm{s}$ – pinna temperatuur.

Võrdsustades d$m$ avaldised, võttes arvesse viimase valemi ja integreerides, saame aurukelme lokaalse paksuse

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{12\lambda\mu(t_\mathrm{s} - t'')x}{g\left[r + c_\mathrm{p}(t_s - t'')\right]\rho(\rho - \rho'')}}. \qquad (14\text{-}117)$$

Lokaalne soojusülekandetegur

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{g\lambda^3 r\rho(\rho - \rho'')\left[r + c_\mathrm{p}(t_\mathrm{s} - t'')\right]}{12\mu(t_\mathrm{s} - t'')x}}. \qquad (14\text{-}118)$$

Keskmine soojusülekandetegur

$$\overline{\alpha} = \frac{4}{3}\alpha.$$

Aurukelme turbulentsel voolamisel avaldub soojusülekandetegur Nusselti arvu keskmise väärtuse kaudu

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0{,}25\mathrm{Ar}^{1/3}, \qquad (14\text{-}119)$$

kus Ar on Archimedese arv.

Sarnasusarvudes sisalduvad vedeliku ja auru füüsikalised omadused määratakse aurukelme keskmise temperatuuri järgi.

## 14.7.2 Soojusülekanne auru kondenseerumisel

### *14.7.2.1 Auru kondenseerumise režiimid. Kelmeline kondensatsioon*

Auru kondenseerumine on aine üleminek aurust (gaasist) vedelasse või tahkesse olekusse. Kondenseerumine on võimalik auru alakriitilistel olekuparameetritel. Kui auru rõhk ja temperatuur on kõrgemad kolmikpunkti parameetritest, siis on võimalik vedelfaasi moodustumine, vastasel juhul tekib aga tahkefaas. Auru kondenseerumisega kaasneb alati soojuse eraldumine.

Aur võib kondenseeruda kas ruumis või pinnal. Esimesel juhul tekib kondensaat auru temperatuuri langemisel küllastusrõhule vastavast temperatuurist allapoole piiskade või tahkeosakeste näol ruumilises keskkonnas. Teisel juhul aur kondenseerub pinnal, mille temperatuur on küllastustemperatuurist madalam. Edasi vaatleme ainult auru veeldumist (kondenseerumist) pinnal kui praktikas enamlevinud juhtumit.

Ülekuumendatud auru kondenseerumisel eraldub kõigepealt ülekuumendussoojus ja seejärel kondenseerumissoojus. Viimane on arvuliselt võrdne aurustumissoojusega.

Tuntakse kelme- ja piiskkondensatsiooni. Kelmekondensatsioon esineb siis, kui pind on märguv ja sellel moodustub vedelikukelme. Faaside piiril eralduv soojus eemaldub soojusvahetuspinna kaudu läbi kondensaadikelme. Kondenseerumisprotsessis on pinna temperatuur küllastustemperatuurist madalam.

Piiskkondensatsioon toimub mittemärguval pinnal piiskadena. Kuna sellisel juhul puudub pinnal üldine suhteliselt suure termilise takistusega vedelikukelme, siis on aurul hea otsene kontakt pinnaga.

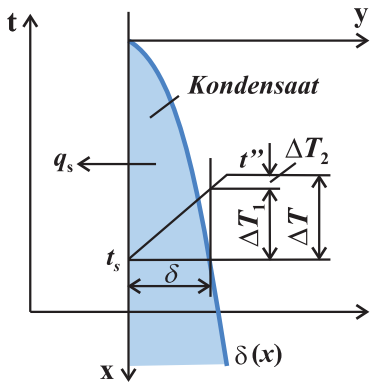
Vaatleme auru kondenseerumist püstpinnal (tasapinnaline sein, toru) temperatuuriga $t_s$. Pinda ümbritseva auru kondenseerumisel koguneb pinnale kondensaadikelme. Kondensaadikelme pakseneb auru pideval kondenseerumisel ning voolab mööda pinda ülalt alla. Kondensaadikelme voolab õheduse tõttu alul laminaarselt, kuid sõltuvalt vedeliku omadustest ja kondenseerumisintensiivsusest võib voolamine teatud kaugusel pinna ülaservast minna üle turbulentseks.

Auru kondenseerumise skeem püstpinnal on joonisel 14.28. Eeldame, et kokkupuutel pinnaga võrdub kondensaadi temperatuur pinna temperatuuriga $t_s$.

Kondensaadikelme termiline takistus

$$R = \frac{1}{\alpha} = \frac{\Delta T_1}{q_s},$$

kus $\alpha$ – soojusülekandetegur, $q_s$ – soojusvahetuspinda läbiv soojusvoog, $\Delta T_1 = t_1 - t_s$, $t_1$ – kondensaadikelme temperatuur faaside kokkupuutekohas.




**Joonis 14.28. Kondensaadikelme moodustumine püstpinnal ja temperatuurihüpe**

Laminaarse kelme termilise takistuse määrab selle paksus ja soojusjuhtivustegur

$$R = \frac{\delta}{\lambda},$$

kus $\delta$ – kondensaadikelme paksus, $\lambda$ – kondensaadi soojusjuhtivustegur.

Auru kondenseerumisprotsessi täpsemal käsitlusel lisandub kondensaadikelme termilisele takistusele veel termiline takistus temperatuurihüppest ($\Delta T_2$) vedel- ja aurufaasi vahelisel kokkupuutepinnal. Nimelt osutub aurufaasi temperatuur mõnevõrra kõrgemaks kui kondensaadi temperatuur faaside kokkupuutekohas. Faasidevaheline temperatuurihüpe sõltub rõhust, vähenedes viimase kasvuga. Tehnilistes arvutustes faasidevahelist temperatuurihüpet eraldi ei arvestata, see liitub kondensaadikelme termilise takistusega temperatuurivahe $t'' - t_s$ kaudu. Siit johtuv viga ei välju tavaliselt arvutusvea piiridest.

Kondensaadivoog kondenseerumisel sõltub otseselt pinda läbivast soojusvoost. Kuiva küllastunud auru kondenseerumisel vabaneb auru kondenseerumissoojus. Kuna kondensaadikelme temperatuur kokkupuutel pinnaga on tavaliselt küllastustemperatuurist mõnevõrra madalam (toimub kondensaadi nn allajahtumine), siis lahkuv soojusvoog viib ära soojushulga, mis on kondenseerumissoojusest suurem. Allajahtumissoojus on tavaliselt küllalt väike ja sellega soojusülekande arvutustes eraldi ei arvestata.

Ülekuumendatud auru kondenseerumisel lisandub lahkuvale kondenseerumissoojusele veel auru ülekuumendussoojus.

Nagu mainitud, sõltub kondensaadikelme termiline takistus voolamisrežiimist. Laminaarsel voolamisel kandub soojus läbi kelme soojusjuhtivuse teel, turbulentsel voolamisel lisandub sellele veel konvektsiooni osa. Laminaarse voolamise üleminek turbulentseks sõltub Reynoldsi arvust

$$\mathrm{Re} = \frac{\overline{w}\delta}{\nu},$$

kus $\overline{w}$, $\delta$ – kondensaadikelme keskmine kiirus ja paksus, $\nu$ – kinemaatiline viskoossus.

Laminaarselt turbulentsele voolamisele üleminekul Reynoldsi arvu kriitiline väärtus $Re_k = 400$.

### *14.7.2.2 Soojusülekanne voolamisel püstseinal*

Lähtume joonisel 14.28 kujutatud skeemist.

Asetsegu aurukeskkonnas vertikaalne pind (plaat, toru jm) püsitemperatuuriga $t_s$. Aur pinnast eemal olgu liikumatu ja küllastustemperatuuril $t''$. Temperatuur kondensaadi kokkupuutel auruga olgu samuti võrdne temperatuuriga $t''$, voolamine statsionaarne.

Vedelikukelme pinnal pakseneb voolamise suunas. Käsitleme vedelikukelme liikumist laminaarsena ja ühesuunalisena. Vedeliku liikumist kirjeldab Navier'-Stokesi võrrand (14-6)

$$\rho \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} w = \mathrm{g}\rho + \mu \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}y^2}, \tag{14-120}$$

kus $\rho$ – tihedus, $w$ – x-telje suunaline kiirus, g – Maa raskuskiirendus. $\mu$ – dünaamiline viskoossus, $y$ – kaugus pinnast.

Voolamise aegluse tõttu on inertsijõud väike, sellest loobumine ja võrrandi kahekordne integreerimine annab

$$w = -\mathrm{g}\frac{\rho}{2\mu} y^2 + c_1 y + c_2 . \tag{14-121}$$

Ääretingimused:

kui $y = 0$, siis $t = t_s$ ja $w = 0$ ning $c_2 = 0$;

kui $y = \delta$, siis $t = t''$ ja

$$\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}y}\right)_{y=\delta} = -\mathrm{g}\frac{\rho}{\mu} + c_1 = 0.$$

Avaldame siit $c_1$, siis võrrandi (14-121) kohaselt on antud paksusega kondensaadikelme kiirus funktsioonina koordinaadist $y$

$$w = \mathrm{g}\frac{\rho}{\mu}\left(\delta y - \frac{1}{2} y^2\right). \tag{14-122}$$

Keskmine kiirus kondensaadikelme ristlõikes

$$\overline{w} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} w \mathrm{d}y = \mathrm{g}\frac{\rho}{3\mu}\delta^2 . \tag{14-123}$$

Pinnal kondenseeruva auruhulga määrab seda läbiv soojusvoog ja kondenseerumissoojus kihi paksusel d$x$:

$$\mathrm{d}m = \frac{q_\mathrm{s}}{r}\mathrm{d}x = \frac{1}{r}\frac{\lambda}{\delta}(t'' - t_\mathrm{s})\,\mathrm{d}x.$$

Samuti

$$\mathrm{d}m = \rho\bar{w}\mathrm{d}\delta = \mathrm{g}\frac{\rho^2}{3\mu}\delta\mathrm{d}\delta.$$

Kahe viimase seose alusel

$$\frac{\lambda}{r}(t'' - t_\mathrm{s})\int_0^x \mathrm{d}x = \mathrm{g}\frac{\rho^2}{3\mu}\int_0^\delta \delta^3\mathrm{d}\delta$$

ja niimoodi saadud võrrandi lahend

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\mu(t'' - t_\mathrm{s})x}{\mathrm{g}r\rho^2}}. \tag{14-124}$$

Lokaalne soojusülekandetegur kaugusel $x$ pinna servast

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta} = \sqrt[4]{\frac{\mathrm{g}r\rho^2\lambda^3}{4\mu(t'' - t_\mathrm{s})x}}. \tag{14-125}$$

Keskmine soojusülekandetegur

$$\bar{\alpha} = \frac{4}{3}\alpha = 0{,}943\sqrt[4]{\frac{\mathrm{g}r\rho^2\lambda^3}{\mu(t'' - t_\mathrm{s})x}}. \tag{14-126}$$

Valemid on tuletatud eeldusel, et kondensaadi füüsikalised omadused on püsiväärtusega. Täpsemates arvutustes võib vedeliku füüsikaliste suuruste temperatuurierinevustest tingitud muutuse mõju kondensaadikihis võtta arvesse suhtega $(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr_s})^{1/4}$, kus Pr on Prandtli arv vedeliku küllastustemperatuuril ja $\mathrm{Pr_s}$ sama pinna temperatuuril.

Valemitest (14-125) ja (14-126) nähtub, et nii lokaalne kui ka keskmine soojusülekandetegur vähenevad kauguse $x$ suurenedes kiiresti.

Põhjalikud uuringud on tõestanud, et teoreetiliselt tuletatud valemitel (14-125) ja (14-126) on hea täpsus, kui suhe $r/(c\Delta T) > 5$ ($c$ on kondensaadi erisoojus ja $\Delta T = t'' - t_\mathrm{s}$) ning Prandtli arv on vahemikus $1 < \mathrm{Pr} < 100$. Väikese $r/c$ väärtuse korral, näiteks aine kriitilise oleku lähikonnas, osutub $\alpha$ mainitud valemitega arvutatud väärtusest suuremaks.

Valemile (14-126) võib anda ka dimensioonita kuju. Kuna Reynoldsi arvu määramine algse definitsiooni $\mathrm{Re} = \bar{w}x/\nu$ kohaselt on praktiliste arvutuste korral raskesti teostatav, siis asendatakse valemis esinev kondensaadi keskmine kiirus $\bar{w}$ soojusbilansi võrrandist lähtuvalt soojusülekandeteguri $\bar{\alpha}$ kaudu:

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{w}x}{\nu} = \frac{\bar{\alpha}\Delta T x}{r\mu}.$$

Niimoodi muutub Reynoldsi arv kui soojusülekandetegurit sisaldav suurus sõltuvaks suuruseks.

Öeldu arvestamine annab valemile (14-126) kuju

$$\mathrm{Re} = 0{,}943\,Z^{3/4},$$

kus

$$Z = \frac{\lambda \Delta T}{r\mu}\mathrm{Ga}^{1/3},$$

$$\mathrm{Ga} = \frac{\mathrm{g}x^3}{\nu}$$ – Galilei arv.

Kui arvestada ka kondensaadi füüsikaliste parameetrite temperatuurisõltuvust, siis

$$\mathrm{Re} = 0{,}943 Z^{3/4}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_s}}\right)^{1/4}. \qquad (14\text{-}127)$$

Kondensaadi laminaarne voolamine püstpinnal muutub turbulentseks, kui Reynoldsi arv $\mathrm{Re} \geq 400$, millele vastab $Z_k = 2300$. Pinna ülaosas, kus $\mathrm{Re} < 400$, jääb voolamine laminaarseks, sellele Reynoldsi arvule vastava Z väärtuse tähis olgu $Z_k$. Seega alates arvust $Z_k$ hakkab kondensaadikelme voolamine vertikaalpinnal muutuma turbulentseks. Turbulentne kondensaadikelme on oma olemuselt siiski kaheosaline – vahetult pinnale liibub laminaarselt liikuv aluskiht ning sellel lasub turbulentne kondensaadikiht. Kui laminaarses kihis kandub soojus üle juhtivuse kaudu, siis turbulentses kihis on soojusjuhtivuse kõrval määrav siiski kihisisene soojusülekanne vedeliku mahuosakeste ülekande teel. Nii öeldu kui ka vastavate uuringute põhjal avaldub keskmine soojusülekandetegur vedeliku kondenseerudes püstpinnal turbulentse voolamise piirkonnas Reynoldsi arvuna

$$\mathrm{Re} = \left[89 + 0{,}024\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_s}}\right)^{1/4}\mathrm{Pr}^{1/2}\,(Z - Z_k)\right]^{4/3}, \qquad (14\text{-}128)$$

kusjuures füüsikalised omadused sarnasusarvudes võetakse vedeliku küllastustemperatuuril, välja arvatud $\mathrm{Pr_s}$, mis võetakse seina temperatuuri järgi.

### *14.7.2.3 Soojusülekanne horisontaaltorul ja torukimbus*

Keskmise soojusülekandeteguri arvutamiseks liikumatu auru kondenseerumisel horisontaaltorul võib kasutada seosega (14-126) sarnast valemit, kui kõrgus *x* asendada toru välisläbimõõduga *d* ning arvkordajale anda pinna kõverust arvestav uus väärtus:

$$\bar{\alpha} = 0{,}728\sqrt[4]{\frac{\mathrm{g}r\rho^2\lambda^3}{\mu(t'' - t_s)\,d}}. \qquad (14\text{-}129)$$

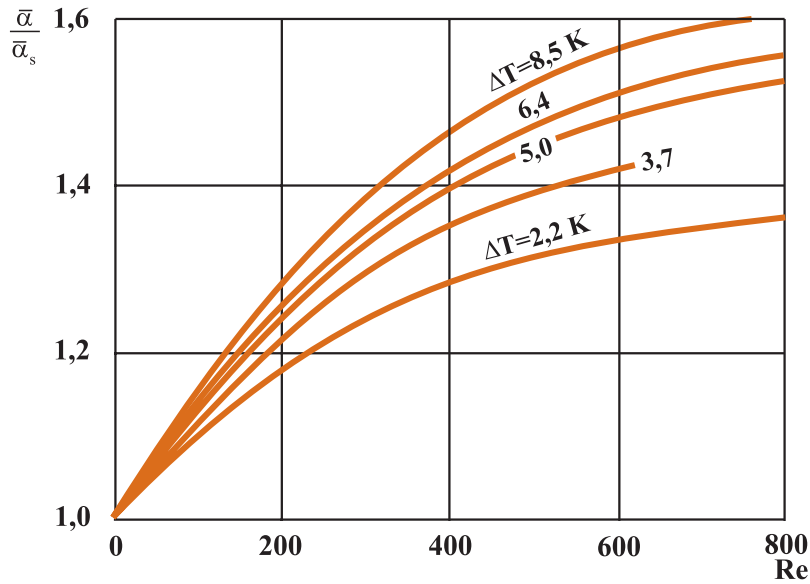
Soojusülekande intensiivsust kondenseeruvalt aurult toru pinnale mõjutab oluliselt auru kiirus, s.o kineetiline energia. Kiiruse tõustes õheneb aurukelme soojusvahetuspinnal, intensiivistades sellega soojusülekannet. Soojusülekandeteguri suurendab ka küllastus- ja pinnatemperatuuri vahe kasv. Keskmine soojusülekandeteguri suhe auru kondenseerumisel rõhtsale torule liikuvas ja seisvas aurukeskkonnas

$$\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}_s} = 42\left(\frac{\rho''\bar{w}^2}{g\rho d}\right)^{0,08}\left(\frac{g\rho r d^3}{\lambda \Delta T v}\right)^{-0,125}, \qquad (14\text{-}130)$$

kus g – Maa raskuskiirendus, $\rho''$ – auru tihedus küllastustemperatuuril, $\rho$ – vedeliku tihedus, $w$ – auru kiirus toru külgmoodustaja tasandil, $d$ – toru välisläbimõõt, $r$ – aurustumissoojus, $\lambda$ – kondensaadi soojusjuhtivustegur, $v$ – kondensaadi kinemaatiline viskoossus, $\Delta T$ – küllastus- ja pinnatemperatuuri vahe.

Valemis esinevad kondensaadi füüsikalised omadused määratakse küllastustemperatuuri juures.

Suhte $\bar{\alpha} / \bar{\alpha}_s$ olenevus Reynoldsi arvust, milles sisaldub auru kiirus ja toru välisläbimõõt, ilmneb jooniselt 14.29.




**Joonis 14.29. Suhte $\bar{\alpha} / \bar{\alpha}_s$ olenevus Reynoldsi arvust auru kondenseerumisel rõhtsal torul**

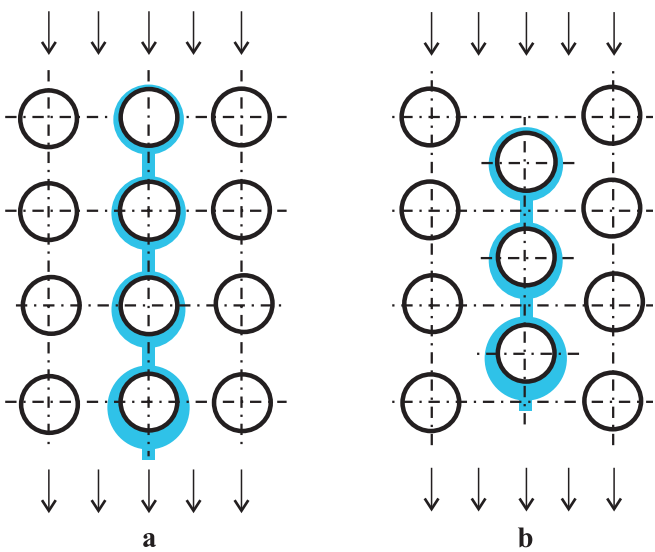
Auru kondenseerumine torukimbus erineb kondenseerumisest üksikul torul peamiselt kahel põhjusel – nimelt väheneb torukimbus voolusesuunaline auruhulk kondenseerumisest ning kondensaadikelme pakseneb kondensaadi valgumisest torult torule (joonis 14.30). Aurukoguse vähenemine püsiristlõikega kanalis tähendab ühtlasi auruvoo aeglustumist ning soojusülekande intensiivsuse halvenemist järgnevatel torudel. Samasuguse tulemuse annab ka kondensaadi valgumine ülemistelt torudelt alumistele.

Kondensaat ei valgu ülemiselt torurealt alumisele enamasti mitte katkematu kihina, vaid tingimustest sõltuvalt kas jugadena või tilkadena. Selline häiring põhjustab alumisel real kas kondensaadikelme lainelise voolamise või isegi kondensaadikelme turbulentse liikumise. Niisugused nähtused teatud määral kompenseerivad kondensaadikelme paksenemise pärssivat mõju soojusülekandele.

Kondensaadikoguse mõju soojusülekandetegurile võib arvestada suhtest

$$\frac{\overline{\alpha}_{\mathrm{n}}}{\overline{\alpha}_{1}} = \left( \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} M_{\mathrm{i}} / M_{\mathrm{n}} \right)^{-0{,}07} , \qquad (14\text{-}131)$$

kus $\overline{\alpha}_{\mathrm{n}}$ – keskmine soojusülekandetegur n-ndal torureal, arvutatuna auru kiiruse ja temperatuuri vahe kaudu esimeses torureas, $\overline{\alpha}_{1}$ – keskmine soojusülekandetegur esimesele torureale, $M_{\mathrm{n}}$ – n-ndale torule moodustuv kondensaadikogus, $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} M_{\mathrm{i}}$ – n-ndal torul voolava kondensaadi koguhulk.




**Joonis 14.30. Kondensaadikelme rõhtsa torukimbu torudel:**
**a) koridorkimp,**
**b) malekorras kimp**

#### *14.7.2.4 Soojusülekanne vertikaaltorus*

Kondenseerumisel torus piirab auru mahtu sein. Torusse sisenenud aur kondenseerub piki toru ja seinale koguneb muutliku paksusega kondensaadikiht. Kui eeldada auru täielikku kondenseerumist torus, võib auru kiirus osutuda väga suureks, mistõttu auru ja kondensaadikihi vahel toimib suur hõõrdejõud, mis võib oluliselt mõjutada soojusülekande intensiivsust. Kondensaadi ja auru ühesuunalisel voolamisel kiirendab hõõrdejõud kondensaadi liikumist, takistades sellega kelme paksenemist, ja soojusülekanne intensiivistub. Auru suure kiiruse korral on võimalik ka kondensaadikelme lahtirebestumine toru pinnalt. Kui aga aur ja kondensaadikelme liiguvad vastassuunaliselt, mõjub see kihti paksendavalt ning soojusülekande intensiivsus väheneb.

Kondenseerumisprotsessi käigus muutub auru kiirus piki toru kondensaadikoguse pideva suurenemise tõttu. Aurul on suurim kiirus sisenemisel torusse. Eeldades, et torusse sisenev kuiv küllastunud aur täielikult kondenseerub, on siseneva auru kiirus arvutatav soojusbilansi võrrandist

$$Q = \rho'' r w_0 \frac{\pi d^2}{4}.$$

Selle seose alusel

$$w_0 = \frac{4Q}{\rho'' r \pi d^2} = \frac{4M}{\rho'' \pi d^2}, \tag{14-132}$$

kus $Q$ – ajaühikus ülekantav soojushulk, $M$ – ajaühikus torusse siseneva auru mass, $\rho''$ – auru tihedus, $d$ – toru siseläbimõõt, $r$ – aurustumissoojus.

Sõltuvana tingimustest võib aur torus kondenseeruda kas osaliselt või täielikult. Auru täieliku kondenseerumise korral väljub torust ainult vedelik. Alates ristlõikest, kus kondenseerumisprotsess lõpeb, algab kondensaadi allajahtumine ja soojusülekanne on käsitatav ühefaasilise voolamisena torus.

Kondensaat toru pinnal võib liikuda kas laminaarselt või turbulentselt, sõltuvalt auru voolamise ja kondensaadikelme koosmõjust. Näiteks torusse sisenemisel võib aur voolata turbulentselt, kuid auru vähenedes kondenseerumise tõttu voolus aeglustub ja muutub laminaarseks. Samuti võib käituda ka kondensaadikelme. Protsessi algusosas voolab kondensaadi õhuke kelme laminaarselt, kuid paksenedes muutub turbulentseks. Teatud tingimustel võib kondensaadikelme ka laguneda ja tekivad piisad.

Kui dimensioonita kompleks (auru aeglane sisenemine torusse)

$$\frac{\rho'' w_0^2}{g\rho l} < 0{,}1,$$

on soojusülekandetegur arvutatav valemiga (14-127), mis kirjeldab soojusülekandetegurit liikumatu auru kondenseerumisel vertikaalpinnal kondensaadikelme laminaarsel voolamisel.

Valemis $\rho''$ – aurufaasi tihedus, $w_0$ – auru kiirus sisenemisel torusse, g – Maa raskuskiirendus, $\rho$ – kondensaadi tihedus, $l$ – toru pikkus.

Kui esitatud kriteerium on suurem kui 0,1, siis sõltub soojusülekanne ka auru kiirusest, kasvades viimase tõusul. Eeldades, et toru paikneb vertikaalselt, aur voolab ülalt alla ja siseneb torusse küllastununult, võib auru täielikul kondenseerumisel keskmise soojusülekandeteguri arvutamiseks kasutada valemit

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0,28\,\mathrm{Re}^{0,6}\left[\mathrm{K}\,\mathrm{Pr}\frac{d}{l}\frac{\rho''}{\rho}\left(\frac{\nu''}{\nu}\right)^2\right]. \qquad (14\text{-}133)$$

Siin $\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{\overline{\alpha} d}{\lambda}$ – Nusselti arv, $\mathrm{Re} = \frac{w_0 d}{\nu''}$ – Reynoldsi arv, $\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}$ – Prandtli arv, $\mathrm{K} = \frac{r}{c\Delta T}$ – dimensioonita kondenseerumissoojus,

kus $\lambda$ – kondensaadi soojusjuhtivustegur, $\nu''$ – küllastunud auru kinemaatiline viskoossus, $\nu$ – kondensaadi kinemaatiline viskoossus, $a$ – kondensaadi temperatuurijuhtivustegur, $c$ – kondensaadi erisoojus, $\Delta T$ – küllastus- ja pinnatemperatuuri vahe.

Sarnasusarvudes sisalduvad auru ja vedeliku füüsikalised omadused tuleb valida küllastustemperatuuri järgi.

Valem sobib kuni Reynoldsi arvu väärtuseni $10^5$.

Kui auru kondenseerumisel ajaühikus tekkiva kondensaadikoguse kaudu arvutatud Reynoldsi arv

$$\mathrm{Re} = \frac{4M}{\pi d^2 \rho \nu} > 10^5 \text{ (turbulentne voolamine)},$$

siis võib keskmise soojusülekandeteguri arvutamiseks torusse sisenenud kuiva küllastunud auru täielikul kondenseerumisel kasutada valemit

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0,024\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,43}\left(\frac{\rho}{\rho''}\right)^{0,5}. \qquad (14\text{-}134)$$

Valemis esinevad vedeliku ja auru füüsikalised omadused määratakse küllastustemperatuuril.

Mainime, et auru massikulu kaudu arvutatud tinglik kiirus $w = 4M/(\pi d^2 \rho)$ on piki toru muutumatu. Sama kehtib ka selle kiiruse kaudu arvutatud Reynoldsi arvu kohta.

### *14.7.2.5 Soojusülekanne piiskkondensatsioonil*

Auru piiskkondensatsioon esineb siis, kui pind ei märgu. Küllastustemperatuurist madalama temperatuuriga pind kattub kondensaadipiiskadega. Piiskkondensatsiooni korral on soojusülekanne kondenseeruvalt aurult pinnale kelmekondensatsiooniga võrreldes üldiselt intensiivsem ja soojusülekandetegur kordi suurem.

Piiskkondensatsiooni korral kujunevad auru küllastustemperatuurist jahedamale pinnale allajahtunud aurust ülipeened kondensaadipiisad. Piisad tekkivad seal, kus pind on ebaühtlane, pisikonarustega. Piiskade suunas liigub mööda pinda allajahtunud kondenseerunud aur (joonis 14.31). Allajahtunud auru suundumine jahutavale pinnale ja liikumine seal kondensaadipiiskade mõõtmete suurenedes on põhjustatud auru allajahtumisel ja kondenseerumisel tekkivast rõhuvahest. Kondensaadipiisku hoiab pinnal pindpinevusjõud, selle kasvul kondenseeruva auru hulk suureneb ja vabaneb kondenseerumissoojus. Kondenseeruva auru massi juurdevool külmale pinnale keskkonnast ja allajahtunud aurukelme intensiivne liikumine pinna lähedal pinnal arenevate piiskade suunas kiirendavad auru jahtumist ja kondenseerumist. Intensiivsema soojusülekande põhjuseks auru piiskkondensatsiooni korral ongi kondenseeruva auru kiirem liikumine külma pinna suunas ülalmainitud põhjustel.

Kondensaadipiisad tekivad allajahtunud aurus rõhu erinevuse tõttu kumeral pinnal ja keskkonnas. See rõhuvahe on sfäärilise piisa korral määratav Laplace'i valemiga

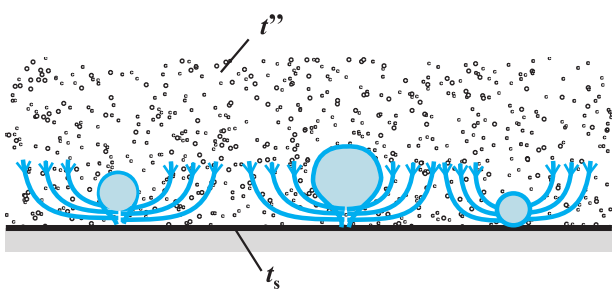
$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \tag{14-135}$$

kus $\sigma$ – pindpinevus, $R$ – sfääri raadius.

Mainitud rõhuvahele vastab auru küllastustemperatuuri muutus

$$\Delta T_{\mathrm{k}} = \frac{2\sigma T''}{r\rho R}, \tag{14-136}$$

kus $T''$ – auru küllastustemperatuur keskkonna rõhul, $\rho$ – kondensaadi tihedus.




**Joonis 14.31. Piiskkondensatsiooni skeem**

Kondensaadipiisa minimaalne raadius allajahtunud aurus on arvutatav valemiga

$$R_{\mathrm{m}} = \frac{2\sigma T''}{r\rho\Delta T_{\mathrm{k}}}. \tag{14-137}$$

Termodünaamiliselt on auru kondenseerumine võimalik siis, kui $\Delta T > \Delta T_{\mathrm{k}}$, kus $\Delta T$ tähistab auru küllastus- ja pinnatemperatuuri vahet. Vastasel juhul toimub aurustumine.

Allajahtunud aurus moodustunud kondensaadipiisad liiguvad koos auruga pinna suunas, haakuvad sellega ning suurenedes teatud massini rebestuvad raskusjõu toimel pinnalt. Vabanenud pinnale langevad uued piisad ning protsess kordub. Seega on piiskkondensatsioon oma olemuselt mittestatsionaarne nähtus. Piiskkondensatsiooni käsitlusel lähtutakse keskväärtustest.

Keskmine soojusülekandetegur liikumatu auru piiskkondenseerumisel on kirjeldatav alljärgnevate valemitega.

Piirkonnale $\mathrm{Re}_* = 8\cdot10^{-4} – 3{,}3\cdot10^{-3}$

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 3{,}2\cdot10^{-4}\,\mathrm{Re}_*^{-0{,}84}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\Pi^{1{,}16}. \tag{14-138}$$

Piirkonnale $\mathrm{Re}_* = 3{,}3\cdot10^{-3} – 3{,}5\cdot10^{-2}$

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 5\cdot10^{-6}\,\mathrm{Re}_*^{-1{,}57}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\Pi^{1{,}16}. \tag{14-139}$$

Siin $\overline{\mathrm{Nu}} = \dfrac{\overline{\alpha}R_{\mathrm{m}}}{\lambda}$ – Nusselti arv, $\mathrm{Re}_* = \dfrac{w_* R_{\mathrm{m}}}{\nu}$ – Reynoldsi arv, $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{a}$ – Prandtli arv, $\Pi = \dfrac{2\xi\sigma^2\Delta T}{r\rho^2\nu^2}$ – dimensioonita pindpinevus,

kus $w_* = \dfrac{\lambda\Delta T}{r\rho\mathrm{R}_{\mathrm{m}}}$ – tinglik kiirus, $\xi = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\partial\sigma}{\partial T}$ – pindpinevuse temperatuuritegur, $\Delta T$ – küllastus- ja pinnatemperatuuri vahe.

Valemites (14-138) ja (14-139) leiduvates sarnasusarvudes sisalduvad vedeliku ja auru füüsikalised omadused määratakse küllastustemperatuuril.

Viieteistkümnes peatükk

# KIIRGUSSOOJUSÜLEKANNE

## 15.1 Kiirgussoojusülekande olemus

Kiirgussoojusülekanne erineb olemuselt varem käsitletud soojuslevist juhtivuse ja konvektsiooni teel. Kui kaks viimast saavad toimuda ainult kehadevahelise kontakti olukorras, siis kiirgussoojusülekanne ei vaja kehade kokkupuudet ega ka materiaalset eraldavat keskkonda nende vahel. Kiirgussoojus levib ruumis üksteisest eraldatud kehade vahel ka siis, kui seal valitseb absoluutne vaakum. Piiravaks tingimuseks on vaid kehade vastastikune nähtavus ja kiirgust täielikult neelava keskkonna (keha) puudumine nende vahel. Erinevalt soojusjuhtivusest ja konvektiivsest soojusülekandest toimub kiirgussoojusvahetus termilise tasakaalu olukorras isegi siis, kui kehadel on võrdne temperatuur. Sel juhul loovutab kiirgav keha energiat süsteemi niisama palju, kui ta seda neelab.

Kiirgussoojusülekanne tugineb tõdemusele, et kõik füüsikalised kehad (gaasilises, vedelas ja tahkes olekus), mille absoluutne temperatuur ületab nullväärtuse, kiirgavad energiat erineva sageduse ja lainepikkusega elektromagnetiliste lainetena. Kiirgussoojusülekande seisukohalt ei ole seejuures oluline elektromagnetlainete tekkemehhanism, vaid nende vahendusel ülekantav energiahulk. See ongi esitatava peatüki sisu.

Kiirgussoojuslevi on üldjoontes kahejärguline. Esmalt muundub keha vastuvõetav kiirgusenergia kehasiseseks energiaks, millele järgneb kiirguse levimine ruumis. Selline käsitus lubab järeldada, et kiirgussoojusülekanne kehade vahel koosneb kolmest üksteisele järgnevast nähtusest: kõigepealt keha poolt soojusena vastuvõetava energia muundumine elektromagnetiliseks kiirguseks, siis energia levimine ruumis elektromagnetlainetena ning lõpuks kiirgusenergia muundumine energiat vastuvõtva keha siseenergiaks.

Elektromagnetlainete olemasolu ennustas oma uuringute käigus šoti füüsik James Clerk Maxwell 1865. aastal, nende reaalse olemasolu tõestas katseliselt Heinrich Hertz 1887. aastal.

Elektromagnetlained levivad ruumis valguse kiirusega kindla sageduse ja lainepikkusega. Kehtib seos

$$\lambda = \frac{c}{v},$$

kus $\lambda$ – lainepikkus, $v$ – sagedus, $c$ – valguse kiirus.

Valguse kiirus vaakumis $c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s.

Valguse kiirus vaakumis ja antud keskkonnas on omavahel seotud suhtega

$$c = \frac{c_0}{n},$$

kus n – keskkonna murdumisnäitaja.

Gaasilise keskkonna murdumisnäitaja väärtus erineb vähe ühest. Vee puhul $n \approx 1{,}5$.

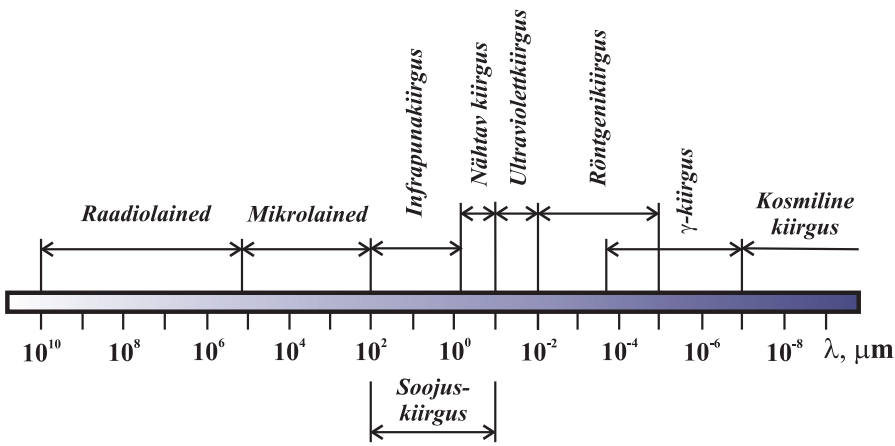
Kvantmehaanika käsitab elektromagnetlainet diskreetse energiahulgaga footonite ehk kvantide levina. Footoni energia

$$e = hv = \frac{hc}{\lambda},$$

kus $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s – Plancki konstant.

Viimasest valemist nähtub otseselt, et mida suurem on sagedus ehk lühem laine, seda suurem energia on footonil.

Elektromagnetlainete spekter sisaldab laineid pikkusvahemikus $10^{-10}$–$10^{10}$ μm (joonis 15.1), kusjuures lainete füüsikaline olemus on üks ja seesama. Neid saab eristada eri tüüpi kiirgusallikatest väljuva kiirguse erineva tekkemehhanismi alusel. Seda asjaolu võib võtta üldiselt ka üheks võimalikuks aluseks elektromagnetlainete klassifitseerimisel. Näiteks on γ-kiirguse allikaks aatomituumasisesed muutused, röntgenikiirguse kutsub esile aga metalli pommitamine elektronivooga. Kiirgus jaotatakse sageli ka lühilaineliseks ($\lambda \leq 4$ μm) ja pikalaineliseks ($\lambda > 4$ μm).




**Joonis 15.1. Elektromagnetlainete spekter**

Soojuskiirguseks loetakse elektromagnetilist kiirgust lainepikkuste vahemikus $10^{-1}$–$10^{2}$ μm, sel juhul põhjustab kiirguse enamasti aine molekulide, aatomite ja elektronide pöörlev liikumine ja vibratsioon, mille taseme mikrotasandil määrab soojustehnikas temperatuur. Temperatuuri tõustes ainest lähtuv soojuskiirgus alati intensiivistub. Soojuskiirgus hõlmab valgus- ja infrapunase kiirguse ning osaliselt ka ultraviolettkiirguse.

Valguskiirgus on silmaga tajutav elektromagnetiline kiirgus lainepikkusega 0,40–0,76 μm. Valguskiirgus moodustub kitsaribalistest kiirgusspektritest, alates ultraviolettkiirgusest kuni infrapunakiirguseni. Pinna värvuse määrab pinnalt peegelduva kiirguse lainepikkus, teise osa pinnale langevast valguskiirgusest aga neelab pind. Pind, mis neelab täielikult temale langeva valguskiirguse, on absoluutselt must pind (mustkeha).

Päikesekiirguse lainepikkus on vahemikus 0,1–3 μm, millest ligikaudu pool on nähtav kiirgus.

Kehade kiirguspiirkond toatemperatuuril asetseb peamiselt väljaspool nägemispiirkonda infrapunakiirguse alas. Keha kiirguse nähtav piirkond algab ligikaudu 800 °C lähedal.

Ultraviolettkiirgusel on lainepikkusvahemikus 0,01–0,40 μm elusorganismi kahjustav toime tulenevalt kiirguse väikesest lainepikkusest ja footonite suurest energiast. Ka päikesekiirgusest ligikaudu 12% asetseb ultraviolettkiirguse piirkonnas, kuid see ei pääse maapinnal täies ulatuses mõjule Maad ümbritseva osoonikihi kaitsevõime tõttu.

Enamikku tahkeid kehi ja vedelikke iseloomustab pidev kiirgusspekter, mis tähendab, et nad kiirgavad energiat lainepikkusvahemikus $0 - \infty$ μm. Selliste kehade liiki kuuluvad elektrit mittejuhtivad kehad, oksiidiga kaetud metallid jt. Poleerpinnaga metallidel ning gaasidel ja aurudel on aga enamasti selektiivne kiirgusspekter, mis tähendab seda, et nad kiirgavad ja neelavad kiirgust antud tingimustele vastaval kindlal lainepikkusel või lainepikkuste vahemikes. Üldisemalt sõltub keha kiirgusintensiivsus tema koostisest (omadustest), temperatuurist ja pinna seisundist, gaasilistel kehadel ka gaasikihi paksusest ja rõhust selles.

Kuna kiirgussoojusvahetus toimub vahetult keha välispinna kaudu, siis on pinna seisundil ülekandeprotsessis oluline tähtsus. Nagu mainitud, kõigi kehade kiirgusintensiivsus suureneb temperatuuri tõustes, sest siseenergia kasvab. Temperatuurimuutus ei mõjuta mitte ainult kehalt lähtuvat energiahulka, vaid ka kiirguse spektraalset koostist. Temperatuuri tõustes kasvab lühemalainelise kiirguse osatähtsus spektris. Kiirgussoojusülekande temperatuurisõltuvus on mitu korda suurem kui soojusjuhtivusel ja konvektiivsel soojusülekandel.

Kiirgussoojusülekannet iseloomustavat energiavoogu (soojusvoogu) võib olenevalt vajadusest väljendada kas integraalse voona kogu kiirgusspektri ulatuses, voona teatud lainepikkusel või lainepikkuste vahemikus, antuna enamikul juhtudel pinnaühiku kohta.

Allpool kasutame peamiselt järgmisi tähistusi:

- $I$ – ajaühikus pinnalt lähtuv või pinna neelatav kiirgus- (soojus-) voog pinnaühiku kohta, W/m$^2$;
- $Q$ – ajaühikus pinnalt lähtuv või pinna neelatav kiirgus- (soojus-) hulk (soojusvool) W;
- $q$ – pinnalt pinnale kanduv energia- (soojus-) hulk W/m$^2$.

## 15.2 Mustkeha kiirgus

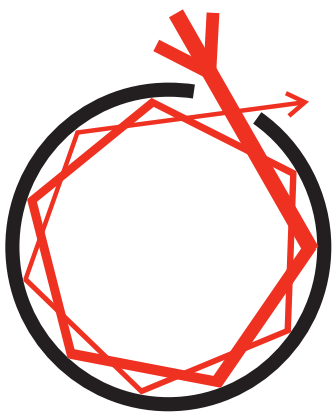
### 15.2.1 Mustkeha mudel

Keha, mille temperatuur on kõrgem kui 0 K, võib kiirata energiat igas suunas lainepikkuste laias vahemikus. Antud lainepikkuse ribas sõltub keha kiirgusenergia hulk keha omadustest, kiirguspinna seisundist ja selle temperatuurist. Ühe ja sama temperatuuri juures võivad eri kehad pinnaühikult kiirata erineva energiahulga. Siit johtub ka küsimus, kui suur üldse võib olla pinnakiirguse energiavoo maksimaalväärtus antud temperatuuril. Võimalus leida vastus sellele küsimusele ja võrrelda omavahel kehade kiirgusomadusi avanes absoluutselt musta keha mõiste (edaspidi lihtsalt mustkeha ehk mustkiirgur) kasutuselevõtuga, millel on ülimalt suur tähtsus kiirgussoojusülekande uurimisel.

Mustkeha (mustkiirgur) on keha, millest intensiivsemalt ei saa ükski keha kiirata energiat antud temperatuuril ja lainepikkusel.

Ühtlasi neelab mustkeha täiel määral temale langeva elektromagnetilise kiirguse, sõltumata selle lainepikkusest ja langemissihist. Mustkeha mõiste on teoreetiline abstraktsioon, mustkehi looduses ei leidu.

Mustkeha jaoks võib luua teatud mudeli. Levinumaid mustkeha mudeleid on õõnes kera, millel on tume ja kare sisepind ning millesse läbi väikese ava (mõõtmelt palju väiksem kera läbimõõdust) siseneb elektromagnetiline kiirgus (joonis 15.2).



**Joonis 15.2. Mustkeha mudel**

Kera sisepind neelab selle kiirgusvoo peaaegu täielikult (pinna neeldetegur on lähedane ühele), sest mitmekordse peegeldumise tõttu sfäärilisel pinnal selle intensiivsus lakkamatult nõrgeneb ja lõpuks neeldub täielikult, millega saavutatakse mustkeha pinna vastavus mustkeha tingimustele.

### 15.2.2 Plancki seadus

Plancki seadus ehk täpsemalt Plancki kiirgusseadus kirjeldab mustkeha kiirgusvõime olenevust lainepikkusest ja temperatuurist:

$$I_{0\lambda} = \frac{2\pi c_0^2 h}{\lambda^5 \left(\exp\frac{c_0 h}{k\lambda T} - 1\right)} = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(\exp\frac{c_2}{\lambda T} - 1\right)} \; \mathrm{W/(m^2 \cdot m)}, \qquad (15\text{-}1)$$

kus $c_1 = 2\pi c_0^2 h = 3{,}742 \cdot 10^{-16}$ W·m$^2$; $c_2 = c_0 h/k = 1{,}439 \cdot 10^{-2}$ m·K (esimene ja teine kiirguskonstant); h – Plancki konstant J·s; k = $1{,}381 \cdot 10^{-23}$ J/K – Boltzmanni konstant; $\lambda$ – lainepikkus m; $T$ – absoluutne temperatuur K.

Valem kehtib kiirguse levi kohta vaakumis. Selle rakendamisel muudele keskkondadele tuleb konstantide $c_1$ ja $c_2$ asemel kasutada vastavalt suhet $c_1/n^2$ ja $c_2/n$ (kus n on murdumisnäitaja).

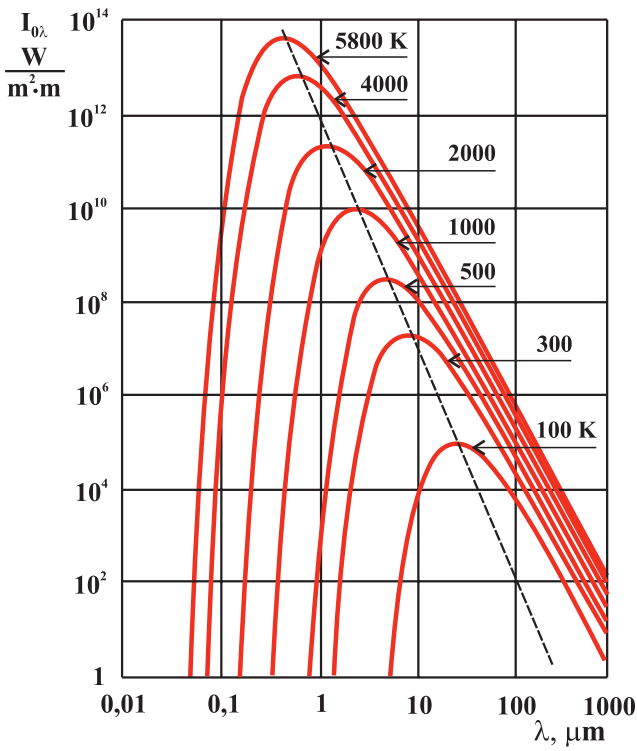
Valemi (15-1) kujul avaldatud Plancki seadus väljendab antud lainepikkusel pinnaühikult lähtuvat poolsfäärilist kiirgust (kiirgust 180-kraadise ruuminurga ulatuses). Pinnalt lähtuv normaalisuunaline kiirgus on poolsfäärilisest kiirgusest vastavalt Lamberti seadusele $\pi$ korda väiksem (p 15.2.6). Tuleb silmas pidada, kas Plancki seaduse kaudu väljendatakse pinnalt lähtuvat poolsfäärilist kiirgust või normaalisuunalist kiirgust.



**Max Karl Ernst Ludwig Planck** (23.04.1858 Kiel – 4.10.1947 Göttingen), saksa füüsik, kvantteooria looja. Nobeli füüsikapreemia 1918. Pärines intellektuaalide perekonnast, isa oli õigusteaduse professor. Lapsepõlves ilmnes Plancki andekus muusikas – mängis mitut muusikariista, komponeeris laule ja isegi oopereid. Ometi süüvis ta füüsikasse, mida hakkas õppima Münchenis, kuid jätkas Berliini ülikoolis, kus tema õpetajateks olid Kirchhoff ja Helmholtz. 1880–1885 oli eradotsent Münchenis, siis teoreetilise füüsika professor Kieli ülikoolis, kust 1889 kutsuti Berliini ülikooli Kirchhoffi järglaseks. Preisi TA liige, keiser Wilhelmi teadusnõukogu president kuni 1937. Natsistlikul Saksamaal oli ebasoosingus.

Teadustegevust alustas M. Planck termodünaamikas, avaldas töid entroopiast, termoelektrist, nõrklahuste teooriast. Hiljem määras mustkeha kiirgusvõime sõltuvuse lainepikkusest ja temperatuurist (***Plancki seadus)***. 1900 lõi hüpoteesi, et elektromagnetlained kiirgavad ja neelduvad energiakvantide kaupa (***Plancki konstant***). See hüpotees andis impulsi kvantteooria algusele ja arengule. Tuginedes kvantteooriale, tõestas absoluutse nulltemperatuuri saavutamatuse (termodünaamika kolmas seadus).

Mustkeha poolsfäärilise kiirgusvõime olenevus lainepikkusest antud temperatuuril on graafilisel kujul joonisel 15.3. Nähtub, et isotermjoontel funktsioonina lainepikkusest on maksimumväärtus (joonisel ühendatud punktiiriga). Antud lainepikkuse juures mustkeha kiirgusvõime temperatuuri tõustes kasvab. Lainepikkuse lähenemisel nullile ja lõpmatusele ligineb mustkeha kiirgusvõime nullile. Kiirguse miinimumväärtus ei ole võimalik, sest kiirgusintensiivsus temperatuuri tõustes alati kasvab. Temperatuuri tõustes nihkub kiirgusvõime maksimum lühema lainepikkuse poole. Seega, mida kõrgem on temperatuur, seda enam energiat kiiratakse lühema lainepikkuse alas. Seda kajastab Wieni nihkeseadus.




**Joonis 15.3. Mustkeha spektraalse kiirgusvõime olenevus lainepikkusest ja temperatuurist**

## 15.2.3 Wieni nihkeseadus

Plancki seadusest (samuti jooniselt 15.3) johtub, et mustkeha temperatuurimuutus ei mõjuta mitte ainult keha kiirgusvõimet, vaid ka kiirgusspektrit. Mustkeha temperatuuri tõusuga lühilainelise kiirguse osatähtsus integraalses kiirguses kasvab, mistõttu maksimumkiirguse asukoht joonel $I_0(\lambda, T)$ nihkub temperatuuri tõustes suurema sageduse (lühemate lainete) poole. Wieni nihkeseadus seostabki omavahel mustkeha kiirgusvõime maksimumväärtusele vastava lainepikkuse ja temperatuuri. Wieni nihkeseadus on tuletatav mustkeha Plancki kiirgusseadusest, kui ilmutada selle võrrandi lahend maksimaalse kiirgusega kohas:

$$\frac{\partial I_{0\lambda}}{\partial \lambda} = \left(1 - \frac{1}{5}\frac{c_2}{\lambda T}\right)\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 = 0. \tag{15-2}$$

Transtsendentse võrrandi (15-2) lahendamine annab, et kohas

$$\frac{c_2}{\lambda T} = 4,965$$

on mustkeha kiirgusvõime suurim.

Olgu antud temperatuuril mustkeha maksimaalsele kiirgusintensiivsusele vastav lainepikkus $\lambda_m$, siis

$$\lambda_m T = 2,898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}. \tag{15-3}$$

Viimane valem esitabki Wieni nihkeseaduse, mis väidab, et antud temperatuuril on mustkeha maksimaalsele kiirgusvõimele vastava lainepikkuse $\lambda_m$ ja temperatuuri $T$ korrutis konstantne. Arvu $b = 2,898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$ tuntakse kui Wieni nihkeseaduse konstanti.

Ilmutades viimasest seosest maksimaalse lainepikkuse $\lambda_m$ ja asetades selle Plancki valemisse (15-1), saame arvutusvalemi seosele mustkeha temperatuuri ja sellele vastava maksimaalse kiirgusvõime vahel

$$I_{0\lambda m} = 1,286 \cdot 10^{-5} T^5\ \ \mathrm{W/(m^2 \cdot m)}. \tag{15-4}$$

Selgub, et mustkeha maksimaalne kiirgusvõime on võrdeline absoluutse temperatuuri viienda astmega.

Wieni nihkeseaduse kasutamine võimaldab Plancki valemile anda dimensioonita kuju. Selleks jagame omavahel võrrandid (15-1) ja (15-4):

$$\frac{I_{0\lambda}}{I_{0\lambda m}} = \frac{c_1}{c_3(\lambda T)^5(\exp\frac{c_2}{\lambda T} - 1)},$$

kus $c_3$ – valemis (15-4) esinev arvkordaja.

Asendades viimases valemis esineva temperatuuri lainepikkusega avaldisest (15-3), saame

$$\frac{I_{0\lambda}}{I_{0\lambda m}} = I\left(\frac{\lambda}{\lambda_m}\right). \tag{15-5}$$

Viimase valemi kohaselt ei ole Plancki seadus antud temperatuuri kaudu, vaid universaalsena suhtest $\lambda/\lambda_m$. Kiirguse maksimum vastab väärtustele $I_{0\lambda} / I_{0\lambda m} = 1$ ja $\lambda/\lambda_m = 1$.



**Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien** (13.01.1864 Fischhausen, Ida-Preisimaa – 30.08.1928 München), saksa füüsik. Nobeli füüsikapreemia 1911. Aastal 1882 astus Göttingeni ülikooli õppima matemaatikat ja loodusteadusi, ühtlasi oli seotud Berliini ülikooliga. 1883–1885 töötas Helmholtzi juhitavas laboratooriumis, tema juhendamisel omandas 1886 doktorikraadi valguse difraktsiooni teemal. 1886–1899 õpetas Aacheni tehnikakõrgkoolis, 1900 sai Röntgeni järglaseks Würzbergi ülikoolis. Aastast 1920 kuni elu lõpuni Müncheni ülikooli professor.

1896 leidis katsete teel mustkeha kiirgusjaotuse seaduspärasuse, mida hiljem täiustas kvantfüüsik Max Planck (Plancki seadus).

1900 formuleeris tema nime kandva ***Wieni nihkeseaduse***. Andis tõsise panuse elementaarosakeste füüsikasse (alates 1913 koostöö Ernest Rutherfordiga), uuris ioniseeritud gaasi jugasid, tõestas aineosakeste seisumassi elektromagnetilise päritolu, leiutas mass-spektromeetri jne. Mitme akadeemia (Berliini, Göttingeni, Viini, Stockholmi, Washingtoni) liige.

## 15.2.4 Rayleigh'-Jeansi seadus

Rayleigh'-Jeansi seadus, mis on tuletatav Plancki seadusest, käsitleb mustkeha kiirgusvõimet pikalainelises piirkonnas. Arendades valemi (15-1) nimetajas esineva liikme ritta

$$\exp\frac{c_2}{\lambda T}-1=1+\frac{c_2}{\lambda T}+\frac{1}{2!}\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right)^2+\frac{1}{3!}\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right)^3+\ldots-1$$

ning arvestades ainult rea teist liiget, saame seose (15-1) alusel

$$I_{\lambda 0}=\frac{c_1}{c_2}\frac{T}{\lambda^4}. \qquad (15\text{-}6)$$

Viimane valem väljendabki Rayleigh'-Jeansi seadust. See on rakendatav täpsusega kuni 1% siis, kui $\lambda T > 0{,}8$ m·K.

Rayleigh'-Jeansi seaduse avastas 1900. aastal Rayleigh ja 1905. aastal James Jeans.



**John William Strutt, lord Rayleigh** (12.11.1842 Maldon, Essex – 30.06.1919 Witham, Essex), inglise füüsik, Londoni Kuningliku Seltsi liige (1873), selle president (1905–1908). Nobeli preemia 1904. Õppis 1861–1865 Trinity kolledžis Cambridge'is. Aastast 1879 eksperimentaalfüüsika professor Cambridge'is, töötas Cavendishi laboratooriumis. Naasis 1884 kodukohta Essexis, kus jätkas katseid, tegutsedes aastail 1887–1905 ühtlasi loodusfilosoofia professorina Cambridge'i ülikoolis.

Rayleigh' teadustöö hõlmab enamikku füüsikaharudest. Tähelepanuväärseimad olid tema uuringud laineteooria (akustika, valguse ja heli levimise) alal. Tuntud on ***Rayleigh'-Jeansi kiirgusseadus***. Vabakonvektsiooni väljendamiseks on kasutusel ***Rayleigh' arv*** **Ra.**

Töid hüdrodünaamika, optika, gaaside tiheduse, elastsuse, kapillaarsuse, viskoossuse valdkonnas. Viimastel eluaastatel paelusid teda peamiselt uurimistööd magnetismi ja elektri alal. Avastas 1894 argooni (koos William Ramsay'ga).

### 15.2.5 Stefani-Boltzmanni seadus

Stefani-Boltzmanni seadus määrab mustkeha poolsfäärilise integraalse kiirgusvõime (kiirgusintensiivsuse) temperatuuriolenevuse (ajaühikus pinnaühiku kohta). Seadus on otseselt tuletatav Plancki seadusest, kui integreerida valemit (15-1) lainepikkuste vahemikus 0 – ∞:

$$I_0 = \int_0^\infty I_{0\lambda}\,\mathrm{d}\lambda = \int_0^\infty \frac{\mathrm{c}_1}{\lambda^5\left(\exp\frac{\mathrm{c}_2}{\lambda T}-1\right)}\,\mathrm{d}\lambda. \tag{15-7}$$

Tulemuseks saame

$$I_0 = \sigma_0 T^4, \tag{15-8}$$

kus

$$\sigma_0 = \frac{2\pi^5 k^4}{15\,\mathrm{c}_0^2 h^3} = 5{,}6705\cdot 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4\text{)} \text{ – Stefani-Boltzmanni konstant.}$$

Valem (15-8) esitabki Stefani-Boltzmanni seaduse.

Stefani-Boltzmanni valem on tuletatav ka termodünaamika seadustest lähtuvalt. Selleks vaatleme elastsete seintega suletud süsteemi, kus valitseb absoluutne vaakum. Eeldame, et pinna temperatuur on üks ja seesama ja ajas muutumatu. Seega on süsteem termodünaamilises tasakaalus. Pind kiirgab energiat samapalju, kui ta seda neelab. Pinnale langevad footonid avaldavad sellele rõhku võrdeliselt oma energiaga. Et süsteem on termodünaamilises tasakaalus, siis on tegemist igas suunas võrdselt leviva difuusse kiirgusega ning rõhu ühtlase jaotusega üle kogu pinna (Pascali seadus). Seepärast on footonite poolt seinale avaldatav rõhk võrdne ühe kolmandikuga nende energiast mahuühiku kohta (molekulide põrgetest vastu seina põhjustatava rõhu analoog, p 1.5.1). Süsteemisisese rõhu tasakaalustab ümbruskeskkonna rõhk.

Meie vaadeldava süsteemi entroopia diferentsiaal (p 2.1.9)

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{T}\mathrm{d}U + \frac{p}{T}\mathrm{d}V,$$

kus $T$ – pinna absoluutne temperatuur, $p$ – pinnale mõjuv rõhk, $U$ – süsteemi siseenergia (footonite energia), $V$ – süsteemi maht.

Teeme eelmisse võrrandisse asendused

$$p = \frac{U}{3}$$

ja

$$U = uV,$$

siis pärast diferentseerimist ja mõningaid teisendusi entroopia diferentsiaal

$$\mathrm{d}S = \frac{V}{T}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T}\mathrm{d}T + \frac{4}{3}\frac{u}{T}\mathrm{d}V\,,$$

kus $u$ on süsteemi siseenergia mahuühiku kohta.

Kuna entroopia on olekufunktsioon (p 2.1.9), siis järeldub viimasest valemist, et

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\mathrm{V}} = \frac{V}{T}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T}$$

ja

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{\mathrm{T}} = \frac{4}{3}\frac{u}{T}.$$

Diferentseerime esimest valemit mahu ja teist temperatuuri järgi, siis

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T} = \frac{4}{3}\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T} - \frac{4}{3}\frac{u}{T^2}.$$

Saadud valemist järeldub, et

$$\frac{\mathrm{d}u}{u} = 4\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

ehk

$$u = aT^4\,,$$

kus $a$ on integreerimiskonstant.

Näeme, et saadud avaldis on ekvivalentne Stefani-Boltzmanni seadusega.

Katsete põhjal leidis valemi esimesena J. Stefan aastal 1879, teoreetiliselt põhjendas seda L. Boltzmann (1884), omanimelisest seadusest lähtudes tuletas valemi ka M. Planck (1901).

Tavaarvutustes on valemit (15-8) mugav kasutada kujul

$$I_0 = \mathrm{c}_0\left(\frac{T}{100}\right)^4, \qquad (15\text{-}9)$$

kus $\mathrm{c}_0 = 5{,}6705$ W/(m$^2$·(K/100)$^4$) – Stefani-Boltzmanni tegur, mis sisult on samaväärne konstandiga $\sigma_0$.

Stefani-Boltzmanni seaduse kohaselt sõltub mustkeha poolsfääriline integraalne kiirgusvõime ainult temperatuurist selle neljandas astmes.

Mustkeha integraalne kiirgusvõime antud temperatuuril on ekvivalentne pindalaga Plancki joone all lainepikkuste vahemikus 0 – ∞ koordinaadistikus $I_{\lambda 0} = I_0(\lambda,T)$.



**Josef Stefan** (24.03.1835 St. Peter, Klagenfurti läh, Austria – 7.01.1893 Viin), austria füüsik, rahvuselt sloveen. Lõpetas Viini ülikooli (1857). Oli Viini ülikooli füüsikaprofessor, Austria TA liige (1865), selle asepresident (1885), Viini füüsikainstituudi direktor. Tegeles uurimistööga mitmes füüsika harus (elektromagnetiline induktsioon, termomagnetilised efektid, optiline interferents, difusioon jt). Keskseimal kohal olid uurimused soojusfüüsikas (soojusjuhtivus, gaaside kineetiline teooria, soojuskiirgus). Tähtsaimaks peetakse tema katselist avastust soojuskiirguse intensiivsuse sõltuvuse kohta absoluutsest temperatuurist. Avastuse täpset kehtivust vaid mustkiirguri osas näitas Stefani üliõpilane Ludwig Boltzmann, kes ühtlasi vihjas selle teoreetilisele olemusele (***Stefani-Boltzmanni seadus***).

Stefani-Boltzmanni seadus väljendab mustkeha kiirgusvõimet lainepikkustel $0 - \infty$, kuid sageli on vaja teada mustkeha integraalset kiirgust teatud lainepikkuste vahemikus, näiteks vahemiku $0 - \lambda$ jaoks:

$$I_{0,0-\lambda} = \int_0^{\lambda} I_{0\lambda}\,\mathrm{d}\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{c_1}{\lambda^5\left(\exp\frac{c_2}{\lambda T} - 1\right)}\,\mathrm{d}\lambda. \tag{15-10}$$

Määratud integraal (15-10) on analüütiliselt raskesti lahendatav, lihtsam on arvutusi teha mustkeha kiirgusfunktsiooni abil:

$$\mathrm{F}_{\lambda}(T) = \frac{\int_0^{\lambda} I_{0\lambda}\,\mathrm{d}\lambda}{\sigma_0 T^4}. \tag{15-11}$$

Mustkeha kiirgusfunktsioon kujutab endast mustkeha kiirgusenergiavoogu vahemikus $0 - \lambda$ antud temperatuuril suhtena mustkeha poolsfäärilisse integraalsesse kiirgusesse samal temperatuuril. Mustkeha kiirgusfunktsiooni väärtusi võib leida käsiraamatute tabelitest.

Mustkeha kiirgusvõime väärtuse antud temperatuuril ja lainepikkuste vahemikus $\lambda_1$–$\lambda_2$ saab samuti leida mustkeha kiirgusfunktsiooni abil:

$$\mathrm{F}_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = \mathrm{F}_{\lambda_1}(T) - \mathrm{F}_{\lambda_2}(T),$$

kus $\mathrm{F}_{\lambda_1}(T)$ ja $\mathrm{F}_{\lambda_2}(T)$ on vastavalt mustkeha kiirgusfunktsioon lainepikkusel $\lambda_1$ ja $\lambda_2$ temperatuuril $T$.

Stefani-Boltzmanni seadusel on põhjapanev tähtsus kiirgussoojuslevi ülesannete lahendamisel, eriti just inseneripraktikas.

### 15.2.6 Lamberti seadus

Kehad kiirgavad energiat igas suunas. Nagu mainisime, nimetatakse ruuminurka vahemikus 0–180° paiskuvat kiirgust poolsfääriliseks. Valemid (15-8) ja (15-9) väljendavad mustkeha poolsfäärilist kiirgusintensiivsust. Siit aga ei järeldu, et pinnakiirguse intensiivsus igas suunas oleks ühesugune. Lamberti seadus sedastabki kiirgavalt pinnalt lähtuva kiirguse olenevuse suunanurgast. Lähtugu elementaarpinnalt d$F_1$ kiirgus teise keha elementaarpinnale d$F_2$ (kujutatud joonise 15.4 B-osal). Pindade vahekaugus olgu $r$ ning ruuminurk $\omega$, mille all punktist O pinnalt d$F_1$ nähakse pinda d$F_2$. Nurk ruuminurga $\omega$ sihi ja pinna d$F_1$ normaali vahel olgu $\theta$. Lamberti seaduse kohaselt pinnalt d$F_1$ nurga $\theta$ all pinnale d$F_2$ jõudev integraalne kiirgusvool

$$\mathrm{d}^2Q_\theta = I_\mathrm{n} \cos\theta \, \mathrm{d}F_1 \mathrm{d}\omega, \tag{15-12}$$

kus $I_\mathrm{n}$ on pinnalt d$F_1$ lähtuv normaalisuunaline integraalne kiirgusvoog.

Valem kehtib ka spektraalsele kiirgusvoolule ning seda tuntakse ka veel Lamberti koosinusseadusena.

Kujutame, et pind d$F_2$ liigub mööda poolkera pinda raadiusega $r$. Siis jääb ruuminurk d$\omega$ = d$F_2/r^2$ püsivaks ega sõltu kiirguse suunast ning pinnalt d$F_1$ ruuminurka d$\omega$ paisatav kiirgusvoog on võrdne pinnanormaalisuunalise kiirgusvoo $I_\mathrm{n}$ ning pinnanormaali ja ruuminurga suuna vahelise nurga $\theta$ koosinuse korrutisega.

Kuna valem (15-12) kehtib ka spektraalsele kiirgusele, siis pinnalt d$F_1$ lähtuv spektraalne kiirgusvoog suunal, mis moodustab pinnanormaaliga nurga $\theta$,

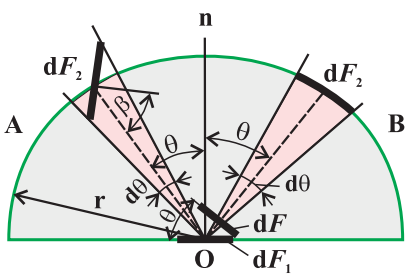
$$I_{\theta\lambda} = \frac{\mathrm{d}^2Q_{\theta\lambda}}{\mathrm{d}F_1 \mathrm{d}\omega} = I_{\mathrm{n}\lambda}\cos\theta.$$

Integraalne kiirgusvoog (kogu lainepikkuste vahemikus)

$$I_\theta = \frac{\mathrm{d}^2Q_\theta}{\mathrm{d}F_1 \mathrm{d}\omega} = I_\mathrm{n}\cos\theta,$$

seejuures

$$Q_\theta = \int_0^\infty Q_{\theta\lambda}\mathrm{d}\lambda.$$




**Joonis 15.4. Lamberti seadust selgitav joonis: A – pind d$F_2$ paikneb normaali suhtes nurga $\beta$ all; B – pinna d$F_2$ normaal suundub punkti O**

Suurusi $I_{\theta\lambda}$ ja $I_\theta$ nimetatakse vastavalt pinna spektraalseks ja integraalseks nurkkiirgusvooks ehk ka spektraalseks ja integraalseks nurkkiirgusintensiivsuseks. Nurkkiirgusvoog on antud pinna d$F_1$ kohta. Suurused $I_{n\lambda}$ ja $I_n$ on vastavalt pinnalt $F_1$ selle normaali suunas lähtuv spektraalne ja integraalne kiirgusvoog.

Valemis (15-12) esinev kompleks $\cos\theta\,\mathrm{d}F_1$ on pinna d$F_1$ projektsioonipind d$F$, mille normaal ühtib nurkkiirguse suunaga (joonis 15.4). Nimetame pinna d$F$ ja ruuminurga ühiku kohta tuleva integraalse kiirgusvoo suundkiirgusvooks ja tähistame $I_p$, siis

$$I_p = \frac{\mathrm{d}^2 Q_\theta}{\mathrm{d}F\,\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}^2 Q_\theta}{\cos\theta\,\mathrm{d}F_1\,\mathrm{d}\omega} = \frac{I_\theta}{\cos\theta} = I_n$$

ehk samuti spektraalne suundkiirgusvoog

$$I_{p\lambda} = \frac{\mathrm{d}^2 Q_{\theta\lambda}}{\mathrm{d}F\,\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}^2 Q_{\theta\lambda}}{\cos\theta\,\mathrm{d}F_1\,\mathrm{d}\omega} = \frac{I_{\theta\lambda}}{\cos\theta} = I_{n\lambda}\,.$$

Seega Lamberti seaduse kohaselt on suundkiirgusvoog kui nurkkiirgusvoo ning kiirgust lähetava pinna normaali ja kiirguse suuna vahelise nurga $\theta$ koosinuse jagatis võrdne kiirgavalt pinnalt lähtuva normaalisuunalise kiirgusvooga ega sõltu nurgast $\theta$. Pinnalt lähtuvat suundkiirgust, mis ei sõltu pinnanormaali ja kiirguse suuna vahelisest nurgast, tuntakse difuusse ehk isotroopse kiirgusena. Mustkeha kiirgus on difuusne.

Suurima koguse pinnalt d$F_1$ lähtuvast kiirgusest võtab vastu pind d$F_2$ siis, kui nurk $\theta = 0$ (normaalisuunaline kiirgus). Nurga $\theta$ suurenemisel satub pinnale d$F_2$ üha vähem pinnalt d$F_1$ lähtuvast kiirgusest.

Kui minna üle sfäärilisse koordinaadistikku joonisel 15.5 esitatud skeemi kohaselt, siis ruuminurk

$$\mathrm{d}\omega = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\psi$$

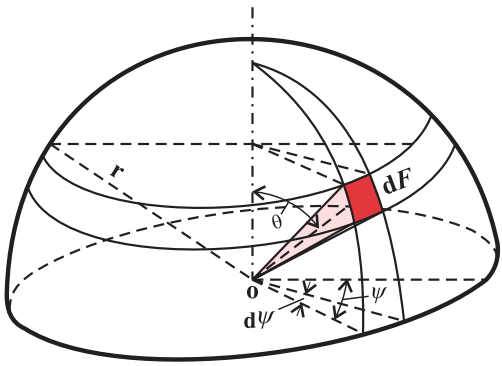
ja valem (15-12) võtab kuju

$$\mathrm{d}^2 Q_\theta = I_{n1}\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\psi\,\mathrm{d}F\,. \tag{15-13}$$

Integreerime saadud avaldist üle poolsfääri:

$$\mathrm{Q} = I_n \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\psi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\mathrm{d}\theta \int_{F1} \mathrm{d}F_1 = 2\pi I_n \left[\tfrac{1}{2}\sin^2\theta\right]_0^{\pi/2} =$$

$$= \pi I_n F_1 = \pi Q_n\,. \tag{15-14}$$




**Joonis 15.5. Ruuminurga $\omega$ määramist selgitav skeem**

Kiirgusvoog pinnaühiku kohta

$$I = \frac{Q}{F_1} = \sigma_0 T^4 = \pi I_{\mathrm{n}}. \tag{15-15}$$

Seega pinna normaalisuunaline kiirgusvoog on $\pi$ korda väiksem kogukiirgusvoost (poolsfäärilisest integraalsest kiirgusest).

Arvestades viimast seost, võib Lamberti seadusele anda kuju

$$\mathrm{d}^2\mathrm{Q}_\theta = \frac{I}{\pi}\cos\theta\,\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}F_1 = \frac{I}{\pi r^2}\cos\theta\,\mathrm{d}F_1\,\mathrm{d}F_2. \tag{15-16}$$

Valem kehtib juhtumil, kui pind $\mathrm{d}F_2$ asetseb pinda $\mathrm{d}F_1$ ümbritseval poolsfääril ning paikneb nii, et pinna $\mathrm{d}F_2$ normaal ja pinna $\mathrm{d}F_1$ keskpunkt on ühel sirgel (joonis 15.4, osa B). Kui aga pind $\mathrm{d}F_2$ paikneb pindu ühendava sirge ja pinna $\mathrm{d}F_2$ normaali suhtes nurga $\beta$ all (joonis 15.4, osa A), saab Lamberti seadus kuju

$$\mathrm{d}^2 Q_\theta = \frac{I}{\pi r^2}\cos\theta\cos\beta\,\mathrm{d}F_1\,\mathrm{d}F_2. \tag{15-17}$$



**Johann Heinrich Lambert** (26.08.1728 Mülhausen, Elsass – 25.09. 1777 Berliin), saksa füüsik, matemaatik, astronoom, filosoof. Vaese rätsepa pojana töötas isa käealusena, ametnikuna vabrikus, ajalehetoimetuses, koduõpetajana perekonnas. Silmaringi teaduses omandas iseõppijana. Euleri kutsel siirdus 1764 Preisi TA juurde. Väljapaistva teadlasena pälvis Preisi kuninga Friedrich II soosingu.

Võttis kasutusele hüperboolsed funktsioonid, oletas mitteeukleidilise ruumi võimalikkust. Uuris valguse intensiivsust, leiutas fotomeetri ja hügromeetri. Töid ka fotomeetria, kartograafia, komeetide liikumise alalt. Esitas kiirgusjaotuse (esmalt valguskiirguse) seaduse, mille järgi kiirguse intensiivsus jaotub ruumis koosinusseaduse kohaselt (***Lamberti seadus***). Rangelt kehtib see seadus mustkiirguri korral.

Filosoofina oli kirjavahetuses I. Kantiga, olles temaga mitmes küsimuses lahkarvamusel. Lamberti peateos filosoofias „Uus organon" (1764) on pälvinud tähelepanu.

Sellisel juhul

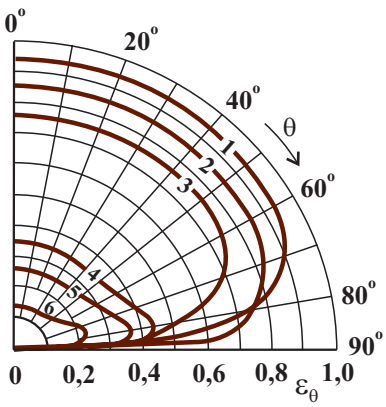
$$\mathrm{d}\omega = \frac{\cos\beta}{r^2}\mathrm{d}F_2 .$$

Valemid (15-16) ja (15-17) on kehadevahelise kiirgussoojusvahetuse arvutamise alus.

Lamberti seadus määrab kiirgusenergia suunalise jagunemise juhul, kui kiirgav pind on lõpmatult väike, nagu ka ruuminurk. Pinnalt $\mathrm{d}F_1$ lähtuva kiirguse määramine lõpliku ruuminurga korral eeldab Lamberti võrrandi integreerimist üle kogu etteantud ruuminurga. Selleks et saada teada kiirguse jagunemist ruumis keha lõplike mõõtmete ja suvalise kuju korral, tuleb summeerida keha (kehade) elementaarpindadelt vastavates suundades lähtuvad kiirgusvood.

Lamberti seadus kehtib rangelt ainult mustkeha ja difuusse kiirguse korral. Reaalsele kehale rakendub Lamberti seadus ainult nurga $\theta$ teatud väärtuseni, mis omakorda sõltub kiirgava pinna omadustest. Joonisel 15.6 on polaarkoordinaadistikus näitena toodud suhte $\varepsilon_\theta = I_\theta/I_{0\theta}$ olenevus nurgast $\theta$. Tegur $\varepsilon_\theta$ väljendab siin vaadeldava keha pinnalt nurga $\theta$ all väljuva kiirgusvoo suhet mustkehalt lähtuvasse kiirgusvoogu $I_{0\theta}$. Mustkehale $\varepsilon_\theta = 1$.

Lamberti seaduse kehtimisel on suhtarvul $\varepsilon_\theta$ üks ja seesama väärtus mis tahes nurga $\theta$ juures. Tegelikult, nagu jooniselt nähtub, alates nurga $\theta$ teatud väärtusest täheldatakse kas suuremat või väiksemat hälvet Lamberti seadusest. Hälbe väärtus sõltub eelkõige pinna struktuurist ja aine omadustest. Kareda pinna korral algab $\varepsilon_\theta$ kahanemine nurga $\theta$ vahemikus 60–70°, millele järgneb kiire langus nulli poole. Poleeritud metalse pinna korral alates nurgast $\theta > 40°$ suhe $\varepsilon_\theta$ esialgu tõuseb ning seejärel hakkab samuti lähenema nullile.




**Joonis 15.6. Reaalse keha kiirgusintensiivsuse muutus olenevana polaarnurgast $\theta$ (nn kiirguse indikatriss):**
**1 – puit, 2 – korund, 3 – oksüdeeritud vask, 4 – vismut, 5 – pronks, 6 – messing**

## 15.3 Keha kiirgusomadused

### 15.3.1 Kiirgustegur

Kiirgussoojusülekanne kehade vahel sõltub tugevasti selles protsessis osalevate kehade kiirgusomadustest, milleks on näiteks pinna kiirgus-, neelde- ja peegeldustegur.

Mustkeha kiirgusomadused on hästi teada, need on matemaatiliselt kirjeldatavad. Tegelikkuses aga valitsevad kehad, mille kiirgusomadused erinevad mustkeha omadest. Niisiis tuleb iseloomustada ja teada reaalsete kehade kiirgusomadusi aluseks (etaloniks) võetud mustkeha kiirguskarakteristikutega võrrelduna. Võrdluseks väljendatakse keha kiirgusomadused kõige sagedamini dimensioonita suurustena.

Kui keha kiirgust läbi ei lase, siis on kehadevahelises kiirgussoojusvahetuses määrava tähtsusega keha välispinna omadused. Keha soojuskiirguse ja soojuse neeldumise puhul on olulised vaid nähtused, mis piirduvad keha mõne mikromeetri paksuse väliskihiga. Niisiis mõjutab kiirgust mitteläbilaskva keha kiirgussoojusvahetust väga olulisel määral pinna struktuur.

Keha, mis laseb läbi osa talle langevast kiirgusest, teise osa aga peegeldab tagasi ja neelab, nimetatakse kiirgust poolläbilaskvaks kehaks. Kiirgust osaliselt läbilaskev keha kiirgab ja neelab energiat keha pinnalt, kuid neeldumises osaleb ka keha ruum. Sellised kehad on osaliselt kiirgust läbilaskev tahkis, vedelik, gaas ja aur. Näiteks lasevad klaas ja vesi hästi läbi valguskiirgust, kuid on praktiliselt läbipaistmatud infrapunakiirgusele. Seetõttu on oluline teada materjalide kiirgusomadusi lainepikkuse eri piirkondades.

Alljärgnevas vaatleme keha pinna kiirgusomadusi. Keha (gaasi) ruumilisi kiirgusomadusi käsitletakse jaotises 15.6.

Kõigil looduses esinevatel kehadel on ebaühtlase jaotusega kiirgusspekter. Hindamaks reaalse keha kiirgusvõimet mustkeha kiirgusvõime suhtes on kasutusele võetud kehapinna kiirgusteguri, ühtlasi mustsusastme (tavatähis $\varepsilon$) mõiste, mis võrdleb üldjuhul reaalse keha kiirgusvõimet mustkeha kiirgusvõimega samal temperatuuril. Et reaalse keha kiirgusvõime samadel tingimustel on alati väiksem mustkeha kiirgusvõimest, saab tema kiirgustegur olla vaid $\varepsilon < 1$, näidates sisuliselt, kui lähedane on vaadeldav keha kiirgusvõimelt mustkehale. Mustkeha kiirgustegur $\varepsilon = 1$.

Kiirgustegur ei ole üldjuhul püsisuurus, sõltudes keha temperatuurist ning pinnalt lähtuva kiirguse suunast ja lainepikkusest. See asjaolu tingib vajaduse kasutada eritähenduslikke kiirgustegureid.

Kiirgustegurit, mis näitab pinnalt antud lainepikkusel lähtuva kiirgusvoo suhet mustkehalt samal lainepikkusel lähtuvasse kiirgusvoosse, nimetatakse spektraalseks kiirgusteguriks ehk spektraalseks mustsusastmeks (tähis $\varepsilon_\lambda$). Seega on tegur $\varepsilon_\lambda$ keha kiirgusvõime suhe mustkeha kiirgusvõimesse samal lainepikkusel ja temperatuuril ($I_\lambda$):

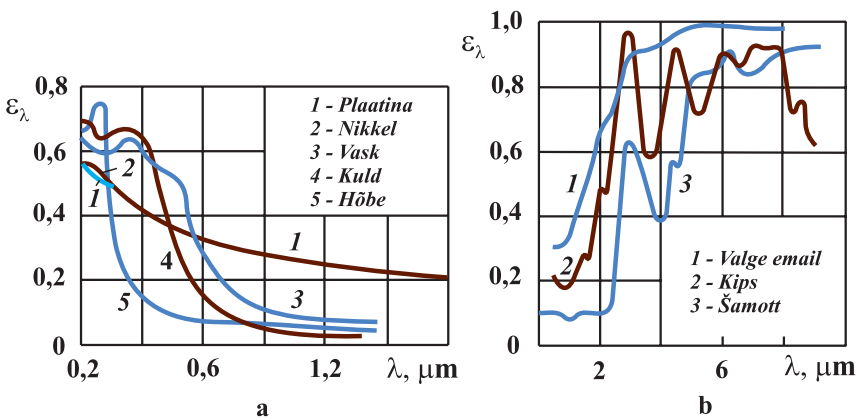
$$\varepsilon_\lambda = \frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}}. \qquad (15\text{-}18)$$

Kiirgustegur on aine füüsikaline omadus. Spektraalne kiirgustegur on üsna keerukas funktsioon lainepikkusest ja temperatuurist, nagu see nähtub ka jooniselt 15.7, kus on toodud mõne materjali spektraalse kiirgusteguri sõltuvus lainepikkusest.

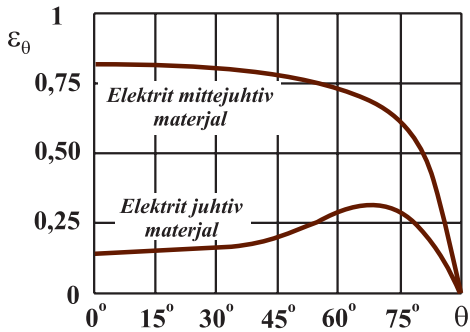
Üldjuhul metalli spektraalne kiirgustegur lainepikkuse suurenedes infrapunases piirkonnas langeb. Oluline on materjali pinnastruktuur. Mida karedam on pind, seda suurem on kiirgustegur (see on kehtiv ka mittemetalse materjali puhul). Metalli spektraalne kiirgustegur kasvab temperatuuri tõusuga, esimeses lähenduses võrdeliselt ruutjuurega absoluutsest temperatuurist.

Mittemetalse aine spektraalsel kiirgusteguril on kalduvus suureneda lainepikkuse kasvuga. Ka siin on oluline pinna seisund (nt karedus). Mittemetalse keha spektraalne kiirgustegur oleneb temperatuurist suhteliselt nõrgalt, kusjuures on täheldatav suundumus teguri langusele temperatuuri tõusul.

Pinna kiirgusvõimet teatud kindlas suunas iseloomustab suundkiirgustegur (tähis $\varepsilon_\theta$, kus $\theta$ on pinna normaali ja kiirgusvihu vaheline nurk). Teatavasti tuntakse pinda, millelt lähtuv suundkiirgusvoog ei sõltu suunast, kui difuusset pinda ja seda kiirgust difuusse kiirgusena. Difuusne kiirgus allub Lamberti seadusele. Reaalse keha pinnalt lähtuv kiirgus ei ole difuusne, nagu seda on mustkeha oma. Seetõttu on ka suundkiirgustegur funktsioon nurgast $\theta$ pinnanormaali ja kiirguse suuna vahel (polaarnurk). Elektrijuhi ja elektrit mittejuhtiva materjali suundkiirgusteguri olenevust nurgast $\theta$ näeb jooniselt 15.8. Kiirgustegurit $\varepsilon_\theta$ võib esimeses lähenduses vaadelda nurgast sõltumatuna metallipinna korral kuni nurgani $\theta$ = 40°, mittemetalse materjali puhul kuni nurgani 70°. Nurga $\theta$ mõju suundkiirgustegurile nähtub ka jooniselt 15.6.




**Joonis 15.7. Spektraalse kiirgusteguri olenevus lainepikkusest: a) metallid, b) mittemetallid**




**Joonis 15.8. Kiirgusteguri olenevus kiirguse suunast**

Kiirgussoojusülekande igapäevaülesannete lahendamisel lähtutakse tavaliselt eeldusest, et kiirgav pind on difuusne ja suundkiirgustegur võrdub pinna normaalisuunalise kiirgusteguriga ($\theta = 0$). See eeldus põhjustab arvutustes teatud vea, mis ei ole aga kuigi suur, sest suundkiirgusteguri väärtus erineb normaalisuunalisest kiirgustegurist enim just suurte polaarnurkade piirkonnas. Edasises lähtume meiegi nimetatud eeldusest ja vaatleme kiirgust difuussena.

Niisiis selgus, et keha pinnakiirgus on üldjuhul spektraalne ja suunast olenev, mida võrreldes mustkeha kiirgusega korrigeerivad spektraalne ja suundkiirgustegur. Pinnalt igas suunas lahkuv kiirgus on tuntud kui poolsfääriline kiirgus, mida iseloomustab poolsfääriline kiirgustegur. Seega on poolsfääriline spektraalne kiirgustegur antud temperatuuril pinnalt igas suunas kindla lainepikkusega lähtuva kiirgusvoo suhe mustkehalt samal lainepikkusel väljuvasse kiirgusvoogu. Poolsfääriline integraalne kiirgustegur ehk lihtsamalt integraalne kiirgustegur on aga kõigil lainepikkustel pinnalt lähtuva kogu kiirgusvoo suhe mustkeha pinnalt lähtuvasse poolsfäärilisse integraalsesse kiirgusvoogu. Seega integraalne kiirgustegur

$$\varepsilon = \frac{I}{I_0} = \frac{I}{\sigma_0 T^4}, \tag{15-19}$$

kus $I$ – keha pinnalt lähtuv poolsfääriline integraalne kiirgusvoog (kiirgusvõime), $I_0$ – mustkeha poolsfääriline integraalne kiirgusvõime.

Viimase valemi alusel kehapinna poolsfääriline integraalne kiirgusvõime

$$I = \varepsilon \sigma_0 T^4 . \tag{15-20}$$

Kuna käsitame kiirgust difuussena, siis pinna poolsfääriline integraalne kiirgusvõime lainepikkuste vahemikus 0 – ∞

$$I = \int_0^\infty I_\lambda \mathrm{d}\lambda = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda . \tag{15-21}$$

Integraalne kiirgustegur on antud pinna korral sõltuv ainult temperatuurist.

Inseneripraktikas ettetulevate kiirgusülesannete lahendamisel käsitletakse kiirgust enamikul juhtudel hallkiirgusena ja kiirguspinda hallpinnana. Hallkiirguse korral ei sõltu keha spektraalne kiirgustegur antud temperatuuril lainepikkusest ja on püsisuurus, seega on kehalt lähtuva spektraalse kiirgusvoo suhe mustkehalt lähtuvasse spektraalsesse kiirgusvoogu kogu spektri ulatuses muutumatu. Ülesanne taandatakse hallkiirguse ülesandeks joonisel 15.9 esitatud skeemi kohaselt.

Kõik joonisel toodud kõverad vastavad keha ühele ja samale temperatuurile. Tähistagu joon *1* mustkeha ja joon *2* reaalse keha kiirgusvõime sõltuvust lainepikkusest (reaalse keha kiirgusspekter). Nagu eespool näidatud, võib eri ainetest reaalse keha pinna kiirgusspekter olla täiesti erineva kujuga, milles on nii tõuse kui ka mõõnu. Paljudel juhtudel jäljendab reaalse keha pinna kiirgusvõime olenevus lainepikkusest kaudselt mustkeha kiirgusspektri joone kuju. Reaalse keha integraalse kiirgusvõime taandamine hallkeha integraalsele kiirgusvõimele seisneb viimase võrdsustamises reaalse keha integraalse kiirgusvõimega samal temperatuuril.

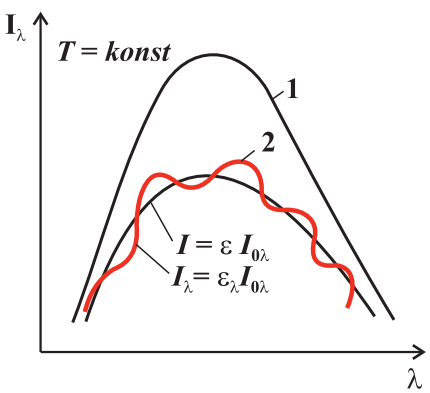
Järelikult peavad reaalse keha ja hallkeha spektraalset kiirgusvõimet väljendavate kõverate alused pindalad $I_\lambda$-$\lambda$-diagrammil olema võrdsed:

$$I = \varepsilon \sigma_0 T^4 = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda .$$

Siit keha integraalne kiirgustegur (hallkeha mustsusaste)

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda}{\sigma_0 T^4} . \qquad (15\text{-}22)$$

Saadud võrrandi integreerimiseks peab teada olema keha pinna spektraalne kiirguskarakteristik antud temperatuuril.




**Joonis 15.9. Hallkeha kiirgust selgitav diagramm**

Kuna hallkeha kiirgustegur on püsisuurus, siis võib spektraalse kiirgusteguri $\varepsilon_\lambda$ valemist (15-22) tuua integraali märgi ette ning näeme, et $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$. Seega moodustab hallkeha pinnalt antud temperatuuril lähtuv kiirgusvoog teatud osa mustkeha integraalsest soojusvoost samal temperatuuril.

Kuna hallkeha kiirgustegur ei sõltu lainepikkusest ja on ainult temperatuurifunktsioon, siis on isotermjooned $I_\lambda$-$\lambda$-tasapinnal erinevate $\varepsilon$ väärtuste juures sarnased mustkeha isotermjoonega samal temperatuuril.

Kiirgustegur $\varepsilon$ ei olene ainult materjali omadustest, vaid ka pinna seisundist. Seepärast iseloomustatakse käsiraamatutes toodud integraalset (hallkeha) kiirgustegurit ka pinna seisundi kaudu.

Näiteks tabelist 15.1 nähtub, et kui messingi poleeritud pinna kiirgustegur on vahemikus 0,03–0,04, siis sama materjali krobelise oksüdeerunud pinna kiirgustegur on kordi suurem.

**Tabel 15.1. Materjalide integraalseid kiirgustegureid**

| Materjal | Temperatuur °C | Kiirgustegur | Materjal | Temperatuur °C | Kiirgustegur |
|---|---|---|---|---|---|
| **Metallid** | | | | | |
| Alumiinium | | | Seatina | | |
| poleeritud | 200–600 | 0,04–0,06 | poleeritud | 40–250 | 0,05–0,08 |
| leht | 100 | 0,09 | oksüdeeritud | 40 | 0,28 |
| oksüdeeritud | 100–500 | 0,20–0,33 | oksüdeeritud 200 °C juures | 200 | 0,63 |
| Elavhõbe | 40–100 | 0,09–0,12 | oksüdeeritud 500 °C juures | 40 | 0,63 |
| Hõbe | | | Teras | | |
| poleeritud | 40–550 | 0,01–0,03 | süsinikteras | 150–450 | 0,14–0,32 |
| oksüdeeritud | 40–550 | 0,02–0,04 | poleeritud | 40–250 | 0,07–0,10 |
| Kroom (poleeritud) | 40–500 | 0,08–0,40 | leht | 250–950 | 0,20–0,32 |
| Kuld (poleeritud) | 40–750 | 0,03–0,06 | valtsitud | 40 | 0,66 |
| Malm | 40 | 0,44 | oksüdeeritud | 40 | 0,81 |
| Messing | | | roostevaba, poleeritud | 40–750 | 0,17–0,30 |
| poleeritud | 40 | 0,03–0,04 | roostevaba, nõrgalt oksüdeeritud | 250–750 | 0,30–0,40 |
| oksüdeeritud | 40–250 | 0,46–0,56 | tugevalt oksüdeeritud | 250–750 | 0,07–0,17 |

Järgneb

Tabeli 15.1 järg

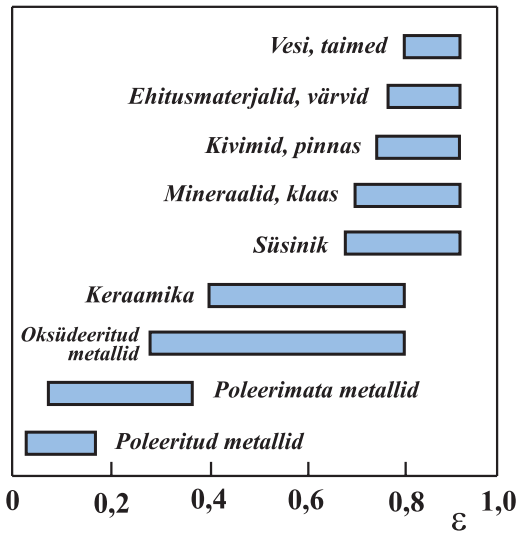
| Materjal | Temperatuur °C | Kiirgustegur |
|---|---|---|
| Nikkel | | |
| poleeritud | 40–250 | 0,05–0,07 |
| oksüdeeritud | 40–150 | 0,35–0,49 |
| traat | 250–1100 | 0,11–0,19 |
| Plaatina | | |
| poleeritud | 200–6050 | 0,05–0,10 |
| oksüdeeritud 600 °C juures | 250–600 | 0,07–0,11 |
| traat | 40–100 | 0,10–0,12 |
| Raud | | |
| plaat | 40 | 0,70–0,80 |
| poleeritud | 200 | 0,21 |
| oksüdeeritud | 40–350 | 0,64–0,78 |
| kergelt roostes | 40 | 0,61 |
| tugevalt roostes | 40 | 0,85 |
| Tsink | | |
| poleeritud | 40–250 | 0,02–0,03 |
| oksüdeeritud | 400 | 0,11 |
| Vask | | |
| poleeritud | 100 | 0,02 |
| oksüdeeritud | 40 | 0,76 |

**Mittemetallid**

| Materjal | Temperatuur °C | Kiirgustegur |
|---|---|---|
| Betoon | 40 | 0,94 |
| Jää | 0 | 0,95–0,99 |
| Kips | 40 | 0,8–0,9 |
| Klaas | 40 | 0,90–0,95 |
| Krohv | 40 | 0,88–0,94 |
| Kummi | | |
| kõva | 40 | 0,94 |
| pehme | 40 | 0,86 |
| Kvarts | 40–550 | 0,58–0,89 |
| Lumi | –5 –10 | 0,82 |
| Lubjakivi | 40–250 | 0,83–0,95 |
| Marmor | | |
| poleeritud | 40 | 0,93 |
| Paber | 40 | 0,92–0,98 |
| Puit | | |
| kuusk | 40 | 0,82 |
| mänd | 40 | 0,84 |
| pähkel | 40 | 0,83 |
| pöök | 40 | 0,94 |
| tamm | 40 | 0,90 |
| Tellis | | |
| glasuuritud | 1100 | 0,75 |
| magnesiit | 1000 | 0,38 |
| punane | 40 | 0,93 |
| silikaat | 40 | 0,93 |
| šamott | 1000 | 0,59–0,75 |
| Vilk | 40 | 0,75 |
| Värvid | | |
| hõbedane | 100 | 0,27–0,62 |
| must | 40 | 0,88 |
| punane | 40 | 0,87–0,07 |
| valge | 40 | 0,90 |

Kuivõrd materjali integraalne kiirgustegur sõltub tema pinna karedusest, puhtusest, oksüdatsiooni võimalikkusest ja ulatusest (eriti just metallide puhul) jms, siis on pindade seisundit omavahel ülimalt raske võrrelda ning ka käsiraamatute andmed võivad teatud määral erineda.

Joonis 15.10 annab hinnangu integraalse kiirgusteguri väärtuse piiridele mõnede materjalide osas. Kiirgusteguri väikseimad väärtused on üldiselt metallidel, eriti just poleeritud pinna korral, kuid metallipinna oksüdeerumine suurendab järsult kiirgustegurit. Teguri suurim väärtus on keraamilistel ja orgaanilistel materjalidel.




**Joonis 15.10. Erinevate ainete integraalse kiirgusteguri väärtuse piirid**

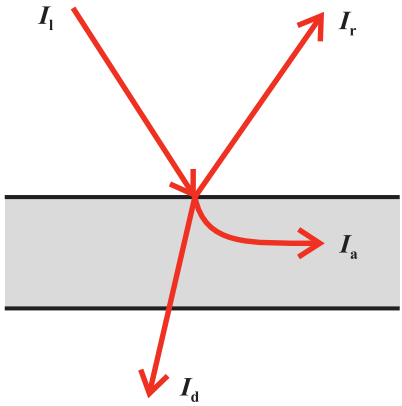
## 15.3.2 Neeldetegur

Kehale langevast kogukiirgusvoost $I_l$ osa neeldub ($I_a$), osa peegeldub tagasi ($I_r$) ja poolläbipaistva keha korral osa läbib seda ($I_d$) joonisel 15.11 näidatud skeemi kohaselt. Samasugune skeem kehtib ka spektraalse kiirguse kohta.

Keha neelatav kiirgusenergia muundub kehasiseseks energiaks. Keha pinnalt tagasi peegelduv kiirgus neeldub ümbritsevas keskkonnas. Sama toimub ka keha läbinud kiirgusega. Seega muutub kehale langenud kiirgusenergiast kehasiseseks energiaks vaid kehas otseselt neeldunud osa.

Vastavalt energia jäävuse seadusele (skeem joonisel 15.11)

$$I_l = I_a + I_r + I_d . \qquad (15\text{-}23)$$




**Joonis 15.11. Kehale langeva kiirgusvoo jagunemine**

Tähistame

$$a = \frac{I_a}{I_l} \text{ – neeldetegur,}$$

$$r = \frac{I_r}{I_l} \text{ – peegeldustegur,}$$

$$d = \frac{I_d}{I_l} \text{ – läbitustegur.}$$

Ilmselt

$$a + r + d = 1. \qquad (15\text{-}24)$$

Suhtarvude $a$, $r$ ja $d$ võimalikud piirid on 0–1.

Kiirgusele läbipaistmatu keha korral

$$a + r = 1,$$

mistõttu pinnale langevast kiirgusest osa neeldub ja osa peegeldub tagasi ruumi, seega on võimalik määrata neeldetegurit peegeldusteguri kaudu, mis mõnikord on küllaltki oluline.

Valemi (15-24) kohaselt avaldub ka spektraalse neelde-, peegeldus- ja läbitusteguri summa.

Siledale ja poleeritud pinnale teatud nurga all langev kiirgus peegeldub sealt tagasi sama nurga all, säärane pind on tuntud kui peegelpind. Pinna siledust saab hinnata pinnale langeva kiirguse lainepikkuse järgi. Pind loetakse siledaks, kui tema konaruste kõrgus on pinnale langeva kiirguse lainepikkusest tunduvalt väiksem. Seega on pinna sileduse mõiste seotud pinnale langeva kiirguse lainepikkusega.

Matt ja kare pind hajutab sellele langeva kiirguse igas suunas. Mida karedam on pind, seda paremini allub pinnalt peegelduv kiirgus Lamberti seadusele ning seda nõrgem on peegelduva kiirguse sõltuvus pinnale langeva kiirgusvoo nur-

gast, seega on tegemist ligilähedaselt difuusse kiirgusega. Tehnilistes arvutustes käsitatakse pinnalt peegelduvat kiirgust enamasti difuusse kiirgusena (allub Lamberti seadusele).

Keha, mis ei neela ($a = 0$) ega peegelda ($r = 0$) kiirgust, vaid laseb kogu temale langeva kiirguse täiel määral läbi ($d = 1$), on diatermiline (kiirgust läbilaskev) keha. Diatermiline keha võib olla nii tahke, vedel kui ka gaasiline. Kiirguse läbilaskvus on teatud määral tinglik mõiste, kuna see sõltub keha paksusest.

Mustkeha neelab täielikult talle langeva kiirguse: $r = d = 0$, $a = 1$. Absoluutne peegel on pind, millele langev kiirgus peegeldub täielikult: $a = d = 0$, $r = 1$.

Olgu kehale langev spektraalne kiirgusvoog $I_{\mathrm{l}\lambda}$ (W/m$^2$) ja pinna spektraalne neeldetegur $\alpha_\lambda$, siis integraalne neeldetegur

$$a = \frac{\int_0^\infty a_\lambda I_{\mathrm{l}\lambda}\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty I_{\mathrm{l}\lambda}\,\mathrm{d}\lambda}. \qquad (15\text{-}25)$$

Spektraalne neeldetegur $a_\lambda$ väljendab pinnale antud lainepikkusel ja temperatuuril langenud kiirgusvoo osa, mille pind samal temperatuuril neelab:

$$a_\lambda = \frac{I_{\mathrm{a}\lambda}}{I_{\mathrm{l}\lambda}},$$

kus $I_{\mathrm{a}\lambda}$ – pinnal neelduv kiirgusvoog lainepikkusel $\lambda$; $I_{\mathrm{l}\lambda}$ – pinnale langev kiirgusvoog lainepikkusel $\lambda$.

Valemist (15-25) nähtub, et integraalne neeldetegur sõltub nii pinnale langeva kiirgusenergia neeldumisest, mis väljendub spektraalse neeldeteguri $\alpha_\lambda$ väärtuses, kui ka pinnale langeva kiirgusvoo spektraalsest koostisest $I_{\mathrm{l}\lambda}$. Niisiis ei saa integraalset neeldetegurit vaadelda kui ainuüksi pinna omadustega määratud suurust. Selles seisneb integraalse kiirgusteguri $\varepsilon$ ja integraalse neeldeteguri $a$ peamine erinevus. Tegur $a$ sõltub keha püsitemperatuuril ka kiirgusallikast lähtuva kiirgusvoo spektrist. Keha võime kiirgust ühel ja samal temperatuuril neelata on erinev, kui talle langeb erineva spektriga kiirgus, näiteks kuumalt metallplaadilt, keraamiliselt kehalt või Päikeselt. Selle kõrval võib neeldetegurit vaadelda sõltuvana ka kiirgusallika temperatuurist, sest viimaselt lähtuva kiirguse spektraalne koostis on samuti temperatuurifunktsioon. On oluline, et neeldeteguri iseloomustamisel oleks teada kiirgusallika ja kiirgust vastuvõtva pinna kiirgusomadused. See on põhjus, miks neeldetegur väljendatakse paljudel juhtudel kindla kiirgusspektriga mustkeha kiirgusest lähtudes.

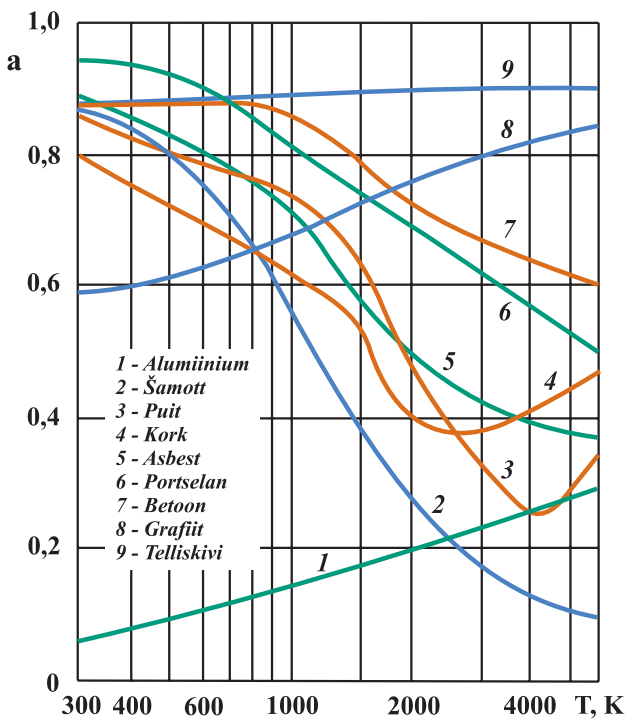
Mustkeha kiirgusspekter sõltub ainult temperatuurist (valem (15-1)). Kui võtta kiirgusallikat mustkehana, siis on võimalik ühest ja samast allikast lähtuva kiir-

guse põhjal määrata erinevatele kehadele kiirgusallika temperatuurist oleneva neeldeteguri. Mustkeha kui kiirgusallika temperatuuri muutudes muutub ka kiirgusspekter ja neeldetegur. Kui näiteks keha neelamisvõime on kiirguse lühilainelises osas suurem, siis suureneb ka neeldetegur temas lühilainelise kiirguse osatähtsuse suurenedes vastavalt mustkeha temperatuuri tõusule. Rangelt võttes tuleks keha võime kiirgust neelata määrata tingimusel, et keha temperatuur on sama mis kiirgusallikast mustkehal. Siis oleks vastavalt Kirchhoffi seadusele kõigi kehade neeldetegur temperatuurist sõltumata arvuliselt võrdne kiirgusteguriga. Kui aga neeldeteguri määramisel keha temperatuur erineb mustkeha temperatuurist (sageli nii ka on), saadakse tulemus, mille arvväärtus võib tunduvalt erineda kiirgusteguri omast.

Joonisel 15.12 on toodud näiteid integraalse neeldeteguri olenevusest toatemperatuuril mustkeha kui kiirgusallika temperatuurist. Need tulemused on saadud spektraalse neeldeteguri katseliselt määratud väärtusest valemist (15-25) lähtuvalt. Joonise püstteljel on integraalne neeldetegur, horisontaalteljel aga mustkeha temperatuur.

Üldjuhul sõltub neeldetegur vähe keha temperatuurist.

Kiirgusallika temperatuuri kasvades alumiiniumi kui metalli integraalne neeldetegur suureneb, dielektrikute neeldetegur aga väheneb.




**Joonis 15.12. Toatemperatuuril määratud integraalse neeldeteguri olenevus mustkeha kui kiirgusallika temperatuurist**

Poolsfääriline integraalne peegeldustegur $r$ iseloomustab kiirguse osa, mis peegeldub kehalt tagasi poolsfäärilise kiirgusena. Kui pinnalt tagasipeegeldunud spektraalne kiirgusvoog on $I_{r\lambda}$ ja spektraalne peegeldustegur $r_\lambda$, siis kiirguse integraalne peegeldustegur

$$r = \frac{\int_0^\infty r_\lambda I_{l\lambda} \mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty I_{l\lambda} \mathrm{d}\lambda}. \tag{15-26}$$

Spektraalne peegeldustegur $r_\lambda$ väljendab pinnalt antud lainepikkusel ja temperatuuril tagasipeegeldunud kiirgusvoo osa samal lainepikkusel pinnale langenud kiirgusvoost:

$$r_\lambda = \frac{I_{r\lambda}}{I_{l\lambda}},$$

kus $I_{r\lambda}$ – pinnalt tagasipeegeldunud kiirusvoog lainepikkusel $\lambda$; $I_{l\lambda}$ – pinnale langev kiirgusvoog lainepikkusel $\lambda$.

Analoogselt neeldeteguriga on peegeldustegur antud temperatuuril funktsioon pinnale langeva kiirguse spektrist ning pinna omadustest.

Kiirgust läbilaskvaid kehi iseloomustab integraalne läbitustegur. Kui tähistada keha läbinud spektraalse kiirgusvoo $I_{d\lambda}$, ja spektraalse läbitusteguri $d_\lambda$, siis integraalne läbitustegur

$$d = \frac{\int_0^\infty d_\lambda I_{d\lambda} \mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty I_{l\lambda} \mathrm{d}\lambda}. \tag{15-27}$$

Spektraalne läbitustegur $d_\lambda$ väljendab antud lainepikkusel ja temperatuuril keha läbinud kiirgusvoo osa samal lainepikkusel ja temperatuuril pinnale langevast kiirgusvoost:

$$d_\lambda = \frac{I_{d\lambda}}{I_{l\lambda}}.$$

## 15.4 Kirchhoffi seadus

Joonisel 15.13 on suletud süsteem kahest kehast, kusjuures väline keha olgu ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud. Kehad asetsevad vaakumis, millega on välistatud teised soojusülekande vormid peale kiirgussoojusvahetuse. Välimise keha sisepind olgu mustkeha omadustega, sisemise keha välispinna integraalne kiirgus- ja neeldetegur aga vastavalt $\varepsilon$ ja $a$. Kehade temperatuur on võrdne ega muutu ajas, mistõttu süsteem on termilises tasakaalus. Et kehade pinnatemperatuur on võrdne, siis kiirgab iga pind süsteemis niisama palju energiat, kui ta seda neelab. Seepärast mustkehalt lähtuv kiirgusvoog

$$I_0 = \sigma_0 T^4$$

ja sisemise keha neelatav kiirgusvoog

$$I_a = aI_0 = a\sigma_0 T^4 .$$

Sisemise keha kiiratav energiavoog

$$I_\varepsilon = \varepsilon\sigma_0 T^4 .$$

Kuna sisemine keha on välimisega termilises tasakaalus, siis nendevaheline resulteeruv soojusülekanne puudub. Niisiis peab sisemise keha kiiratav energiavoog võrduma tema poolt neelatava energiavooga:

$$\varepsilon\sigma_0 T^4 = a\sigma_0 T^4 .$$

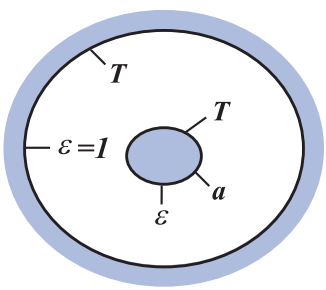
Viimasest valemist järeldub, et

$$\varepsilon = a .$$

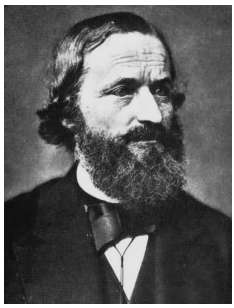
Seega on keha integraalne kiirgustegur antud temperatuuril võrdne sama temperatuuriga mustkehalt lähtuva kiirguse integraalse neeldeteguriga. Seda järeldust tuntakse Kirchhoffi kiirgusseadusena.

Samal moel on võimalik näidata, et Kirchhoffi seadus kehtib ka spektraalse kiirguse kohta, mispuhul keha spektraalne kiirgustegur termilises tasakaalus olevas süsteemis on võrdne kiirguse spektraalse neeldeteguriga:

$$\varepsilon_\lambda = a_\lambda .$$




**Joonis 15.13. Kahest kehast koosnev soojuslikult isoleeritud termilises tasakaalus süsteem**



**Gustav Robert Kirchhoff** (12.03.1824 Königsberg, Ida-Preisimaa – 17.10.1887 Berliin), saksa füüsik. Lõpetas 1846 Königsbergis Alberti ülikooli. Õpetas 1848–1850 Berliini ülikoolis, 1850–1854 professor Breslau ülikoolis, 1854–1874 Heidelbergi ülikoolis, 1875–1886 Berliini ülikoolis. Tegi põhjalikke uuringuid elektrivoolu, spektroskoopia, mustkeha soojuskiirguse jm aladel. Elektrotehnikas uuris peamiselt alalisvooluahelaid, mille tulemuseks on kaks tema nime kandvat seadust. Koos Bunseniga pani aluse spektraalanalüüsile (1859), seletas Fraunhoferi joonte tekkimise (1860).

Võttis soojuskiirguse teoorias kasutusele mustkeha (mustkiirguri) mõiste. Sõnastas 1859 kiirgusseaduse (***Kirchhoffi kiirgusseadus***), mis väidab, et keha kiirgusvõime ja neeldeteguri suhe on selle keha omadustest sõltumatu universaalne temperatuuri ja sageduse funktsioon, mis võrdub mustkiirguri kiirgusvõimega.

Kirchhoffi seadusest tuleneb oluline järeldus, et kui keha kiirgusvõime on väike, siis on väike ka tema neeldevõime.

Kirchhoffi seadus on ulatuslikult kasutusel praktiliste ülesannete lahendamisel. Seejuures lähtutakse enamasti hallkeha mudelist. Nagu juba mainitud, asendatakse hallkeha spektraalne kiirgustegur lainepikkuse järgi integreeritud keskväärtustega. Hallkeha kiirgustegur ei sõltu lainepikkusest (kindlal temperatuuril $\varepsilon = \varepsilon_\lambda = konst$).

Hallkehalt peegeldunud spektraalne kiirgusvoog, kui sellele langeb kiirgavalt kehalt soojusvoog $\varepsilon_\lambda I_{0\lambda}$,

$$I_{\mathrm{r}\lambda} = r_\lambda \varepsilon_\lambda I_{0\lambda}$$

ning integraalne peegeldunud kiirgusvoog

$$I_{\mathrm{r}} = \int_0^\infty r_\lambda \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda,$$

kus $r_\lambda$ – kiirgust vastuvõtva keha spektraalne peegeldustegur, $\varepsilon_\lambda$ – kiirgava keha spektraalne kiirgustegur, $I_{0\lambda}$ – mustkeha spektraalne kiirgusvõime, $\lambda$ – lainepikkus.

Peegeldunud kiirguse osa iseloomustab korrutis

$$\varepsilon_{\mathrm{r}\lambda} = r_\lambda \varepsilon_\lambda,$$

mida tuntakse peegeldunud kiirguse spektraalse kiirgustegurina (peegeldunud kiirguse mustsusastmena). Et hallkeha kiirgustegur ei sõltu lainepikkusest ja on konstantne suurus, siis viimase valemi kohaselt on ka $r_\lambda$ kogu kiirgusspektri ulatuses püsisuurus. Järelikult kehale langeva kiirguse spektraaljaotus pärast peegeldumist ei muutu ning püsisuurus on ka $\varepsilon_{\mathrm{r}\lambda}$. Kui kehale langeb hallkiirgus, siis on ka kehalt peegeldunud kiirgus hall.

Tugineme viimasele avaldisele ja valemile (15-26), siis integraalne peegeldustegur

$$r = \frac{\int_0^\infty r_\lambda \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} \mathrm{d}\lambda}.$$

Et hallkeha korral $r_\lambda = konst$, siis vastavalt viimasele valemile on ka integraalne peegeldustegur püsisuurus.

Läbipaistmatule kehale valemi (15-24) alusel

$$a = 1 - r.$$

Siit ei ole raske näha, et ka hallkeha puhul ei sõltu neeldetegur lainepikkusest ja on kogu kiirgusspektri ulatuses konstantne suurus ($a = a_\lambda$).

Kirchhoffi seaduse põhjal saab viimasest tulemusest teha üliolulise järelduse, et hallkeha kiirgustegur $a$ võrdub neeldeteguriga $\varepsilon$ keha ühel ja samal temperatuuril. Kuna hallkeha puhul $a = a_\lambda$ ja $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$, siis ka $a_\lambda = \varepsilon_\lambda$.

Looduses ei esine hallkiirgureid, kus $\varepsilon$ ja $a$ oleksid kõigil lainepikkustel muutumatud. Vaatamata sellele võib praktilistes arvutustes paljusid materjale käsitada hallkehadena, kui mitte kogu kiirgusspektri ulatuses, siis selle teatud piirkondades.

Näiteks kui eeldada, et vaadeldava keha kiirgusspekter on teatud lainepikkuste vahemikus ligilähedaselt sarnane mustkeha kiirgusspektriga, siis on nii $\varepsilon_\lambda$ kui ka $a_\lambda$ praktiliselt püsisuurused ning keha võib selles lainepikkuste vahemikus vaadelda hallina ja $a = \varepsilon$. See võrdus ei pea kehtima, kui vaadeldava keha kiirgusspekter asetseb mustkeha kiirgusspektrist tugevalt eemal.

Kirchhoffi seadus kehtib rangelt termilises tasakaalus oleva süsteemi kohta, kus puudub kehadevaheline resulteeruv kiirgusvoog. Tegelikus kiirgussoojusülekande olukorras on aga alati tegemist resulteeruva kiirgusvooga, mistõttu võrduse $a = \varepsilon$ kasutamine sõltub paljuski konkreetsetest tingimustest. Nagu teada, sõltub kiirgustegur antud temperatuuril materjalist ja pinna omadustest, neeldetegur oleneb aga lisaks mainitud suurustele ka pinnale langeva kiirguse spektrist ja kiirgusallika temperatuurist. Hea näide on kiirgus- ja neeldeteguri võrdlus keha samal pinnatemperatuuril (toatemperatuuril) ning kehale langeva kiirguse samal spektraalsel koostisel (päikesekiirgus). Öeldut ja hälvet Kirchhoffi seadusest iseloomustavad tabelis 15.2 toodud andmed. Kui Kirchhoffi seadus kehtiks termiliselt mittetasakaalus süsteemile, siis $a/\varepsilon = 1$. Näeme, et kõrvalekalle sellest suhtest sõltub tugevalt keha omadustest ja pinna seisundist.

Toome siinjuures järgmise näite. Vaatleme valge ja musta värviga kaetud keha termilist olekut päikesekiirguse toimel. Tabeli andmetest näeme, et valge ja musta värvi kiirgustegurid on ligilähedased, kuid neeldetegurid erinevad teineteisest tunduvalt. Sellest tulenevalt on kehade võrdsel pinnatemperatuuril nii valge kui

ka musta värviga kaetud pindade omakiirgus samas suurusjärgus, kuid valge pinna vastuvõetav soojushulk on palju kordi väiksem musta pinna vastuvõetavast soojushulgast.

**Tabel 15.2. Päikesekiirguse integraalseid neelde- ja kiirgustegureid toatemperatuuril**

| Aine | Neeldetegur $a$ | Kiirgustegur $\varepsilon$ | Suhe $a/\varepsilon$ |
|---|---|---|---|
| Alumiinium (poleeritud) | 0,09 | 0,03 | 3,00 |
| Asfalt | 0,90 | 0,90 | 1,00 |
| Betoon | 0,60 | 0,88 | 0,68 |
| Liiv | 0,52 | 0,82 | 0,63 |
| Lumi | 0,28 | 0,97 | 0,29 |
| Marmor | 0,40 | 0,88 | 0,45 |
| Paber | 0,27 | 0,83 | 0,32 |
| Puit | 0,59 | 0,90 | 0,66 |
| Punane tellis | 0,63 | 0,93 | 0,68 |
| Roostevaba teras (poleeritud) | 0,37 | 0,60 | 0,62 |
| Vask | | | |
| poleeritud | 0,18 | 0,03 | 6,00 |
| tuhmistunud | 0,65 | 0,75 | 0,87 |
| Värv | | | |
| must | 0,97 | 0,97 | 1,00 |
| valge | 0,14 | 0,93 | 0,15 |

Kirchhoffi seadus võimaldab lihtsustada mitmeid kiirgussoojusülekande arvutusi võrduse $a = \varepsilon$ vahendusel. Seejuures tuleb aga tähelepanelikult jälgida energiat vahetavate kehade temperatuurierinevusi, eriti aga kiirgusallika temperatuuri mõju kiirguse neeldumisele.

## 15.5 Kiirgussoojusülekanne läbipaistvas keskkonnas

### 15.5.1 Nurktegur ja vastastikune kiirguspind

Eelnevalt tutvusime keha kiirgusomadustega, keha pinnalt lähtuva ja keha pinna poolt neelatava kiirgusvoo määramisega. Kuid põhiküsimus on siiski kiirgussoojusvahetus ruumis vabalt paiknevate kehade vahel.

Kehadevahelise kiirgussoojusülekande uurimisel tuleb arvestada igast suunast kehale langevate kiirgusvoogudega. Järgnevalt käsitletakse seda probleemi eeldusel, et kehadevaheline keskkond on soojuskiirgusele läbipaistev (diatermiline).

Soojusülekande kehade vahel määrab peale eespool mainitud suuruste (temperatuur, pinna kiirgusomadused) veel soojusvahetuses osalevate pindade asend ja

paiknemine ruumis üksteise suhtes. Viimast asjaolu võetakse arvesse nurkteguri abil, mis arvestab kehadevahelist kiirguslevi. Et nurkteguri olemust matemaatiliselt väljendada, võtame vaatluse alla kahest kehast koosneva kiirgust vahetava süsteemi joonisel 15.14. Olgu kehade temperatuurid $T_1$ ja $T_2$. Esimese keha elementaarpinnalt $\mathrm{d}F_1$ teise keha elementaarpinnale $\mathrm{d}F_2$ suunduv soojushulk vastavalt Lamberti seadusele (valem (15-17))

$$\mathrm{d}^2 Q_{12} = \varepsilon_1 I_{01} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2} \mathrm{d}F_1 \mathrm{d}F_2 , \tag{15-28}$$

kus $\varepsilon_1$ – esimese keha kiirgustegur, $I_{01}$ – mustkeha poolsfääriline integraalne kiirgusvõime esimese keha temperatuuril; $\alpha_1$, $\alpha_2$ – nurgad vastavalt joonisele 15.14.

Valemis esinev korrutis $\varepsilon_1 I_{01}$ väljendab esimese keha omakiirgusvõimet (omakiirgust).

Olgu

$$\varphi_{\mathrm{d}12} = \int_{F_2} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2} \mathrm{d}F_2 , \tag{15-29}$$

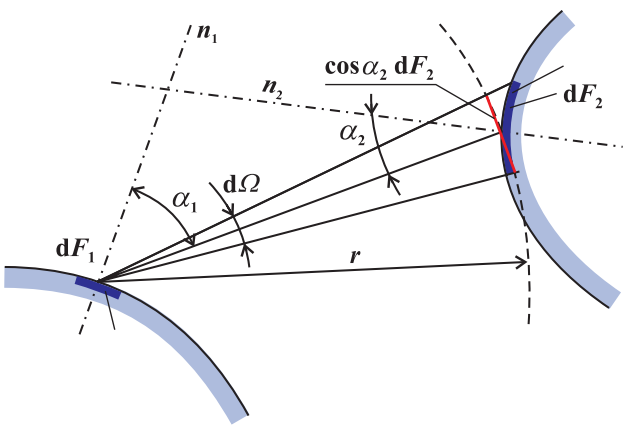
siis

$$\mathrm{d}Q_{12} = \varepsilon_1 I_{01} \varphi_{\mathrm{d}12} \mathrm{d}F_1 . \tag{15-30}$$

Suurust $\varphi_{\mathrm{d}12}$ nimetatakse lokaalseks nurkteguriks, mis näitab pinnaelemendilt $\mathrm{d}F_1$ lahkuva ja pinnale $F_2$ jõudva kiirgusenergia suhet.

Teine integreerimine üle pinna $F_1$ annab

$$H_{12} = \int_{F_1} \varphi_{\mathrm{d}12} \mathrm{d}F_1 = \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2} \mathrm{d}F_1 \mathrm{d}F_2 . \tag{15-31}$$




**Joonis 15.14. Kiirgussoojusvahetus kahe suvaliselt paikneva keha vahel**

Viimase valemiga määratud suurus $H_{12}$ on nn vastastikune kiirguspind.

Kasutatakse ka integraalse keskmise nurkteguri $\varphi_{12}$ mõistet, mis on pinnalt $F_1$ lähtuva ja pinnale $F_2$ jõudva kiirgusenergia suhe:

$$\varphi_{12} = \frac{H_{12}}{F_1} = \frac{1}{F_1}\int_{F_1}\int_{F_2}\frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2}\mathrm{d}F_1\mathrm{d}F_2 . \qquad (15\text{-}32)$$

Seega väljendab nurktegur $\varphi_{12}$ pinnalt $F_1$ lähtuva kiirguse seda osa, mis jõuab pinnale $F_2$, ning nurktegur $\varphi_{21}$ kiirguse seda osa, mis lähtub pinnalt $F_2$ ja jõuab pinnale $F_1$.

Nii näiteks pinnalt $F_1$ lähtuv ja pinnale $F_2$ jõudev kiirgushulk

$$Q_{12} = \varepsilon_1 I_{01}\varphi_{12}F_1 = \varepsilon_1 I_{01}H_{12} . \qquad (15\text{-}33)$$

Keha pinnalt väljuv kiirgusvoog ei lange üldjuhul ainult ühele pinnale, neid võib olla ruumis mitu. Tähistame pinnalt i pinnale k sattuva kiirguse osa (nurktegur) $\varphi_{ik}$.

Nii nurktegur kui ka vastastikune kiirguspind on määratud ainult kehade geomeetrilise kujuga ja asetusega ruumis.

Seega väljendab nurktegur kiirgust vastuvõtva pinna nähtavust kiirgust lähetava pinna jaoks. Pind võib ka iseennast näha või mitte näha ($\varphi_{ii}$). Tasapinnalt ja kumerpinnalt lähtuv kiirgus ei satu samale pinnale, mistõttu sellisel juhul nurktegur $\varphi_{ii} = 0$. Küll aga satub nõgusalt pinnalt lähtuv kiirgusvoog samale pinnale, misjuhul $\varphi_{ii} \neq 0$.

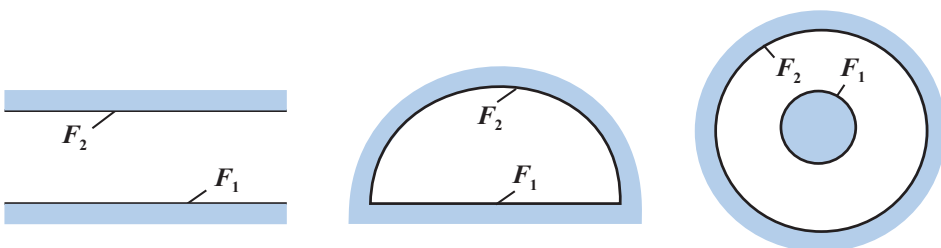
Vaatleme kolme elementaarsüsteemi nurktegureid (joonis 15.15).

Kaks tasapinnalist plaati vastastikku:

$$\varphi_{11} = 0,\ \varphi_{12} = 1,\ \varphi_{22} = 0,\ \varphi_{21} = 1.$$

Tasapind ja nõguspind

$$\varphi_{11} = 0,\ \varphi_{12} = 1,\ \varphi_{12}F_1 = \varphi_{21}F_2,\ \varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2},\ \varphi_{22} = 1 - \varphi_{21} .$$




**Joonis 15.15. Kolm lihtsat kiirgusvahetussüsteemi: a) kaks tasapinnalist plaati ($F_1$ ja $F_2$); b) tasapind ($F_1$) ja nõguspind ($F_2$); c) kumer- ($F_1$) ja nõguspind ($F_2$)**

Kumerpind ja nõguspind:

$$\varphi_{11} = 0,\ \varphi_{12} = 1,\ \varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2},\ \varphi_{22} = 1 - \frac{F_1}{F_2} = 1 - \varphi_{21}.$$

Nurktegurite ja vastastikuste kiirguspindade määramine osutub paljudel juhtudel keerukaks matemaatiliseks ülesandeks. Selliste ülesannete lahendamist lihtsustab kiirgussoojusvahetuses osaleva süsteemi jagamine üksikuteks lihtsama kujuga osadeks. Teades üksikute osade nurktegureid on võimalik nende kaudu arvutada süsteemi kui terviku nurktegur. Seejuures kehtivad järgmised üldreeglid.

*Vastastikkus*. Selle kohaselt

$$H_{12} = H_{21}$$

ja

$$F_1\varphi_{12} = F_2\varphi_{21}.$$

See omadus järeldub integreerimisjärjekorra muutmisest.

*Liidetavus*. Toimugu soojusvahetus pinna $F_1$ ja osapindadest $F_{21}$, $F_{22}$, $F_{33}$, ... koosneva pinna $F_2$ vahel, siis vastastikune pind

$$H_{12} = H_{1-21} + H_{1-22} + H_{1-23} + \ldots$$

ja nurktegur

$$\varphi_{12} = \varphi_{1-21} + \varphi_{1-22} + \varphi_{1-23} + \ldots$$

*Suletavus*. See omadus kehtib suletud süsteemile. Pinnalt $F_1$ väljuv kiirgus võrdub osakiirguste summaga, mida saavad kõik süsteemis olevad pinnad, kaasa arvatud ka pind $F_1$, kui see on nõgus. Seega

$$F_1 = H_{11} + H_{12} + H_{13} + \ldots,$$

$$F_2 = H_{21} + H_{22} + H_{23} + \ldots,$$

$$F_3 = H_{31} + H_{32} + H_{33} + \ldots,$$

...

ja

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12} + \varphi_{13} + \ldots = 1,$$

$$\varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23} + \ldots = 1,$$

$$\varphi_3 = \varphi_{31} + \varphi_{32} + \varphi_{33} + \ldots = 1,$$

...

*Asendatavus*. See määrab seose pinna nurkteguri ja ühise projektsioonipinnaga pindade vahel. Uurime nurktegurit lähtuvalt pinnast $F_1$ erinevate pindade $F_2$, $F_3$, $F_4$,... suhtes (joonis 15.16). Olgu ruumis paiknevatel pindadel ühine projektsioonipind $F_0$. Sulgeme süsteemi tingliku pinnaga $F_a$. Eeldame, et pind $F_a$ on absoluutselt must ja tema omakiirgus madala temperatuuri tõttu tühiselt väike.

Lähtuvalt süsteemi suletavusest

$$\varphi_{12} + \varphi_{1a} = 1,$$
$$\varphi_{13} + \varphi_{1a} = 1,$$
$$...$$
$$\varphi_{1n} + \varphi_{1a} = 1,$$

siis

$$\varphi_{12} = \varphi_{13} = ... = \varphi_{1n}.$$

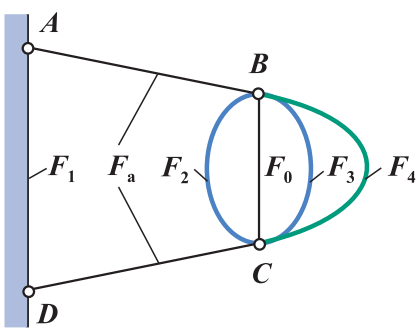
Samuti

$$H_{12} = H_{13} = ... = H_{1n}.$$

Seega nurktegurid pinna $F_1$ ja süsteemi ülejäänud pindade vahel ei sõltu viimaste kujust ning on arvuliselt võrdsed nurkteguritega pinna $F_1$ ja nende projektsioonipindade vahel.

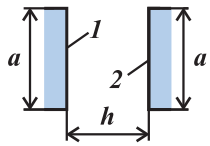
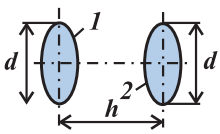
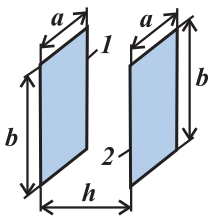
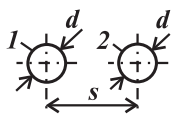
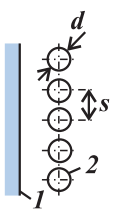
Nurktegurite arvutusvalemeid ja graafikuid võib leida käsiraamatutest.

Tabelis 15.3 on toodud nurkteguri ja vastastikuse kiirguspinna arvutusvalemid mõnele lihtsamale juhule.




**Joonis 15.16. Pindade asendatavust kujutav joonis**

**Tabel 15.3. Kehadevahelise nurkteguri ja vastastikuse kiirguspinna arvutusvalemid**

| Kehade asendi skeem | Nurktegur ja vastastikune kiirguspind |
|---|---|
| Kaks paralleelset lõpmata pikka võrdse laiusega plaati   | $\varphi_{12}=\varphi_{21}=\sqrt{1+\left(\frac{h}{a}\right)^2}-\frac{h}{a}$ <br> $H_{12}=H_{21}=\sqrt{a^2+h^2}-h$ |
| Kaks paralleelset võrdse läbimõõduga ringi   | $\varphi_{12}=\varphi_{21}=\left[\sqrt{1+\left(\frac{h}{d}\right)^2}-\frac{h}{d}\right]^2$ <br> $H_{12}=H_{21}=\frac{\pi}{4}\left(\sqrt{d^2+h^2}-h\right)^2$ |
| Kaks paralleelset ristkülikut   | $\varphi_{12}=\varphi_{21}=\frac{2}{\pi}[\frac{1}{a}\sqrt{a^2+h^2}\operatorname{arctg}\frac{b}{\sqrt{a^2+h^2}}+$ <br> $+\frac{1}{b}\sqrt{b^2+h^2}\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{b^2+h^2}}-$ <br> $-\frac{h}{a}\operatorname{arctg}\left(\frac{b}{h}\right)-\frac{h}{b}\operatorname{arctg}\left(\frac{a}{h}\right)+$ <br> $+\frac{h^2}{2ab}\ln\frac{\left(a^2+h^2\right)\left(b^2+h^2\right)}{\left(a^2+b^2+h^2\right)h^2}]$ <br> $H_{12}=H_{21}=ab\varphi_{12}$ |
| Kaks paralleelset lõpmata pikka võrdse läbimõõduga silindrit   | $\varphi_{12}=\varphi_{21}=\frac{1}{\pi}\left[\arcsin\frac{d}{s}+\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}-\frac{s}{d}\right]$ <br> $H=\sqrt{s^2-d^2}+d\arcsin\frac{d}{s}-s$ |
| Lõpmatu tasapind ja sellega paralleelsed silindrid   | $\varphi_{12}=1-\sqrt{1-\left(\frac{d}{s}\right)^2}+\frac{d}{s}\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}$ <br> $\varphi_{21}=\frac{1}{\pi}\left[\frac{s}{d}-\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}+\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}\right]$ <br> $H_{12}=H_{21}=s\varphi_{12}=\pi d\varphi_{21}$ |

## 15.5.2 Kiirgusenergia bilanss

### *15.5.2.1 Efektiivne ja resulteeruv kiirgus*

Kiirgussoojusülekande ülesannete lahendamise eesmärk võib olla erinev, kuid igal juhul tuleb lähtuda ühtsetest kiirgussoojuslevi mõistetest ja võrranditest. Valdavad on kolm iseloomulikku ülesannet, kuid kõigi puhul peab olema teada kiirgussoojusvahetuses osalevate pindade kuju, suurus, paiknemine ruumis ja kiirgusomadused. Esimene, sagedamini esinev ülesanne on määrata iga pinna vastuvõetav kiirgusvoog (soojushulk). Sel juhul tuleb teada iga pinna temperatuuri. Teisel juhul otsitakse pindade temperatuuri ja teada on iga pinna vastuvõetav kiirgusvoog. Kolmas juhtum on kombinatsioon kahest eelmisest: teada on osa pindade temperatuur ja osa pindade vastuvõetav kiirgus. Otsitakse ülejäänute temperatuuri ja vastuvõetavat kiirgust.

Paljude kiirgussoojusülekannet käsitlevate ülesannete lahendamisel sõltub kehadevaheline soojuslevi vähe nendevahelise keskkonna omadustest, kui see on soojuskiirgusele hästi läbitav. Selline keskkond on vaakum, ühe- ja kaheaatomilised gaasid ja õhk. Kõrgel temperatuuril hakkab olukord muutuma, sest mõjule pääseb keskkonna dissotsiatsioon ja ioniseerumine.

Tehnika valda kuuluvate ülesannete lahendamisel käsitatakse pinnakiirgust ja pinna poolt neelatavat kiirgust difuussena. See lähenemisnurk jääb kehtima ka siin vaadeldavate ülesannete lahendamisel.

Allpool käsitletavad efektiivne ja resulteeruv kiirgusvoog puudutavad üksikkeha kiirgusbilanssi. Need mõisted on aluseks kehadevahelise kiirgussoojusülekande ülesannete lahendamisel.

Teadupärast peegeldub osa kehapinnale langevast kiirgusest tagasi ruumi, osa neeldub ja läbipaistva keha korral osa läbib selle. Keha neelatav energia muutub keha siseenergiaks. Kiirgussoojusvahetuse arvutustes kasutatakse kehapinnalt lahkuva kiirgusvoona nn efektiivkiirgusvoogu ehk -soojusvoogu, mis tegelikult on summa kehapinna enda kiiratud energiavoost (omakiirgus) $I_\mathrm{i}$ ja pinnalt tagasipeegeldunud kiirgusvoost ($I_\mathrm{r}$). Soojuskiirgusele läbipaistmatu keha puhul

$$I_\mathrm{e} = I_\mathrm{i} + I_\mathrm{r} = \varepsilon I_0 + (1-a) I_\mathrm{l}, \tag{15-34}$$

kus $\varepsilon$ – kiirgustegur (mustsusaste), $a$ – neeldetegur.

Mustkeha efektiivne kiirgusvoog võrdub ühtlasi tema kiirgusvõimega:

$$I_\mathrm{e} = I_0 = \sigma_0 T^4, \tag{15-35}$$

kus $\sigma_0$ – Stefani-Boltzmanni konstant, $T$ – keha absoluutne temperatuur.

Soojusvahetuse käigus loovutab keha energiat kiirates (omakiirgus) ning saab teistelt kehadelt kiirgusenergiat juurde seda neelates, mistõttu vastuvõetav energia hulk võib suureneda või väheneda vastavalt sellele, kumb on ülekaalus. Keha

pinnaühiku kohta ära antav energiahulk on seega omakiirguse ja neeldunud kiirguse vahe ja seda nimetatakse resulteeruvaks kiirguseks (tähis $I_{re}$):

$$I_{re} = I_i - I_a = \varepsilon I_0 - a I_l , \tag{15-36}$$

kus $I_a$ – neelduv kiirgusvoog kehale langevast kiirgusest.

Seega on $I_{re}$ energiahulk, mille keha pinnaühik ajaühikus saab või loovutab.

Ilmselt

$$I_{re} = I_e - I_l , \tag{15-37}$$

kus $I_l$ – kehale langev kiirgusvoog.

Resulteeruv kiirgusvoog võib olla kas positiivne, negatiivne või võrduda nulliga. Kui $I_{re} > 0$, siis ületab keha omakiirgus neelduva kiirguse ja keha annab energiat ära (statsionaarne ülesanne). Olukord on vastupidine, kui $I_{re} < 0$ – nüüd on keha omakiirgus väiksem kui tema neelatud energia ning keha saab energiat juurde. Kui resulteeruv kiirgusvoog $I_{re} = 0$, siis on kehale langev kiirgusvoog samane efektiivse kiirgusvooga ($I_l = I_e$) ehk keha neelab sama palju energiat, kui ta seda välja kiirgab. Statsionaarse ülesande korral on resulteeruv kiirgusvoog kiirgusbilansist tulenevana võrdne keha läbiva soojusvooga.

Kahe viimase valemi alusel efektiivne kiirgusvoog

$$I_e = \frac{I_i}{a} - \left(\frac{1}{a} - 1\right) I_{re} = \frac{\varepsilon}{a} I_0 - \left(\frac{1}{a} - 1\right) I_{re} . \tag{15-38}$$

Siit resulteeruv kiirgusvoog

$$I_{re} = \frac{a}{1-a}\left(\frac{I_i}{\varepsilon} - I_e\right). \tag{15-39}$$

Hallkeha pinna kiirgustegur on võrdne neeldeteguriga ning valemid (15-38) ja (15-39) lihtsustuvad:

$$I_e = I_0 - \left(\frac{1}{a} - 1\right) I_{re} \tag{15-40}$$

ja

$$I_{re} = \frac{a}{1-a}(I_0 - I_e). \tag{15-41}$$

Valemites esinev suurus $I_0 - I_e$ kiirgusenergia ülekande potentsiaalivahena määrab kiirgussoojusülekande võimalikkuse, suhe $a/(1 - a)$ aga iseloomustab kaudselt takistust kiirgusvoole. Potentsiaalivahe puudumisel $I_{re} = 0$. Kui aga oleks tegemist mustkehaga, siis $a = 1$ ning puudub ka takistus kiirgusvoole.

Kehadevahelise soojuslevi suund sõltub efektiivkiirguse ja mustkeha kiirgusvõime vahekorrast. Energia lahkub kehapinna kaudu, kui $I_0 > I_e$, ning suundub pinna kaudu kehasse, kui $I_0 < I_e$. Negatiivne $I_{re}$ väärtus näitab, et kiirgusvoog

suundub kehasse. Ajas muutumatu soojuslevi korral suundub kogu energia pinda läbides seda ümbritsevasse keskkonda (nt pinna teise poolega kokkupuutuvasse keskkonda).

Paljude kiirgussoojusülekande probleemide puhul on ratsionaalne lähtuda adiabaatse pinna (seina) mõistest. See on pind, mille tagakülg on soojusele läbimatu, niisiis puudub seda läbiv soojusvoog. Kui puudub ka konvektiivne soojusülekanne pinna esiküljelt, siis annab statsionaarses termilises seisundis pind ära sama palju kiirgussoojust, kui ta seda vastu võtab, mistõttu $I_{re} = 0$. Sellises seisundis pind kiirgab kogu temale suunatud kiirguse tagasi ruumi. Säärast pinda nimetatakse tagasikiirguspinnaks. Kui lähtuda olukorrast $I_{re} = 0$, siis järeldub valemist (15-41) valemiga (15-35) määratud tulemus. Teades tagasikiirguspinna efektiivkiirgust, saame arvutada tema temperatuuri. Juhime tähelepanu sellele, et tagasikiirguspinna temperatuur on neeldetegurist (kiirgustegurist) sõltumatu.

#### *15.5.2.2 Soojusülekanne mustkehade vahel*

Mustkehadevahelise kiirgussoojusülekande käsitlus on lihtsam, sest puudub tagasipeegelduv kiirgusvoog.

Olgu vaatluse all kahest suvalise kuju ja ruumilise paiknemisega mustkehast koosnev kiirgusvahetusüsteem (joonis 15.17a). Stefani-Boltzmanni seaduse kohaselt lähtub mustkehalt kiirgusvoog $I_0 = \sigma_0 T^4$ ja kehalt *1* langeb kehale *2* nurkteguriga $\varphi_{12}$ määratud osa kiirgusvoost. Seega kandub kehalt *1* kehale *2* üle soojushulk

$$Q_{12} = \varphi_{12} I_{01} F_1 - \varphi_{21} I_{02} F_2 . \qquad (15\text{-}42)$$

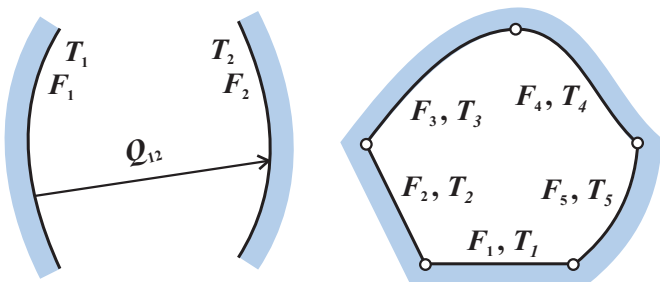
Parempoolne esimene liige valemis väljendab keha *1* pinnalt väljuvat ja keha *2* pinnale saabuvat kiirgusvoolu, teine liige keha *2* pinnalt lahkuvat ja keha *1* pinnale saabuvat kiirgusvoolu. $I_{01}$ ja $I_{02}$ on mustkeha kiirgusvoog vastavalt keha *1* ja keha *2* temperatuuril.

Kiirguspindade vastastikkuse seaduse järgi

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2 ,$$

siis

$$Q_{12} = \varphi_{12} F_1 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4). \qquad (15\text{-}43)$$




**Joonis 15.17. Kiirgussoojusvahetus mustkehade vahel:**
**a) kahest kehast koosnev süsteem,**
**b) suletud süsteem**

Vaatleme n mustpinnast $F_1$, $F_2$, $F_3$, ... kogupinnaga $F = \sum_{i=1}^{n} F_i$ koosnevat suletud süsteemi (joonis 15.7b). Pinnatemperatuurid $T_1$, $T_2$, $T_3$, ... olgu püsisuurused.

Keha j kiirgab energiat

$$Q_j = \sigma_0 T_j^4 F_j ,$$

mis jaguneb ühtlaselt üle kogu ruumi (difuusne kiirgus). Osa sellest energiast langeb ka pinnale i:

$$Q_{ji} = \varphi_{ji} \sigma_0 T_j^4 F_j$$

ehk pinna $F_i$ ühiku kohta kiirguspindade vastastikkuse seaduse alusel

$$I_{ji} = \varphi_{ji} \sigma_0 T_j^4 \frac{F_j}{F_i} = \varphi_{ij} \sigma_0 T_j^4 .$$

Viimases valemis kirjeldatuga sarnane kiirgusvoog langeb ka ülejäänud pindadelt pinnale i, nii nagu ka süsteemi teistele pindadele.

Kõigilt pindadelt pinnale i langev summaarne kiirgusvoog

$$I_{li} = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \sigma_0 T_j^4$$

ning resulteeruv kiirgusvoog pinnal i (omakiirguse ja pinnal neeldunud kiirgusvoogude vahe)

$$I_{rei} = \sigma_0 T_i^4 - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \sigma_0 T_j^4 . \qquad (15\text{-}44)$$

Vastavalt energia jäävuse seadusele peab pinnalt i lähtuv kiirgus võrduma ülejäänud pindadele langenud kiirgusega. Pidades silmas, et suletud süsteemi jaoks

$$\sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} = 1,$$

siis

$$\sigma_0 T_i^4 = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \sigma_0 T_i^4 .$$

Asendades viimase avaldise valemisse (15-44), saame valemi resulteeruva kiirgusvoo arvutamiseks pinnal i

$$I_{rei} = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \sigma_0 (T_i^4 - T_j^4). \qquad (15\text{-}45)$$

Et määrata resulteeruv kiirgusvoog pinnal i, tuleb summeerida temperatuuride neljandate astmete vahed, arvestades vastavaid nurktegureid.

Kui $T_i < T_j$, võib mõni liige selles valemis olla ka negatiivne.

Teatud ülesannete korral on teada resulteeruv kiirgusvoog kas ühel või mitmel pinnal. Selliseks näiteks on ka resulteeruv kiirgusvoog adiabaatsel pinnal $I_{re} = 0$.

Kui on teada $I_{rei}$ väärtus kas ühele või mitmele pinnale, siis on otsitavaks vastava pinna temperatuur. Näiteks on teada resulteeruv kiirgusvoog k-ndal pinnal ja ülejäänud pindade temperatuurid, siis vastavalt valemile (15-44) k-nda pinna temperatuur

$$T_k^4 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{kj}\sigma_0 T_j^4 + I_{rek}}{\sigma_0(1-\varphi_{kk})}, \tag{15-46}$$

kus pind j = k tuleb summeerimisel elimineerida.

Kõik suurused valemis (15-46) on teada. Otsitavad resulteeruvad soojusvood ülejäänud pindadele on arvutatavad valemiga (15-44).

Kui on teada resulteeruvad kiirgusvood $I_{rek}$ ja $I_{rez}$ pindadel k ja z, siis leitakse otsitavad suurused $T_k$ ja $T_z$ võrrandisüsteemi lahenditena:

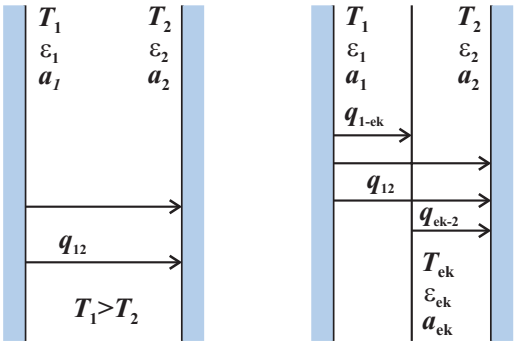
$$\left.\begin{aligned} \sigma_0(1-\varphi_{kk})T_k^4 - \sigma_0\varphi_{kz}T_z^4 &= \sum_{j=1}^{n}\sigma_0\varphi_{kj}T_j^4 + I_{rek} \\ \sigma_0(1-\varphi_{zz})T_z^4 - \sigma_0\varphi_{zk}T_k^4 &= \sum_{j=1}^{n}\sigma_0\varphi_{zj}T_j^4 + I_{rez}. \end{aligned}\right\} \tag{15-47}$$

Seejuures tuleb pinnad indeksitega j = k ja j = z summeerimisel samuti välja jätta. Olles niiviisi leidnud temperatuurid $T_k$ ja $T_z$, saame otsitavad kiirgusvood arvutada valemiga (15-45).

## 15.5.3 Soojusülekanne hallkehade vahel

### *15.5.3.1 Paralleelselt paiknevad tasapinnalised plaadid*

Vaatleme süsteemi, mis koosneb kahest paralleelsest tasapinnalisest plaadist (joonis 15.18a), mille vahel toimub statsionaarne kiirgussoojusvahetus. Plaatidevaheline keskkond olgu kiirgusele läbipaistev. Konvektiivset soojusülekannet ja soojusjuhtivust ei esine. Esimese plaadi pinnatemperatuur olgu $T_1$, teisel aga $T_2$, kusjuures $T_1 > T_2$. Plaatide kiirgustegurid olgu vastavalt $\varepsilon_1$ ja $\varepsilon_2$ ning neeldetegurid $a_1$ ja $a_2$.




**Joonis 15.18. Kahest tasapinnalisest paralleelplaadist koosnev kiirgusvahetuse süsteem: a) ekraanita, b) ekraaniga**

Vastavalt valemile (15-38) esimese ja teise plaadi efektiivne kiirgusvoog

$$I_{\mathrm{e}1} = \frac{I_{\mathrm{i}1}}{a_1} - \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) I_{\mathrm{re}1} = \frac{\varepsilon_1}{a_1} I_{01} - \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) I_{\mathrm{re}1},$$

$$I_{\mathrm{e}2} = \frac{I_{\mathrm{i}2}}{a_2} - \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) I_{\mathrm{re}2} = \frac{\varepsilon_2}{a_2} I_{02} - \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) I_{\mathrm{re}2}.$$

Stefani-Boltzmanni seaduse järgi

$$I_{\mathrm{i}l} = \varepsilon_1 \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4$$

ja

$$I_{\mathrm{i}2} = \varepsilon_2 \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4.$$

Kuna statsionaarse soojusülekande korral esimeselt plaadilt üleantud soojushulk võrdub teise plaadi vastuvõetava soojushulgaga ehk $q_{12} = I_{\mathrm{re}1} = -I_{\mathrm{re}2}$ W/m$^2$, siis eelmiste võrrandite alusel

$$q_{12} = \frac{\mathrm{c}_0 \left[\frac{\varepsilon_1}{a_1}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{\varepsilon_2}{a_2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1}. \qquad (15\text{-}48)$$

Kui eeldada, et $\varepsilon_1 = a_1$ ja $\varepsilon_2 = a_2$, siis saab viimane valem kuju

$$q_{12} = \frac{\mathrm{c}_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1} = a_{12} \mathrm{c}_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = c_{12} \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad (15\text{-}49)$$

Seejuures taandatud neeldetegur

$$a_{12} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1}$$

ja taandatud kiirgustegur

$$c_{12} = \frac{c_0}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}.$$

Taandatud kiirgustegur iseloomustab kahest või enamast kehast koosneva süsteemi kiirgusomadust ühtse kompleksina ning sõltub ainult kiirgussoojusülekandes osalevate kehade kiirgusomadustest.

Valemist (15-48) nähtub, et soojusvoo kahe paralleelselt asetseva tasapinna vahel määrab absoluutse temperatuuri neljandate astmete vahe ja see sõltub mõlema pinna kiirgusomadustest.

Valem (15-49) sarnaneb teatud määral tasapinnalise seina soojusjuhtivuse ja konvektiivse soojusülekande valemitega. Kui soojusjuhtivuse ja konvektiivse soojusülekande korral põhjustab soojusvoo temperatuurivahe $T_1 - T_2$, mis on pöördvõrdeline seina termilise takistusega $\delta/\lambda$ või konvektiivse soojusvoo termilise takistusega $1/\alpha$, siis kiirgussoojusülekandel on soojusvoogu põhjustav potentsiaal võrdeline temperatuuri neljandate astmete vahega $T_1^4 - T_2^4$ ja pöördvõrdeline takistuste summaga $(1/a_1+1/a_2) - 1$, mida tuleb kiirgusel ületada pinnalt lahkudes ja pinnale saabudes.

### *15.5.3.2 Vaheekraanidega tasapinnalised paralleelplaadid*

Vaatleme süsteemi kahest paralleelsest tasapinnalisest plaadist *1* ja *2*, mille vahel paikneb ekraan (joonis 15.18b). Konvektiivset soojusülekannet ja soojusjuhtivust ei esine. Olgu esimese plaadi pinnatemperatuur $T_1$, teisel aga $T_2$, kusjuures $T_1 > T_2$, plaatide kiirgustegur vastavalt $\varepsilon_1$ ja $\varepsilon_2$ ning neeldetegur $a_1$ ja $a_2$. Asetsegu plaatide vahel ekraan, mille temparatuur on $T_{ek}$, kiirgustegur $\varepsilon_{ek}$ ja neeldetegur $a_{ek}$. Ekraani(de) otstarve on vähendada kehadevahelist soojusvoogu, sageli ka kaitse soojuskiirguse eest. Ekraanid paigaldatakse risti soojusvoo suunaga. Mainitud eesmärke täidab paremini suure peegeldusvõime ja hea soojusjuhtivusega materjal. Eeldame, et ekraani termiline takistus $(\delta/\lambda)_{ek} = 0$. Vaatleme statsionaarset ülesannet.

Vastavalt valemile (15-49) ning eeldusel, et $\varepsilon_1 = a_1$ ja $\varepsilon_{ek} = a_{ek}$, kandub pinnalt *1* ekraanile soojushulk

$$q_{1-ek} = c_{1-ek}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ek}}{100}\right)^4\right], \qquad (15\text{-}50)$$

kusjuures taandatud kiirgustegur

$$c_{1-\mathrm{ek}} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_{\mathrm{ek}}} - \frac{1}{\mathrm{c}_0}}.$$

Ekraanipinnalt seinale *2* kanduv soojushulk ($\varepsilon_{\mathrm{ek}} = a_{\mathrm{ek}}$ ja $\varepsilon_2 = a_2$)

$$q_{\mathrm{ek}-2} = c_{\mathrm{ek}-2}\left[\left(\frac{T_{\mathrm{ek}}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \tag{15-51}$$

ning

$$c_{\mathrm{ek}-2} = \frac{1}{\frac{1}{c_{\mathrm{ek}}} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{\mathrm{c}_0}}.$$

Kuna vaatleme statsionaarset ülesannet, siis

$$q_{1-\mathrm{ek}} = q_{\mathrm{ek}-2}$$

ning ekraani temperatuur kui otsitav suurus

$$\left(\frac{T_{\mathrm{ek}}}{100}\right)^4 = \frac{c_{1-\mathrm{ek}}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + c_{\mathrm{ek}-2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{c_{1-\mathrm{ek}} + c_{\mathrm{ek}-2}}. \tag{15-52}$$

Samuti pinnalt *1* pinnale *2* kanduv soojushulk

$$q_{12} = \frac{\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{a_{\mathrm{ek}}} - 1\right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{2}\right)}. \tag{15-53}$$

Valemist ilmneb, et ekraan vähendab pindadevahelist kiirgust, kusjuures ülekantav soojushulk on seda väiksem, mida väiksema väärtusega on neeldetegur ekraanipinnal. Soojushulka $q_{12}$ saab vähendada ka ekraanide arvu tõstes.

Kui $c_1 = c_2 = c_{\mathrm{ek}} = c$, siis

$$\left(\frac{T_{\mathrm{ek}}}{100}\right)^4 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \tag{15-54}$$

ning pinnalt *1* pinnale *2* kanduv soojushulk

$$q_{12} = \frac{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{2}{c} - \frac{1}{\mathrm{c}_0}}. \tag{15-55}$$

Viimasest valemist nähtub, et ekraani kasutamine vähendab pindadevahelist kiirgusvoogu kaks korda.

Samal moel võib saada arvutusvalemid juhule, kus ekraanide arv on ühest suurem. Näiteks n ekraani ja $c_1 = c_2 = c_{ek} = ...$ puhul väheneks esimese ja viimase pinna vahel ülekantav soojushulk 1 + n korda.

### *15.5.3.3 Keha-kehas-süsteem*

Vaatleme kahest kehast koosnevat süsteemi, kus üks keha paikneb teise sees (joonis 15.19a). Keha *1* on kumer, keha *2* on aga nõgus. Esimese keha pinnatemperatuur olgu $T_1$, teisel aga $T_2$, kusjuures $T_1 > T_2$. Tähistame kehade kiirgusteguri $\varepsilon_1$ ja $\varepsilon_2$ ning neeldeteguri $a_1$ ja $a_2$. Eeldame samuti, et kehadevaheline keskkond on diatermiline.

Kehalt *1* kehale *2* kanduv soojushulk

$$Q_{12} = Q_{e1} - \varphi_{21} Q_{e2}\,, \tag{15-56}$$

kus $Q_{e1}$ ja $Q_{e2}$ – esimese ja teise keha efektiivne kiirgus.

Suurus $\varphi_{21}$ on keha *2* ja keha *1* vaheline nurktegur, mis iseloomustab teiselt kehalt esimesele langevat kiirgusvoogu. Nurktegur $\varphi_{12} = 1$, sest esimeselt kehalt langeb teisele kehale kogu kiirgus; nurktegur $\varphi_{11} = 0$, sest esimene keha on kumer.

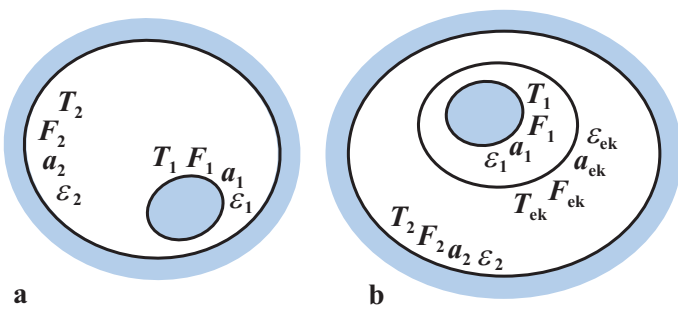
Efektiivkiirgus keha *1* pinnalt (valem (15-38))

$$Q_{e1} = \frac{Q_{i1}}{a_1} - \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) Q_{re1}$$

ja keha *2* pinnalt

$$Q_{e2} = \frac{Q_{i2}}{a_2} - \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) Q_{re2}\,,$$

kus $Q_{i1}$ ja $Q_{i2}$ – esimese ja teise keha omakiirgus, $Q_{re1}$ ja $Q_{re2}$ – esimese ja teise keha resulteeruv kiirgus.




**Joonis 15.19. Kiirgust vahetav keha-kehas-süsteem:**
**a) ekraanita,**
**b) ekraaniga**

Asendades avaldatud $Q_{e1}$ ja $Q_{e2}$ valemisse (15-56) ning arvestades seda, et $Q_{re1}$, $Q_{re2}$ ja $Q_{12}$ on arvuliselt võrdsed, saame

$$Q_{12} = \frac{\frac{Q_{i1}}{a_1} - \varphi_{21}\frac{Q_2}{a_2}}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right)\varphi_{21}}. \qquad (15\text{-}57)$$

Kehade omakiirgus vastavalt Stefani-Boltzmanni seadusele

$$Q_{i1} = \varepsilon_1 c_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 F_1$$

ja

$$Q_{i2} = \varepsilon_2 c_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 F_2 .$$

Asendame viimased seosed valemisse (15-57):

$$Q_{12} = \frac{c_0\left[\frac{\varepsilon_1}{a_1}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 F_1 - \varphi_{21}\frac{\varepsilon_2}{a_2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4 F_2\right]}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right)\varphi_{21}}.$$

Et nurktegur (p 15.5.1)

$$\varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2}$$

ja lähtume võrdusest $\varepsilon = a$, siis

$$Q_{12} = \frac{c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right)\frac{F_1}{F_2}} \qquad (15\text{-}58)$$

ehk samuti

$$Q_{12} = a_{12} c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1 =$$

$$= c_{12}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1 . \qquad (15\text{-}59)$$

Siin taandatud neeldetegur

$$a_{12} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right)\frac{F_1}{F_2}} \tag{15-60}$$

ja taandatud kiirgustegur

$$c_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{\mathrm{c}_0}\right)\frac{F_1}{F_2}}. \tag{15-61}$$

Kui kiirgust vahetavad pinnad on samas suurusjärgus ($F_1 \approx F_2$), sest asuvad teineteisele väga lähedal, siis nurktegur $\varphi_{21} = 1$ ning kogu kehalt *1* väljuv kiirgusenergia siirdub kehale *2*. Tulemus on sama nagu kahe tasapinnalise paralleelplaadi soojusvahetuse puhul. Kui esimese keha pind on teise pinnaga võrreldes väga väike ($F_1 << F_2$), siis $c_{12} \rightarrow c_1$.

#### *15.5.3.4 Vaheekraanidega keha-kehas-süsteem*

Vaatleme hallkehadest *1* ja *2* koosnevat keha-kehas kiirgusvahetussüsteemi (joonis 15.19b), kus kehade vahel paikneb ekraan. Konvektiivne soojusülekanne ja soojusjuhtivus puuduvad. Olgu esimese keha pinnatemperatuur $T_1$, teisel $T_2$, kusjuures $T_1 > T_2$, neeldetegurid $a_1$ ja $a_2$. Asetsegu kehade vahel ekraan, mille temperatuur on $T_{ek}$ ja neeldetegur $a_{ek}$. Ekraani(d) nõrgendavad kehadevahelist soojusvoogu. Kui eeldame, et ekraani termiline takistus $(\delta/\lambda)_{ek} = 0$, siis statsionaarse ülesande puhul kiirguse teel pinnalt *1* ekraanile ülekantav soojushulk vastavalt valemile (15-59)

$$Q_{1-ek} = a_{1-ek}\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ek}}{100}\right)^4\right]F_1, \tag{15-62}$$

kusjuures taandatud kiirgustegur

$$a_{1-ek} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_{ek}} - 1\right)\frac{F_1}{F_{ek}}}.$$

Ekraanipinnalt seinale *2* suunduv soojushulk

$$Q_{ek-2} = a_{ek-2}\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_{ek}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_{ek} \tag{15-63}$$

ning

$$a_{ek-2} = \frac{1}{\frac{1}{a_{ek}} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right)\frac{F_{ek}}{F_2}}.$$

Ülekande statsionaarsuse tõttu

$$Q_{1-ek} = Q_{ek-2}$$

ja ekraani otsitav temperatuur

$$\left(\frac{T_{ek}}{100}\right)^4 = \frac{c_{1-ek}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 F_1 + c_{ek-2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4 F_2}{c_{1-ek}F_1 + c_{ek-2}F_{ek}}. \tag{15-64}$$

Samuti pinnalt *1* pinnale *2* suunduv soojushulk

$$\begin{aligned} Q_{12} &= a_{12ek}c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1 = \\ &= c_{12ek}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1. \end{aligned} \tag{15-65}$$

Siin

$$a_{12ek} = \frac{1}{\frac{1}{a_{12}} + \left(\frac{2}{a_{ek}} - 1\right)\frac{F_1}{F_{ek}}}$$

ja

$$c_{12ek} = \frac{1}{\frac{1}{c_{12}} + \left(\frac{2}{c_{ek}} - \frac{1}{c_0}\right)\frac{F_1}{F_{ek}}},$$

kus $a_{12ek}$ ja $c_{12ek}$ – taandatud neeldetegur ja taandatud kiirgustegur ekraani puudumisel süsteemis (valemid (15-60) ja (15-61)).

Ekraani mõju pinna *1* ja pinna *2* vahelise soojusvoo nõrgenemisele on seda suurem, mida lähemal on ekraani pind kõrgema temperatuuriga keha pinnale. Ekraan on seda mõjusam, mida väiksem on tema pinna neeldetegur.

Ekraanide suvalise arvu korral

$$\left.\begin{aligned} Q_{1-ek} &= a_{1-ek1}c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ek1}}{100}\right)^4\right]F_1 \\ Q_{ek1-ek2} &= a_{ek1-ek2}c_0\left[\left(\frac{T_{ek1}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ek2}}{100}\right)^4\right]F_{ek1} \\ Q_{ek2-ek3} &= a_{ek2-ek3}c_0\left[\left(\frac{T_{ek2}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ek3}}{100}\right)^4\right]F_{ek2} \\ &\ldots \end{aligned}\right\} \tag{15-66}$$

Pinnalt *1* pinnale *2* ülekanduv soojushulk

$$Q_{12} = \frac{\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{a_{1-\mathrm{ek}1}F_1} + \frac{1}{a_{\mathrm{ek}1-\mathrm{ek}2}F_{\mathrm{ek}1}} + \ldots + \frac{1}{a_{\mathrm{ekn}-2}F_{\mathrm{ekn}}}} =$$

$$= \frac{\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1}{\frac{1}{a_{1-\mathrm{ek}1}} + \frac{1}{a_{\mathrm{ek}1-\mathrm{ek}2}}\frac{F_1}{F_{\mathrm{ek}1}} + \ldots + \frac{1}{a_{\mathrm{ekn}-2}}\frac{F_1}{F_{\mathrm{ekn}}}} \quad . \tag{15-67}$$

Seejuures

$$a_{1-\mathrm{ek}1} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_{\mathrm{ek}1}} - 1\right)\frac{F_1}{F_{\mathrm{ek}1}}},$$

$$a_{\mathrm{ek}1-\mathrm{ek}2} = \frac{1}{\frac{1}{a_{\mathrm{ek}1}} + \left(\frac{1}{a_{\mathrm{ek}2}} - 1\right)\frac{F_{\mathrm{ek}1}}{F_{\mathrm{ek}2}}}$$

...

Üldkujul

$$Q_{12} = a_{12\mathrm{ek}}\mathrm{c}_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1, \tag{15-68}$$

kus

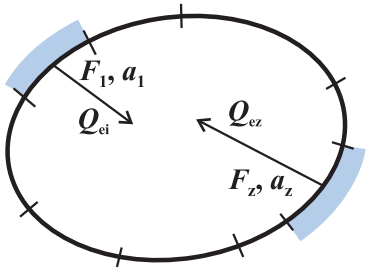
$$a_{12\mathrm{ek}} = \frac{1}{\frac{1}{a_{12}} + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\left(\frac{2}{a_{\mathrm{eki}}} - 1\right)\frac{F_1}{F_{\mathrm{eki}}}}. \tag{15-69}$$

#### *15.5.3.5 Suletud süsteem*

Vaatleme kehadest koosnevat suletud süsteemi (joonis 15.20). Eeldame, et on teada kehade pindalad, temperatuurid ja neeldetegurid.

Olgu suvalisele pinnale langev kiirgus $Q_z$ (i = z), mis on sisuliselt kõigilt süsteemi pindadelt lähtuv kiirgusvoogude summa pinnale $F_z$, millele võib lisanduda kiirgusvoog pinnalt endalt (kui viimane on nõgus). Pinnalt $F_i$ väljub poolsfääriline integraalne efektiivkiirgus, millest nurkteguriga $\varphi_{iz}$ määratud osa satub pinnale $F_z$. Niisiis, toodud kirjelduse põhjal langeb pinnale z kiirgus

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{lz}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\varphi_{\mathrm{iz}}Q_{\mathrm{ei}}\,. \tag{15-70}$$




**Joonis 15.20. Kiirgust vahetavatest hallkehadest koosnev süsteem**

Resulteeruv kiirgus pinnal $F_z$

$$Q_{rez} = Q_{ez} - Q_{lz} = Q_{ez} - \sum_{i=1}^{n} \varphi_{iz} Q_{ei} . \qquad (15\text{-}71)$$

Seejuures efektiivkiirgused

$$Q_{ei} = Q_{ii} + Q_{ri} = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i + (1 - a_i) Q_{li}$$

ja

$$Q_{ez} = Q_{iz} + Q_{rz} = \varepsilon_z \sigma_0 T_z^4 F_z + (1 - a_z) Q_{lz} .$$

Efektiivkiirguse $Q_e$ elimineerimiseks on otstarbekas kasutada seosest (15-38) tulenevat asendust valemisse (15-71):

$$Q_e = \left(1 - \frac{1}{a}\right) Q_{re} + \frac{Q_i}{a} . \qquad (15\text{-}72)$$

Kusjuures üldjuhul

$$Q_0 = \frac{Q_i}{a} = \frac{\varepsilon}{a} \sigma_0 T^4 F = \frac{\varepsilon c_0}{a} \left(\frac{T}{100}\right)^4 F .$$

Võrrandite (15-71) ja (15-72) alusel

$$Q_{rez} = \left[\left(1 - \frac{1}{a_z}\right) Q_{rez} + Q_{0z}\right] - \sum_{i=1}^{n} \left[\left(1 - \frac{1}{a_i}\right) Q_{rei} + Q_{0i}\right] \varphi_{iz} . \qquad (15\text{-}73)$$

See võrrand võimaldab lahendada ka pöördülesannet – leida teadaolevate resulteeruvate soojusvoogude kaudu pindade temperatuurid.

Ülesande lahendeid saab kontrollida, kasutades termodünaamika esimesest seadusest johtuvat järeldust, et suletud süsteemis võrdub kõigi resulteeruvate soojusvoogude algebraline summa nulliga:

$$\sum_{i=1}^{n} Q_{rei} = 0 .$$

Kui süsteem koosneb kolmest osast, siis

$$Q_{\mathrm{re}1} = \left[\left(1-\frac{1}{a_1}\right)Q_{\mathrm{re}1} + Q_{01}\right] - \left\{\left[\left(1-\frac{1}{a_1}\right)Q_{\mathrm{re}1} + Q_{01}\right]\varphi_{11} + \right.$$
$$\left. + \left[\left(1-\frac{1}{a_2}\right)Q_{\mathrm{re}2} + Q_{02}\right]\varphi_{21} + \left[\left(1-\frac{1}{a_3}\right)Q_{\mathrm{re}3} + Q_{03}\right]\varphi_{31}\right\},$$

$$Q_{\mathrm{re}2} = \left[\left(1-\frac{1}{a_2}\right)Q_{\mathrm{re}2} + Q_{02}\right] - \left\{\left[\left(1-\frac{1}{a_1}\right)Q_{\mathrm{re}1} + Q_{01}\right]\varphi_{12} + \right.$$
$$\left. + \left[\left(1-\frac{1}{a_2}\right)Q_{\mathrm{re}2} + Q_{02}\right]\varphi_{22} + \left[\left(1-\frac{1}{a_3}\right)Q_{\mathrm{re}3} + Q_{03}\right]\varphi_{32}\right\},$$

$$Q_{\mathrm{re}3} = \left[\left(1-\frac{1}{a_3}\right)Q_{\mathrm{re}3} + Q_{03}\right] - \left\{\left[\left(1-\frac{1}{a_1}\right)Q_{\mathrm{re}1} + Q_{01}\right]\varphi_{13} + \right.$$
$$\left. + \left[\left(1-\frac{1}{a_2}\right)Q_{\mathrm{re}2} + Q_{02}\right]\varphi_{23} + \left[\left(1-\frac{1}{a_3}\right)Q_{\mathrm{re}3} + Q_{03}\right)\varphi_{33}\right]\right\}.$$

Tundmatuteks võrrandisüsteemis on resulteeruvad kiirgusvood. Võrrandisüsteem lihtsustub, kui osa pindadest on kas tasa- või kumerpinnad. Siis

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = \varphi_{33} = 0.$$

Süsteemi võib jagada osadeks vastavalt ülesande püstitusele kas pindade temperatuuri, kuju või kiirgusomaduste põhjal. Ülesande lahendamine lihtsustub, kui süsteemi saab jagada osadeks, kus pindadel on erinev temperatuur ja kiirgusomadused.

Vaadeldud ülesande lahendamine muutub hõlpsamaks, kui kiirgust vahetavad pinnad on hallid ja kui lähtuvalt Kirchhoffi seadusest võrdsustada pinna kiirgustegur neeldeteguriga. Ülesande lahendamine on aga võrratult keerukam, kui võtta eraldi arvesse kiirgus- ja neeldeteguri erinevuse ning nende sõltuvuse pinna ja kiirgusallika temperatuurist.

## 15.6 Soojusvahetus kiirgust neelavas keskkonnas

### 15.6.1 Kiirgusenergia ülekanne neelavas keskkonnas. Bougueri seadus

Eespool olid vaatluse all kehad, mis ei lasknud soojuskiirgust läbi, seega kus läbitustegur $d = 0$. Sääraste kehade pind on võimeline ainult kiirgust neelama ja tagasi peegeldama, olles kiirgusele läbipaistmatu.

Siiski on olemas keskkondi, mida kiirgus läbib, neeldudes ja hajudes ruumis. Sel juhul nõrgeneb kiirgusintensiivsus keskkonna mahus kindlas suunas. Tuntuimad kiirgust neelavad keskkonnad on gaas ja aur. Järgnevas peamegi eelkõige silmas gaasi ja auru kiirgusomadusi. Ka kiirgust neelav keskkond võib kiirata energiat (omakiirgus).

Vaatleme kiirgust neelavat keskkonda, millele langeb kiirgus välisallikalt, kuid puudub omakiirgus. Välisallikalt lähtuv kiirgusenergia kahaneb pidevalt neeldumise tõttu keskkonnas. Kiirgusintensiivsuse $I_\lambda$ nõrgenemine kiirgust neelavas keskkonnas antud suunal kindla lainepikkusega kiirguse korral on võrdeline kiirgusintensiivsusega:

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}x} = -k_\lambda I_\lambda , \tag{15-74}$$

kus $k_\lambda$ – kiire spektraalne nõrgenemistegur 1/m, $x$ – lineaarmõõde m.

Valem (15-74) väljendab Bougueri seadust.

Kiirguse nõrgenemine selle leviku suunas on seotud footonite neelamisega molekulide poolt ja peegeldumisega (hajumisega) kokkupõrkel kiirgust hajutavate osakestega. Mõlemad nähtused põhjustavad footonite arvu pideva vähenemise kiire teekonnal. Et aga kiirgusvõime on võrdeline footonite hulgaga, siis tulenebki siit Bougueri seadusega sätestatu: kiirguse kahanemine kiirgust neelavas ja hajutavas keskkonnas on võrdeline kiirgusvõimega.



**Pierre Bouguer** (16.02.1698 Le Croisic – 15.08.1758 Pariis), prantsuse astronoom ja matemaatik. Prantsuse TA liige (1731). Aastast 1713 isa järglasena hüdrograafiaprofessor Croisic'is, hiljem Le Havre'is ja Pariisis. Osales teaduslikel ekspeditsioonidel Peruusse (1735), kus tegi fotomeetrilisi mõõtmisi. 1729 avaldas töö atmosfääri läbiva valguskiirguse nõrgenemisest. Töö tulemused on laiendatavad teistele kiirgusliikidele, sh soojuskiirguse levimisele keskkonnas, mis on ***Bougueri seaduse*** sisu. Bougueri valem atmosfääri läbipaistvuse karakteristikute arvutamiseks sisaldab ***Bougueri läbipaistvusteguri*** mõiste (hiljem arenes sellest Beeri-Lamberti seadus). Avastas, et Päikese kiirgusintensiivsus ületab 300 korda Kuu oma. Tegi hulganisti kiirguslevi kvantitatiivseid mõõtmisi, leiutas mh heliomeetri (hiljem täiendas seda Fraunhofer). Avaldanud põhjapanevaid töid ka navigatsiooni, laevade stabiilsuse jm laevandust puudutava kohta. Bougueri nime kannab kraater Kuul ja Marsil.

Kiire nõrgenemistegur iseloomustab kiirgusintensiivsuse sumbumist pikkusühiku kohta. Ta määrab kiire suhtelise neeldumise, võttes arvesse nii kiirguse nõrgenemise kui ka hajumise kiirgust läbilaskvas keskkonnas. Seetõttu on tegur $k_\lambda$ kiire neeldumist ($k_{\lambda\mathrm{n}}$) ja hajumist ($k_{\lambda\mathrm{h}}$) väljendavate nõrgenemistegurite summa:

$$k_\lambda = k_{\lambda\mathrm{n}} + k_{\lambda\mathrm{h}} .$$

Puhta gaasi kiirguse korral võrdub teine liige valemis nulliga, sest siis puudub kiirguse hajumine. Kui aga gaas sisaldab tahkeid osakesi (tüüpiline näide on tuhaosakesi sisaldav põlemisgaas), vedelikupiisku või muud sarnast, tuleb valemis esinevat liiget $k_{\lambda\mathrm{h}}$ arvestada kiirguse hajumise tõttu keskkonnas.

Teguri $k_\lambda$ väärtuse määrab kiirgusenergia neelde- ja hajutuspunktide arv kiire teekonnal. Ühtlasi sõltub tegur lainepikkusest, temperatuurist ja rõhust (gaasi ja auru puhul), kuid ka kiirgust hajutavate osakeste omadustest ja kontsentratsioonist.

Gaasi temperatuuri tõustes kiire spektraalne neeldetegur väheneb gaasi hõrenemise tõttu, kuid rõhu tõusul kasvab.

Võrrandist (15-74) järelduvat suurust

$$L_\lambda = \int_0^l k_\lambda \mathrm{d}x$$

tuntakse kui kiirgava kihi optilist paksust või Bougueri monokromaatilist arvu.

Siin tähistab $l$ kiirgust neelava keskkonna (nt gaasikihi) paksust.

Kui kiire nõrgenemistegur on kiire leviku suunas püsisuurus, siis

$$L_\lambda = k_\lambda l.$$

Vaatleme nüüd kiirguse nõrgenemist footonite neeldumisel keskkonnas, võttes $k_{\lambda\mathrm{h}} = 0$.

Kiire nõrgenemisteguri pöördväärtus $1/k_\lambda$ on vaadeldav kui footoni teekonna keskmine pikkus ehk kiirgusteekonna keskmine pikkus kuni neeldumiseni. Seega on kiirgust neelava kihi optiline paksus kihile iseloomuliku lineaarmõõtme suhe footoni vaba teekonna pikkusesse.

Nõrgenemisteguri $k_\lambda$ väikestel väärtustel läbib kiir tõkestamatult pikema teekonna kui suuremate väärtuste korral.

$L_\lambda << 1$ puhul on tegemist õhukese optilise kihiga, footonite vaba teekonna pikkus on väiksem kiirgava keskkonna iseloomulikust mõõtmest ning footonid põrkuvad vahetult keskkonda piirava pinnaga.

$L_\lambda >> 1$ korral on optiline kiht paks, footonite vaba teekonna pikkus on palju väiksem kiirgava kihi iseloomulikust mõõtmest ning footonitel on võimalus omavaheliseks kokkupuuteks ja kokkupõrkeks keskkonna molekulidega.

Piirjuhul, kui $L_\lambda \to 0$, ei osale keskkond kiirgussoojusvahetuses ning pindadevaheline energiaülekanne toimub, ilma et footonid neelduksid või hajuksid keskkonnas.

Võrrandi (15-74) integraal (Bougueri seaduse integreeritud kuju):

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} \exp\left(-\int_0^l k_\lambda \mathrm{d}x\right). \tag{15-75}$$

Valem (15-75) väljendab spektraalse kiirgusvõime vähenemist kiirgust neelavas keskkonnas olenevalt välise kiirgusallika kaugusest. Integraalse kiirgusvõime määramiseks tuleb seda valemit integreerida kogu kiirgusspektri vahemikus.

Viimane valem võimaldab arvutada spektraalse neeldeteguri kaugusel $l$ kiirgust lähetavast allikast:

$$a_\lambda = \frac{I_{\lambda 0} - I_\lambda}{I_{\lambda 0}} = 1 - \frac{I_\lambda}{I_{\lambda 0}} = 1 - \exp\left(-\int_0^l k_\lambda \mathrm{d}x\right). \tag{15-76}$$

Kui spektraalne kiirguse nõrgenemistegur on kiire teekonnal keskkonnas püsisuurus, siis

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} \exp(-k_\lambda l). \tag{15-77}$$

Integraalsele kiirgusele kehtib Bougueri seadus teatud ligikaudsusega, kui kiirgust neelava keskkonna kiirgusspekter ei ole pidev. Nagu edaspidi näeme, toimub eriti just gaasiliste kehade kiirgamine ja kiirguse neeldumine neis sageli selektiivselt. Selektiivsuse mõju tuleb esile just seetõttu, et keskkonna optiline tihedus on otseselt sõltuv kiirgava aine kontsentratsioonist keskkonnas. Beeri hüpoteesi kohaselt loetakse optiline tihedus võrdeliseks kiirgava aine kontsentratsiooniga segus. Gaasisegu korral avaldub kontsentratsiooni mõju kiirgava komponendi osarõhu kaudu. Beeri hüpotees on Bougueri seaduse erijuhtum.

Keskkonna spektraalne neeldetegur $k_\lambda$ püsiväärtuse korral

$$a_\lambda = 1 - \exp(-k_\lambda l). \tag{15-78}$$

Kui süsteem on termodünaamilises tasakaalus, siis vastavalt Kirchhoffi seadusele on keha spektraalne kiirgustegur võrdne keha spektraalse neeldeteguriga:

$$\varepsilon_\lambda = a_\lambda = 1 - d_\lambda = 1 - \exp(-k_\lambda l), \tag{15-79}$$

kus $d_\lambda$ – spektraalne läbitustegur.

Bougueri seadus on kehtiv termilises tasakaalus oleva süsteemi spektraalse või hallkiirguse kohta eeldusel, et kiirgust neelavad osakesed ei avalda kiirguse neelduvuse suhtes üksteisele mõju.

Selleks et määrata keskkonna neeldevõimet ja kiirgustegurit, on vaja teada tema neelde- ja kiirgusspektrit. Nagu näeme hiljem, on gaasi kiirgusspekter selektiivne, mistõttu neeldetegurid erinevad mitte ainult eri lainepikkusaladel, vaid ka ühe ja sama laineala piires.

### 15.6.2 Kiirgusenergia ülekanne neelavas ja kiirgavas keskkonnas

Neelavat keskkonda läbides muundub kiirgus keha siseenergiaks. Kui neelavas keskkonnas leiaks aset vaid kiirgusenergia nõrgenemine, väheneks keskkonda suundunud kiirgus vastavalt Bougueri seadusele, kuid üldjuhul kiirgab keskkond ka ise energiat. Seepärast on kiir teekonnal läbi keskkonna mõjutatud kahest protsessist: välise kiirgusallika energia neeldumisest ja keskkonna omakiirgusest. Esimese tulemusel kiirgusintensiivsus kiire liikumise suunas nõrgeneb, teise mõjul aga tugevneb.

Toetudes öeldule ja arvestades Bougueri seadust, avaldame spektraalkiirguse intensiivsuse muutuse kiire leviku suunas neelavas-kiirgavas keskkonnas

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}x} = -k_\lambda I_\lambda + I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{pi}}, \tag{15-80}$$

kus $I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{pi}}$ – keskkonna spektraalne ruumiline omakiirgus kiire leviku suunal.

Keskkonna omakiirguse puudumisel valemid (15-80) ja (15-74) ühtivad.

Et keskkond kiirgab igas suunas, siis sfääriline kiirgus ruuminurga 4π ulatuses

$$I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{i}} = \int_{4\pi} I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{pi}} \mathrm{d}\omega = 4\pi I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{pi}}.$$

Asendades $I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{pi}}$ valemisse (15-80), saame

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}x} = -k_\lambda I_\lambda + \frac{I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{i}}}{4\pi}.$$

Kui süsteem on termilises tasakaalus, siis keskkonna meelevaldne punkt kiirgab ja neelab kiirgust võrdsel hulgal. Kuna termiliselt tasakaalulises süsteemis spektraalne kiirgusvoog ei sõltu suunast (sama kehtib ka integraalse kiirguse kohta) ja on võrdne mustkehalt lähtuva kiirgusvooga, siis $\mathrm{d}I_\lambda/\mathrm{d}x = 0$ ning

$$-k_\lambda I_{0\lambda} + \frac{I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{i}}}{4\pi} = 0,$$

kus $I_{0\lambda}$ – mustkeha spektraalne kiirgusvõime.

Avaldades siit keskkonna sfäärilise kiirgusintensiivsuse

$$I^{\mathrm{V}}_{\lambda\mathrm{i}} = 4\pi k_\lambda I_{0\lambda}$$

ja asetades selle võrrandisse (15-80), saame

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}x} = -k_\lambda I_\lambda + k_\lambda I_{0\lambda}.$$

Võrdus $I_{\lambda\mathrm{i}}^{\mathrm{V}} = 4\pi k_\lambda I_{0\lambda}$ määrab keskkonna omakiirguse mustkeha kiirgusvõime kaudu. See on rangelt kehtiv ainult termilises tasakaalus süsteemile. Kiirgussoojusülekande korral muidugi termiline tasakaal puudub, mistõttu viimane võrrand kirjeldab tegelikku olukorda seda täpsemalt, mida enam vastab kiire nõrgenemistegur $k_\lambda$ reaalsusele.

Viimane võrrand on Bernoulli diferentsiaalvõrrandi tüüpi, mille lahend võimaldab määrata kiirgusintensiivsuse keskkonnas kaugusel $x$:

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} \exp\left(-\int_0^l k_\lambda \mathrm{d}x\right) + \int_0^l k_\lambda I_{0\lambda} \exp\left(-\int_0^x k_\lambda \mathrm{d}x\right) \mathrm{d}x. \tag{15-81}$$

Võrrandi esimene liige esindab kiirgusintensiivsuse osa kiirgusest $I_{\lambda 0}$ (kaugusel $x = 0$), teine liige aga keskkonna omakiirgust.

Valem (15-81) määrab üldtähenduses kiirgusintensiivsuse funktsioonina kaugusest $x$ antud suunal, lainepikkusest $\lambda$ ja kiire nõrgenemistegurist $k_\lambda$.

Teeme valemisse (15-81) asenduse

$$-k_\lambda \exp(-\int_0^x k_\lambda \mathrm{d}x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}\exp(-\int_0^x k_\lambda \mathrm{d}x),$$

siis

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} \exp(-\int_0^l k_\lambda \mathrm{d}x) - I_{0\lambda} \int_0^l \mathrm{d}\exp(-\int_0^x k_\lambda \mathrm{d}x).$$

Kui temperatuur, keskkonna kiirgusomadused ja rõhk ei muutu (gaasiline keskkond), siis viimane valem lihtsustub:

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} \exp(-k_\lambda l) + I_{0\lambda} [1 - \exp(-k_\lambda l)] \tag{15-82}$$

ehk arvestades valemit (15-78)

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} (1 - a_\lambda) + I_{0\lambda} a_\lambda. \tag{15-83}$$

Keskkonda suunduv kiirgus sõltub keskkonnaga kokkupuutuva pinna kiirgusomadustest ja temperatuurist (efektiivkiirgus) ning avaldub seosena

$$I_{\lambda 0} = \varepsilon_{\lambda \mathrm{s}} I_{0\lambda} + (1 - a_{\lambda \mathrm{s}}) I_{\mathrm{l}}, \tag{15-84}$$

kus $\varepsilon_{\lambda \mathrm{s}}$ – pinna spektraalne kiirgustegur, $I_{0\lambda}$ – mustkeha spektraalne kiirgusvõime, $a_{\lambda \mathrm{s}}$ – pinna spektraalne neeldetegur (kiirgustegur), $I_{\mathrm{l}}$ – pinnale langev kiirgus.

Valemi parema poole esimene liige on pinna omakiirgus pinna temperatuuril ja teine liige pinnalt tagasi peegeldunud kiirgus.

Hallpinna korral on $\varepsilon_{\lambda \mathrm{s}}$ ja $a_{\lambda \mathrm{s}}$ lainepikkusest sõltumatud.

Asendame valemi (15-84) avaldisse (15-83) ning integreerime kogu lainepikkuse vahemikus, siis integraalne kiirgusintensiivsus

$$I = \int_0^\infty \{(1-a_\lambda)[(\varepsilon_{\lambda s} I_{0\lambda} + (1-a_{\lambda s})I_1] + a_\lambda I_{0\lambda}\}\,\mathrm{d}\lambda$$

ehk

$$I = \varepsilon_s \left(\sigma_0 T_s^4 - \int_0^\infty I_{0\lambda} a_\lambda \mathrm{d}\lambda\right) + (1-a_s)\left(I_1 - \int_0^\infty I_1 a_\lambda \mathrm{d}\lambda\right) +$$

$$+ \int_0^\infty I_{0\lambda} a_\lambda \mathrm{d}\lambda. \qquad (15\text{-}85)$$

Viimane valem võimaldab määrata keskkonna integraalse neelde- ja kiirgusteguri

$$a = \frac{1}{\sigma_0 T_s^4} \int_0^\infty I_{0\lambda} a_\lambda \mathrm{d}\lambda,$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sigma_0 T^4} \int_0^\infty I_{0\lambda} a_\lambda \mathrm{d}\lambda.$$

Nendes valemites on $I_{0\lambda}$ mustkeha spektraalne kiirgusvõime vastavalt pinna ja keskkonna temperatuuril.

### 15.6.3 Gaaside kiirgus

Kui tahked kehad kiirgavad või neelavad pinnalt, siis gaas kiirgab ja neelab energiat kogu ruumi ulatuses. Seepärast sõltub gaasi võime neelata kiirgusenergiat gaasikihi paksusest ja tihedusest. Gaasikihi kiirgus- ja neeldevõime suureneb tema paksuse ja tiheduse kasvuga. Nagu nägime, on tahkise kiirgus- ja neeldespekter pidev, gaasi kiirgus- ja neeldespekter võib aga olla ka katkendlik.

Kiirgav gaas võib üldjuhul koosneda molekulidest, aatomitest, ioonidest ja vabadest elektronidest. Loetletud osakestel on aga erinev energiatase. Nii näiteks moodustavad aatomid molekulis dünaamilise süsteemi, kus nad on pöörlevas ja võnkuvas olekus ning on sellisele olekule vastaval energiatasemel. Kiirgamine või kiirguse neeldumine seisneb kas footonite neelamises kiirgava osakese poolt või väljumises sellest. Vastavalt sellele toimub kas osakese energia hüppeline kasv või vähenemine ning üleminek uuele kvantolekule, mis on energiakvandi arvväärtuse kordne. Tagajärjeks on osakese pöörd- või võnkliikumise ehk ka elektroonse oleku muutus. Üheaatomilise gaasi aatomi energiatase on seotud ainult elektronide energiataseme muutusega ja kõrgsagedusliku kiirgusega. Kaheaatomilise gaasi molekulid ei ole oma sümmeetrilise ehituse tõttu suutelised energiat märgatavalt kiirgama või neelama võnk- ja pöördliikumise muutuse tõttu molekulis.

Tavalises olukorras ei kiirga ega neela ühe- ja kaheaatomilised gaasid madalal ja mõõdukal temperatuuril (< 2000 -3000 °C) kuigi suurel määral ning neid võib käsitleda läbipaistvate keskkondadena. Kõrgel temperatuuril hakkavad kaheaatomilised gaasid termilise dissotsiatsiooni tulemusel intensiivselt kiirgama ja kiirgust neelama.

Elektromagnetlained tekivad aga isegi madala temperatuuri piirkonnas võnk- ja pöördliikumise muutusest kolme- ja enamaaatomilistes gaasides. Soojustehnikas on sellised eelkõige süsihappegaas ($CO_2$), veeaur ($H_2O$), vääveldioksiid ($SO_2$), dilämmastikoksiid ($N_2O$), metaan ($CH_4$) jt süsivesinikud. Kolmeaatomilistest gaasidest pakuvad suurimat huvi $CO_2$ ja $H_2O$ kui kütuse põlemisgaasi komponendid. Nende kiirgus- ja neeldevõime on eriti kõrge just infrapunakiirguse piirkonnas.

Gaas kiirgab või neelab kiirgust nendes lainepikkuste vahemikes, mis kajastavad osakeste siirdumist uuele energiatasemele. Kui enamik tahkiseid kiirgab energiat kõigil lainepikkustel, siis gaasid kiirgavad ja neelavad energiat kindlates lainepikkuste vahemikes. Viimaste vahel on kiirgusele läbipaistvad piirkonnad. Säärast kiirgust tuntakse selektiivse kiirgusena. Kiirgusribade arv ja asukoht sõltub gaasi omadustest. Enamasti asub gaasi kiirgusspekter kuni temparatuurini 3000 °C peamiselt infrapunases piirkonnas. Kõrgel temperatuuril, nagu juba mainitud, võib ka kaheaatomiline gaas termilise dissotsiatsiooni tõttu muutuda selektiivselt kiirgavaks kehaks. Säärast kiirgusspektrit omaval gaasil on nii omakiirgusvõime kui ka võime neelata kiirgust kas välisallikalt või iseendalt.

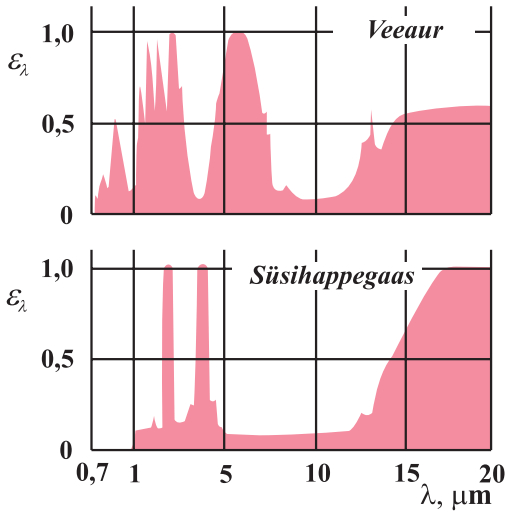
Kirchhoffi seaduse kohaselt neelab selektiivse kiirgusega termilises tasakaalus keskkond kiirgust samades lainepikkuste vahemikes ja spektrijoontel, mis ka ise kiirgavad. Nii ühtivad ka kiirgavad ja kiirgust neelavad lainepikkuste vahemikud ja spektrijooned.

Gaasi kiirgustegur on funktsioon gaasi kiirgusomadustest, gaasikihi tihedusest (rõhust) ja paksusest ning temperatuurist. Gaasi neeldetegur oleneb samuti loetletud parameetritest, kuid nende kõrval ka veel gaasile langeva kiirgusvoo intensiivsusest ja spektraalkoostisest. Seega üldjuhul, termiliselt mittetasakaalulises keskkonnas, ei võrdu gaasi neeldetegur kiirgusteguriga.

Ettekujutuse saamiseks selektiivselt kiirgava gaasi kiirgustegurist on joonisel 15.21 näitena esitatud veeauru ja süsihappegaasi kiirgusteguri üldise kuju sõltuvus lainepikkusest ning tabelis 15.4 kiirgusspektri ribade laius (lainepikkuste vahemik).

**Tabel 15.4. Mõne gaasi kiirgusribade lainepikkuste vahemik µm**

| Gaas | Kiirgusspektri riba | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Süsihappegaas | 2,4–3,0 | 4,0–4,8 | – | – | 12,5–16,6 |
| Veeaur | 1,50–1,75 | 2,5–3,0 | 4,8–8,0 | 8,0–9,5 | 12,5–25,0 |
| Vääveldioksiid | 3,8–4,0 | 4,1–4,6 | 6,9–7,6 | 8,0–9,5 | 15,8–23,2 |




**Joonis 15.21. Veeauru ja süsihappegaasi kiirgusteguri olenevus lainepikkusest**

Kiirgavate gaaside kiirgusspektrite ribad võivad kas osaliselt või täielikult üksteisega kattuda. Ribade vahel paiknevad kiirgust täielikult või peaaegu täielikult läbilaskvad tühimikud ehk nn aknad. Kiirgusribade vahel võivad asetseda ka alad, kus gaas kiirgab ainult teatud lainepikkusel (joonel). Seega on kiirgusspektril keerukas struktuur, mis koosneb pideva kiirgusega aladest, üksikutest joontest ja tühimikest. Kiirgusribade ja -joonte arv ning kiirgusribade kuju vastavad kiirgava gaasimolekuli energeetilisele seisundile, sõltudes elektronide asendist ning aatomite võnk- ja pöördliikumisest molekulis. Molekuli energeetiline seisund samadel välistingimustel erineb gaasiti, määrates seega ühtlasi kiirgusspektri ribade asukoha ja kuju.

Kiirgusribade asukoha, kuju ja laiuse määravad peale kiirgava gaasi omaduste ka temperatuur ja rõhk. Samadel tingimustel on näiteks süsihappegaasi kiirgusspektri ribad veeauru kiirgusribadest kitsamad. Siit järeldub veeauru suurem kiirgus- ja neeldevõime süsihappegaasiga võrreldes.

Temperatuuri tõustes kiirgusribad laienevad, kuid gaasi tiheduse langus kahandab samaaegselt ka neeldepunktide arvu ja gaasi neeldevõimet. Kiirgusribade laienedes suureneb kiirgusvõime siiski enam, kui gaasi hõrenemine seda vähendab, mistõttu lõppkokkuvõttes gaasi temperatuuri tõustes kiirgusintensiivsus suureneb.

Gaasiline keha kiirgab kogu hõlmatava ruumi ulatuses. Et kvantitatiivselt iseloomustada gaasimahu kiirgusintensiivsust, läheb vaja oskust arvestada kiirgava gaasimahu mõõtmeid ja kuju. Gaasimahu geomeetrilise iseloomustuse aluseks on võetud kiirgava gaasikihi efektiivpaksuse mõiste (nimetatakse ka kiire efektiivpikkuseks)

$$l_{\mathrm{e}} = 4m\frac{V}{F}, \tag{15-86}$$

kus $V$ – gaasi maht, $F$ – gaasimahtu ümbritsev pind, $m$ – kujutegur.

Arvutustes võetakse tavaliselt $m = 0{,}9$.

Erineva geomeetrilise kujuga mahtude korral võib efektiivpaksuse $l_e$ arvutamiseks kasutada tabelis 15.5 toodud valemeid.

Kihi efektiivpaksuse mõiste kasutamine taandab gaasikihi kiirguse ekvivalentseks sfäärilise gaasikihi kiirgusega, võrdsustades tegeliku gaasikihi kiirgusteguri sfäärilise keha kiirgusteguriga.

Gaaside kiirgusintensiivsus, erinevalt tahkete kehade omast, ei allu üheselt Stefani-Boltzmanni seadusele.

Süsihappegaasi kiirgusvõime on väljendatav valemiga

$$I_{CO_2} = 8{,}70\left(p_{CO_2} l_e\right)^{0{,}33}\left(\frac{T}{100}\right)^{3{,}5} \text{ W/m}^2 \qquad (15\text{-}87)$$

ja veeauru kiirgusvõime valemiga

$$I_{H_2O} = 25{,}68\left(p_{CO_2}\right)^{0{,}8} l_e{}^{0{,}6}\left(\frac{T}{100}\right)^{3} \text{ W/m}^2, \qquad (15\text{-}88)$$

kus $p_{CO_2}$ ja $p_{H_2O}$ on vastavalt $CO_2$ ja $H_2O$ osarõhk gaasis, MPa; $l_e$ – gaasikihi efektiivpaksus m.

Vastavalt esitatud valemitele on süsihappegaasi kiirgusvõime võrdeline temperatuuriga astmes 3,5 ning rõhu ja kihi efektiivpaksuse korrutisega astmes 0,33. Seega kiirgava kihi paksenedes kiirgusintensiivsus küll kasvab, kuid temparatuuri tõusuga võrreldes siiski suhteliselt aeglaselt. Veeauru kiirgusvõime on võrdeline temperatuuriga astmes kolm. Kiirgava kihi paksus ja osarõhk avaldavad veeauru kiirgusintensiivsusele suuremat mõju kui süsihappegaasi omale. Seetõttu õhemal kiirgaval kihil on ülekaalus veeauru kiirgus, väga paksu kihi puhul aga süsihappegaasi kiirgus. Kiirgusspektrite kattumise tõttu on süsihappegaasi ja veeauru segu kiirgusvõime väiksem kui nende mõlema kiirgusintensiivsuse summa.

**Tabel 15.5. Kiirgava gaasikihi efektiivpaksuse arvutusvalemid**

| Keha | Valem $l_e$ määramiseks |
|---|---|
| Kera läbimõõduga $d$ | $0{,}6d$ |
| Kuup serva pikkusega $a$ | $0{,}6a$ |
| Pikk silinder läbimõõduga $d$ | $0{,}9d$ |
| Silinder kõrgusega $h = d$ kiirgusega | |
| külgpinnale | $0{,}6d$ |
| moodustajale | $0{,}77d$ |
| Plaatidevaheline gaasikiht (plaatide vahekaugus $h$) | $1{,}8h$ |
| Pikk kanal $a \times b$ | $1{,}8\dfrac{ab}{a+b}$ |

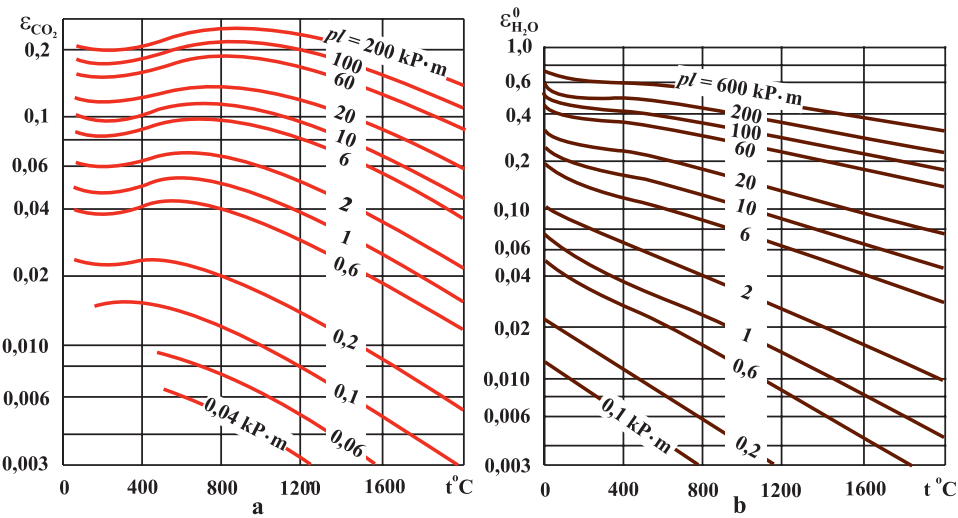
Gaasi kiirgusega seotud praktiliste ülesannete lahendamisel esitatakse gaasimahu integraalne kiirgustegur keha hallkiirgusest lähtuvalt. Gaasi kiirgus loetakse halliks, kui kiire spektraalne nõrgenemistegur $k_\lambda$ on kogu kiirgusspektri ulatuses konstantne: $k_\lambda = k = konst$. Niimoodi ei sõltu halli gaasi korral integraalne neeldetegur gaasile langeva kiirguse spektraalkoostisest ning on võrdne spektraalse neeldeteguriga $a = a_\lambda$. Hallkeha korral Kirchhoffi seadusele vastavalt $a = \varepsilon$, kusjuures

$$\varepsilon = 1 - \exp(-kl_e). \tag{15-89}$$

Nagu juba teada, ei allu gaasi kiirgus rangelt Stefani-Boltzmanni seadusele. Sageli puutume kokku praktiliste ülesannetega, kus kiirgussoojusvahetuses osalevad gaasikihi kõrval ka tahke keha pinnad. Et lihtsustada selliste ülesannete lahendamist, väljendatakse gaasi kiirgusintensiivsus siiski Stefani-Boltzmanni seadusest (valem (15-20)) lähtudes. Valemis esinevat kiirgustegurit $\varepsilon$ käsitatakse kiirgava kihi efektiivpaksuse ja rõhu kõrval veel ka funktsioonina temperatuurist. Nendest põhimõtetest lähtudes on koostatud diagrammid, kus tuuakse gaasi kiirgusteguri olenevus temperatuurist ning osarõhu ja kiirgava kihi paksuse korrutisest. Diagrammid süsihappegaasi ja veeauru kohta on joonisel 15.22. Need diagrammid on koostatud Beeri hüpoteesist lähtuvalt (kiirgava aine optiline tihedus on võrdeline aine kontsentratsiooniga). Paljudel juhtudel esineb siiski mõningane kõrvalekalle Beeri hüpoteesist, mis võetakse arvesse vastava parandusteguriga. Näiteks veeauru korral

$$\varepsilon_{H_2O} = \beta \varepsilon^0_{H_2O},$$

kus $\varepsilon^0_{H_2O}$ – neeldetegur.




**Joonis 15.22. Gaasi kiirgusteguri olenevus temperatuurist ja korrutisest *pl*: a) süsihappegaas, b) veeaur**

Teguri $\beta$ väärtused olenevalt veeauru osarõhust ning osarõhu ja kihi paksuse korrutisest on toodud joonisel 15.23. Mainime, et veeauru puhul on kiirgusteguri kõrvalekalle Beeri hüpoteesi kohaselt määratust märkimisväärne, süsihappegaasi korral aga suhteliselt väike.

Gaasikomponendi osarõhk segus arvutatakse tema suhtelise osamahu ja kogurõhu korrutisena (valem (5-29)).

Kiirgusribade kattumisel ei rakendu aditiivsuse seadus, seega eksisteerib hälve Beeri seadusest. Sama kehtib näiteks ka juhul, kui gaas sisaldab samaaegselt nii süsihappegaasi kui ka veeauru. Süsihappegaasi ja veeauru samaaegsel kiirgusel keskkonnas määratakse kiirgustegur valemiga

$$\varepsilon = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon^0_{H_2O} - \Delta\varepsilon. \qquad (15\text{-}90)$$

Gaasikomponendi osarõhust, temperatuurist ja kiirgava gaasikihi paksusest sõltuvad parandustegurite $\beta$ ja $\Delta\varepsilon$ väärtused leiab käsiraamatutest (vt nt joonis 15.23).

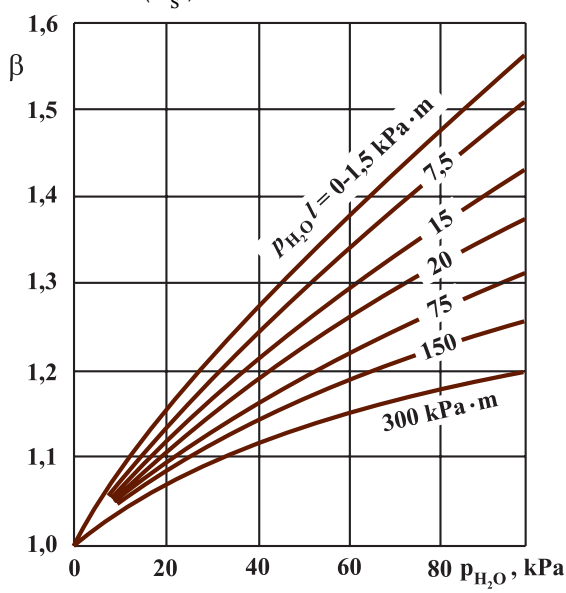
Kahe halli komponendi kiirguse korral

$$\varepsilon = \varepsilon_A + \varepsilon_B - \varepsilon_A\varepsilon_B = \varepsilon_A + \varepsilon_B - \Delta\varepsilon. \qquad (15\text{-}91)$$

Valemist (15-91) nähtub, et hallkiirgusele $\Delta\varepsilon = \varepsilon_A\varepsilon_B$. Kui komponendid kiirgaksid erinevate lainepikkuste vahemikus, siis selektiivse kiirguse korral $\Delta\varepsilon = 0$.

Neeldeteguri gaasikihis võib arvutada ligikaudse valemiga, kui langev kiirgus vastab mustkeha kiirgusspektrile temperatuuril $T_s$:

$$a = \varepsilon\left(\frac{T}{T_s}\right)^{0,4}. \qquad (15\text{-}92)$$




**Joonis 15.23. Teguri $\beta$ olenevus veeauru osarõhust ja kompleksi *pl* väärtusest**

Toodud seosed kehtivad puhastele kiirgavatele ja kiirgust neelavatele gaasidele ja nende segudele. Sageli sisaldab gaas ka tolmuosakesi (nt lendtuhka, hõõguvaid tahmaosakesi jm) ning vedelikupiisku. Peale gaasikomponentide neelavad ja hajutavad energiat ka segus sisalduvad tahked ja vedelad osakesed. Tahkete osakeste ja vedelikupiiskade sisaldus lähendab kiirgust alati hallkeha kiirgusele. Osakeste mõju gaasisegu kiirgusomadustele sõltub nende mõõtmetest, polüfraktsioonilisest jaotuskarakteristikust, osakeste kontsentratsioonist gaasi mahus jt parameetritest.

### 15.6.4 Üldistatud nurktegurid

Käsitledes kiirgussoojusvahetust kiirgust osaliselt läbilaskvas keskkonnas, tuleb nagu kiirguse täieliku läbilaskvuse juhulgi arvestada tahkete pindade paigutust ruumis. Siinne iseärasus on, et süsteemi meelevaldsele pinnale ei satu efektiivkiirgus ülejäänud pindadelt, sest see on eelnevalt läbinud kiirgust neelava keskkonna. On ilmne, et kiirguse osalise neeldumise tõttu satub pinnale nõrgem kiirgusvoog kui kiirgust täielikult läbilaskvas keskkonnas. Kiirgust neelava keskkonna olemasolul kasutatakse kiirgussoojusülekande arvutustes üldistatud nurktegureid, mis arvestavad kiirguse nõrgenemist selle kandumisel ühelt pinnalt teisele.

Üldistatud nurktegur $\psi_{ik}$ näitab, milline osa kiirgusest pinnalt $F_i$ satub pinnale $F_k$, kui võtta arvesse neeldumist keskkonnas:

$$\psi_{ik} = \frac{Q_{lk}}{Q_{ei}}, \tag{15-93}$$

kus $Q_{lk}$ – pinnale $F_k$ langev kiirgus, $Q_{ei}$ – pinnalt $F_i$ lahkuv efektiivkiirgus.

Kui süsteem koosneb n pinnast, siis pinnale $F_k$ langev kogu efektiivkiirgus

$$Q_{lk} = \sum_{i=1}^{n} \psi_{ik} Q_{ei}\,. \tag{15-94}$$

Üldistatud nurktegur on dimensioonita suurus, mille arvväärtus võib asetseda vahemikus 0–1.

Joonisel 15.14 toodud skeemi (eeldame, et pindade $F_1$ ja $F_2$ vahel paikneb kiirgust neelav keskkond kiire nõrgenemisteguriga $k$) ning valemite (15-29) ja (15-77) põhjal lokaalne üldistatud nurktegur

$$\psi_{d12} = \int_{F_2} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi r^2} \exp(-kr)\,\mathrm{d}F_2\,, \tag{15-95}$$

üldistatud vastastikune pind

$$H_{12} = \int_{F_1} \psi_{d12}\,\mathrm{d}F_1$$

ning üldistatud nurktegur pindade $F_1$ ja $F_2$ vahel

$$\psi_{12} = \frac{H_{12}}{F_1}.$$

Tabelis 15.6 on toodud mõned Ilmar Miku koostatud üldistatud nurktegurite valemid lõpmata pikkadele kiirgavatele süsteemidele ja allolevas tabelis nende arvutamiseks vajalike funktsioonide väärtused.

**Ilmar Miku kiirgusfunktsioonide tabel**

| *kl* | M(*kl*) | $N_1(kl)$ | $N_2(kl)$ | $S_1(kl)$ | $S_2(kl)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,0000 | 1,0000 | 0,4244 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 0,7793 | 0,5241 | 0,2836 | 0,7039 | 0,8230 |
| 0,4 | 0,6116 | 0,3372 | 0,1994 | 0,5146 | 0,6828 |
| 0,6 | 0,4823 | 0,2293 | 0,1436 | 0,3831 | 0,5701 |
| 1,0 | 0,3028 | 0,1152 | 0,0777 | 0,2194 | 0,4040 |
| 1,5 | 0,1714 | 0,0529 | 0,0379 | 0,1135 | 0,2701 |
| 2,0 | 0,0980 | 0,0257 | 0,0192 | 0,0603 | 0,1857 |
| 5,0 | 0,0038 | 0,0005 | 0,0004 | 0,0018 | 0,0338 |
| 8,0 | 0,0002 | | | 0,0001 | 0,0123 |

Poolläbipaistva halli keskkonnaga kiirgava süsteemi üldistatud ja tavalise nurkteguri suhe on võrdne läbitusteguriga:

$$d_{12} = \frac{\psi_{12}}{\varphi_{12}}. \qquad (15\text{-}96)$$



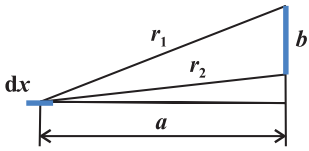
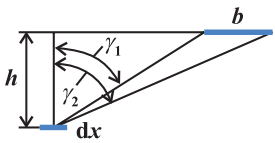
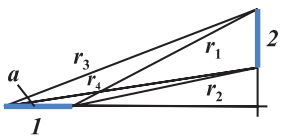
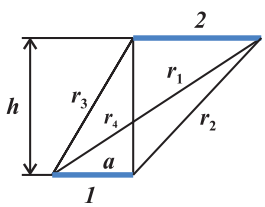
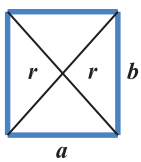
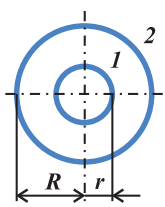
**Ilmar Mikk** (1.03.1925 Tallinn – 24.06.1989 Tallinn) eesti soojusfüüsik, mehaanikainsener. Õppis TTÜ mehaanikateaduskonnas 1944–1950. Lõpetanud inseneri-soojusenergeetikuna, jäi tööle soojusenergeetika kateedrisse, kus töötas elu lõpuni. 1950–1953 assistent, 1953–1958 vanemõpetaja, 1958–1969 dotsent, alates 1969 soojusenergeetika professor. 1958–1962 ka energeetikateaduskonna prodekaan. Tunnustatud teadlane soojus- ja massilevi alal, teinud põhjapanevaid uuringuid soojuskiirguse valdkonnas.

Kandidaadi teaduskraadi omandas tööga „Põlevkivi-kukersiidi lendtuhakivistised torudel" (1957). Seejärel pühendus soojuskiirguse uuringutele, mille tulemusena kaitses tehnikadoktori teaduskraadi tööga „Kiirgussoojusvahetuse ligikaudsed arvutusmeetodid" (1968).

Eelnevalt (1960–1964) oli sel teemal avaldanud 13 sisutihedat artiklit mitmes riigis. I. Miku tööd on sügavalt teoreetilise kallakuga. Tema uurimuste põhisuund oli kiirgussoojuslevi häguses ruumikeskkonnas, selle optilise tiheduse mõju kiirguslevile ning üldistatud nurktegurite tuletamine kiirgussoojusvahetuse probleemide lahendamisel.

I. Mikk õpetas soojus- ja massilevi üld- ja erikursusi, juhendas teaduskraadi taotlejaid ja üliõpilaste lõputöid. Kirjutas erialapeatükid õpperaamatusse „Soojustehnika" (1966, 1974), oli „Soojustehnika käsiraamatu" (1977) koostajaid, tegeles erialasõnavara korrastamisega.

**Tabel 15.6. Üldistatud nurktegurite valemid lõpmata pikkadele süsteemidele**

| Skeem | Üldistatud nurktegur | Nurktegur |
|---|---|---|
|  | $\psi_{\mathrm{dxb}} = \frac{a}{2}\left[\frac{\mathrm{N}_1(kr_2)}{r_2} - \frac{\mathrm{N}_1(kr_1)}{r_1}\right]$ | $\varphi_{\mathrm{dxb}} = \frac{a}{2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$ |
|  | $\psi_{\mathrm{dxb}} = \frac{1}{2}\left[\mathrm{J}_{21}(\gamma_2) - \mathrm{J}_{21}(\gamma_1)\right]$<br>$\mathrm{J}_{21}(\gamma) = \{\mathrm{M}(kh) +$<br>$+\left[\mathrm{S}_1(kh) - \mathrm{M}(kh)\right]\sin^2\gamma\}\sin\gamma$ | $\varphi_{\mathrm{dxb}} = \frac{1}{2}(\sin\gamma_2 - \sin\gamma_1)$ |
|  | $\psi_{12} = \frac{1}{2ka}\left[\mathrm{N}_2(kr_2) + \mathrm{N}_2(kr_3) -\right.$<br>$\left.-\mathrm{N}_2(kr_1) - \mathrm{N}_2(kr_4)\right]$ | $\varphi_{12} = \frac{1}{2a}\left[(r_1 + r_4) - (r_2 + r_3)\right]$ |
|  | $\psi_{12} = \frac{1}{2a}\left[(r_1 + r_4) -\right.$<br>$\left.-(r_2 + r_3)\right]\mathrm{S}_1(kh) +$<br>$+\frac{\mathrm{h}^2}{2\mathrm{a}}\left[\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_4}\right) - \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)\right]\times$<br>$\times\left[\mathrm{S}_1(kh) - \mathrm{M}(kh)\right]$ | $\varphi_{12} = \frac{1}{2a}\left[(r_1 + r_4) - (r_2 + r_3)\right]$ |
|  | $\psi_{\mathrm{ab}} = \frac{1}{2ka}\left[\mathrm{N}_2(0) + \mathrm{N}_2(kr) -\right.$<br>$\left.-\mathrm{N}_2(ka) - \mathrm{N}_2(kb)\right]$<br>$\psi_{\mathrm{ac}} = \frac{1}{a}\{(r-b)\mathrm{S}_1(kb) +$<br>$+b^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)\left[\mathrm{S}_1(kb) - \mathrm{M}(kb)\right]\}$ | $\varphi_{\mathrm{ab}} = \frac{1}{2a}(a + b - r)$<br>$\varphi_{\mathrm{ac}} = \frac{1}{a}(r - b)$ |
|  | $\psi_{12} = \frac{r-R}{R}\mathrm{M}(kR - kr) +$<br>$+\frac{r}{R}\mathrm{S}_1(kR - kr)$<br>$\psi_{21} = \frac{r}{R}\psi_{12}$<br>$\psi_{22} = \mathrm{S}_2(2kR) - \frac{r}{R}\mathrm{M}(2kR) -$<br>$-\left(\frac{r}{R}\right)^3\left[\mathrm{S}_2(2kR) - \mathrm{M}(2kR)\right]$ | $\varphi_{12} = 1$<br>$\varphi_{21} = \frac{r}{R}$<br>$\varphi_{22} = 1 - \frac{r}{R}$ |

## 15.6.5 Kehadevaheline soojusülekanne neelavas keskkonnas

### *15.6.5.1 Soojusülekanne suletud süsteemis*

Vaatleme halli keskkonnaga täidetud suletud süsteemi (joonis 15.24).

Jagame süsteemi pinna- ja mahualadeks. Pindade arv olgu n, mahualade arv aga m. Pinnaalad märgime tähega i, mahualad tähega j. Seega süsteemi kogupind

$$F = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

ja süsteemi kogumaht

$$V = \sum_{j=1}^{m} V_j .$$

Pinna- ja mahualade temperatuuri ja kiirgust iseloomustavad suurused loeme püsivaks.

Ülesandeks on leida kas resulteeruvad kiirgused või alade pinna või mahu temperatuurid.

Mahuala kiirgustegur

$$\varepsilon_j = 1 - \exp(-k_j l_{ej}),$$

kus $k_j$ – kiire nõrgenemistegur mahualas j; $l_{ej}$ – mahuala kiirgava kihi efektiivne paksus.

Vastavalt viimasele valemile mahuala omakiirgus

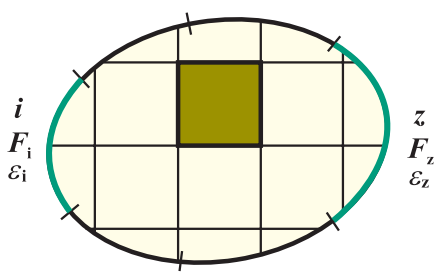
$$Q_{ij} = \varepsilon_j \sigma_0 T_j^4 F_j .$$

Kui kiirgus gaasimahus ei haju ega peegeldu, siis on gaasimahu omakiirgus võrdne efektiivkiirgusega:

$$Q_{ij} = Q_{ej}$$

ning mahuala resulteeruv kiirgus (valem (15-36))

$$Q_{rej} = Q_{ij} - Q_{aj} .$$




**Joonis 15.24. Kiirgava keskkonnaga täidetud ruumi jagamine kiirgusaladeks**

Resulteeruv kiirgus pinnaalal

$$Q_{\mathrm{rez}} = Q_{\mathrm{iz}} - Q_{\mathrm{az}}$$

ja neelduv kiirgus

$$Q_{\mathrm{az}} = a_{\mathrm{z}} Q_{\mathrm{lz}}\,.$$

Pinnale langeb kiirgus nii pinna- kui ka mahualadelt. Arvestades kiirguse neeldumist mahualades ja ka nurktegureid, siis resulteeruv kiirgus pinnal z

$$Q_{\mathrm{rez}} = Q_{\mathrm{iz}} - a_{\mathrm{z}}\left(\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} Q_{\mathrm{ei}}\psi_{\mathrm{iz}} + \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{m}} Q_{\mathrm{ij}}\psi_{\mathrm{jz}}\right). \tag{15-97}$$

Valemi parempoolse osa esimene liige on pinnaala *z* omakiirgus. Teine liige kujutab alale *z* kõigilt pinnaaladelt langenud ja selles neeldunud energiat, kaasa arvatud ka keha enda pinnalt langenud kiirgus, kusjuures arvestatud on kiirguse neeldumist mahu läbimisel. Kolmas liige on alas z neeldunud energia osa, mis langeb sellele kõigilt ruumialadelt, kusjuures arvestatud on kiirguse neeldumist ruumi läbimisel.

Ülesande lahendamisel koostatakse kõigi pinna- ja ruumialade kohta (15-97) tüüpi võrrand. Tulemuseks on lineaarsetest algebralistest võrranditest koosnev süsteem, kus võrrandite arv on võrdne pinna- ja ruumialade arvu summaga. Efektiivkiirguse arvutamiseks kasutatakse (15-40) tüüpi valemit.

Ülesande lahendi kontrolliks võib kasutada reeglit, mille järgi kõigi resulteeruvate kiirguste algebraline summa suletud süsteemis võrdub nulliga.

#### *15.6.5.2 Pinnast ja kiirgavast keskkonnast koosnev süsteem*

Vaatleme kiirgussoojusülekannet süsteemis, mis koosneb suletud pinnast ja kiirgavast keskkonnast. Olgu kiirgava keskkonna temperatuur $T_1$ püsiv, kiirgustegur $\varepsilon_1$ ja neeldetegur $a_1$. Tähistame pinna püsitemperatuuri $T_2$, kiirgusteguri $\varepsilon_2$ ja neeldeteguri $a_2$. Eeldame, et $T_1 > T_2$. Soojusvahetuspinna suurus olgu $F$.

Keskkonna efektiivkiirgus (valem (15-38))

$$Q_{\mathrm{e1}} = \frac{\varepsilon_1}{a_1}\sigma_0 T_1^4 F - (\frac{1}{a_1} - 1)Q_{\mathrm{re1}} \tag{15-98}$$

ja pinna efektiivkiirgus

$$Q_{\mathrm{e2}} = \frac{\varepsilon_2}{a_2}\sigma_0 T_2^4 F - (\frac{1}{a_2} - 1)Q_{\mathrm{re2}}\,, \tag{15-99}$$

kus $Q_{\mathrm{re1}}$ ja $Q_{\mathrm{re2}}$ on keskkonna ja pinna resulteeruv kiirgus.

Kui $T_1 > T_2$, siis keskkonnalt pinnale kanduv soojushulk

$$Q_{12} = Q_{\mathrm{e1}} - Q_{\mathrm{e2}}.$$

Kui asendada valemitega (15-98) ja (15-99) määratud $Q_{e1}$ ja $Q_{e2}$ väärtused viimasesse avaldisse ning arvestada seda, et $Q_1 = -Q_2$, siis

$$Q_{12} = \frac{c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} F = c_{12}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] F, \qquad (15\text{-}100)$$

kusjuures taandatud kiirgustegur

$$c_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1 c_0} + \frac{1}{\varepsilon_2 c_0} - \frac{1}{c_0}} = \frac{c_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

### *15.6.5.3 Kiirgavat keskkonda ja adiabaatset pinda sisaldav süsteem*

Vaatleme näitena kiirgussoojusülekannet suletud süsteemis, mis koosneb kahest isotermsest pinnast $F_1$ ja $F_2$. Neist esimene on tasapind ning teine on nõgus ja adiabaatne. Pindadevaheline ruum olgu kiirgust poolläbilaskev (nt gaasiline) keskkond püsitemperatuuril. Pinna $F_1$ temperatuur olgu $T_1$ ning kiirgustegur $\varepsilon_1$. Tähistame keskkonna temperatuuri $T_3$ ja kiirgusteguri $\varepsilon_3$. Püstitame ülesande määrata süsteemis esinevad kiirgusvood ja tasapinnalist seina läbiv soojusvoog ning näidata adiabaatse pinna temperatuuri arvutamise võimalus, vaadeldes kiirgust hallkiirgusena.

Pinna $F_1$ vastuvõetav (äraantav) soojushulk $Q_1$ ehk resulteeruv soojusvool $Q_{re1}$ on võrdne pinna efektiivse kiirgusvoolu $Q_{e1}$ ja pinnale langeva kiirgusvoolu $Q_{l1}$ vahega (valem (15-37)):

$$Q_{re1} = Q_1 = Q_{e1} - Q_{l1} = Q_{e1} - (\psi_{21}Q_{2e} + \psi_{31}Q_{3e}), \qquad (15\text{-}101)$$

kus $\psi_{21}$, $\psi_{31}$ – üldistatud nurktegur pinnalt $F_2$ ja keskkonnalt pinnale $F_1$, $Q_{2e}$ – pinna $F_2$ efektiivne kiirgus, $Q_{3e}$ – keskkonna efektiivkiirgus.

Termodünaamika esimese seaduse kohaselt võrdub suletud süsteemis kõigi resulteeruvate soojusvoolude algebraline summa nulliga (p 15.5.3.5):

$$Q_{re1} + Q_{re2} + Q_{re3} = 0.$$

Et soojusvoog adiabaatset pinda ei läbi, siis $Q_{re2} = 0$ ning

$$Q_{re1} = -Q_{re3}.$$

Seega toimub soojusülekanne ainult pinna $F_1$ ja kiirgava (neelava) keskkonna vahel.

Vaadeldava süsteemi kiirgust vastuvõtva pinna ja mahuala efektiivkiirgused

$$Q_{e1} = \varepsilon_1 I_0 F_1 + (1 - \varepsilon_1)(\psi_{11}Q_{e1} + \psi_{21}Q_{e2} + \psi_{31}Q_{e3}),$$

$$Q_{e3} = \varepsilon_3 \sigma_0 T_3^4 F_3 = \varepsilon_3 \sigma_0 T_3^4 \left(F_1 + F_2\right).$$

Mustkeha kiirgusvõime temperatuuril $T_1$

$$I_0 = \sigma_0 T_1^4 = \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 .$$

Üldistatud nurktegurid valemi (15-101) kohaselt:

$$\psi_{11} = \varphi_{11} d_{11} = \varphi_{11}(1 - \varepsilon_3),$$

$$\psi_{21} = \varphi_{21} d_{21} = \varphi_{21}(1 - \varepsilon_3),$$

$$\psi_{31} = \varepsilon_1.$$

Nurktegur $\varphi_{11} = 0$ (tasapinnaline sein), $\varphi_{21} = F_1/F_2$ ja $\varphi_{22} = 1 - \varphi_{21}$.

Efektiivne kiirgusvool pinnalt $F_1$

$$Q_{e1} = \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} Q_{re1}.$$

Et $Q_{re2} = Q_{l2} - Q_{e2} = 0$, siis pinnale $F_2$ langev kiirgusvool

$$Q_{e2} = Q_{l2} = \varepsilon_3 \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_3}{100}\right)^4 F_2 + \varphi_{12}(1-\varepsilon_3) Q_{e1} + \varphi_{22}(1-\varepsilon_3) Q_{e2},$$

millest

$$Q_{2e} \frac{\varepsilon_3 \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_3}{100}\right)^4 F_2 + (1-\varepsilon_3) Q_{e1}}{1-(1-\varphi_{21})(1-\varepsilon_3)}, .$$

kuna $\varphi_{12} = 1$.

Asetame leitud efektiivsed kiirgusvoolud võrrandisse (15-101), siis pinda $F_1$ läbiv soojusvoog

$$q_1 = I_{re1} = \frac{Q_{re1}}{F_1} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 [\varphi_{21}(1-\varepsilon_3)+1]\mathrm{c}_0}{\varepsilon_3 + \varphi_{21}(1-\varepsilon_3)[1-(1-\varepsilon_3)(1-\varepsilon_1)]} \left[\left(\frac{T_3}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_1}{100}\right)^4\right]$$

Et adiabaatse pinna korral resulteeruv soojusvool $Q_{re2} = 0$, siis vastavalt valemile (15-38) efektiivne kiirgusvool pinnalt $F_2$

$$Q_{e2} = \sigma_0 T_2^4 F_2 = \mathrm{c}_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 F_2 .$$

Näeme, et adiabaatse pinna efektiivne kiirgusvool ei sõltu pinna kiirgusomadustest (vt samuti p 15.5.2.1)

Võrdsustades viimase avaldise valemiga (15-101) ning tehes vastavad asendused, saame arvutada temperatuuri $T_2$.

#### *15.6.5.4 Kiirgussoojusülekande tegur*

Sageli puutume kokku ülesannetega, kus nii kiirguslik kui ka konvektiivne soojusülekanne toimivad samal ajal, olles koostoimivad seotud nähtused.

Teatavasti on konvektiivne soojuslevi Newtoni-Richmanni seaduse kohaselt võrdeline temperatuurivahega, kiirgussoojusülekanne Stefani-Boltzmanni seaduse põhjal aga temperatuuri neljandate astmete vahega. Soojuslevi kiirgust neelavas keskkonnas vaadeldakse samuti sõltuvana temperatuurist neljandas astmes. Tekib temperatuuriväli, mille kuju on määratud nii konvektiivse kui ka kiirguslik soojusülekande nähtustega. Selline soojusülekannete vastastikune mõju on seda tugevam, mida suurem on kiirgava keskkonna optiline tihedus. Kiirgust läbilaskvas keskkonnas ei sõltu temperatuuriväli kiirgusest ning kõnealused soojusülekande protsessid teineteist ei mõjuta. Seega on pindade vahel ülekantav soojushulk kiirgusele läbipaistva keskkonna puhul arvutatav kui konvektsiooni ja kiirgusega ülekantud soojushulkade summa. Kiirgava ja neelava keskkonna puhul tuleb aga arvestada soojushulka, mida keskkond neelab ja annab kiirguse teel ära. Nüüd ei ole konvektsiooni teel ülekantav soojushulk enam sama mis kiirgussoojusvahetuse puududes.

Et lihtsustada praktilisi arvutusi, leitakse konvektsiooni teel ülekantud soojushulk $Q_\mathrm{k}$, arvestamata kiirgusülekannet, ja kiirgusega ülekantud soojushulk $Q_\mathrm{r}$, jättes arvestamata konvektsiooni. Seega on kogu ülekantud soojushulk nende summa:

$$Q = Q_\mathrm{k} + Q_\mathrm{r}\,. \tag{15-102}$$

Valemi esimese liikme arvutamise aluseks on temperatuurivahe, teise liikme määramisel aga temperatuuri neljandate astmete vahe. Selleks et ühes ja samas valemis mitte kasutada temperatuuri esimest ja neljandat astet, taandatakse kogu soojusülekande protsess temperatuurivahele nagu Newtoni-Richmanni valemis:

$$Q = (\alpha_\mathrm{k} + \alpha_\mathrm{r})(t_\mathrm{k} - t_\mathrm{s})F\,, \tag{15-103}$$

kus $\alpha_\mathrm{k}$ – konvektsiooni soojusülekandetegur, $\alpha_\mathrm{r}$ – kiirgussoojusülekande tegur, $t_\mathrm{k}$ – keskkonna temperatuur, $t_\mathrm{s}$ – pinna temperatuur, $F$ – soojusvahetuspind.

Kiirgusega ülekantud soojushulk

$$Q_\mathrm{r} = c_\mathrm{ek}\left[\left(\frac{T_\mathrm{k}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_\mathrm{s}}{100}\right)^4\right]F\,, \tag{15-104}$$

kus $c_\mathrm{ek}$ – taandatud kiirgustegur.

Lõpptulemusena saame kiirgussoojusülekande teguri jaoks valemi

$$\alpha_{\mathrm{r}} = \frac{c_{\mathrm{ek}}\left[\left(\frac{T_{\mathrm{k}}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\mathrm{s}}}{100}\right)^4\right]}{t_{\mathrm{k}} - t_{\mathrm{s}}}. \tag{15-105}$$

Kiirgussoojusülekande intensiivsuse taandamine lineaarsele temperatuurivahele võimaldab suhteliselt lihtsalt määrata pinda läbivat soojusvoogu ja vajadusel see jagada kaheks osaks – kiirgussoojusvooks ja konvektiivseks soojusvooks.

### 15.6.6 Päikesekiirgus ja kiirgus atmosfääris

Päike on Maa peamine energiaallikas, kust elektromagnetlainetena saabub maapinnale päikeseenergia, läbides oma teekonnal eelnevalt Maa atmosfääri. Atmosfääri läbimine mõjutab tugevalt päikesekiirguse spektrit ja tegusust, mistõttu atmosfäärist Maale kiiratav ja atmosfääris neelduv kiirgus on atmosfäärikiirgus.

Päike on Maale kõige lähem täht, tema ligikaudne läbimõõt on $1{,}392\cdot10^9$ m ja mass $1{,}99\cdot10^{30}$ kg. Päikese mass ületab 330 000 korda Maa massi, moodustades 99,9% kogu Päikesesüsteemi massist. Päikese keskmine kaugus Maast on $1{,}4953\cdot10^{11}$ m.

Päikese pinnalt lähtub kiirgusena energiavoog $3{,}86\cdot10^{26}$ W, millest Maa atmosfääri ülempiirile jõuab vaid ½ miljardikku osa, moodustades aasta jooksul energiahulga ligikaudu $5{,}4\cdot10^{12}$ TJ. Päikesel kulgeb tuumasünteesi reaktsioon, mille jooksul neljast vesinikuaatomist tekib üks heeliumiaatom. Temperatuur Päikese südamikus on kuni $40\cdot10^6$ K, langedes pinnal ligilähedaselt 5800 K-ni.

Päikese kiirgusintensiivsus (pealelangev kiirgus kiirgussoojusvahetuse mõistes) Maa atmosfääri sisenemisel

$$\mathrm{I}_{\otimes} = 1353 \text{ W/m}^2.$$

Suurust $\mathrm{I}_{\otimes}$ nimetatakse Päikese konstandiks (ka solaarkonstandiks). See on Maa atmosfääri välispinnale langev päikesepinna normaali suunaline päikesekiirte kiirgusvoog, kui Maa asetseb keskmisel kaugusel Päikesest. Kuna aga Päike on Maa tiirlemise ellipsi fookuses, siis ei ole solaarkonstant püsisuurus, vaid muutub Maa kaugusega Päikesest. Solaarkonstandi maksimumväärtus on 1399 W/m$^2$ talvisel pööripäeval ja miinimumväärtus 1310 W/m$^2$ suvisel pööripäeval. Siiski ei ole see kõikumine eriti suur ning vajalikud arvutused tehakse Päikese ja Maa vahelisele keskmisele kaugusele vastaval solaarkonstandi väärtusel.

Lähtudes kiirguslevi seaduspärasustest ja termodünaamika esimesest seadusest ning eeldades, et Päikeselt lähtuval kiirgusspektril on mustkehaga ekvivalentne kiirgusspekter, saame

$$4\pi L^2 \mathrm{I}_{\otimes} = 4\pi R^2 \sigma_0 T_{\otimes}^4, \tag{15-106}$$

kus $L$ – Maa kaugus Päikesest, $R$ – Päikese raadius, $\sigma_0$ – Stefani-Boltzmanni konstant, $T_{\otimes}$ – Päikese pinnatemperatuur.

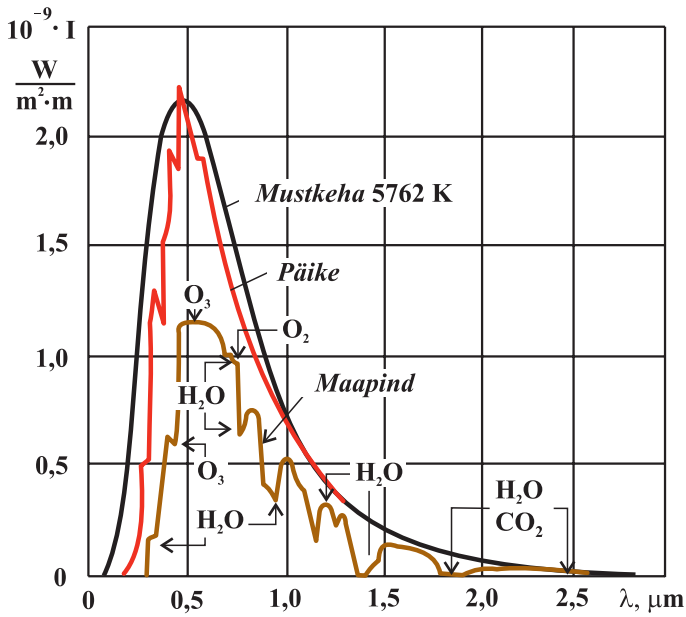
Valemiga (15-106) määratud Päikese pinnatemperatuur on $T_{\odot} = 5762$ K (rõhutame, et vaid siis, kui käsitada Päikeselt lähtuvat kiirgust mustkeha kiirgusena). Joonisel 15.25 on kujutatud Päikeselt lähtuv spektraalne kiirgusvoog Maa atmosfääri sisenemisel. Samale joonisele on kantud ka mustkeha kiirgusspekter, mis lähtuks Päikese pinnalt kui mustkehalt temperatuuril 5762 K. Näeme, et päikesekiirguse spekter on üsna lähedane mustkeha kiirgusspektrile.

Samal joonisel on esitatud ka päikesekiirguse tüüpiline spekter Maa pinnal pärast atmosfääri läbimist, kuigi see ei ole püsisuurus, vaid sõltub atmosfääri seisundist.

Selgub, et Päikeselt lähtuv kiirgus, läbides ligikaudu 30 km paksuse atmosfääri, sumbub ja tema spekter teeb läbi märgatavad muutused kiirguse neeldumise ja hajumise tagajärjel. Joonisele on kantud ka õhukomponentide tähtsamad kiirguse neeldepunktid.

Spektraalkiirguse languse kohad diagrammil on seotud suurel määral hapniku, osooni, veeauru ja süsihappegaasi kiirgusneeldega. Hapnik neelab kiirgust väga nõrgalt kitsal ribal lainepikkusel 0,76 μm. Osoon neelab ultraviolettkiirguse peaaegu täielikult lainepikkusel alla 0,3 μm ning tuntavalt ka lainepikkuste vahemikus 0,3–0,4 μm. Osoon neelab kiirgust ka nähtava valguse piirkonnas.

Maad ümbritsev osoonikiht kaitseb maapealseid bioloogilisi süsteeme tugevatoimelise ultraviolettkiirguse eest. Seega on ülitähtis atmosfääri ülaosa osoonikihti kaitsta sinna paiskuvate ja seda lõhkuvate keemiliste ühendite eest. Kiirguse neeldumise infrapunapiirkonnas põhjustab peamiselt veeaur ja süsihappegaas atmosfääris.




**Joonis 15.25. Päikeselt lähtuva ja maapinnale langeva kiirguse võrdlus mustkeha kiirgusega**

Kiirguse sumbumise tulemusel atmosfääris on Päikese keskmine kiirgusintensiivsus maapinnal selge ilma korral 950 W/m$^2$, pilves ilmaga aga tunduvalt väiksem. Maapinnale langeva kiirguse põhiosa asetseb lainepikkuste vahemikus 0,3–2,5 μm.

Päikesekiirguse sumbumise atmosfääri läbimisel põhjustab kiirguse neeldumine ja hajumine õhumolekulide, veepiiskade, tolmuosakeste jt mõjul. Kiirguse hajumine on enim seotud osakeste mõõtmete ja kiirguse lainepikkusega. Hapniku ja lämmastiku molekulid hajutavad vähesel määral kiirgust molekulide mõõtmetega võrreldes väga lühikese lainepikkuse piirkonnas. Veepiiskade ja tolmuosakeste mõju kiirguse hajumisele avaldub peamiselt kiirgusspektri infrapunases osas.

Kirjeldatud nähtusest johtuvalt on Päikeselt maapinnale lähetatud kiirgus vaadeldav kaheosalisena – otse Päikeselt maapinnale langev kiirgus ja atmosfääris hajutatud difuusne kiirgus ehk hajukiirgus. Viimane ei sõltu langemisnurgast ja saabub Maale võrdselt igast suunast. Ilmateaduses on kasutusel sõna „hajukiirgus".

Seega Maa horisontaalpinnale langev kiirgus ehk kogukiirgus on summa Päikese otsesest ($I_0$) ja hajusast ($I_H$) kiirgusest:

$$I_p = I_0 + I_H \, .$$

Päikese otsene kiirgus on see osa kiirgusest, mis jõuab Päikese pinnalt ristikiirtega Maa pinnale ($I_{P0}$). Maa horisontaalpinnale langev otsene kiirgus on aga arvutatav valemiga

$$I_0 = I_{P0} \sin h_0 \, , \qquad (15\text{-}107)$$

kus $h_0$ on Päikese kõrgus.

Päikese kõrgus on nurk Maa horisondi ning vaatluskohta ja Päikest ühendava sirge vahel. Päikese kõrgus $h_0$ on arvutatav geomeetrilise funktsioonina kolmest nurgast, milleks on vaatluskoha geograafiline laius, vaatlusmomendile vastav Päikese kääne ja Päikese tunninurk.

Pilvitul päeval moodustab difuusse kiirguse osa kogukiirgusest ligikaudu 10%, täielikult pilvedega kaetud taeva korral aga võib ulatuda kuni 100%-ni.

Õhu molekulid ja õhus hõljuvad osakesed mitte ainult ei neela kiirgust, vaid kiirgavad energiat ka ise. Atmosfäärikiirgust mõjutavad enim veeaur ja süsihappegaas õhus. See kiirgus langeb peamiselt lainepikkuste vahemikku 5–10 μm ja 13 μm piirkonda. Atmosfääri kiirgusspekter ei kattu mustkeha kiirgusspektriga (joonis 15.3), kuid jälgib selle üldist kuju. Probleemi käsituse ja arvutuste lihtsustamise huvides taandatakse atmosfääri hajukiirgus ekvivalentsele mustkeha kiirgusele, mille alusel määratakse atmosfäärikiirguse efektiivne temperatuur $T_s$. Temperatuur $T_s$ sõltub atmosfääri seisundist. Suurem osa atmosfäärikiirgusest neeldub maapinnal, vaid väike osa sellest peegeldub pikalainelise kiirgusena tagasi. Atmosfäärikiirguse efektiivne temperatuur on üldkokkuvõttes funktsioon paljudest suurustest ja võib asetseda vahemikus –40 kuni +10 °C.

Öeldust ja Kirchhoffi seadusest tuleneb, et maapinna vastuvõetav soojushulk

$$q_{\mathrm{M}} = a_{\mathrm{M}} I_0 + \varepsilon \sigma_0 T_{\mathrm{s}}^4 - \varepsilon \sigma_0 T_{\mathrm{m}}^4 = a_{\mathrm{M}} I_0 + \varepsilon \sigma_0 (T_{\mathrm{s}}^4 - T_{\mathrm{m}}^4), \qquad (15\text{-}108)$$

kus $\alpha_{\mathrm{M}}$ – maapinna neeldetegur, $I_0$ – maale langev kiirgusenergia (valem (15-107)), $\varepsilon$ – atmosfääri kiirgustegur, $T_{\mathrm{s}}$ – atmosfääri efektiivne temperatuur, $\sigma_0$ – Stefani-Boltzmanni konstant, $T_{\mathrm{m}}$ – maapinna temperatuur.

Valemi parempoolne esimene liige väljendab päikesekiirguse neeldumist maapinnas, teine liige atmosfäärikiirguse neeldumist maapinnas ja kolmas liige maa omakiirgust.

Kuna maapinna ja atmosfääri efektiivse temperatuuri erinevus ei ole suur, siis Kirchhoffi seaduse kohaselt eeldatakse tavaliselt, et atmosfääri kiirgustegur ja maapinna neeldetegur on võrdsed.

Kaheaatomiliste gaaside, nagu hapniku ja lämmastiku kiirgus õhus atmosfääritemperatuuril on tühine, seepärast käsitletakse neid kui vaakumit. Kiirguse levikut atmosfääris mõjutavad oluliselt infrapunast kiirgust neelavad gaasid, nagu veeaur ja süsihappegaas.

Maapinnalt lähetatavat kiirgust tuntakse kui maakiirgust ehk aluspinna kiirgust, mis oleneb maapinna temperatuurist ja kiirgusomadustest. Maa keskmine temperatuur on 15 °C. Kui vaadelda Maad mustkehana, oleks tema kiirgusvõime 390 W/m$^2$. Wieni nihkeseaduse kohaselt, mille järgi lainepikkus on pöördvõrdeline absoluutse temperatuuri viienda astmega, kuulub maakiirgus infrapunasesse piirkonda lainepikkusega keskmiselt 10 μm.

Nagu öeldud, mõjutavad kiirguse levi atmosfääris kiirgust neelavad osised. Veeaur neelab maakiirgusest enam kui poole. Neeldumine on küllaltki intensiivne lainepikkuste vahemikus 5–7 μm, kuid intervallis 15–20 μm neelab veeaur pikalainelise kiirguse peaaegu täielikult. Kui veeaur neelab kiirgust üsna vähe 10 μm lainepikkuse lähikonnas, siis sellest suurematel lainepikkustel neelab kiirgust intensiivselt just süsihappegaas. Veeauru ja süsihappegaasi kõrval neelavad kiirgust ka atmosfääris sisalduvad lämmastikdioksiid, metaan ja osoon. Kokkuvõtteks tuleb öelda, et siin loetletud gaasid neelavad intensiivselt pikalainelist kiirgust, kuid lasevad läbi lühilainelise kiirguse.

Maapinnale langeva kiirguse spekter on suuresti erinev sealt lähtuva kiirguse spektrist. Esimene asetseb lühilainelises piirkonnas, teine aga infrapunases alas. Nii on maapinnale iseloomulik kiirgus suuresti erinev pealelangevast ja omakiirgusest ning maapinda ei saa vaadelda hallina. Lähtuda tuleb tema omadusest neelata Päikeselt tulevat kiirgust ning ühtlasi kiirata infrapunakiirgust suhteliselt madalal temperatuuril.

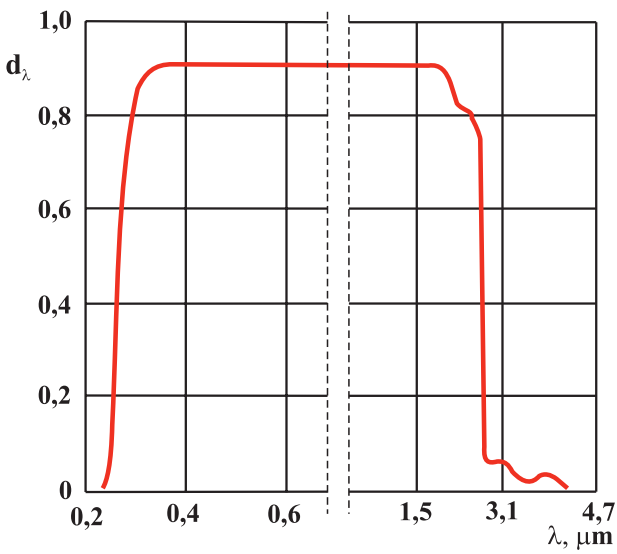
### 15.6.7 Kasvuhooneefekt ja kasvuhoonegaasid

Kasvuhoone on igapäeva tähenduses klaasseintega ümbritsetud ruumiosa Maa atmosfääris. Et kasvuhoones kujunev temperatuur on kõrgem kui keskkonnas, parandab ta „soojuspüünisena" taimede kasvutingimusi.

Kasvuhoones toimuva selgitamiseks vaatleme kiirguse läbivust klaasis (joonis 15.26). Joonise püstteljel on klaasi läbinud ja klaasile langenud spektraalse kiirguse intensiivsuse suhe (kiirguse läbivus). Jooniselt on näha, et klaas laseb 90% ulatuses kiirgust läbi lainepikkuste vahemikus 0,3–3 μm (valguskiirguse täies ulatuses) ning on kiirgusele raskesti läbitav pikalainelise infrapunase kiirguse alas lainepikkustel $\lambda > 2$ μm. Seega on klaas kiirgust hästi läbilaskev keha lainepikkuste vahemikus $0{,}3 < \lambda < 2$ μm.

Mainigem, et joonisel 15.26 esitatud karakteristik ei ole universaalne, sõltudes ka klaasi koostisest ja paksusest, ent jäädes üldkujult siiski muutumatuks. Kuid nagu äsja veendusime, asub Maalt lähetatav kiirgus infrapunase kiirgusspektri alas. Niisiis saab päikesekiirgus läbi klaaspinna kasvuhoonesse siseneda, kuid klaaspind ei lase sealt väljuda pikalainelisel infrapunakiirgusel. Salvestuv energia põhjustabki temperatuuri tõusu kasvuhoones. Kirjeldatud nähtust tuntakse kasvuhooneefektina.

Kasvuhooneefekti mõistet on laiendatud ka Maa atmosfäärile. See seisneb järgnevas. Veeaur, süsihappegaas jt atmosfääris leiduvad selektiivse kiirgusspektriga gaasid lasevad Maale langeva päikesekiirguse läbi, kuid neelavad Maalt lähtuva pikalainelise kiirguse. Selle erinevuse tõttu suureneb atmosfääris neelduv kiirguskogus, põhjustades temperatuuri tõusu, mis sõltub selektiivse kiirgusspektriga gaaside sisaldusest õhkkonnas.




**Joonis 15.26. Kiirguse läbivus klaasis**

Atmosfääris kasvuhooneefekti esilekutsuvaid gaase tuntakse kasvuhoonegaasidena. Need on veeaur, süsihappegaas, dilämmastikoksiid, metaan ja osoon. Kasvuhoonenähtus on looduslik, Maa elustikule hädavajalik ilming. Kui energia kiirgaks maapinnalt takistamatult tagasi ega neelduks atmosfääris, oleks maapinna keskmine temperatuur praeguse +15 °C asemel –18 °C ning Maa oleks eluks kõlbmatu.

Inimtegevus on muutnud kasvuhoonegaaside (peamiselt süsihappegaasi) sisaldust õhus ning selle kaudu ka atmosfääri energiabilanssi. Uuringud on näidanud süsihappegaasi kontsentratsiooni pidevat tõusu atmosfääris, mistõttu suureneb seal Maalt lähtuva pikalainelise kiirgusenergia neeldumine. Ollakse arvamusel, et kasvuhoonegaaside kontsentratsiooni suurenedes õhus tõuseb võrdeliselt ka atmosfääri ja maapinna temperatuur.

**Kuueteistkümnes peatükk**

# SOOJUSÜLEKANNE SOOJUSVAHETITES

## 16.1 Soojusvahetite liigid

Soojusvaheti on seadis, kus kantakse energiat soojuse kujul üle ühest keskkonnast teise. Põhimõtteliselt ei ole välistatud ka võimalus luua soojusvaheteid, kus soojusülekandes osaleb enam kui kaks keskkonda. Käesolevas peatükis piirdutakse siiski sellistega, kus osalejaid soojusülekandes on vaid kaks, kuumutav ja kuumutatav. Nagu varem juba mainitud, nimetatakse inseneripraktikas soojusvahetit läbivat keskkonda sageli ka soojuskandjaks. Ka allpool kasutame kohati seda harjumuspärast sõna, kuigi sisult ei ole see õige.

Energia siirdumise ühest keskkonnast teise põhjustab keskkondade temperatuurierinevus. Ülekannet vahendab mingi aine, milleks võib olla nii gaas, aur, vedelik kui ka tahkis. Soojusvahetid on tehnikas ja igapäevaelus laialt levinud seadised, nende kasutusvaldkond on ulatuslik ning konstruktsioonilahendusi äärmiselt palju. Soojusvaheti võib olla kasutuses iseseisva aparaadina, ent ta võib olla ka mõne keerukama seadme koostisosa, näiteks soojusjõuseadmes, kütteseadmes, jahutus- ja külmutusseadmes, õhukonditsioneeris, keemiatööstuse aparatuuris jne.

Käesolev peatükk ei taotle anda soojusvahetite ehituse üksikasjalikku kirjeldust, piirdudes üldjoonelise ülevaatega nendes toimuvatest soojusülekande nähtustest ja arvutamise alustest. Soojusvahetid on soojusülekande ulatuslikumaid rakendusi tehnikas, niisiis tuleb neid vajaliku põhjalikkusega tundma õppida.

Soojusvahetid võib jagada soojusülekande põhimõtte järgi kolme liiki: rekuperatiivsed, regeneratiivsed ja segunemissoojusvahetid. Esimesed kaks kuuluvad pindsoojusvahetite hulka, kus soojusülekannet vahendab pind.

*Rekuperatiivses* soojusvahetis vahetavad soojust kaks või enam voolavat vedelikku (gaasi) soojust läbilaskva seina kaudu. Kõrgema temperatuuriga vedelik loovutab soojuse seinale, soojus läbib seina juhtivuse teel ja kandub seina pinnalt madalama temperatuuriga keskkonnale. Selline seade on näiteks aurugeneraator, jahutuskondensaator, mootori jahutusvedeliku radiaator jms. Soojusülekanne seina ja keskkonna vahel võib olla kas konvektiivne või kiirguslik, see sõltub soojuskandjate parameetritest. Täiesti võimalik on mõlema ülekandeviisi koosesinemine. Rekuperatiivse soojusvaheti töörežiim on üldjuhul statsionaarne, üleminekud ühelt režiimilt teisele välja arvatud.

*Regeneratiivses* soojusvahetis kuumutab kuum keskkond teatud aja jooksul energiat salvestavat täitematerjali ehk täidist, misjärel täidises salvestunud energia teisaldatakse madalama temperatuuriga keskkonnale. Soojusvahetuspinnaks regeneratiivses soojusvahetis on täidise ja soojuskandja kokkupuutepind. Regulaarselt vahelduv jahutamine ja kuumutamine regeneraatoris on olemuselt mittestatsionaarne soojusülekanne, kus pidevalt muutub täidise temperatuuriväli.

Regeneratiivse soojusvaheti täidis võib olla liikumatu või liikuv (pöörlev). Esimesel juhul vahetuvad perioodiliselt soojusvaheti täidist läbiv kuumutav ja kuumutatav keskkond. Sellist tüüpi soojusvaheteid rakendatakse laialt metallurgias, kus kuum gaas kuumutab esialgu täidist, mis seejärel jahutatakse tehnoloogias vajaliku õhu soojendamise eesmärgil. Täidisena on tavakohaselt kasutusel suure soojusmahtuvusega keraamiline materjal.

Pöörlevas regeneratiivses soojusvahetis läbib energiat soojuse kujul salvestav täidis (tavaliselt profileeritud metallplaadid) katkematult kuumutusala ja kuumutatava keskkonna ala. Sellist tüüpi regeneraatoreid kasutatakse aurukatla õhueelsoojendina (tuntud ka kui Ljungströmi õhueelsoojendi).

*Segunemissoojusvahetis* segunevad soojust vahetavad keskkonnad omavahel. Tüüpnäiteks on vee kuumutamine vette suunatava auruga, misjuures auru kondenseerumis- ja ka ülekuumendussoojus (kui aur oli ülekuumendatud) läheb otseselt vee soojendamiseks.

Loetletud kolme põhitüübi kõrval tuntakse veel sisemise soojusallikaga soojusvaheteid. Selles on tegemist ainult ühe soojuskandjaga, mida kuumutatakse mingi soojusallika energiaga seestpoolt. Sellise soojusvaheti tüüpnäide on elektriline küttekeha vees.

Vaatamata soojusvahetite mitmekesisusele, on nende kasutamise eesmärk ühine – energia ülekanne soojuse kujul kõrgema temperatuuriga keskkonnalt madalama temperatuuriga keskkonda.

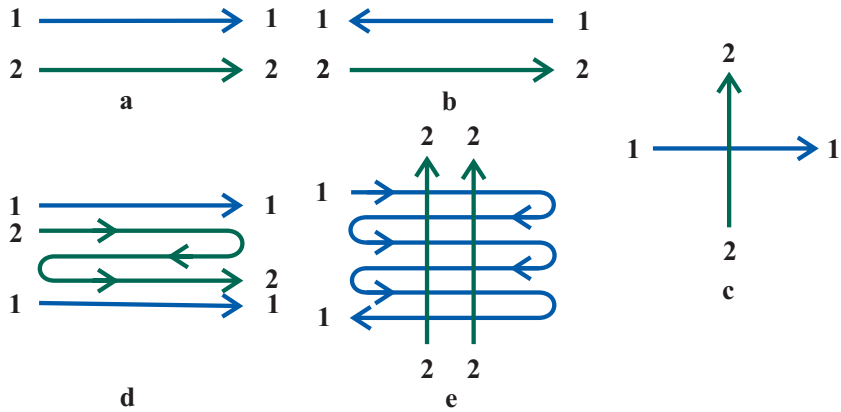
## 16.2 Soojusülekanne rekuperatiivses soojusvahetis

### 16.2.1 Keskkondade liikumise skeemid

Rekuperatiivsed soojusvahetid erinevad üksteisest soojust vahetavate keskkondade voolamisskeemi poolest, millest tüüpilisemad on näha joonisel 16.1. Need on: a) pärivooluskeem, b) vastuvooluskeem c) ristvooluskeem, d) segaskeem, e) mitmekordne ristvooluskeem.

Pärivoolusoojusvahetis liiguvad mõlemad keskkonnad ühes ja samas suunas rööpselt, nii kuumutav kui ka kuumutatav voolus sisenevad soojusvahetisse ühelt ja samalt poolt.

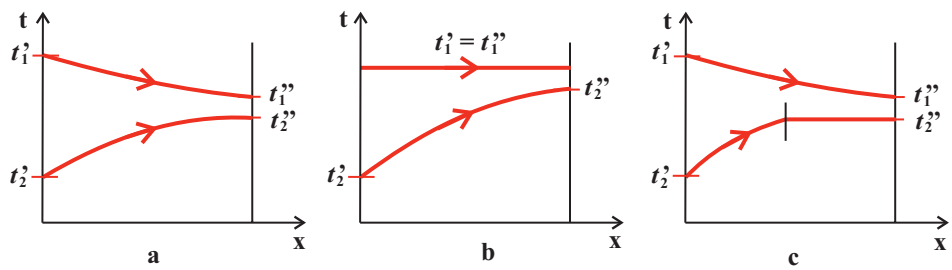
Kui aga soojust vahetavad keskkonnad liiguvad rööbiti, kuid vastassuunaliselt, siis on tegemist vastuvoolusoojusvahetiga. Vastuvoolusoojusvahetisse sisenevad soojuskandjad eri pooltelt. Ristvoolusoojusvahetis vooluste suunad ristuvad.




**Joonis 16.1. Soojust vahetavate keskkondade liikumisskeemid soojusvahetis: a) pärivool, b) vastuvool, c) ristvool, d) segavool, e) mitmekordne ristvool**

Segavooluskeemi puhul liiguvad voolused osa teekonnast ühes suunas, osa vastassuunas. Tuntakse ka soojusvahetite skeeme, kus soojuskandja liikumise suund aeg-ajalt vahetub.

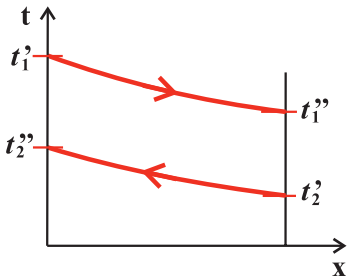
Soojusülekannet soojusvahetis iseloomustab soojuskandja temperatuuri muutumine piki soojusvahetuspinda, mida väljendab keskkondade temperatuurimuutuse diagramm kogu pinna ulatuses. Diagrammi kuju sõltub soojust vahetavate keskkondade omavahelisest liikumisskeemist (joonis16.1), aga ka soojusülekande viisist. Üldjuhul võib mõlema soojuskandja temperatuur piki soojusvahetuspinda pidevalt muutuda, kuid on ka võimalik, et üks nendest jääb püsivaks või isegi muutub hüppeliselt. Esimesel juhul on soojuskandjad ühefaasilised keskkonnad, teisel juhul toimub soojuskandja faasisiire (keemine, kondenseerumine, sublimatsioon), kolmandal juhul läheb ühefaasiline keskkond üle kahefaasiliseks. Viimane juhtum on tüüpiline alakriitilisel rõhul töötava aurukatla keevökonomaiserile ja ekraansoojusvahetuspinnale. Joonisel 16.2 on kujutatud keskkondade temperatuurimuutus piki küttepinda pärivoolusoojusvahetis kolmel eespool mainitud juhul.




**Joonis 16.2. Temperatuurimuutus piki soojusvahetuspinda pärivoolusoojusvahetis: a) ühefaasilised keskkonnad, b) kahefaasiline ja ühefaasiline keskkond, c) ühefaasiline ja ühefaasilisest kahefaasiliseks siirduv keskkond**

Nagu jooniselt nähtub, lähenevad pärivoolusoojusvahetis soojuskandjate temperatuurid monotoonselt teineteisele. Keskkondade temperatuurivahe soojusvahetist väljumisel määravad keskkondi eraldava seina termiline takistus (seina enda termilisele takistusele võib lisanduda ka pinda katva sadestise, näiteks tuhasadestise termiline takistus aurukatla soojusvahetuspinnal), takistus soojuse ülekandel soojusvahetuspinnale ja -pinnalt ning soojusvahetit läbiv soojusvoog. Pärivoolusoojusvahetist väljuva soojust vastuvõtva keskkonna temperatuur ei saa olla kõrgem kui sellest väljuval kuumutaval keskkonnal ($t_2'' < t_1''$).

Joonisel 16.3 on toodud keskkondade temperatuurimuutus piki küttepinda vastuvooluskeemiga soojusvahetis ühefaasiliste keskkondade korral. Erinevus võrreldes pärivooluskeemiga seisneb selles, et siin võib soojusvahetist väljuva kuumutatava keskkonna temperatuur olla kõrgem kui kuumutaval keskkonnal soojusvahetist lahkumisel ($t_2'' > t_1''$).




**Joonis 16.3. Ühefaasiliste keskkondade temperatuurimuutus piki soojusvahetuspinda vastuvoolusoojusvahetis**

### 16.2.2 Soojusbilanss

Käsitleme rekuperatiivses soojusvahetis toimuvaid protsesse statsionaarsetena, seega ei sõltu nende kulgemine ajast, mis aga ühtlasi tähendab, et ka soojusvahetit läbivad vooluhulgad, soojuskandjate sisenemis- ja väljumiskiirus, temperatuurirežiimid jt on püsisuurused.

Keskkonna poolt loovutatav või saadav soojushulk väljendub protsessis osalevate vooluste entalpia muutuses, sest isobaarses termodünaamilises protsessis esindab see kehale antavat ja sellelt võetavat soojushulka:

$$Q = M \int_{h_1}^{h_2} \mathrm{d}h = M\left(h_2 - h_1\right), \tag{16-1}$$

kus $M$ – keskkonna massikulu ajaühikus (kg/s), $h$ – keskkonna entalpia (J/kg), $h_1$, $h_2$ – keskkonna entalpia soojusvahetisse sisenemisel ja sealt väljumisel.

Kui lugeda soojusvaheti väliskeskkonnast soojuslikult isoleerituks, siis loovutab kuumutav keskkond sama suure soojushulga kui kuumutatav keskkond omandab:

$$Q = M_1\left(h_1' - h_1''\right) = M_2\left(h_2'' - h_2'\right), \tag{16-2}$$

kus $M_1$, $M_2$ – kuumutava ja kuumutatava keskkonna kulu; $h_1'$, $h_2'$ – kuumutava ja kuumutatava keskkonna entalpia soojusvahetisse sisenemisel; $h_1''$, $h_2''$ – kuumutava ja kuumutatava keskkonna entalpia soojusvahetist väljumisel.

Kui soojusvahetis tuleb kuumutatavale keskkonnale üle kanda kindel soojushulk, kuid ülekandega kaasneb teatud soojushulga siirdumine (soojuskadu) ümbruskeskkonda, siis peab kuumutava keskkonna soojushulk olema soojuskao võrra suurem. Seda võib arvesse võtta soojusvaheti kasuteguriga, mis väljendab kuumutatavale keskkonnale tegelikult üleantava soojushulga suhet ülekantavasse soojushulka soojuskao puudumisel. Sageli lubab soojuskao väiksus selle arvesse võtmata jätta.

Ühefaasilise keskkonna entalpia on avaldatav isobaarse erisoojuse ja temperatuuri korrutisena (p 2.2.6). Kui kasutada keskmisi erisoojusi, siis soojushulk

$$Q = M_1 c_{\mathrm{mp1}}\left(t_1' - t_1''\right) = M_2 c_{\mathrm{mp2}}\left(t_2'' - t_2'\right). \tag{16-3}$$

Sageli kasutatakse soojusvaheti arvutuses keskkonna soojusmahtuvust kujul

$$C = Mc_{\mathrm{p}}\ \mathrm{W/K}, \tag{16-4}$$

mis väljendab ajaühikus võimalikku ülekantavat soojushulka, muutmaks keskkonna temperatuuri 1 K võrra.

Keskkonna soojusmahtuvust tuntakse ka kui soojuskandja vesiväärtust. See nimetus lähtub asjaolust, et tehnilises mõõtühikute süsteemis on vee erisoojus 0 °C juures 1 kcal/(kg·°C) ja suurus $C$ on ekvivalentne vee massiga.

Ülekantava soojushulga mõju temperatuurile on väiksem suure soojusmahtuvusega keskkonnas ja vastupidi. Soojust äraandva ja vastuvõtva keskkonna samaväärse soojusmahtuvuse korral muutub mõlema keskkonna temperatuur ühepalju.

Valemite (16-3) ja (16-4) alusel

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1}.$$

Viimane valem näitab seda, et ühefaasiliste soojuskandjate temperatuurimuutuse suhe soojusvaheti läbimisel on pöördvõrdeline keskkondade soojusmahtuvusega.

Valem (16-3) avaldub keskkondade soojusmahtuvuse kaudu kujul

$$Q = C_1\left(t_1' - t_1''\right) = C_2\left(t_2'' - t_2'\right). \tag{16-5}$$

Juhul kui ühe soojuskandja temperatuur jääb soojusvaheti läbimisel püsivaks (auru kondenseerumine, vedeliku keemine), siis soojusmahtuvus läheneb lõpmatusele. Soojuskandja faasisiirde korral tuleb ülekantava soojushulga arvutamiseks kasutada valemit (16-2).

### 16.2.3 Soojusläbikandetegur

Rekuperatiivses soojusvahetis on soojust vahetavad keskkonnad üksteisest eraldatud soojust juhtiva vaheseinaga. Soojusülekanne keskkonnalt seinapinnale võib olla nii konvektiivne kui ka kiirguslik, või mõlemad korraga. Viimasel juhul on otstarbekas kasutada arvutustes konvektsiooni ja kiirgusliku soojusülekandeteguri summat (p 15.6.5.4). Keskkondi eraldavat vaheseina läbib soojus juhtivuse teel.

Kuumutavalt keskkonnalt kuumutatavale keskkonnale soojusvahetis ülekantud soojushulk (soojusvool) Newtoni-Richmanni valemi põhjal

$$Q = kF\Delta t \tag{16-6}$$

kus $k$ – soojusläbikandetegur, $F$ – soojusvahetuspind, $\Delta t$ – temperatuuride vahe.

Valemis kajastuv soojusläbikandetegur väljendab soojusvahetuspinda läbivat soojusvoogu kuumutava ja kuumutatava keskkonna temperatuurivahe ühiku kohta. Soojusläbikandeteguri pöördväärtus on termiline takistus soojusvoole kuumutavalt keskkonnalt kuumutatavasse keskkonda. Valemis esinevaks soojusvahetuspinnaks $F$ võib olla kuumutava või kuumutatava voolusega kokkupuutuv pind või kombinatsioon nendest pindadest. Samuti on võimalik anda soojushulk pinna $F$ asemel soojusvahetuspinna pikkusühiku kohta (nt kui küttepind koosneb torudest). Üliloluline on seejuures silmas pidada, et soojusläbikandetegur väljendaks soojusvoogu pinna kohta, mis on võetud soojussiirde protsessi aluseks.

Valemis (16-6) esinevad suurused $k$ ja $\Delta t$ on püsisuurused erijuhtudel, kuid üldjuhul muutuvad küttepinnal. Seepärast tuleb valem (16-6) küttepinda läbiva soojusvoolu täpseks määramiseks viia diferentsiaalkujule ja integreerida soojusvahetuspinna kui muutuvsuuruse kaudu:

$$Q = \int_0^F k\Delta t \mathrm{d}F\,.$$

Integraali leidmiseks on vaja teada suurusi $k$ ja $\Delta t$ funktsioonina pinnast $F$. Soojusvahetuspinna ulatuses muutub eriti $\Delta t$ väärtus, teguri $k$ muutuse ulatus on palju väiksem.

Viimasest valemist johtuvalt on inseneripraktikas laialt kasutusel $\Delta t$ ja $k$ keskmised väärtused $\Delta t_\mathrm{m}$ ja $k_\mathrm{m}$.

Keskkonnalt keskkonnale ajaühikus ülekantav soojushulk mainitud keskmiste suuruste kaudu

$$Q = k_\mathrm{m}F\Delta t_\mathrm{m}.$$

Keskmise $\Delta t$ määramist vaadeldakse jaotises 16.2.6.

Keskmise $k$ määramisel on sageli otstarbekas jagada soojusvaheti küttepind osadeks, mille pinna suurused olgu $F_1$, $F_2$, ..., $F_i$, …, $F_n$ ning neile vastavad soojusläbikandetegurid $k_1$, $k_2$, ..., $k_i$, ..., $k_n$, siis keskmine $k$ väärtus

$$k_m = \frac{F_1k_1 + F_2k_2 + ... + F_ik_i + ... + F_nk_n}{F_1 + F_2 + ... + F_i + ... + F_k} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_ik_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i}.$$

Eeldusel, et keskkondi eraldav vahesein soojusvahetis on silindriline (torusein), avaldub soojuseläbikande termiline takistus kujul (vt ka p 13.5.2.3)

$$R_F = \frac{1}{k_F} = R_{1F} + R_{sF} + R_{2F} = \frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}, \quad (16\text{-}7)$$

kus $k_F$ – soojusläbikandetegur ühelt keskkonnalt teisele, $R_{1F}$ – termiline takistus soojusülekandel keskkonnalt seinale, $R_{sF}$ – silindrilise seina termiline takistus, $R_{2F}$ – termiline takistus soojusülekandel seinalt keskkonnale, $\alpha_1$ – soojusülekandetegur keskkonnalt seinale, $\alpha_2$ – soojusülekandetegur seinalt keskkonnale, $d_1$ – silindri välisläbimõõt, $d_2$ – silindri siseläbimõõt; $F_1$, $F_2$ – silindri välimine ja sisemine pindala, $L$ – silindri pikkus.

Juhime tähelepanu sellele, et valem (16-7) väljendab kogu silindri (soojusvaheti) termilist takistust soojusvahetuspinda läbivale soojusvoolule (K/W). Soojusülekandetegurid $\alpha_1$ ja $\alpha_2$ on antud vastavalt pinna $F_1$ ja $F_2$ kohta ning seina termiline takistus silindri kogupikkuse kohta.

Ühest keskkonnast teise kanduv soojushulk

$$Q = \frac{\Delta t}{R_F} = k_F F\Delta t = k_{1F}F_1\Delta t = k_{2F}F_2\Delta t, \quad (16\text{-}8)$$

kus $k_F$ – soojusläbikandetegur soojusvahetuspinna $F$ kohta; $k_{1F}$, $k_{2F}$ – seesama, vastavalt silindri välis- ja sisepinna kohta.

Rõhutame, et kui soojusvahetuspind koosneb torudest, siis on kaks erineva suurusega soojusvahetuspinda ja ka kaks erinevat soojusläbikandetegurit. Seejuures $k_{1F}F_1 = k_{2F}F_2$ ning $k_{IF} \neq k_{2F}$, välja arvatud juhul $F_1 = F_2$. Esitatu näitab, et soojusläbikandeteguri kõrval on tähtis ka soojust vastuvõtva ja äraandva pinna suurus. See on näiteks eriti oluline, kui voolustevaheline sein on ühelt poolt ribitatud, niisiis tavaliselt silepinnast mitu korda suurem.

Kui sein vooluste vahel on õhuke ja hea soojusjuhtivusega, siis seina termiline takistus $R_s \approx 0$ ning lähtuvalt toru sise- ja välispinna võrdsusest ($F = F_1 = F_2$)

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1\alpha_2}. \quad (16\text{-}9)$$

Valemi (16-9) rakendamine on õigustatud kõigil juhtudel, kui soojusvoo takistuste summa on seina soojusjuhtivuse termilisest takistusest märksa suurem. Praktiliselt vastab sellele tingimusele iga juhtum, kus vähemalt üks soojuskandja on gaas või aur.

Rekuperatiivses soojusvahetis eraldab vooluseid tavakohaselt suhteliselt õhuke metallsein, mis on väikese termilise takistusega (juhib soojust hästi) ja seetõttu käsitatav tasapinnalisena. Siis on võimalik toruseina termiline takistus valemis asendada tasapinnalise seina takistusega:

$$R_{\mathrm{S}} = \frac{\delta}{\lambda},$$

kus $\delta$ – seina paksus, $\lambda$ – seina soojusjuhtivustegur.

Kui jätta kõrvale seina termiline takistus, on soojusläbikandeteguris määrav väiksema väärtusega soojusülekandetegur (valem (16-9)). Kui $\alpha_1 << \alpha_2$, siis $1/\alpha_1 >> 1/\alpha_2$ ning $k \approx \alpha_1$. Väike soojusülekandetegur vihjab soojusvoo suurele termilisele takistusele keskkondade vahel, ühtlasi vajadusele suurema soojusvahetuspinna järele väikese soojusülekandeteguri poolel. Selline olukord esineb tihti siis, kui üks keskkond on gaas, teine vedelik. Siis ongi põhjendatud rakendada võtteid intensiivistamaks gaasipoolset soojusülekannet.

Tabelis 16.1 on toodud soojusvahetite soojusläbikandeteguri väärtuse orienteerivad vahemikud.

**Tabel 16.1. Soojusläbikandetegurid soojusvahetitele, W/(m$^2$·K)**

| Soojusvaheti | $k$ |
|---|---|
| Vesi-vesi | 850–1700 |
| Vesi-õli | 100–350 |
| Toitevee eelsoojendi | 1000–8500 |
| Aur-kerge õli | 200–400 |
| Aur-raske õli | 50–200 |
| Aurukondensaator | 1000–6000 |
| Vee-ammoniaagi aurukondensaator | 800–1400 |
| Gaas-gaas | 10–40 |
| Vesi-õhk, ribitatud torud | |
| õhu pool | 30–60 |
| vee pool | 400–850 |
| Aur-õhk, ribitatud torud | |
| õhu pool | 30–300 |
| auru pool | 400–4000 |

## 16.2.4 Soojusülekande intensiivistamine

### *16.2.4.1 Soojusülekande intensiivistamise meetodid*

Soojusvoo termiline kogutakistus on üksikute osatakistuste summa (vt valem (16-7)). Põhimõtteliselt on võimalik soojusvoo takistust mõjutada ükskõik millise osaliikme kaudu, kuid efektiivsem on seda teha muidugi suurima takistuse vahendusel.

Üldiselt on konvektsiooni soojusülekandeteguri parendamine võimalik keskkonna voolamiskiirust tõstes ja toru läbimõõtu vähendades. Kuid kiiruse kasv ja toru läbimõõdu kärpimine tõstab voolamise hüdrodünaamilist takistust, millega kaasneb lisaenergiakulu.

Nii see on, tänapäeval teatakse palju soojusülekande tõhustamise mooduseid, kuid enamasti suureneb ülekande intensiivistudes ka soojusvaheti hüdrodünaamiline takistus. Allpool loetleme mõned neist moodustest, jättes kõrvale nende mõju soojusvaheti hüdrodünaamilisele takistusele. Loetelu ei ole kaugeltki ammendav, piirdudes vaid mõne ajakohasema võttega.

Tavapäraselt on soojusülekande tõhustamise esmane eesmärk vähendada soojusvoo termilist takistust konvektsiooni soojusülekandeteguri suurendamise teel, olgu siis soojusvahetuspinna kuju kaudu, soojusülekande intensiivisteid rakendades või välisenergiat kasutades (ühtlasi soojusvahetuspinda suurendades, nt ribitatud pinna arvel). Olenevalt eesmärgist nende abinõude rakendamine kas vähendab soojusvaheti mõõtmeid, suurendab ülekantavat soojushulka või langetab soojusvahetuspinna temperatuuri.

Üldjuhul jagunevad soojusvahetust tõhustavad võtted kahte suurde rühma: aktiivsed ja passiivsed. Meetodi valik sõltub soojusülekande viisist (vaba- või sundkonvektsioon, keemine, kondenseerumine jt).

Aktiivsed on meetodid, kus soojusülekande intensiivsust mõjutatakse välisenergia abil. Nii saavutatakse üldjuhul suurem soojusülekandeteguri kasv, kui seda võimaldavad passiivsed meetodid. Ent aktiivsete meetodite rakendamine praktikas on küllaltki keerukas, eriti just suurtes seadmetes. Valdavalt kasutatakse objekti mehaanilist mõjutamist, näiteks vedeliku segamise või liigutamise, kanali pöörlemise, vedeliku vibreerimise, injektsiooni või pihustamise jms abil. Samuti on võimalik mõjutada voolust välise elektrivälja või muu mõjuriga.

Passiivsed võtted rakendavad vooluse enese energiat voolamisrežiimi kujundamiseks ning on laiemalt kasutusel. Tutvustame neist mõnda.

### *16.2.4.2 Kore soojusvahetuspind*

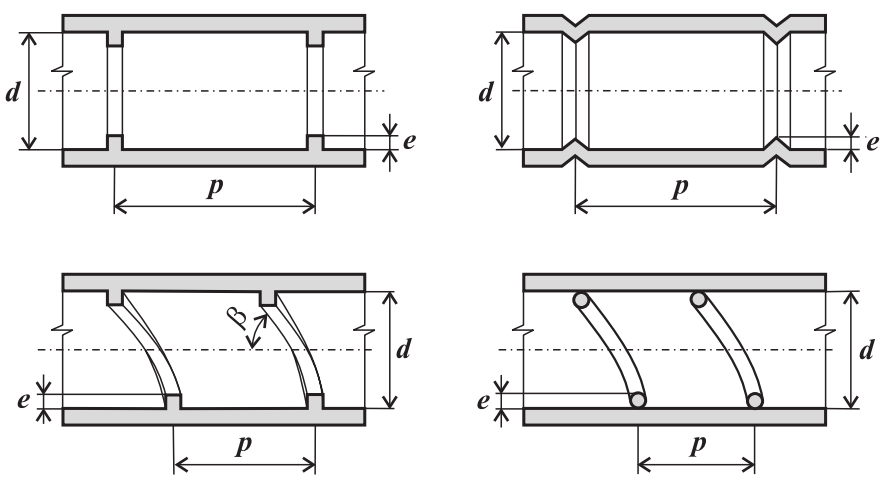
Konvektiivse soojusülekande käsitlemisel selgus, et vedeliku või gaasi voolamisel kanalis on põhiliseks termilise takistuse põhjustajaks viskoosne piirkiht. Viskoosse piirkihi mõju soojusülekandele, samuti vedeliku viskoossuse mõju kihi enda kujunemisele on seda suurem, mida siledam on kokkupuutepind voolusega. Piirkihi paksenemist saab pidurdada ja sel viisil vähendada termilist takistust, kui lähendada turbulentne voolus pinnale. Tehniliselt on võimalik seda teha voolusega ristsuunaliste ribidega kanali (toru) pinnal, millega suurendatakse pinna koredust. Kore pind tõstab konvektsiooni soojusülekandetegurit märgatavalt (kuni 2,5 korda), seejuures oluliselt mõjutamata hüdrodünaamilist takistust. Meetod on üks lihtsamaid intensiivistamaks soojuslevi ühefaasilisel voolamisel.

Tuntakse paljusid erineva kujuga koredaid pindu. Mõned nendest on joonisel 16.4.

Konvektsiooni soojusülekandetegur koredale ümartorule on arvutatav valemiga

$$\frac{\mathrm{Nu_k}}{\mathrm{Nu}} = \left[1 + \left[2{,}64\,\mathrm{Re}^{0{,}033}\left(\frac{e}{d}\right)^{0{,}212}\left(\frac{p}{d}\right)^{-0{,}21}\left(\frac{\beta}{90}\right)^{0{,}29}\mathrm{Pr}^{0{,}024}\right]^7\right]^{\frac{1}{7}}, \qquad (16\text{-}10)$$

kus $\mathrm{Nu_k}$ – Nusselti arv koreda pinnaga torule, arvutatuna toru siseläbimõõdu järgi, Nu – sama silepinnalisele torule, Re – Reynoldsi arv, määratuna toru siseläbimõõdu alusel, $e$ – ribi kõrgus, $p$ – ribi samm, $d$ – toru siseläbimõõt, $\beta$ – ribi kaldenurk, Pr – Prandtli arv.




**Joonis 16.4. Rõngasribitusega kore pind**

### *16.2.4.3 Ribitatud soojusvahetuspind*

Vaadeldav võte seisneb soojusvahetuspinna suurendamises erinevat tüüpi ribide paigutamisega seinale (p 13.5.4.3). Ribitatud pinna abil võib ülekantavat soojushulka mitmekordselt tõsta, mistõttu on see üks enam rakendatud soojuslevi intensiivistamise mooduseid. Tuntakse mitmesuguse kujuga ribisid.

Kui jätta arvestamata vaheseina enda termiline takistus, siis ribitatud pinna soojusläbikandetegur (valemi (13-94) alusel)

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_r}\frac{F_1}{F_r}}, \qquad (16\text{-}11)$$

kus $F_1$, $\alpha_1$ – ribitamata soojusvahetuspind ja soojusülekandetegur; $F_r$, $\alpha_r$ – ribide pind ja soojusülekandetegur.

Ribitada tuleb soojusevahetuspinna see külg, kus soojusülekanne on halvem.

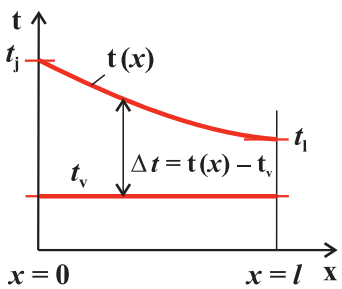
Vaatleme ülesannet, kus soojus kandub ribilt keskkonnale, mille temperatuur on ribi omast madalam.

Kui ribi pinnatemperatuur on püsiv (esimene ääretingimus), siis ribilt keskkonnale ülekantav soojushulk

$$Q = \alpha F_r \Delta t, \qquad (16\text{-}12)$$

kus $\alpha$ – soojusülekandetegur keskkonnale, $F_r$ – ribi pind, $\Delta t$ – ribi ja keskkonna temperatuuri vahe.

Ribi pinnalt keskkonda suunduv soojusvoog hõlmab ribi kogu pinna, jalamist kuni tipuni, mistõttu ribis eneses temperatuur langeb pidevalt. Temperatuurilangus piki ribi (koordinaadi $x$ suunas) on skemaatiliselt kujutatud joonisel 16.5. Kuna ribid on tavaliselt suhteliselt õhukesed ja hea soojusjuhtivusega materjalist, siis võib temperatuuri ribi ristlõikes lugeda püsivaks. Ribi temperatuur on kõrgeim jalamil (kohas, kus $x = 0$).




**Joonis 16.5. Temperatuurimuutus piki ribi**

Joonisel kujutatud temperatuurimuutuse kõverat ühtlase paksusega ribis kirjeldab valem (13-74):

$$\mathrm{t}(x) = \exp\left(-x\sqrt{\frac{\alpha u}{\lambda f}}\right)(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}) + t_\mathrm{v}$$

ning valemi (13-76) alusel ribilt keskkonda kanduv soojushulk

$$Q = \sqrt{\alpha\lambda u f}\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right), \tag{16-13}$$

kus $u$ – ribi perimeeter, $f$ – ribi ristlõikepind, $\alpha$ – soojusülekandetegur ribilt keskkonda, $\lambda$ – ribi soojusjuhtivustegur, $t_\mathrm{j}$ – temperatuur ribi jalamil, $t_\mathrm{v}$ – keskkonna temperatuur.

Konvektiivselt ülekantav soojushulk on suurim ribi jalamil, sest seal on suurim pinna ja keskkonna temperatuurivahe. Kui ribi pinnatemperatuur oleks võrdne temperatuuriga ribi jalamil, siis keskkonda ülekantav soojushulk

$$Q_\mathrm{m} = \alpha F_\mathrm{r}\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right) = \alpha F_\mathrm{r}\Delta t_\mathrm{m}\,. \tag{16-14}$$

Ribi temperatuurimuutuse mõju võetakse arvesse ribi kasuteguriga, mis väljendab ribilt keskkonnale üleantud soojushulga suhet maksimaalselt võimalikku ülekantavasse soojushulka:

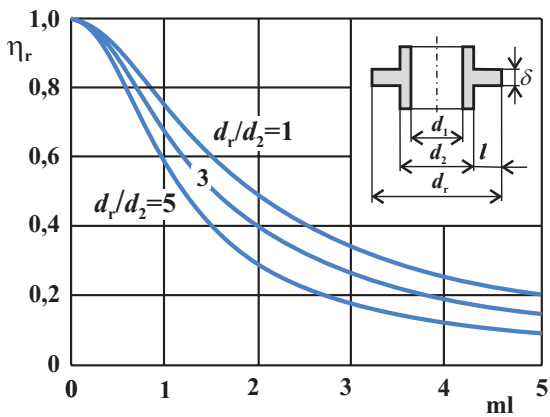
$$\eta_\mathrm{r} = \frac{Q}{Q_\mathrm{m}}. \tag{16-15}$$

Valemite (16-15) ja (16-14) alusel ribilt keskkonda kanduv soojushulk

$$Q = \eta_\mathrm{r} Q_\mathrm{m} = \eta_\mathrm{r}\alpha F_\mathrm{r}\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right) = \eta_\mathrm{r}\alpha F_\mathrm{r}\Delta t_\mathrm{m}\,. \tag{16-16}$$

Valem (16-16) võimaldab määrata ribilt keskkonda üleantavat soojushulka eeldusel, et on teada ribi kasutegur.

Joonisel 16.6 on toodud näitena ümarribi kasuteguri olenevus parameetrist $ml = \sqrt{2\alpha_\mathrm{r}/\lambda\delta l}$ ja ribi kõrgust määravast suhtest $d_\mathrm{r}/d_2$.




**Joonis 16.6. Ribi kasuteguri olenevus parameetrist *ml* ja suhtest $d_\mathrm{r}/d_2$**

Andmeid eri kujuga ribide mõju kohta soojusülekandele leiab käsiraamatutest.

Ribi kasutegur sõltub ribi kujust, geomeetrilistest parameetritest, materjali soojusjuhtivusest ja soojusülekandetegurist keskkonda. Jooniselt nähtub, et muude väärtuste püsides ribi kasutegur halveneb, kui keskmine temperatuurivahe väheneb ribi kõrgenedes.

Kui omavahel võrrelda erineva kujuga ribisid, siis efektiivsemad on kolmnurkse ja paraboolse profiiliga ribid.

Mida kõrgem on ribi, seda suurem on soojusvahetuspind ja ülekantav soojushulk, kuid ribi kõrgenedes kasvab ka tema mass. Ribi kuju ja kõrguse leidmiseks tuleb lahendada optimeerimisülesanne. Ribid kasuteguriga alla 0,6 praktilist kasutust leidnud ei ole.

Tekib paratamatu küsimus, millal on otstarbekas kasutada ribitatud pinda ja millal mitte. See probleem on lahendatav ribi efektiivsuse mõiste toel. Ribi efektiivsuse all mõistetakse ribi jalamit läbiva soojushulga (soojusvoo) suhet sama suurusega pinda läbivasse soojushulka (soojusvoogu) ribituse puudumisel:

$$\xi = \frac{Q_{\mathrm{rj}}}{Q_{\mathrm{p}}} = \frac{Q_{\mathrm{rj}}}{\alpha F_{\mathrm{j}}(t_{\mathrm{j}} - t_{\mathrm{v}})},$$

kus $Q_{\mathrm{rj}}$ – ribi jalamit ajaühikus läbiv soojushulk, $Q_{\mathrm{p}}$ – ribitamata jalami pindalaga võrdset pinda ajaühikus läbiv soojushulk, $\alpha$ – soojusülekandetegur ribitamata pinnalt keskkonda, $F_{\mathrm{j}}$ – ribi jalami pindala, $t_{\mathrm{j}}$ – temperatuur ribi jalamil, $t_{\mathrm{v}}$ – keskkonna temperatuur.

Viimase valemi ja valemi (16-13) alusel ribi efektiivsus

$$\xi = \sqrt{\frac{\lambda u}{\alpha f}}. \qquad (16\text{-}17)$$

Kui ribi efektiivsus $\xi = 1$, siis pinna ribitamine ei mõjuta soojusülekannet. See tähendab, et ribi jalamit soojusjuhtivuse teel läbiv soojushulk on võrdne samalt, kuid ribitamata pinnalt keskkonda kanduva soojushulgaga.

Kui $\xi < 1$, siis pinna ribitamine pärsib soojusülekannet keskkonda ning ribi töötab kui soojusisolaator. Selline olukord esineb siis, kui ribid valmistada soojust halvasti juhtivast materjalist.

Kui $\xi > 1$, siis pinna ribitamine intensiivistab soojusülekannet ribideta pinnaga võrreldes.

Valemist (16-17) nähtub, et ribitatud soojusvahetuspinna efektiivsus on kõrgem suhte $\lambda/\alpha$ suurema väärtuse puhul ehk mida suurema soojusjuhtivusega on ribi ja mida madalam on soojusülekandetegur. Ribi efektiivsust mõjutab ka ribi perimeetri ja ristlõikepinna suhe $u/f$. Mainitud suhte suurenedes ribi efektiivsus kasvab. Sobilikumad on õhukesed ribid.

Öeldu kehtib ribi kui soojusvahetuspinna elemendi kohta. Tegelikult võib soojusvahetuspind koosneda ribitatud ja ribitamata osast. Sel juhul on sealt keskkonda ülekantav soojushulk kaheosaline:

$$Q = Q_\mathrm{s} + Q_\mathrm{r} = \alpha F_\mathrm{s}\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right) + \eta_\mathrm{r}\alpha\sum F_\mathrm{r}\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right) =$$
$$= \alpha\left(F_\mathrm{s} + \eta_\mathrm{r}\sum F_r\right)\left(t_\mathrm{j} - t_\mathrm{v}\right), \qquad (16\text{-}18)$$

kus $F_\mathrm{s}$ – ribitamata osa pindala, $\sum F_\mathrm{r}$ – ribide kogupind.

Ribitatud kogupinna efektiivsus

$$\xi = 1 + \eta_\mathrm{r}\frac{\sum F_\mathrm{r}}{F_\mathrm{s}}. \qquad (16\text{-}19)$$

Valemid (16-18) ja (16-19) on koostatud eeldusel, et soojusülekandetegur ribitatud ja ribitamata pinnale on võrdne ning ribi jalami temperatuur võrdub ribitamata pinna temperatuuriga.

Viimase seose kohaselt oleneb ribitatud pinna efektiivsus ribide ja ribitamata pinna suhtest ning ribi kasutegurist.

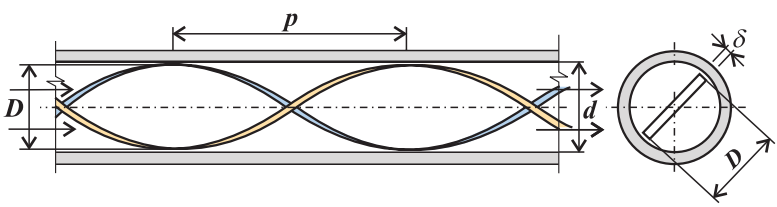
#### *16.2.4.4 Torusisesed soojusülekande intensiivistid*

*Voolusekeeristi*

Meetod seisneb selles, et voolusele antakse pöörisliikumine, milleks enamasti paigutatakse torusse (kanalisse) keeristi, mille üks näidis nn keeriklindi kujul on joonisel 16.7. Keerisliikumisest mõjub voolusele lisatsentrifugaaljõud, mis pärsib viskoosse aluskihi arengut, vähendades sel viisil soojusülekande termilist takistust niivõrd, et soojusülekandetegur märgatavalt suureneb (2–2,5 korda). Keeriklindi olulised geomeetrilised parameetrid on lindi samm ja läbimõõt (ühtib praktiliselt toru läbimõõduga). Lindi sammu mõju soojusülekandele võetakse arvesse suhtelise dimensioonita sammu $y = p/D$ kaudu.

Toru pinnale suunatud või sellelt lähtuva soojusülekande intensiivsus sõltub voolamise režiimist. Laminaarsel voolamisel konvektiivset soojusülekannet väljendav Nusselti arv

$$\mathrm{Nu_m} = 5{,}172\left[1 + 5{,}484\cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pr}^{0{,}7}\left(\frac{\mathrm{Re}}{y}\right)^{1{,}25}\right]^{0{,}5}\left(\frac{\mu_\mathrm{v}}{\mu_\mathrm{s}}\right)^{0{,}14}. \qquad (16\text{-}20)$$




**Joonis 16.7. Keeriklint**

Turbulentse voolamise korral

$$\mathrm{Nu_m} = 0,023\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,4}\left(1+\frac{0,769}{y}\right)\left[\frac{\pi+2\left(1-\dfrac{\delta}{D}\right)}{\pi-4\dfrac{\delta}{D}}\right]^{0,2}\times$$

$$\times\left(\frac{\pi}{\pi-4\dfrac{\delta}{D}}\right)^{0,8}\left(\frac{T_\mathrm{v}}{T_\mathrm{s}}\right)^{z}, \qquad (16\text{-}21)$$

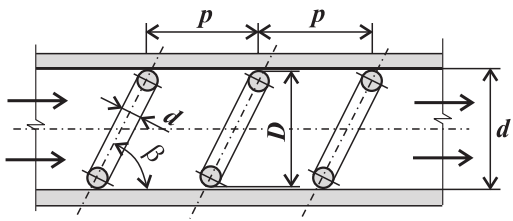
kus Re = $wD/v$ – Reynoldsi arv, $D$ – lindi läbimõõt, $w$ – keskkonna kiirus, arvutatuna toru siseläbimõõdu järgi, $v$ – keskkonna kinemaatiline viskoossus, Pr = $v/a$ – Prandtli arv, $a$ – keskkonna temperatuurijuhtivustegur, $y = p/D$ – keeriklindi suhteline samm, $p$ – keeriklindi samm, $\delta$ – keeriklindi paksus, $T_\mathrm{v}$ – keskkonna temperatuur, $T_\mathrm{s}$ – torupinna temperatuur, $z$ – soojusvoo suunast sõltuv tegur ($z$ = 0,45 vooluse kuumutamisel, $z$ = 0,15 vooluse jahtumisel).

Valemitest nähtub, et Reynoldsi arvu kasv voolusekeeristi rakendamisel intensiivistab soojusülekannet ligilähedaselt niisama mõjusalt kui siletoru korral. Tugev mõju on keeriklindi sammul, mille vähendamisel soojusülekande intensiivsus kasvab. Sammu pideval suurenemisel $y \to \infty$ saabub piirolukord, kus keeriklint muutub sirgeks lindiks ning mõju soojusülekandele praktiliselt lakkab. Valemis esinev liige $\delta/D$ näitab toru ristlõikepinna vähenemist lindi paksuse arvel ning selle mõju keskkonna kiirusele.

Keeriklint soojusvahetuspinnal mõjutab teatud määral ka kiirgussoojusülekannet, eriti just suhteliselt kõrge temperatuuriga gaasilt toru pinnale. Sellisel juhul võib lindi temperatuur osutuda märksa kõrgemaks torupinna temperatuurist, kutsudes esile märgatava pindadevahelise kiirgussoojusvoo, mis vastavalt Stefani-Boltzmanni seadusele on võrdeline temperatuuri neljandate astmete vahega. Pindadevaheline kiirgusülekanne on seda suurem, mida läbipaistvam on keskkond kiirgusele.

*Traatspiraal*

Vooluse ja torusisese pinna soojusülekannet on võimalik tõhustada, asetades torusse traatspiraali (joonisel 16.8). Spiraal takistab viskoosse aluskihi toimimist, tõstab vooluse turbulentsust, intensiivistades niimoodi soojusülekannet vooluse ja pinna vahel.




**Joonis 16.8. Spiraalne soojusülekande intensiivisti**

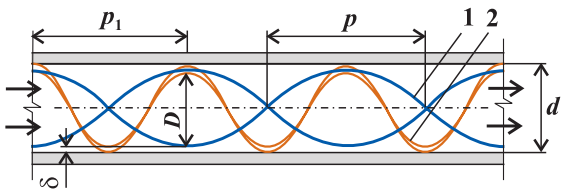
Traatspiraali kasutamisel ja sileda toru puhul määratud Nusselti arvu suhe

$$\frac{\mathrm{Nu_s}}{\mathrm{Nu}} = 0{,}196\,\mathrm{Re}^{0{,}64}\,\mathrm{Pr}^{1{,}60}\left(\frac{D}{d}\right)^{-0{,}08}\left(\frac{p}{D}\right)^{1{,}04}\left(\frac{\beta}{90}\right)^{8{,}64}, \qquad (16\text{-}22)$$

kus Re – Reynoldsi arv, arvutatud toru siseläbimõõdu järgi, Pr – Prandtli arv, $D$ – spiraaltraadi läbimõõt, $d$ – toru siseläbimõõt, $p$ – spiraali samm, $\beta$ – spiraaltraadi kaldenurk.

*Liitintensiivisti*

Eespool vaatlesime torusisese keeristi ja traatspiraali kasutamist intensiivistamaks konvektiivset soojusülekannet. Esimene nendest surub vooluse toru keskpaigast, kus tal on seina temperatuurist erinev temperatuur, pinnale lähemale, suurendades samaaegselt ka vooluse turbulentsust. Teine meetod pärsib enim viskoosse aluskihi kujunemist, kuna just see loob soojuslevile suurima termilise takistuse. Kahe või enama soojuslevi intensiivistamise meetodi ühendamine võimaldab parema tulemuse kui samade meetodite lahus kasutamine. Selle tõdemuse alusel on välja töötatud konvektiivse soojusülekande torusisene kombineeritud intensiivisti (liitintensiivisti). Joonisel 16.9 on TTÜ soojustehnika instituudis Toomas Tiikma ja Dmitri Neshumajevi väljatöötatud soojusülekande liitintensiivisti, mis moodustab terviku keeriklindi ja selle külge jäigalt vastupidi pöörlemissuunale kinnitatud (keevitatud) keerikspiraaliga. Kui keeriklint mõjutab vooluse liikumise üldist pilti torus, siis keerikspiraal pärsib otseselt viskoosse aluskihi teket ja arengut.




**Joonis 16.9. Soojusülekande liitintensiivisti: 1 – keeriklint, 2 – keerikspiraal**



**Toomas Tiikma** (16.10.1945 Tallinn – 12.09.2004 Tallinn), eesti teadlane, soojusfüüsik, TTÜ professor. Haridusteed alustas Tallinna Reaalkoolis (1953–1964), TTÜs õppis tööstusliku soojustehnika erialal, mille lõpetas 1969 soojusenergeetika inseneri diplomiga *cum laude*. Aastast 1969 kuni elu lõpuni töötas TTÜ soojustehnika instituudis: 1969–1976 insener, vaneminsener, 1976–1979 teaduslaboratooriumi vanemteadur ja osakonnajuhataja (ühtlasi stažeeris Belgradi ülikoolis), aastast 1989 dotsent, 1997 professor, õppetooli juhataja.

T. Tiikma teadustöö oli mitmekülgne, hõlmates soojusülekande põhiprobleeme sügavuti ja laiuti. 1977 kaitses kandidaadiväitekirja, mille teemaks olid aurugeneraatorite küttepindadele sadestunud tuha kiirgusomadused.

Erilist tähelepanu pälvisid uurimistööd, kus ta käsitles konvektiivset soojusülekannet karestatud pindadel, põlemisprotsessi mõjutamist madalsagedusliku akustilise väljaga, tahkete materjalide soojusfüüsikalisi omadusi, sh soojuskiirguse iseärasusi. T. Tiikma oli konvektiivset soojusülekannet mõjutava liitintensiivisti üks autoritest ja selle uurija. TTÜs luges ta soojus- ja massilevi põhi- ja erikursusi, kuivatite ja tööstusahjude kursusi. Mainitud teemadel on ta koos kaasautoritega avaldanud mitu õpperaamatut.

Soojusülekande liitintensiivistile on iseloomulik keeriklindi samm $p$ (suhteline samm $p/D$), keerikspiraali samm $p_1$ (suhteline samm $p_1/D$) ja keerikspiraali paksus $\delta$ (suhteline paksus $\delta/D$). $D$ on siin spiraali läbimõõt. Keerikspiraali paksus määrab keeriklindi kauguse toru pinnast.

Liitintensiivisti kasutamine parendab soojusülekannet kaks-kolm korda.

### 16.2.5 Sadestise termiline takistus

Rekuperatiivse soojusvaheti soojusvahetuspind võib tehnikaseadmes (nt katelseadmes) kattuda teatud põhjusel sadestisega, mis loob soojusvahetuspinda läbivale soojusvoole termilise lisatakistuse, nõrgendades sellega soojusülekannet. Sellisel juhul tuleb (16-7) tüüpi valemit täiustada sadestise termilist takistust arvestava liikmega.

Sadestisekihil võib olla väga erinev geomeetriline kuju ja soojusjuhtivustegur. Seepärast võib juhul, kui sadestise termilise takistuse eeldatav osatähtsus soojusülekandel on mõjuv, vaadelda seina keskkondade vahel tasapinnalisena.

Sadestis soojusvahetuspinnal tekib peamiselt tahkeosakeste ladestumisest pinda uhtuvast voolusest. Kui vooluses on kondenseeruvaid või desublimeeruvaid osiseid, võib soojusvahetuspind kattuda ka nendest moodustuvate sadestisega. Ei ole välistatud ka olukord, kui voolavas keskkonnas hõljuvad vedelikupiisad laotuvad pinnale ning katavad selle vedelikukelmega, millel on termiline takistus. Samuti on võimalik vedelikus lahustunud ühendite väljasadestumine pinnale tingituna pinna ja keskkonna temperatuurivahest (nt katlakivi tekkimine). Ka atmosfääriõhk sisaldab piisavalt tolmuosakesi, et sadestuda õhksoojusvaheti soojusvahetuspinnale.

Metallist soojusvahetuspinna uhtumine voolusega võib seal oksüdatsiooniprotsessi tagajärjel põhjustada oksiidikihi tekke, mis samuti on termiline takistus soojusvoole. Selline olukord esineb sagedamini siis, kui gaasiline keskkond sisaldab hapnikku ja teisi korrosiooni põhjustavaid komponente.

Soojusvahetuspinna saastumine on paljudest teguritest sõltuv keerukas füüsikalis-keemiline nähtus. Suurimad mõjurid seejuures on sadestuva aine kontsentratsioon, keskkonna temperatuur ja kiirus.

Levinumatel soojusvahetitel, kus soojuskandjaks on vesi, aur, õhk, jahutusagens, õli jms, on sadestisekihi termiline takistus $R_{sa}$ enamasti vahemikus $10^{-4}$–$10^{-3}$ $m^2 \cdot K/W$.

Tuleb arvestada sedagi, et uue seadise soojusvahetuspinnal sadestis puudub ning $R_{sa} = 0$, kuid aja jooksul see siiski tekib. Siis osutub küttepinna perioodiline puhastamine tihti vältimatuks, ning seda peab silmas pidama juba soojusvaheti konstrueerimisel.

## 16.2.6 Keskmine temperatuurivahe

### *16.2.6.1 Pärivool*

Soojusvahetis ühest keskkonnast teise kanduv soojushulk

$$Q = kF\Delta t_{\mathrm{m}}\,, \tag{16-23}$$

kus $k$ – soojusläbikandetegur, $F$ – soojusvahetuspind, $\Delta t_{\mathrm{m}}$ – keskkondade keskmine temperatuurivahe.

Olgu püstitatud eesmärk määrata temperatuurivahe $\Delta t_{\mathrm{m}}$ pärivoolusoojusvahetis (skeem ja tähistus joonisel 16.10).

Temperatuurivahe esimese (kuuma) ja teise (külma) vooluse vahel piki soojusvahetit langeb monotoonselt. Soojusläbikande potentsiaal soojusvahetis kui terviksüsteemis on keskmine temperatuurivahe $\Delta t_{\mathrm{m}}$ valemis (16-23).

Keskkondade temperatuuri erinevus soojusvahetisse sisenedes on muidugi suurem kui sellest väljudes ning jahedama keskkonna temperatuur ei saa väljumisel kunagi tõusta soojusvahetist lahkuva kuumema keskkonna temperatuurini. Eeldame ümbruskeskkonnast soojuslikult isoleeritud soojusvahetit, siis

$$\mathrm{d}Q = -C_1\mathrm{d}t_1 = C_2\,\mathrm{d}t_2\,, \tag{16-24}$$

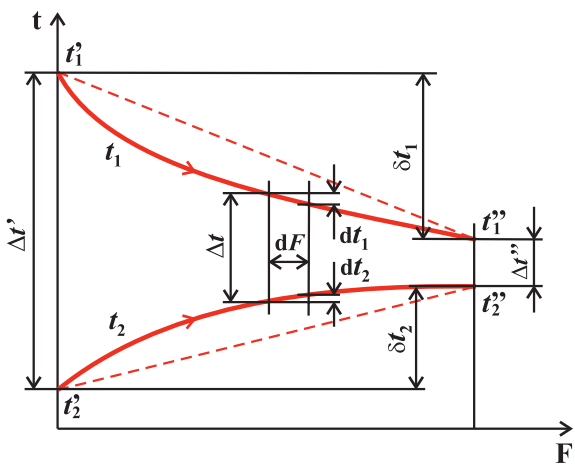
kus $C_1$, $C_2$ – vastavalt esimese ja teise keskkonna soojusmahtuvus.

Valemi (16-24) põhjal

$$\mathrm{d}t_1 = -\frac{\mathrm{d}Q}{C_1}$$

ja

$$\mathrm{d}t_2 = \frac{\mathrm{d}Q}{C_2}$$




**Joonis 16.10. Temperatuurimuutus piki pärivoolusoojusvahetit**

ning temperatuurivahe diferentsiaal

$$\mathrm{d}(t_1 - t_2) = \mathrm{d}\Delta t = -\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\mathrm{d}Q = -m\mathrm{d}Q, \tag{16-25}$$

kus

$$m = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Valemite (16-23) ja (16-25) põhjal

$$\frac{\mathrm{d}\Delta t}{\Delta t} = -mk\mathrm{d}F.$$

Kui käsitada soojusvahetuspinda muutujana ja eeldada suuruste *m* ja *k* konstantsust, siis viimase võrrandi integraal

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{\mathrm{d}\Delta t}{\Delta t} = -mk\int_0^F \mathrm{d}F \tag{16-26}$$

ehk

$$\ln\frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF \tag{16-27}$$

ning

$$\Delta t = \Delta t'\exp(-mkF), \tag{16-28}$$

kus $\Delta t' = t_1' - t_2'$ – temperatuurivahe keskkondade sisenemisel soojusvahetisse.

Viimane tulemus näitab, et pärivoolusoojusvahetis kahaneb temperatuurivahe piki soojusvahetuspinda eksponentsiaalselt. Mida suurem on korrutise *mk* väärtus, seda kiiremini keskkondade temperatuurid teineteisele lähenevad.

Keskmine temperatuurivahe

$$\Delta t_\mathrm{m} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t\mathrm{d}F = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t'\exp(-mkF)\mathrm{d}F =$$

$$= -\frac{\Delta t'}{mkF}[\exp(-mkF) - 1]. \tag{16-29}$$

Arvestades valemeid (16-27) ja (16-28) ning samuti seda, et soojusvahetuspinna lõppsuurusele *F* vastab temperatuurivahe $\Delta t''$, siis

$$\Delta t_\mathrm{m} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln\frac{\Delta t'}{\Delta t''}} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln\frac{\Delta t''}{\Delta t'}}. \tag{16-30}$$

Valemiga (16-30) avaldatud temperatuurivahet nimetatakse keskmiseks logaritmiliseks temperatuurivaheks.

Valemis esinevad $\Delta t'$ ja $\Delta t''$ väljendavad vastavalt keskkondade temperatuurivahet soojusvahetisse sisenemisel ja sealt väljumisel. Temperatuurivahe $\Delta t$ langeb piki soojusvahetuspinda algväärtusest $\Delta t'$ kuni lõppväärtuseni $\Delta t''$.

Valem (16-30) lähtub temperatuurimuutuse eksponentsiaalsest kulgemisest piki soojusvahetuspinda. Lihtsustatud käsitluse korral võib soojust vahetavate keskkondade temperatuurimuutuse piki soojusvahetuspinda lugeda lineaarseks (punktiirjooned joonisel 16.10). Ei ole raske näha, et mida väiksem on $\Delta t'$ ja $\Delta t''$ erinevus, seda lähemal on temperatuurimuutuse kõverad sirgjoonele. Viimasel juhul on keskmine temperatuurivahe

$$\Delta t_{\mathrm{ml}} = \frac{\Delta t' + \Delta t''}{2} \tag{16-31}$$

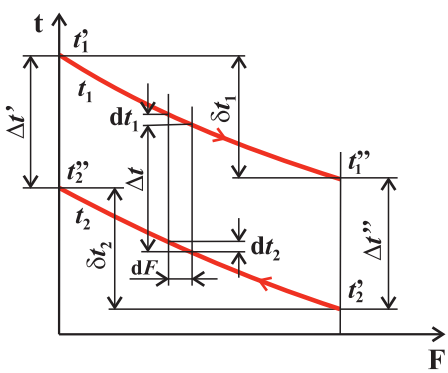
alati kõrgem kui keskmine logaritmiline temperatuurivahe.

Arvutused tõestavad, et keskmise temperatuurivahe arvutusvalemi (16-30) võib asendada lihtsama valemiga (16-31), kui suhe $\Delta t'/\Delta t'' < 0{,}4$ (tulemuste lahknevus ei ületa 1%).

### *16.2.6.2 Vastuvool*

Vastuvooluskeemis sisenevad kõrgema ja madalama temperatuuriga voolus soojusvahetisse vastaspoolelt. Külmema keskkonna väljumistemperatuur võib seejuures ületada kuumema keskkonna väljumistemperatuuri. Piirjuhul võib külmema vooluse temperatuur läheneda kuuma soojuskandja algtemperatuurini, kuid seda ületada ei saa.

Joonisel 16.11 on näidatud vastuvooluskeemil töötava soojusvaheti temperatuurirežiim ja tähised.




**Joonis 16.11. Temperatuurimuutus piki vastuvoolusoojusvahetit**

Vastuvooluskeemi korral mõlema keskkonna temperatuur piki soojusvahetuspinda langeb. Soojusvaheti soojusbilansi võrrand, kui eeldada väliskeskkonnast isoleeritud soojusvahetit,

$$\mathrm{d}Q = -C_1 \mathrm{d}t_1 = -C_2\,\mathrm{d}t_2 \tag{16-32}$$

ja temperatuurivahe

$$\mathrm{d}(t_1 - t_2) = \mathrm{d}\Delta t = \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right)\mathrm{d}Q = -m\mathrm{d}Q. \tag{16-33}$$

Korrates pärivooluskeemi puhul kasutatud mõttekäiku ja matemaatilisi teisendusi, tõdeme, et keskmine logaritmiline temperatuurivahe vastuvoolusoojusvahetile on samuti avaldatav võrrandiga (16-30), nii nagu kehtib ka võrrand (16-31).

Sageli esitatakse keskmise logaritmilise temperatuurivahe arvutusvalem üldisemal kujul

$$\Delta t_\mathrm{m} = \frac{\Delta t_\mathrm{S} - \Delta t_\mathrm{V}}{\ln \dfrac{\Delta t_\mathrm{S}}{\Delta t_\mathrm{V}}}, \tag{16-34}$$

kus $\Delta t_\mathrm{s}$, $\Delta t_\mathrm{v}$ – vastavalt keskkondade suurim ja väikseim temperatuurivahe.

Valem kehtib nii päri- kui ka vastuvooluskeemile.

Keskkondade temperatuurivahe piki soojusvahetuspinda muutub intensiivsemalt pärivooluskeemi puhul. Kuid vooluste antud temperatuuril on keskmine logaritmiline temperatuurivahe vastuvoolusoojusvahetis alati kõrgem, mistõttu sama soojushulga ülekandmiseks vajalik soojusvahetuspind on vastuvooluskeemis väiksem. See õigustab paljudel juhtudel vastuvoolusoojusvaheti eeliskasutamist praktikas.

Kui ühe keskkonna temperatuur ei muutu, siis keskmine temperatuurivahe ei sõltu keskkondade voolamise skeemist soojusvahetis. Selline olukord esineb siis, kui üks soojuskandja on keev vedelik või kondenseeruv aur. Sama olukord võib ligilähedaselt ette tulla ka siis, kui ühel soojuskandjal on kordi suurem soojusmahtuvus kui teisel. Keskkondade soojusmahtuvuse lahknevuse võib põhjustada ebavõrdse erisoojuse kõrval ka vooluste massikulu erinevus.

Vastuvooluskeemi korral jääb kuuma ja külma vooluse temperatuurivahe piki soojusvahetuspinda konstantseks, kui keskkondade soojusmahtuvus on võrdne. Säärasel juhul (vastavalt valemile (16-33)) $m = 0$ ja soojusvaheti tuleb arvutada temperatuurivahe $\Delta t = t_1 - t_2$ kaudu.

#### *16.2.6.3 Rist- ja segavool*

Valem (16-34) kehtib päri- ja vastuvoolusoojusvahetile. Ka keerukamate vooluskeemide tarbeks on võimalik tuletada keskmise temperatuurivahe arvutusvalemid, need võivad aga osutuda üpris komplitseerituks.

Keerukamate skeemide korral kasutatakse keskmise temperatuurivahe arvutamiseks vastuvooluskeemist lähtuvat ekvivalentset temperatuurivahet

$$\Delta t_{\mathrm{me}} = f\,\Delta t_{\mathrm{mvv}}\,, \tag{16-35}$$

kus $f$ – korrektsioonitegur, $\Delta t_{\mathrm{mvv}}$ – keskmine logaritmiline temperatuurivahe vastuvooluskeemile (valem (16-34)).

Korrektsiooniteguri $f$ väärtuse määrab soojusvaheti vooluskeem ning keskkondade temperatuur soojusvahetisse sisenemisel ja sellest väljumisel. Vastuvooluskeemile $f = 1$, ülejäänud juhtudel $f < 1$.

Sõltuvalt skeemist antakse tegur $f$ funktsioonina temperatuurivahede suhtest:

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'}$$

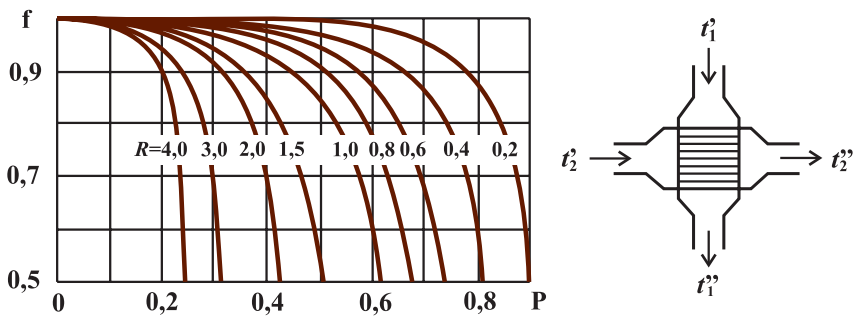
ja

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'}.$$

Suhte $P$ väärtus asetseb piirides 0–1, $R$ väärtus võib muutuda 0 ja ∞ vahemikus. Kui ühe keskkonna temperatuur on püsiv (keemine või kondenseerumine), siis sõltumata vooluskeemist soojusvahetis, tegur $f = 1$.

Teguri $f$ leidmiseks olenevana suhete $P$ ja $R$ väärtustest võib kasutada kas analüütilisi avaldisi käsiraamatutest või vastavaid diagramme.

Joonisel 16.12 on näitena toodud teguri $f$ olenevus parameetritest $P$ ja $R$ ristvoolusoojusvahetile.




**Joonis 16.12. Teguri $f$ väärtus ristvoolusoojusvahetile olenevana parameetritest $P$ ja $R$**

## 16.2.7 Soojusvaheti soojusülekande arvutamine

### *16.2.7.1 Konstruktsiooniarvutus*

Tuntakse soojusvaheti konstruktsiooni- ja kontrollarvutust.

Konstruktsiooniarvutuse eesmärk on leida soojusvahetuspinna suurus ja soojusvaheti põhimõõtmed. Kontrollarvutusega määratakse teadaoleva konstruktsiooniga soojusvahetis ühelt soojuskandjalt teisele ülekantav soojushulk ning soojuskandjate temperatuur. Kontrollarvutust läheb sageli vaja ka soojusvaheti projekteerimisel, kui seadise konstruktsioon on juba lõplikult selgunud.

Olenemata eesmärgist, tugineb soojusvaheti arvutus tema soojusbilansi ja soojusülekande võrranditele.

Konstruktsiooniarvutusega määratakse etteantud tingimustele vastav soojusvahetuspind. Tingimused võivad aga olla suuresti erinevad. Näiteks võib eesmärgiks olla vajaliku soojushulga ülekanne ühest keskkonnast teise, vedeliku kuumutamine või jahutamine soovitud temperatuurini jne.

Konstruktsiooniarvutuse algtingimusena on vaja teada vooluste liikumisskeemi, soojuskandjate sisenemis- ja väljumistemperatuuri, ka soojusvahetit läbivaid vooluhulki. Soojusbilansi võrrandi kohaselt määravad need suurused üheselt keskkonnast keskkonda kanduva soojushulga ja keskmise temperatuurivahe.

Soojusülekandevalemiga (16-23) on võimalik määrata kompleks $kF$ ($k$ on soojuse läbikandetegur keskkonnast keskkonda, $F$ soojusvahetuspinna suurus).

Soovitavad keskkondade kiirused, vooluskeem, vooluse temperatuurid jt parameetrid loovad aluse määramaks soojusläbikandeteguri, mis on aga omakorda soojusvahetuspinna suuruse arvutamise lähtekoht.

### *16.2.7.2 Kontrollarvutus*

Kontrollarvutuse vajaduse tõstatab soov hankida teadaoleva soojusvaheti kohta soojustehnilisi näitarve. Sellisel juhul on teada soojusvahetuspind, selle suurus ja mõõtmed ning soojuskandjate liikumisskeem. Arvutuslikult tuleb määrata soojusvahetis ülekantav soojushulk ja sealt väljuvate soojuskandjate temperatuur, lähtudes sinna sisenevatest voolusehulkadest ja nende temperatuurist. Säärast probleemi saab lahendada mitmeti. Üks võimalusi on rakendada ülekantava soojushulga leidmiseks keskmist logaritmilist temperatuuri. Ei ole raske näha, et selle arvutusvalem (või lihtsamal juhul ka lineaarse temperatuurimuutuse seadusest järelduva keskmise temperatuuri määramise valem) sisaldab ise otsitavaid temperatuure. Seega vajab ülesande lahendamine korduvlähendust. Esiteks tuleb oletuslikult ette anda üks soojusvahetist väljuva soojuskandja temperatuuridest, seejärel määrata selle kaudu ülekantav soojushulk ning teise soojuskandja temperatuur soojusvahetist väljumisel. Seega luuakse alus leidmaks soojusläbikandetegur ja selle kaudu soojusvahetist väljuvate soojuskandjate temperatuurid. Need temperatuurid on lähtesuurused järgmisele arvutusringile. Arvutustsüklit

korratakse seni, kuni saavutatakse andmete soovitud täpsusega ühtivus. Meetod on küllaltki keerukas ja mitte kõige kergemini teostatav.

Teine, eelmisega võrreldes tunduvalt lihtsam võimalus on soojusvaheti efektiivsustegurist lähtuv meetod. Efektiivsusteguri all mõistetakse soojusvahetis ülekantud soojushulga suhet maksimaalselt võimalikku ülekantavasse soojushulka. Soojusvahetis ülekantud soojushulk

$$Q = C_1\delta t_1 = C_2\delta t_2\,, \tag{16-36}$$

kus $C_1$, $C_2$ – keskkondade soojusmahtuvus; $\delta t_1$, $\delta t_2$ – esimese ja teise keskkonna temperatuurimuutus soojusvaheti läbimisel (vt joonis 16.10 ja 16.11).

Soojusvahetis ülekantav soojushulk võib olla maksimaalne, kui siseneva külma vooluse temperatuur tõuseb siseneva kuuma vooluse temperatuurini või kui kuumem voolus jahtub siseneva külmema vooluse temperatuurini. Need tingimused saavad olla samaaegselt täidetud vaid siis, kui $C_1 = C_2$. Tavaliselt siiski $C_1 \neq C_2$ ja väiksema soojusmahtuvusega keskkonna temperatuur muutub kiiremini kui suurema soojusmahtuvusega keskkonna oma. Kui selle tulemusel vooluste temperatuurid soojusvahetis ühtlustuvad, siis lakkab ka edasine soojusülekanne. Seega maksimaalselt võimalik ülekantav soojushulk

$$Q_{\max} = C_{\min}\left(t_1^{'} - t_2^{'}\right) = C_{\min}\Delta t_{\max}\,, \tag{16-37}$$

kus $t_1^{'}, t_2^{'}$ – soojuskandja kõrgeim ja madalaim temperatuur soojusvahetis, $C_{\min}$ – soojusmahtuvuste $C_1$ ja $C_2$ väikseim väärtus.

Et leida suurus $Q_{\max}$, on vaja teada soojusvahetisse siseneva kuuma ja külma soojuskandja temperatuuri ja massivoogu. Need on soojusvaheti kontrollarvutuse korral teadaolevad suurused.

Soojusvaheti efektiivsustegur valemite (16-36) ja (16-37) põhjal

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{\max}} \tag{16-38}$$

ning selle alusel soojusvahetis ülekantav soojushulk

$$Q = \varepsilon Q_{\max} = \varepsilon C_{\min}\Delta t_{\max}\,. \tag{16-39}$$

Teades efektiivsusteguri $\varepsilon$ väärtust, on viimase valemiga lihtne määrata soojusvahetist väljuvate soojuskandjate temperatuurid.

Selgitame efektiivsusteguri määramist pärivoolusoojusvahetile (joonis 16.10).

Lähtume valemist (16-28), mille rakendamisel pärivooluskeemile pärast teisendusi ja mõnda asendust

$$\delta t_1 + \delta t_2 = \Delta t^{'}\left\{1 - \exp\left[-\frac{kF}{C_{\min}}\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]\right\}. \tag{16-40}$$

Siin esinevat dimensioonita suurust

$$S = \frac{kF}{C_{\min}}$$

nimetatakse soojusläbikandearvuks.

Valemi (16-36) põhjal

$$\delta t_2 = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \delta t_1 = C \delta t_1 .$$

Siin

$$C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

on soojusvahetit läbivate keskkondade väiksema ja suurema soojusmahtuvuse suhe.

Viimaste valemite põhjal järeldub seosest (16-40) pärivoolusoojusvaheti efektiivsusteguri arvutusvalem

$$\varepsilon = \frac{\delta t_1}{\Delta t'} = \frac{1 - \exp[-S(1+C)]}{1+C}. \qquad (16\text{-}41)$$

Samasugust mõttekäiku kasutades saame vastuvooluskeemiga soojusvaheti jaoks efektiivsusteguri

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-S(1-C)]}{1 - C\exp[-S(1-C)]}. \qquad (16\text{-}42)$$

Kui ühe keskkonna temperatuur soojusvaheti läbimisel jääb püsivaks, siis teatavasti tema soojusmahtuvus $C_{\max} = \infty$ ja soojusmahtuvuste suhe $C = 0$ ning soojusvaheti efektiivsustegur ei sõltu vooluste liikumise skeemist, omades antud soojusläbikandearvu $S$ juures võimalikku maksimaalset väärtust

$$\varepsilon_{\max} = 1 - \exp(-S). \qquad (16\text{-}43)$$

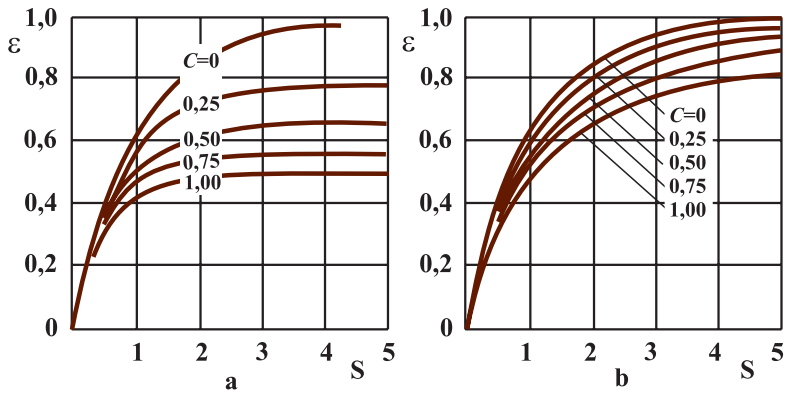
Teisel piirjuhul, kui vooluste soojusmahtuvused on võrdsed, siis $C = 1$ ning soojusvaheti efektiivsusteguril on antud $S$ juures minimaalne väärtus.

Efektiivsustegur sõltub soojusvaheti ehitusest, geomeetrilisest kujust ning soojuskandjate vooluskeemist. Seega on eri tüüpi soojusvahetite efektiivsustegur erinev. Selgub, et tegur $\varepsilon$ sõltub soojusvaheti soojusläbikandearvust $S$ ja soojusmahtuvuste suhtest $C$.

Joonisel 16.13 on toodud näitena päri- ja vastuvooluskeemiga soojusvaheti efektiivsustegur funktsioonina soojusläbikandearvust ja keskkondade soojusmahtuvuste suhtest. Analüütilisi avaldisi ja graafikuid erinevat tüüpi soojusvahetitele võib leida eriala käsiraamatutest.

Soojusvaheti efektiivsustegur ja vooluste soojusmahtuvuste suhe võib muutuda vahemikus 0–1. Antud $S$ ja $C$ korral on efektiivsustegur vastuvooluskeemiga soojusvahetil suurim, pärivooluskeemi puhul aga madalaim. Ristvoolusoojusvahetite efektiivsustegur mahub mainitud kahe väärtuse vahele.

Tegur $\varepsilon$ suureneb eriti kiirelt soojusläbikandeteguri $S$ kasvades selle väikeste väärtuste piirkonnas. Soojusmahtuvuste suhte $C$ mõju tuleb esile just suuremate soojusläbikandearvude piirkonnas. Eriti väikestel $S$ väärtustel (kuni 0,3) $C$ mõju tegurile $\varepsilon$ praktiliselt puudub.




**Joonis 16.13. Soojusvaheti efektiivsustegur olenevalt soojusläbikandearvust ja soojusmahtuvuste suhtest: a) pärivool, b) vastuvool**

## 16.3 Soojusülekanne regeneratiivses soojusvahetis

Soojusülekanne regeneratiivses soojusvahetis põhineb regeneraatori tsükliliselt kuumutatava ja jahutatava täidise soojusmahtuvusel. Soojuselektrijaamades on laialdaselt kasutusel pöörlev regeneratiivne õhueelsoojendi, kus põlemisgaasi energia kantakse soojuse kujul üle õhule. Õhueelsoojendi kujutab endast metallplaatidest täidisega pöörlevat silindrit, mida ühelt poolt kuumutab põlemisgaas, teiselt poolt aga jahutab soojendatav õhk. Seega liigub põlemisgaasi poolt kuumutatud täidis pidevalt õhuga jahutatavasse alasse. Täidise jahtumisel üleantava soojuse arvel õhk kuumeneb. Täidisena kasutatavad metallplaadid on profileeritud, mis hoogustab keskkonna ja plaadi vahelist soojusülekannet, suurendab soojusvahetuspinda ja ka täidise massi mahuühikus, millega vähendatakse seadme mõõtmeid, tagades selle kompaktsuse.

Regeneratiivses soojusvahetis toimub soojusülekanne kuumutavalt keskkonnalt kuumutatavale keskkonnale tsükliliselt kahe perioodi vältel. Esimesel perioodil akumuleerub kuumutavalt keskkonnalt lähtuv energia täidisesse, teisel perioodil aga kandub salvestunud energia soojusülekande teel kuumutatavale keskkonnale. Esimest perioodi nimetatakse ka kuumutusperioodiks, teist jahutusperioodiks. Lõppkokkuvõttes üks keskkond jahtub ja teine kuumeneb.

Regeneratiivse soojusvaheti soojusülekandeprotsess on mittestatsionaarne, sest täidise temperatuur kasvab või kahaneb ajas. Kuumutava keskkonna temperatuur langeb piki täidist pidevalt, kuumutatava keskkonna temperatuur aga tõuseb. Nii muutub ka täidise temperatuur seda uhtuva keskkonna liikumise suunas. Soojusülekanne täidisele toimub selle välispinna kaudu, mida iseloomustab keskkonna ja pinna või pinna ja keskkonna vaheline soojusülekandetegur.

Soojusülekande ajas kulgev protsess on skemaatiliselt kujutatud temperatuuri ja aja diagrammil joonisel 16.14. Täidise kuumenemist väljendavad jooned paremalt vasakule, jahtumist aga vasakult paremale. Jooned $t_{s1}$ ja $t_{s2}$ näitavad vastavalt täidise välispinna temperatuuri muutust kuumenemisel (perioodil $\tau_1$) ja jahtumisel (perioodil $\tau_2$). Samaaegselt pinna temperatuuri tõusuga kerkib aga ka kuumutava keskkonna temperatuur $t_1$ ning jahtumistsüklis langeb kuumutatava keskkonna temperatuur $t_2$.

Regeneratiivse soojusvaheti soojusülekande arvutus taandatakse tasapinnalise seina statsionaarse soojusülekande ülesandele keskmiste temperatuuride kaudu, nii nagu see on kujutatud joonise 16.14 paremal poolel. Olgu tasapinnalise seina poolte keskmine temperatuur statsionaarsel soojusülekanderežiimil vastavalt $t_{s1k}$ ja $t_{s2k}$, keskkondade keskmine temperatuur aga vastavalt $t_{1k}$ ja $t_{2k}$. Arvutused tehakse ühe täistsükli kohta ($\tau_1 + \tau_2$).

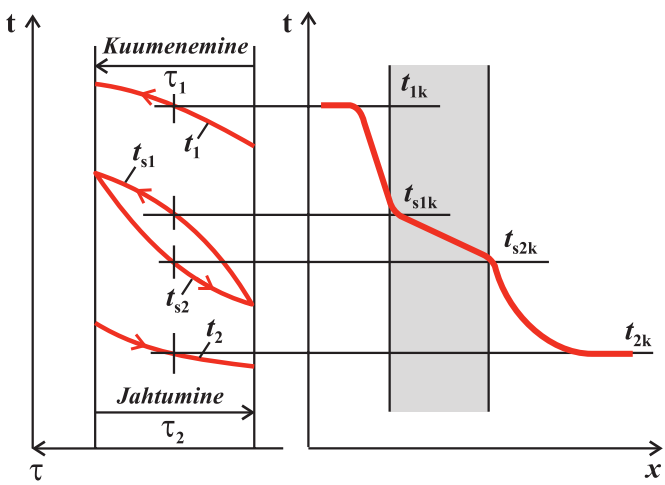
Lähtuvalt joonise 16.14 parempoolsest skeemist kuumutustsüklis täidisele ülekantav soojushulk

$$Q_1 = \alpha_1 (t_{1k} - t_{s1k}) \tau_1 \qquad (16\text{-}44)$$

ja jahutustsüklis täidiselt keskkonda ülekantud soojushulk

$$Q_2 = \alpha_2 (t_{2sk} - t_{2k}) \tau_2 , \qquad (16\text{-}45)$$

kus $\alpha_1$, $\alpha_2$ – soojusülekandetegur kuumema keskkonna ja täidise ning täidise ja külmema keskkonna vahel; $\tau_1$, $\tau_2$ – kuumutus- ja jahtumisperiood.




**Joonis 16.14. Soojusülekande protsess regeneratiivses soojusvahetis**

Eeldades, et puudub soojusvoog regeneraatorilt ümbruskeskkonda, siis ajas muutumatul soojusülekanderežiimil ($Q_1 = Q_2$)

$$\alpha_1 (t_{1k} - t_{s1k})\tau_1 = \alpha_2 (t_{2sk} - t_{2k})\tau_2 . \tag{16-46}$$

Viimasest valemist

$$t_{s1k} = \frac{\alpha_1 t_{1k}\tau_1 + \alpha_2\tau_2 [t_{2k} + (t_{s1} - t_{s2})]}{\alpha_1\tau_1 + \alpha_2\tau_2}. \tag{16-47}$$

Kasutades keskmisi temperatuure, võetakse rekuperatiivsoojusvaheti arvutuse aluseks soojusläbikande üldtuntud võrrand antuna ühe täistsükli kohta.

Siis

$$Q_\tau = k_\tau (t_{1k} - t_{2k}). \tag{16-48}$$

Võrdsustades valemid (16-44) ja (16-48) ning arvestades seost (16-47), saame soojusläbikandeteguri määramiseks valemi

$$k_\tau = \frac{1 - \dfrac{t_{s1k} - t_{s2k}}{t_{1k} - t_{2k}}}{\dfrac{1}{\alpha_1\tau_1} + \dfrac{1}{\alpha_2\tau_2}}. \tag{16-49}$$

Tähistame

$$\varphi = 1 - \frac{t_{s1k} - t_{s2k}}{t_{1k} - t_{2k}},$$

siis

$$k_\tau = \frac{\varphi}{\dfrac{1}{\alpha\tau_1} + \dfrac{1}{\alpha\tau_2}}. \tag{16-50}$$

Tegur $\varphi$ arvestab täidise keskmise temperatuuri ebavõrdsust kuumutus- ja jahutusperioodil. Enamikul juhtudel on tegur $\varphi$ ligikaudu 0,8.

Ideaalsena tuntakse sellist regeneraatorit, kus täidise keskmine temperatuur on kuumutamisel võrdne keskmise temperatuuriga jahtumisel. Viimasel juhul tegur $\varphi = 1$.

Regeneratiivse soojusvaheti arvutusvalemi (16-48) kasutamine taandub peamiselt täidise keskmise temperatuuri määramisele kuumutus- ja jahutusperioodil.

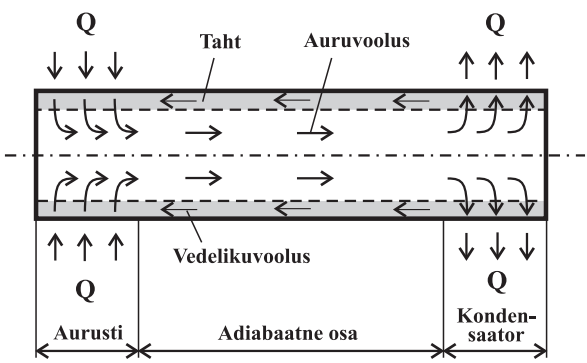
## 16.4 Soojustoru

Soojustoru on seade soojuse ülekandmiseks ühest keskkonnast teise.

Soojustorus suunab kapillaarjõud vedel- ja aurufaasis soojuskandja liikumist. Palju kordi intensiivsem soojusülekanne pinna ja kahefaasilise keskkonna vahel loob eelise ühefaasiliste keskkondade (p 14.7) ees. Soojustoru ei vaja soojuskandja liikumapanekuks välisjõuallikaid, vaid on suuteline kandma üle erakordselt suuri soojusvoogusid, kasutades seejuures ära soojuskandja faasisiirdesoojuse. Viimane on teatavasti märkimisväärselt suurem aine füüsikalisest soojusmahtuvusest ehk entalpiast. Suur faasisiirdesoojus tähendab aga ühtlasi ka tunduvalt väiksemat soojuskandja massikulu. Tänu intensiivsele soojusvahetusele ning soojuskandja piiratud kulule on soojustoru mõõtmed ja mass ülekantava soojushulga kohta küllaltki väikesed. Ühefaasilisi soojuskandjaid kasutavas süsteemis on ülekantav soojushulk vastavalt Newtoni-Richmanni seadusele võrdeline soojuskandjate temperatuuride vahega, soojusülekanne soojustorus on aga ligilähedaselt isotermne, mis võimaldab selle seadme vahendusel energiat suurte vahemaade taha üle kanda.

Elementaarse soojustoru tüüpskeem on joonisel 16.15.

Soojustoru on üldtähenduses seade, kus energia transport soojuse kujul ühest ruumi osast teise (aurustist kondensaatorisse) toimub soojuskandja aurustumissoojuse arvel. Soojustoru põhiosadeks on suletud kest (nt otstest suletud toru) ning selles paiknev vedelikku kapillaarjõudude vahendusel ülekandev taht. Paljudel juhtudel asetseb taht kesta (toru) sisepinnal, nagu see on ka joonisel. Taht on küllastatud vedelikuga (soojuskandja vedelfaasiga). Ülejäänud osa soojustorust on täidetud küllastunud auruga. Tahi ülesandeks on vedelikuvoo suunamine kapillaarjõudude toimel kondensaatorist aurustisse. Väliselt soojusallikalt kandub soojus läbi soojustoru seina aurustisse, kutsudes esile vedeliku keemise ja aurustumise. Aurustis ülekantav soojushulk on samaväärne vedeliku aurustumissoojusega. Tekkiva rõhkude ebavõrdsuse tulemusel suundub genereeritud aur aurustist kondensaatorisse. Kondensaat liigub mööda tahti kapillaarjõudude mõjul kondensaatorist aurustisse.




**Joonis 16.15. Elementaarse soojustoru skeem**

Pideva aurustumise tõttu vedeliku hulk tahis soojustoru aurustusosas väheneb ning auru ja vedeliku kokkupuutepind nihkub üha sügavamale tahti. Samal viisil põhjustab auru kondenseerumine soojustoru kondenseerumisosas auru ja vedeliku kokkupuutepinna nihkumise lähemale tahi välispinnale. Need protsessid põhjustavad meniski pinna raadiuse erinevuse soojustoru aurustus- ja kondenseerumisosas ning rõhugradiendi tekke kui vedeliku liikumapaneva jõu tahis, ühtlasi tagades protsessi pidevuse.

Geomeetriliselt kujult võivad soojustorud suuresti erineda.

Tööprotsessist lähtudes koosneb soojustoru põhimõtteliselt kolmest osast. *Aurusti*, kuhu siirdub ümbruskeskkonnast ülekantav soojus ja kus toimub vedeliku aurustumine. *Kondensaator*, kus soojustoru südamiku kaudu sinna suundunud aur kondenseerub ja soojus siirdub ümbruskeskkonda. *Adiabaatne* e *transpordiosa*, mille kaudu aur voolab aurustist kondensaatorisse ja vedelik suundub mööda tahti aurustisse.

Soojustoru töö peab kulgema aine kolmik- ja kriitilise punkti temperatuuri vahemikus. Tabelis 16.2 on toodud soojustorudes enam kasutatud soojuskandjate kolmik- ja kriitilise punkti temperatuurid ning võimalik töötemperatuuri vahemik.

**Tabel 16.2. Soojustorus enamkasutatavad soojuskandjad**

| Aine | Kolmikpunkti temperatuur °C | Kriitiline temperatuur °C | Kasutatav temperatuuri-vahemik °C |
|---|---|---|---|
| Heelium | –271,0 | –267,9 | –271 — –267 |
| Hapnik | –218,8 | –118,8 | –218 — –118 |
| Lämmastik | –210 | –147,1 | –205 — –145 |
| Etaan | –183,2 | 32,1 | –173 — 32 |
| Butaan | –138,3 | 151,9 | –15 — 80 |
| Metüülpiiritus | –97,9 | 240,0 | –20 — 170 |
| Atsetoon | –93,1 | 235,1 | –20 — 170 |
| Ammoniaak | –77,6 | 132,4 | –70 — 120 |
| Vesi | 0,1 | 374,2 | 10 — 230 |
| Kaalium | 63,3 | 1975 | 125 — 525 |
| Elavhõbe | –38,8 | 1490 | 200 — 550 |
| Naatrium | 97,9 | 2227 | 300 — 1200 |
| Liitium | 180,6 | 3527 | 800 — 1600 |
| Hõbe | 960,9 | 7227 | 1300 — 2200 |

Töötemperatuuri alusel jaotatakse soojustorud tavaliselt nelja klassi.

*Ülimadalal temperatuuril* (–272 kuni –80 °C) töötavad soojustorud. Soojuskandjaks on harilikult heelium, argoon, neoon, lämmastik või hapnik.

*Madalal temperatuuril* (–80 kuni +275 °C) töötavad soojustorud. Soojuskandjaks on tavaliselt vesi, metanool, etanool, ammoniaak ja atsetoon.

*Keskmisel temperatuuril* (275 kuni 425 °C) töötavad soojustorud. Tüüpilisemaid soojuskandjaid on elavhõbe.

*Kõrgel temperatuuril* (üle 425 °C) töötavad soojustorud. Tüüpilisemad soojuskandjad on kaalium, naatrium ja hõbe.

Soojustoru efektiivsus sõltub paljuski soojuskandja füüsikalistest omadustest. Vedelfaasi füüsikalised omadused, mis avaldavad enim mõju soojustoru efektiivsusele, on järgmised. *Aurustumissoojusest* sõltub keha massiühiku kohta ülekantav soojushulk. Mida suurem on aurustumissoojus, seda suurem soojushulk kandub aurustumissoojuse näol aurustist kondensaatorisse. Ka *tihedus* on küllaltki oluline. Mida suurema tihedusega vedelik, seda väiksem on massikulu. *Pindpinevusest* sõltub aurusti ja kondensaatori rõhkude vahe. Pindpinevuse kasvades intensiivistub ka massivoog tahis. *Viskoossusest* oleneb vooluse hüdrodünaamiline takistus. Mida viskoossem on vedelik, seda suurem on hüdrodünaamiline takistus ja väiksem tahi läbitavus vedelikule.

Seega peab soojustoru jaoks ideaalsel vedelikul olema võimalikult suur aurustumissoojus, tihedus ja pindpinevus ning võimalikult madal viskoossus. Neid vedeliku omadusi väljendatakse sageli ühtse kompleksina

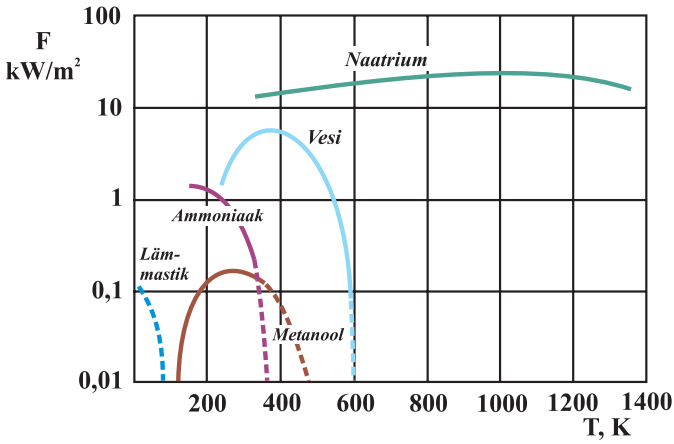
$$F = \frac{\rho_{\mathrm{v}} \sigma r}{\mu_{\mathrm{v}}}, \tag{16-51}$$

kus $\rho_{\mathrm{v}}$ – vedeliku tihedus, $\sigma$ – pindpinevus, $r$ – aurustumissoojus, $\mu_{\mathrm{v}}$ – vedeliku dünaamiline viskoossus.

Mida suurem on kompleksi $F$ väärtus, seda sobivam on vedelik soojuskandjaks soojustorus, seepärast võetakse $F$ sageli antud tingimustele vastava soojuskandja valiku aluseks.

Joonisel 16.16 on esitatud kompleksi $F$ väärtusi mõnele vedelikule.

Soojuskandja liikumapanevaks jõuks soojustorus on tahis tekkiv kapillaarjõud. See jõud määrab vedeliku ülekandepotentsiaali tahis ning koos sellega ka aurustist kondensaatorisse siirduva soojushulga. Määrav on siin aurustuva ja kondenseeruva aine faasidevaheline kontaktpind ja selle omadused, mis on omakorda määratud tahi struktuuriga. Oluline on pooride suurus ja arv tahi mahuühikus ning tahi läbitavus. Vedeliku liikumine tahis on dünaamilises tasakaalus kapillaarrõhu kui vedeliku liikumapaneva jõu ja süsteemi hüdrodünaamilise takistusega. Väiksemad poorid suurendavad kapillaarjõudu, kuid samaaegselt kasvatavad ka hüdrodünaamilist takistust.




**Joonis 16.16. Kompleksi *F* olenevus temperatuurist mõnele vedelikule**

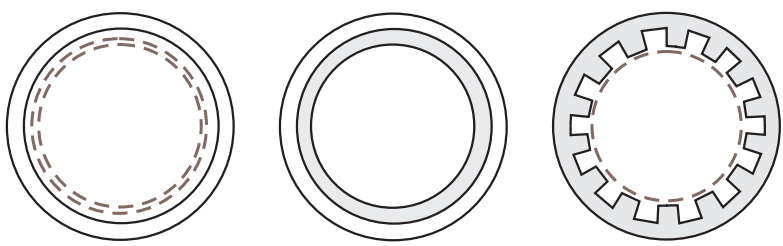
Kapillaarjõud ei ole sõltuv gravitatsiooniväljast ning võimaldab soojustoru töötamist meelevaldses asendis, kuid soojusülekande protsessi intensiivsus maapealsetes tingimustes sõltub siiski soojustoru asendist. Protsess hoogustub, kui kapillaar- ja gravitatsioonijõu suunad ühtivad (kondensaator on ülalpool aurustit), ning aeglustub nende jõudude vastassuunalisuse korral (aurusti on ülalpool kondensaatorit).

Joonisel 16.17 on näidatud kolm võimalikku tahi tüüpi ja paigutus soojustorus.

Tahid jagatakse ehituselt kahte kategooriasse – homogeensed ja heterogeensed. Homogeensed tahid on valmistatud ühesuguse struktuuriga materjalist (joonis 16.17a, b), heterogeensed aga kombineerituna kas kahest või enamast erineva struktuuriga materjalist (joonis 16.17c).

Eelistatum on sellise struktuuriga taht, mille välispinnal paiknevad väikesemõõtmelised poorid, tahi sisemuses aga suuremõõtmelised. Esimesed tagavad suurema kapillaarrõhu, teised aga väiksema tahisisese hüdrodünaamilise takistuse ning koos sellega ka tahi väiksema pikisuunalise temperatuurigradiendi.

Joonisel näidatutest levinuim on mitmekihiline metallvõrgust taht. Tahi sellise ehituse korral tagavad väikesemõõtmelised avad võrgu välimises kihis suure kapillaarrõhu, küllalt suur vabapind võrgu ristlõikes aga väikese hüdrodünaamilise takistuse.




**Joonis 16.17. Soojustorus kasutatavate tahtide tüüpe: a) mitmekihiline metallvõrk, b) metallipulbrist paagutatud poorne taht, c) metallvõrguga kaetud sooned**

Eeldame lihtsuse mõttes, et tahi pinnal asetsevad poorid on silindrilise kujuga (poori kuju ei muuda probleemi käsitlust). Joonisel 16.18 on kujutatud meniski kuju silindrilise seina puhul ja seda iseloomustavad geomeetrilised parameetrid. Vedeliku pindpinevusest tekkiv kapillaarrõhk avaldub Laplace'i võrrandi kaudu

$$\Delta p_{\mathrm{k}} = \frac{2\sigma}{R}, \tag{16-52}$$

kus $\sigma$ – pindpinevus, $R$ – meniski kõverusraadius.

Pindpinevus on töö ehk pinna vaba energia, mida on vaja kulutada pinna suurendamiseks ühiku võrra (J/m$^2$ või N/m). Pindpinevus sõltub vedeliku omadustest ja temperatuurist. Temperatuuri tõustes pindpinevus kahaneb ja võrdub aine kriitilises punktis nulliga.

Et meniski raadius silindri (poori) raadiuse ja kontaktnurga $\Theta$ kaudu $R = r/\cos\Theta$, siis võtab valem (16–52) kuju

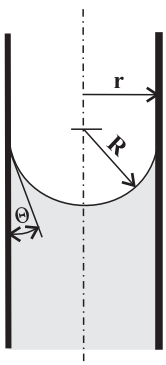
$$\Delta p_{\mathrm{k}} = \frac{2\sigma}{r}\cos\Theta. \tag{16-53}$$

Kontaktnurk $\Theta$ sõltub vedeliku ja sellega kontaktis oleva pinna omadustest ning iseloomustab vedeliku märgumist pinnaga. Mida väiksem on märgumisnurk, seda parem on märgumine. Ideaalse märgumise korral $\Theta = 0°$. Sellisel juhul maksimaalne võimalik kapillaarrõhk

$$\Delta p_{\mathrm{km}} = \frac{2\sigma}{r}. \tag{16-54}$$

Tasapinnalise meniski korral kontaktnurk $\Theta = 90°$ ning kapillaarrõhk $\Delta p_{\mathrm{k}} = 0$.

Meniski kõveruste erinevus aurustus- ja kondenseerumisosas määrab kapillaarrõhu muutuse piki soojustoru.




**Joonis 16.18. Silindrilisele seinale moodustuva meniski geomeetrilised parameetrid**

Aurufaasis soojuskandja voolab soojustorus pidevalt aurustist kondensaatorisse ning kondensaat kondensaatorist aurustisse. Auru liikumine põhjustab aurukanalis rõhugradiendi. Samuti esineb rõhugradient tahis, mille mõjul vedelik liigub kondensaatorist aurustisse. On oluline, et vedeliku rõhk erineks auru rõhust ja oleks kogu soojustoru ulatuses sellest madalam, välja arvatud kohas, kus mainitud rõhkude vahe on võrdne nulliga (kui selline koht leidub). Auru ja vedeliku rõhu erinevuse faaside piiril tingib eespool vaadeldud kapillaarrõhk. Kirjeldatu on graafiliselt kujutatud joonisel 16.19. Joonise vertikaalteljel on rõhk, horisontaalteljel aga kaugus piki soojustoru. Joonisel on näha ka aurustus-, kondenseerumis- ja adiabaatne osa.

Soojuse pideval juurdevoolul aurustisse toimub vedeliku aurustumine meniski pinnalt, mis kompenseeritakse vedeliku juurdevooluga kondensaatorist. Kapillaarrõhu kui liikumapaneva jõu ja vooluse hüdrauliliste kadude vahel on dünaamiline tasakaal. Hüdraulilised kaod moodustuvad vedeliku hõõrdumisest ja hüdrostaatilisest rõhust, hõõrdekaost aurukanalis ning auruvooluse inertsist ja takistusest aine faasi muutusel. Seega peab maksimaalselt võimalik kapillaarrõhk ($\Delta p_k$) olema suurem hüdrauliliste kadude summast ($\Delta p_\Sigma$):

$$\Delta p_\Sigma = \Delta p_v + \Delta p_r + \Delta p_a + \Delta p_f \le \Delta p_k, \qquad (16\text{-}55)$$

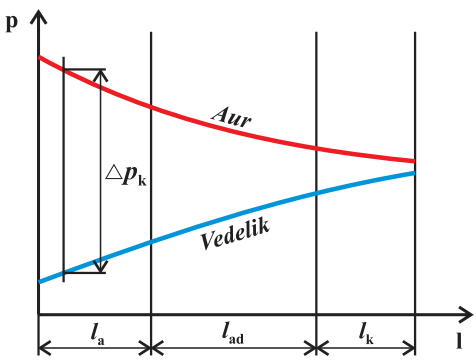
kus $\Delta p_v$ – tahi hüdrodünaamiline takistus, $\Delta p_r$ – hüdrostaatiline rõhk, $\Delta p_a$ – aurupoolne hüdrodünaamiline takistus, $\Delta p_f$ – rõhu muutus aine faasi muutusest.

Rõhu langus tahis on tugevalt seotud tahi struktuuriga. Vedeliku laminaarse voolamise korral avaldatakse rõhulang tavaliselt valemiga

$$\Delta p_v = \frac{\nu_v m_v}{k F_v} l,$$

kus $\nu_v$ – vedeliku kinemaatiline viskoossus, $m_v$ – vedelikukulu, $k$ – tahi läbitavus, $F_v$ – pooride pindala tahis, $l$ – tahi pikkus.

Läbitavus iseloomustab tahi pooride struktuuri ning sõltub tahi poorsusest ja pooride hüdraulilisest raadiusest.




**Joonis 16.19. Rõhu muutus piki soojustoru: $l_a$ – aurustusosa pikkus, $l_{ad}$ – adiabaatse osa pikkus, $l_k$ – kondenseerumisosa pikkus**

Hüdrostaatiline rõhk (rõhk vedeliku kaalust) $\Delta p_r$ esineb siis, kui soojustoru paikneb gravitatsiooniväljas. Hüdrostaatiline rõhk koosneb kahest osast: soojustoru teljega ristsuunaline rõhk $\Delta p_y$ ja soojustoru telje suunaline rõhk $\Delta p_x$. Kui soojustoru paikneb horisontaalpinna suhtes nurga $\psi$ all, siis soojustoru teljega ristsuunaline rõhk

$$\Delta p_y = g \rho_v d_a \cos \psi,$$

kus g – raskuskiirendus, $\rho_v$ – vedeliku tihedus, $d_a$ – aurusti läbimõõt.

Kui soojustoru on rõhtasendis, siis on $\Delta p_y$ maksimaalne, vertikaalasendi korral võrdub aga nulliga.

Soojustoru telje suunaline hüdrostaatiline rõhk

$$\Delta p_x = \pm g \rho_v l \sin \psi,$$

kus $l$ on soojustoru pikkus.

Rõhk $\Delta p_x$ võib märgilt olla nii positiivne kui ka negatiivne. Soojustoru püstasendi korral on rõhu $\Delta p_x$ absoluutväärtus maksimaalne, horisontaalasendi korral aga puudub. Aurusti paiknemine allpool kondensaatorit vähendab üldist rõhulangu ning soodustab vedeliku liikumist.

Aurupoolne hüdrauliline takistus on tingitud hõõrdetakistusest ja dünaamilisest rõhust. Nimetatud takistus on keerukas funktsioon mitmetest suurustest, nagu auru tihedus, viskoossus ja kiirus, aurukanali ristlõige jt. Auru voolamise režiimi määravad parameetrid on Reynoldsi ja Machi arv.

Faasisiirdest tingitud rõhumuutus $\Delta p_f$ võib omada teatud tähendust suure aurustumis- ja kondenseerumiskiiruse korral. Rõhu muutus väljendab kiiruse (kineetilise energia) muutumist vedeliku aurustumisel ja auru kondenseerumisel.

Soojusülekannet soojustorus iseloomustatakse sageli Newtoni-Richmanni valemist avaldatud soojusülekandeteguri kaudu:

$$\alpha = \frac{Q}{F_r (t_a - t_k)}, \tag{16-56}$$

kus $Q$ – soojustorus ülekantud soojushulk, $F_r$ – soojustoru ristlõikepind, $t_a$ – aurusti välispinna temperatuur, $t_v$ – kondensaatori välispinna temperatuur.

Soojusülekande intensiivsuse iseloomustamiseks võib kasutada ka soojustoru ristlõikepinnale taandatud soojushulka $Q/F_r$.

Soojustoru kavandamisel ja lähteparameetrite valikul tuleb arvesse võtta mitut füüsikalistest protsessidest tulenevat piirangut, mis on peamiselt seotud massiülekande protsessidega. Vaatleme olulisemaid neist.

*Kapillaarpiirang.* Soojuskandja liikumapanevaks jõuks soojustorus on teatavasti kapillaarrõhk. Kapillaarrõhk peab tagama vedeliku pideva juurdevoolu kondensaatorist aurustisse. Kui aga kapillaarrõhk ei ole küllaldane, jääb taht aurustumisalas kuivaks ja ülekandeprotsessid soojustorus katkevad. Öeldut tuntakse

kapillaarpiiranguna. See piirang järeldub võrrandist (16-55). Kapillaarpiirang on olulisemaid soojusülekande piiranguid soojustorus. Kapillaarrõhust tulenev soojustoru võimsuse piirang suureneb mõningal määral temperatuuri kasvades.

*Keemispiirang.* Suurtel soojuskoormustel võib ette tulla vedeliku mulliline keemine tahis, mis sulgeb tahi, blokeerides vedeliku juurdevoolu, ning taht jääb kuivaks. Keemispiirang võib esineda ainult aurustis, kuid mitte kondensaatoris. Soojuse ülekandel läbi vedelikuga küllastunud tahi esineb radiaalsuunaline temperatuurigradient ning temperatuur aurusti pinnal on kõrgem kui tahi ja auru kokkupuutepinnal. Alates teatud soojuskoormusest hakkavad aurusti tahis tekkima vedeliku juurdevoolu takistavad aurumullid. See nähtus on tuntud kui keemispiirang. Silindrilise soojustoru ligikaudne piiriline soojuskoormus keemispiirangust lähtuvalt

$$Q_{\mathrm{k}} = \frac{2\pi l_{\mathrm{a}} \lambda_{\mathrm{e}} T_{\mathrm{v}}}{r \rho_{\mathrm{a}} \ln \dfrac{R_{\mathrm{l}}}{R_{\mathrm{t}}}} \left( \frac{2\sigma}{\delta} - \Delta p_{\mathrm{c}} \right),$$

kus $l_{\mathrm{a}}$ – aurustusosa pikkus, $\lambda_{\mathrm{e}}$ – märgunud tahi efektiivne soojusjuhtivustegur, $T_{\mathrm{v}}$ – vedeliku temperatuur, $\sigma$ – pindpinevus, $\delta$ – aurumulli läbimõõt, $\Delta p_{\mathrm{c}}$ – kapillaarrõhk, $r$ – aurustumissoojus, $\rho_{\mathrm{a}}$ – auru tihedus, $R_{\mathrm{l}}$ – soojustoru siseraadius, $R_{\mathrm{t}}$ – tahi siseraadius.

Keemispiiranguga määratud soojuskoormus alaneb temperatuuri tõustes.

*Vedeliku väljakanne*. Auru ja vedeliku liikumine soojustorus on vastassuunalised. Teatud kiirusel võib aur haarata kaasa vedelikupiisku tahi pinnalt. Need kantakse koos auruga kondensaatorisse aurustit läbimata. Kasvab kondensaatori koormus ning taht ei suuda suurenenud vedelikukogust aurustisse kanda. Vedeliku ja auru ringlus ei ole enam tasakaalus ning taht kuivab aurustis. Vedelik rebitakse tahi pinnalt lahti siis, kui auru poolt tahile mõjuv jõud, mis on võrdeline auru kineetilise energiaga, ületab pindpinevusjõu tahis. Vooluse kineetilise energia ja pindpinevusjõu vahekorda iseloomustab Weberi arv

$$\mathrm{We} = \frac{\delta_{\mathrm{p}} \rho_{\mathrm{v}} w_{\mathrm{a}}^2}{\sigma},$$

kus $\delta_{\mathrm{p}} = F_{\mathrm{p}}/u_{\mathrm{p}}$ – tahi pooride efektiivne läbimõõt, $F_{\mathrm{p}}$ – poori pindala, $u_{\mathrm{p}}$ – poori ümbermõõt, $\rho_{\mathrm{v}}$ – vedeliku tihedus, $w_{\mathrm{a}}$ – auru kiirus, $\sigma$ – pindpinevus.

Vedeliku väljakanne tahist on võimalik siis, kui We >1.

Soojustoru soojuskoormus, millest alates vedeliku väljakanne osutub võimalikuks, avaldub ligikaudselt valemiga

$$Q_{\mathrm{v}} = F_{\mathrm{a}} r \sqrt{\frac{\sigma \rho_{\mathrm{a}}}{\delta_{\mathrm{p}}}},$$

kus $F_{\mathrm{a}}$ – aurukanali ristlõikepind, $\rho_{\mathrm{a}}$ – auru tihedus.

Soojuskoormuse piirang vedelikupiiskade väljakandest võib esineda kõrgemal temperatuuril töötavates soojustorudes. Temperatuuri tõustes piirsoojuskoormus vedeliku väljakandest õige nõrgalt väheneb.

*Helikiiruse piirang*. Auruvoo kiirus aurustusosas auru liikumise suunas kasvab, saavutades toru teatud ristlõikes helikiiruse ning tõkestades sellega aurukulu edasise kasvu (vt p 6.1.3). Helikiiruse piirang võib ette tulla just auru madalate rõhkude ja väikese läbimõõduga soojustorude korral. Soojustoru töötemperatuuri tõusuga soojuskoormuse piiratus helikiirusest kasvab.

*Viskoossuspiirang*. Madala rõhu korral võib tekkida olukord, kus rõhk soojustoru aurustusosas on samas suurusjärgus vajaliku rõhkude vahega aurusti ja kondensaatori vahel. Sellisel juhul tasakaalustatakse auru rõhk aurukanalis hõõrdejõuga, mis aga võib osutuda vajalikust suuremaks. See nähtus, mida tuntakse viskoossuspiiranguna, tuleb enim esile pikkade soojustorude puhul. Viskoossuspiirangust tingitud maksimaalse soojuskoormuse ligikaudseks hinnanguks võib kasutada valemit

$$Q_{\mathrm{v}} = \frac{F_{\mathrm{a}} R_{\mathrm{t}}^2 r p_{\mathrm{a}}}{16 \nu_{\mathrm{a}} l_{\mathrm{ef}}}.$$

Siin soojustoru efektiivne pikkus

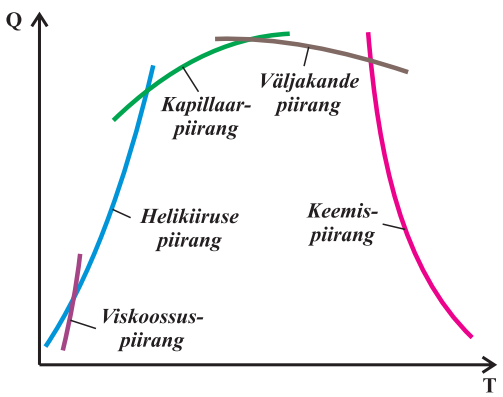
$$l_{\mathrm{ef}} = \frac{l_{\mathrm{a}}}{2} + l_{\mathrm{ad}} + \frac{l_{\mathrm{k}}}{2},$$

kus $l_{\mathrm{a}}$ – aurustusosa pikkus, $l_{\mathrm{ad}}$ – adiabaatse osa pikkus, $l_{\mathrm{k}}$ – kondensatsiooniosa pikkus (joonis 16.15).

Kui suhe $\Delta p_{\mathrm{a}}/p_{\mathrm{a}} < 0{,}1$, siis ei ole viskoossuspiirang probleemiks.

Viskoossuspiiranguga määratud soojuskoormus kasvab soojustoru töötemperatuuri tõusuga.

Joonisel 16.20 on skemaatiliselt näidatud soojustoru soojuskoormust piiravate tegurite mõju olenevana soojustoru töötemperatuurist.




**Joonis 16.20. Soojustoru soojuskoormust piiravate tegurite mõju olenevus soojustoru töötemperatuurist**

# ISIKULOEND


## A

Amagat, Émile Hilaire 211, **213**
Archimedes **651**, 677
Arrhenius, Svante 406, **435**, 474
Avogadro, Amedeo **37**, 213, 536

## B

Beattie, James A. **51**
Beer, August **737**
Benedict, Manson 51
Bernoulli, Daniel **606**, 741
Bessel, Friedrich Wilhelm 593
Biot, Jean-Baptiste 139, **575**, 593
Blasius, Paul Richard Heinrich 614
Bogoljubov, Nikolai 51
Boltzmann, Ludwig **37**, 133, 543, 755
Bouguer, Pierre **737**, 736
Boyle, Robert **47**, 145
Brayton, George **297**, 300, 370
Bridgeman, Oscar C. **51**
Bunte, Hans Hugo Christian 428

## C

Carnot, Nicolas Léonard Sadi **87**, 282, 363, 533
Celsius, Anders **31**
Clapeyron, Benoît Paul Émile **41**, 87, 184, 214
Claude, Georges 401
Clausius, Rudolf Julius Emanuel **79**, 184

## D

Dalton, John **213**, 517
Diesel, Rudolf Christian Karl **289**

## E

Einstein, Albert **109**, 240
Euler, Leonhard **606**, 700

## F

Fahrenheit, Gabriel Daniel **31**, 338
Faraday, Michael **373**, 536
Fick, Adolf Eugen 406, **472**
Fourier, Jean-Baptiste Joseph 546, **547**, 606, 636

## G

Galilei, Galileo 679
Gauss, Carl Friedrich 487
Gay-Lussac, Joseph Louis **139**, 575, 626
Gibbs, Josiah Willard 75, **117**, 172, 497
Gouy, Louis Georges 157, 515
Grashof, Franz Carl Ludwig **626**, 657
Green, George 56

## H

Helmholtz, Hermann von **75**, 132, 510, 694
Hertz, Heinrich Rudolf 75, 687
Hilsch, Rudolf 378, 397
Hitrin, Lev **474**, 484

## J

Jeans, James Hopwood 694
Joule, James Prescott 31, **75**, 262, 399, 535, 577

## K

Kármán, Theodore von 608, **610**
Kirchhoff, Gustav Robert 117, **714**, 759
Knorre, Georgi 420
Kolmogorov, Andrei 497
Kružilin, Nikolai 621
Kull, Arvo 6
Käär, Harri **549**

**L**

Lambert, Johann Heinrich 698, **700**, 737
Laplace, Pierre-Simon de 239, **551**, 795
Laval, Carl Gustav de **246**, 256
Lavoisier, Antoine Laurent de 551
Linde, Carl von 289, 400
Ljungström, Fredrik 764

**M**

Mach, Ernst **240**, 328, 647, 797
Mariotte, Edme 47, **145**
Maxwell, James Clerk **127**, 373, 687
Mayer, Julius Robert von 51, **75**, 348
Mendelejev, Dmitri **38**
Mikk, Ilmar **749**
Mollier, Richard 200

**N**

Navier, Claude-Louis **606**, 652, 673
Nernst, Walther Hermann **132**, 169, 493
Neshumajev, Dmitri 778
Newton, Isaac **36**, 322, 636, 755
Nusselt, Ernst Kraft Wilhelm 462, **626**, 685, 772

**O**

Otto, Nikolaus August **283**, 291

**P**

Parsons, Charles Algernon **335**
Pascal, Blaise **335**, 695
Peclet, Jean Claude Eugène **626**
Peltier, Jean-Charles 398
Planck, Max Karl Ernst 108, **691**
Poisson, Siméon Denis 148
Prandtl, Ludwig **614**, 655, 772
Prikk, Arvi 6

**R**

Rammler, Erich 488
Rankine, William John **338**, 354
Ranque, Georges 379
Rant, Zoran 160
Rayleigh (Strutt, John William) 627, 655, **694**
Reynolds, Osborne 451, **604**, 772
Richmann, Georg Wilhelm 36, **601**, 791
Rosin, Paul 488
Rubin, Louis C. 51

**S**

Sabathé 291
Schmidt, Ernst Heinrich 477
Seebeck, Thomas Johann 398
Semjonov, Nikolai **437**
Sherwood, Thomas Kilgore **476**
Stefan, Josef 37, 543, **697**, 770
Stirling, Robert 293
Stodola, Aurel 157, 515
Stokes, George Gabriel 604, **607**, 652

**T**

Taylor, Brook 440, 605
Thomson, William (lord Kelvin) **31**, 99, 262, 401
Tiikma, Toomas 548, **778**

**V**

van der Waals, Johannes Diderik **49**, 104, 265
van't Hoff, Jacobus Henricus **528**

**W**

Watt, James **61**
Webb, George B. 51
Weber, Moritz 798
Wien, Wilhelm Carl Werner **694**, 759
Wilson, Charles Thomson Rees 258

# AINELOEND


## A

absoluutne entroopia **497**, 507
- mustkeha (mustkiirgur) **690**
- nulltemperatuur 23, 89, 132, 493, 691
- rõhk 29
- temperatuur 63, 118, 434, 722
- temperatuuriskaala 31, 99

absorptsioon-jahutusseade (-külmutusseade) 173, 378, 394
adiabaadi astendaja 271, 286
adiabaatne küllastustemperatuur 225
- paisumisaste 288, 292
- pidurdusrõhk 241
- pidurdustemperatuur 241
- protsess 83, 137, 146, 275
- termodünaamiline süsteem 72, 76
- voolamine 238, 244,

aditiivne olekuparameeter 509
agregaatolek 25, 172, 211, 547
aine molekulaarkineetiline teooria 35, 63, 107
ainete termodünaamiline sarnasus 53
aktivatsioon 435
aktivatsioonienergia 431, 463
aktivatsioonitemperatuur 444
alumine küttevääртus 422
alumine piirkõver (keemisjoon) 177, 192
Amagat' seadus 211, 213
Archimedese seadus 651
- sarnasusarv 651, 669
- tõstejõud 650, 668

Arrheniuse koordinaadistik 435, 474
- seadus 406, 434, 451

assotsiatsioon 173
auru kuivusaste 192, 206, 259, 390
- vaheltvõtt 361
- vaheülekuumendus 336, 349
- voolamine 258

auruejektor-jahutusseade 392
aurugeneraator (aurukatel) 333, 353
aurujõumasin 21, 334
aurujõuseade 188, 333
aurukatel (aurugeneraator) 333
aurukompressor-külmutusseade 385
aurumasin (kolbaurumasin) 61, 348
aurusti 385, 392, 791
aurustumissoojus 185, 337, 507, 669, 791
auruturbiin 27, 245, 334, 369
avatud ringprotsess 296
avatud termodünaamiline süsteem 22, 68, 139, 236, 322, 500
Avogadro arv 37, 536
- seadus 38, 213

## B

baromeetriline rõhk 29, 221
Beattie'-Bridgemani võrrand 51
Beeri seadus 537, 747
Benedicti-Webbi-Rubini võrrand 51
Bernoulli võrrand 606, 608
binaarne ringprotsess 366
Biot' sarnasusarv 575, 593, 626
Blasiuse valem 614
Boltzmanni konstant 37, 63, 108, 691
Boltzmanni võrrand (valem) 37, 133
Bougueri seadus 544, 737
Boyle'i joon 46
- punkt 46

Boyle'i-Mariotte'i seadus 47, 144
Braytoni ringprotsess 296, 300, 370
Bunte tegur (kütuse karakteristik) 428

## C

Carnot' pöördringprotsess 91, 379, 399
- ringprotsess 41, 86, 169, 396, 513

Celsiuse temperatuuriskaala 32
Clapeyroni-Clausiuse võrrand 41, 79, 184
Clapeyroni võrrand 38, 135, 214, 257

Claude'i meetod 401
Clausiuse integraal 79, 93

## D

Daltoni seadus 212, 509, 517
desublimatsioon 172
desublimatsioonijoon 178, 188, 221
detander 378, 385, 401
diatermiline keha 710, 716, 730
Dieseli ringprotsess 288
diferentsiaal-drosselefekt 262
difusioon 34, 406, 534, 697
difusioonipiirkond 432, 470
difusioonitakistus 465, 474, 484
difusioonitegur 406, 472, 482
difusioonleek 454
difusiooniline põlemine 454, 481
difuusne kiirgus 699, 725, 758
difuusor 245, 324, 392
diiselmootor 288
dimensioonita maht 52
- rõhk 52, 249, 669
- temperatuur 52
- van der Waalsi võrrand 48
dissotsiatsioon 49, 435, 650, 722
drosseldamine 75, 235, 387, 400
dünaamiline kiirus 618
dünaamiline rõhk 324
dünaamiline viskoossus 602, 635
düüsi kiirustegur 254

## E

efektiivkiirgus 543, 734, 748
efektiivsustegur 576, 786
Einsteini valem 108
eksergia 137, 157, 512
eksergiakadu 165
ekstensiivne suurus 27, 79, 112
ekvivalentne kütus 405
ekvivalentne läbimõõt 489, 640
ekvivalentne soojusjuhtivustegur 556
elastsustegur 133
elavhõbedaaur 366
elektriline töö 71, 400, 534
elektromagnetiline kiirgus 687
energia 21, 26, 61, 253, 285, 405
- degradeerumine 96
- jäävus 23, 63, 405, 493, 548, 621, 708
- ülekanne 61, 88, 329, 405, 602, 737
entalpia 22, 78, 112, 241, 258
entalpialang 239, 254, 342
entroopia 37, 78, 92, 114, 125
entroopia muutus 80, 82, 92, 219, 505
erimaht 87, 137, 236, 367, 498
erisoojus 101, 317, 591, 619, 783
- isobaarne 102, 191, 444, 674, 767
- isohoorne 75, 102, 140, 189, 318
- isotermne 144
erisoojuste suhe 147
eutektiline segu 417

## F

faasisiirde *pt*-diagramm 179, 181
faasisiirdesoojus 173, 184, 791
Faraday arv 536
Ficki seadus 406, 472
fluktuatsioon 34, 99
footoni energia 688
Fourier' sarnasusarv 547, 626
- seadus 546, 599, 636
füüsikaline entalpia 514

## G

gaasikompressor-külmutusseade (-jahutusseade) 380
gaasikonstant 98, 224, 304, 434, 528
gaasiturbiinseade 178, 303
gaasiturbiinseadme regeneratiivne ringprotsess 306
gaasi veeldamine 400
gaaskütuse põlemine 406, 454, 465
Galilei sarnasusarv 679
geomeetriline düüs 245
Gibbsi faaside reegel 117, 172, 227
- potentsiaal 120, 497, 510, 528

Gibbsi-Helmholtzi võrrand 75, 117, 131
Gouy-Stodola seadus 157, 515
gradiir (jahutustorn) 232, 335
Grashofi sarnasusarv 626, 655

## H

hallkeha 705, 726
hallkiirgus 705, 753
hangumine (tahkestumine) 172
hangumisjoon 177
hangumistemperatuur 173, 388
hapnikuvalem 430
hele leek 456
helilevikiirus 694
Helmholtzi potentsiaal 75, 118, 510
heterogeenne põlemine 406, 478
heterogeenne süsteem 25, 172
Hitrini sarnasusarv 474, 484
homogeenne põlemine 406, 431
homogeenne süsteem 25, 44, 171
huumuskütus 409
hõõrdejõud 73, 236, 253, 602, 647
hõõrdesoojus 73, 236, 280, 506, 648
hõõrdetöö 73, 75, 236, 648
hüdrauliline läbimõõt 640, 796
hüdrodünaamiline piirkiht 608, 643
hügroskoopne niiskus 413

## I

ideaalgaas 32, 35, 64
ideaalgaasi molekulaarkineetiline teooria 35, 39, 72
- püsimahuline segunemine 215
- termiline olekuvõrrand 40, 106, 218
indikaatordiagramm 273, 283
induktsiooniperiood 440
inertgaas 410, 446, 520
infrapunane kiirgus 689, 702, 760
integraalne kiirgus 692, 713, 739
intensiivparameeter 28, 112, 173, 511
inversioonikõver 264
inversioonipunkt 263
ionisatsiooniaste 372
isesüttimine 288, 457
isobaarne-adiabaatne põlemis-temperatuur 504
isobaarne erisoojus 102, 444, 507, 674
isobaarne protsess 141, 207
isobaarse põlemisega gaasiturbiin-seadme ringprotsess 296
isoentroopne komprimeerimine 146, 292, 382
isoentroopne protsess 146
isohoorne-adiabaatne põlemis-temperatuur 504
isohoorne erisoojus 75, 124, 250, 317
isohoorne protsess 76, 102, 205, 283
- ideaalgaasiga 139
- veeauruga 205
isohoorne rõhutõusuaste 292
isohoorse põlemisega gaasiturbiin-seadme ringprotsess 315
isoleeritud termodünaamiline süsteem 216
isotermne erisoojus 144
isotermne komprimeerimine 305
isotermne protsess 43, 143, 208
- ideaalgaasiga 144
isotermpind 545

## J

jahuti 84, 86
jahutusagens 89
jahutustegur 86
jahutustorn (gradiir) 232, 335
joonpaisumistegur 189
Joule'i-Thomsoni efekt 31, 75, 262

## K

kahekontuuriline reaktiivmootor 329
kahjulik maht 274
karaktervõrrand 40
karbonaatmineraalide lagunemisaste 425
Kármáni võrrand 608, 621
kaskaad-aurukompressorseade 389
kastepunkt 221, 411
kasvuhooneefekt 547, 760

kasvuhoonegaas(id) 760
kaugküte 362
keemiline potentsiaal 509, 531
keemiline tasakaal 516
keemine torus 667
keemine vabas ruumis 664
keemise kriis 668
keemise režiimid 664
keemisjoon (alumine piirkõver) 43, 177
keeriklint 776
keerikspiraal 778
keeristoru 397
kelmeline kondensatsioon 675
keskkonna murdumisnäitaja 688
keskmine indikaatorrõhk 284
keskmine temperatuurivahe 780
kiirgava gaasikihi efektiivpaksus 744
kiirgusenergia bilanss 722
kiirgusfunktsioon 697
kiirgust neelav keskkond 737, 748, 755
kiirustegur 254
kineetilis-difusioonilise massiülekande tegur 473
kinemaatiline viskoossus 477, 602, 777
Kirchhoffi seadus 713, 736
kitsenev düüs 246, 251
Knorre valem 420
koguniiskus 413
kokkusurumatu vedelik 70, 139, 616
kokkusurutavustegur 36, 119, 188, 388
koks 410, 418, 466, 476
kolbkompressor 73, 273
kolbmootor 282
kolmikjoon 179, 198
kolmikpunkt 32, 174, 675, 792
kompressiooniaste (surveaste) 288
kompressor 68, 259
kompressori kasutegur 279
- isotermne 315
- adiabaatne 279, 303
komprimeerimistöö 70, 155, 269, 387
kondensaator 27, 61, 334, 385, 543, 799
kondensatsioonijoon (alumine piirkõver) 178
kontaktpinna termiline takistus 358, 568
konvektiivne soojusülekanne 461, 599, 626, 732, 768
konvektsioon 462, 541, 672, 768
kore soojusvahetuspind 772
koridortorukimp 644
kriitiline punkt 44, 178, 200, 439
kriitiline rõhk 44, 247, 366, 669
kriitiline soojuskoormus 669
kriitiline temperatuur 43, 337, 388, 792
kriitilised olekuparameetrid 44
kristalliline struktuur 172, 181, 507
Kružilini võrrand 621
kuiv küllastunud aur 206, 386, 682
kuivusaste 192, 204, 393
kujutegur 594, 744
kvaasistaatiline protsess 55, 72
küllastumata niiske õhk 220
küllastunud aur 44, 178, 199, 258
küllastunud auru joon 178
küllastusrõhk 43, 197, 229
küllastustemperatuur 43, 177, 225
küttepind (soojusvahetuspind) 282, 368, 544, 778
küttevääртus 406, 420
- alumine 420
- pommkalorimeetris 421
- ülemine 419
kütuseelement 533
kütuse elementkoostis 412
- karakteristik (Bunte tegur) 428
- karbonaatosa 413
- koguniiskus 412
- lendosa 410, 418
- kristallvesi 413
- mineraalosa 412, 415, 425
- orgaaniline osa 411, 418, 424, 461
kütuse karakteristik 486
- põlevosa 411

## L


Lamberti seadus 691, 700
laminaarne aluskiht 612
- piirkiht 542, 608, 658
- voolamine 601, 679
Laplace'i operaator 550
- valem 239, 684, 795
Lavali düüs 246, 256
leegilevi normaalkiirus 441
Leizi meetod 416
lendtuhk 749
liigõhutegur 425, 454, 478
liikumishulk 602, 628
liitintensiivisti 778
liitringprotsess 333, 363, 369
Linde meetod 400
Ljungströmi õhueelsoojendi 764
lokaalne nurktegur 748
läbitustegur 709, 737


## M


Machi arv 239, 328, 647, 797
madalatemperatuuriline plasma 372
magnethüdrodünaamiline (MHD) generaator 373
makrosüsteem 22, 33
maksimaalne mehaaniline töö 119
maksimaalne tehniline töö 121
malekorras torukimp 644
massi jäävus 493
massitoimeseadus 432, 474
massiülekanne 225, 452, 626
masspõlemiskiirus 442
Maxwelli võrrandid 127, 130
Mayeri ringprotsess 348
- võrrand 51, 106
mediaanmõõde 487
mehaaniline tasakaal 34, 515
mehaaniline töö 66, 118, 206, 282, 620
mehaaniline vastastikmõju 26, 64
mitmeastmeline kompressor 275
mittemehaaniliste jõudude töö 70
mitte-Newtoni vedelik 603
mittestatsionaarne soojusjuhtivus 462, 545, 592
molekulaarne difusioon 455
monofraktsiooniline (monodispersne) süsteem 486
moolkogus 211, 432
moolmaht 38, 499
moolmass 38, 101, 213, 548
mullkeemine 688
mustkeha kiirgus 690, 702, 714, 754
mustkeha kiirgusfunktsioon 691
mustsusaste (mustsus) 705


## N


Navier'-Stokesi võrrand 605, 652, 677
neeldetegur 691, 708
Nernsti soojusteoreem 89, 131, 493
Newtoni-Richmanni seadus 36, 542, 601, 755
Newtoni seadus 36, 602
- teine seadus 322, 608
nihkepinge 602, 611, 636
niiske aur 43, 176, 221, 336
niiske auru erisoojus 193
niiske õhk 172, 211, 220
- selle absoluutne niiskus 223
- *dt*-diagramm 229
- entalpia 225
- *hd*-diagramm 227
- küllastustemperatuur 225, 233
- suhteline niiskus 221
- tehniline niiskus 221
normaalpõlemine 442
nurktegur 544, 716, 730, 748
Nusselti sarnasusarv 476


## O


oktaanarv 287
olekufunktsioon 55, 117, 499, 696
olekuparameeter 27, 501
omakiirgusvõime 717, 743
optiline tihedus 739, 746

orgaaniline väävel 411
osakesesisene põlemine 471
osamaht 213, 412, 509, 526
osamass 28, 192, 211, 412
osarõhk 212, 418, 745
otsevoolureaktiivmootor 324
ottomootor 283, 297
Otto ringprotsess 283

## P

paisumisaste 288
paisumistegur 58, 133, 188
paisumistöö 70, 173, 204, 385, 499, 665
Pascali seadus 35
Peclet' sarnasusarv 626
peegeldustegur 702
Peltier' efekt 398
piirkõver 43, 191, 258, 335
piirkihi soojusvoo võrrand (Kružilini võrrand) 621
piirkiht 542, 608, 636, 772
piiskkondensatsioon 675, 684
Plancki konstant 108, 688
Poissoni võrrand 148
polüdisperssus 488
polüfraktsiooniline osakeste süsteem 486
polütroopne protsess 150, 238, 273
pommkalorimeeter 502
poolsfääriline kiirgus 691
potentsiaalne energia 21, 40, 61, 245
potentsiaalne voolamine 616
Prandtli sarnasusarv 614, 683, 772
protsessifunktsioon 55
*pt*-diagramm 179
pulsatsioon-reaktiivmootor 304
*pv*-diagramm 43, 54, 144, 198
põlemisaeg 424, 460
põlemisfront 448
põlemiskamber 296, 500
põlemisreaktsioonid 405, 466
põlevgaas 444
põlevkivi 409, 454, 478, 749
päikesekiirgus 689, 756
Päikese konstant (solaarkonstant) 756
pärivoolusoojusvaheti 764
pöördringprotsess 85, 91, 377
püriitne väävel 411
püsimahuline põlemine 478

## R

rakettmootor 245, 322, 610
Rankine'i ringprotsess 337
Ranque'i-Hilschi efekt 378
Rayleigh'-Jeansi seadus 694
Rayleigh' sarnasusarv 627, 694
reaalgaas 42
reaktiivdüüs 323
reaktiivmootor 27, 245, 322
reaktsiooni kiiruskonstant 434
reaktsioonisoojus 498
reaktsioonitöö 530
regeneraator 764, 788
regeneratiivne eelsoojendus 308, 355, 788
regeneratiivne ringprotsess 306, 311, 353
regeneratsioon 296, 391
regeneratsiooniaste 308
rekristallisatsioon 172, 507
relaksatsioon 34, 55, 586
resulteeruv kiirgus 715, 722
Reynoldsi sarnasusarv 451, 603, 722, 777
ribi kasutegur 774
ribitatud soojusvahetuspind 574, 773
ringprotsess 33, 84, 157, 269
ristvoolusoojusvaheti 764
rõhutegur 59
rõhutõusuaste 278, 328
rõngasribitus 772

## S

Sabathé ringprotsess 291
sapropeelkütus 409
sarnasusarv 240, 476, 543, 626
sarnasuse tingimused 628
sarnasusteooria 542, 670

savimineraalid 414
Schmidti sarnasusarv 477
Seebecki efekt 398
segunemissoojusvaheti 763
selektiivne kiirgus 689
seotud süsinik 410
Sherwoodi sarnasusarv 476
silindrilise seina soojusjuhtivus 560
siseenergia 63, 591, 687, 740
siseenergiategur 140
sisemine soojusallikas 580
sisenemistöö 68
solaarkonstant (Päikese konstant) 756
soojus 21
soojusallikas 87, 165, 405, 577, 664
soojusbilanss 230, 494, 766
soojusjuhtivus 399, 451, 544, 697, 732
soojusjuhtivustegur 567
soojusjõuseade 84
soojuskiirgus 689
soojuslikud olekuparameetrid 195
soojusläbikandetegur 559, 568, 768
soojusmahtuvus 101, 446, 768
soojussurm 99
soojustakistus 555
soojusteoreem (Nernsti teoreem) 132
soojusvaheti 297, 763
- efektiivsustegur 786
soojusvahetuspind (küttepind) 358, 574
soojusvoo eksergia 163
soojusülekande intensiivistamine 271, 772
soojusülekande liitintensiivisti 778
soojusülekandetegur 438, 553, 789
soojusülekanne
- faasisiirdel 664
- keemisel 664
- kondenseerumisel 675
spektraalne kiirgus 699
spektraalne kiirgustegur 702
spektraalne neeldetegur 708
spektraalse kiirguse nõrgenemistegur 739
Stefani-Boltzmanni seadus 37, 543, 777
- konstant 695, 756
Stirlingi ringprotsess 293
stirlingmootor 293
stöhhiomeetriline tegur 468, 494, 531
stöhhiomeetriline võrrand 494, 520
sublimatsioon 172, 765
sublimatsioonijoon 178
sublimatsioonisoojus 185
sulamisjoon 180
sulfaatne väävel 411
sundkonvektsioon 601, 650, 771
sundtõmme 232
surnud seis 513
- alumine 273, 283
- ülemine 273, 283
surveaste (kompressiooniaste) 283, 289
suundkiirgustegur 703
sõltumatud olekuparameetrid 28, 183
söerida 409
süttimistemperatuur 287, 431, 457

## Z

*zp*-diagramm 45

## T

taandatud soojus 81, 576, 797
taastuvustegur 648
tagastamatu protsess 21, 72, 165, 346
tagastatav protsess 21, 73, 235
tahkekütuse põlemine 461
tahkestumine (hangumine) 172, 182
tarbimiskütus 411
tasakaalukonstant 435, 519
tasapinnalise seina soojusjuhtivus 554
tehniline töö 68, 139, 269, 324
tekkeentalpia (-soojus) 496, 534
tekkesoojus (-entalpia) 421, 495
temperatuurigradient 34, 542, 661, 798
temperatuurijuhtivustegur 444, 597, 777
temperatuurimuutustegur 597
temperatuuriväli 545, 755
teoreetiline põlemistemperatuur 504

termiline kasutegur 86, 169, 282, 324
termiline piirkiht 618
termiline takistus 356, 555, 636, 779
termilised tegurid 58
termodünaamika esimene seadus 23, 74, 86, 501, 534
- teine seadus 23, 33, 61, 131, 360, 541
- kolmas seadus 23, 131, 493, 691
- nullseadus 23, 30, 99
termodünaamiline keha 27, 138, 163, 186, 241, 301, 365
- pind 177
- potentsiaal 135, 175, 185, 516
- protsess 146, 205, 333
- tasakaal 171, 185
- temperatuur 241, 648
termodünaamilise süsteemi töövõime 96, 159
termodünaamiliste protsesside rühmad 137
termoelektriline jahutusseade 398
toitepump 334, 366
torukimp 644
torusisene piirkiht 616
tuha sulamistemperatuurid 416
tuhk 415
turbiindetander 365
turbogeneraator 361
turboreaktiivmootor 322
turbulentne difusioon 451
- piirkiht 612, 638
- soojusjuhtivustegur 451
- viskoossus 637
- voolamine 601, 636, 656
turbulentsus 451, 604, 610
töökeha 27, 68

## U

ultraviolettkiirgus 689, 757
universaalne gaasikonstant 41, 108, 434, 463, 528

## V

vabadusaste 63, 107
vabaenergia 117, 132
vabakonvektsioon 542, 601, 651, 668, 694
- horisontaalsel torul 657
- piiramata ruumis 650
- piiratud ruumis 658
- vertikaalpinnal 652
vaheltvõtuaur 354
vahetustegur 613
van der Waalsi võrrand 48, 106, 265
van't Hoffi võrrand 527
varda soojusjuhtivus 569
vastastikmõju 26, 64, 174
vastavate olekute seadus 53
vastuvoolusoojusvaheti 401, 764
vedelfaas 42, 173, 282, 365, 497, 667, 791
vedeliktermomeeter 30
vedelkütus 328, 400, 410, 457, 486
vedelkütuse põlemine 457
veeauru *hs*-diagramm 200
- *pv*-diagramm 198
- *Ts*-diagramm 199
- ülekuumendamine 205
vee aurustumine 204
vee ja veeauru tabelid 196
vee kuumutamine 202
veojõud 322
vesiväärtus 767
viriaaltegurid 52
voolamine düüsis 245, 253
- torus 243, 601, 616, 620, 639
voolamise kriis 245
voolamise režiimid 252, 601
vooluse algusosa 617, 650
väljumistöö 68, 139

## W

Wieni nihkeseadus 692
Wilsoni joon 258
Wilsoni punkt 258

## Õ

õhkreaktiivmootor 322
õhueelsoojendi 374, 764, 788

## Ü

ühesustingimused 552
üldistatud nurktegur 748
ülekuumendatud aur 27, 178, 204, 258, 334, 675
ülekuumendatud vedelik 666
ülekuumendi 334, 369
ülekuumenemisaste 664
ülemine piirkõver (kondensatsioonijoon) 44, 178, 199
üleminekurežiim 613, 656
ümbruskeskkond 25, 767, 790

## KIRJANDUS

J. Ivand. *Tehniline termodünaamika*. Teaduslik Kirjandus, I osa 1947, II osa 1948.

A. Kull, I. Mikk, A. Ots. *Soojustehnika*. Valgus, 1966, 1976.

A. Ots. *Termodünaamika*. Valgus, 1972.

I. Mikk (koostaja). *Soojustehnika käsiraamat*. Valgus, 1977.

A. Ots. *Põlevkivi põletustehnika*. Tallinn, 2004.

Y. A. Cengel, M. A. Boles. *Thermodynamics – an Engineering Approach*. McGraw-Hill, 2002.

A. Bejan, A. D. Kraus (eds). *Heat Transfer Handbook*. Wiley and Sons, 2003.

J. H. Lienhard IV, J. H. Lienhard V. *A Heat Transfer Textbook*. Phlogiston Press, 2004.

J. Warnatz, U. Maas, R. W. Dibble. *Combustion*. Springer, 2006.

F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, A. Lavine. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley and Sons, 2006.

R. W. Fox, P. J. Prichard, A. T. McDonald. *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley and Sons, 2008.

M. J. Moran, H. N. Shapiro. *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. Wiley and Sons, 2008.

В. А. Кириллин, В. В. Сычев, А. Е. Шейндлин. *Техническая термодинамика*. Энергия, 1977.

В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. *Теплопередача*. Энергия, 1981.

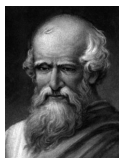
В. В. Померанцев (ред.). *Основы практической теории горения*. Энергоатомиздат, 1986.

В. Н. Луканин (ред.). *Теплотехника*. Высшая школа, 1999.

Н. И. Прокопенко (ред.). *Основы теории тепловых процессов и машин. БИНОМ*. Лаборатория знаний, 2006.

# SOOJUSTEHNIKA PÕHITÕDESID JA ARENGUT ENIM MÕJUTANUD SUURKUJUD

**Archimedes** (u 287–u 212 e.m.a). Avastas hüdrostaatika põhiseaduse, mis on tuntud kui Archimedese seadus, ning mehaanika kangiseaduse. Tema nime kannab vaba konvektsiooni iseloomustav sarnasusarv.





**Robert Boyle** (1627–1691). Avastas sõltuvuse ideaalgaasi mahu ja rõhu vahel, mis on esitatud Boyle'i-Mariotte'i seaduse kujul. Kasutuses on reaalgaasi omadusi väljendavad Boyle'i punkt ja Boyle'i temperatuur.

**Svante August Arrhenius** (1859–1927). Avastas keemilise reaktsiooni kiiruse sõltuvuse temperatuurist, mis on tuntud Arrheniuse seadusena. Kasutuses on ka nn Arrheniuse koordinaadistik.





**George Brayton** (1830–1892). Braytoni ringprotsess on gaasiturbiinseadme termodünaamiline alusringprotsess. Gaasiturbiinseadet vaadeldakse koosnevana kolmest põhiosast: kompressor, põlemiskamber ja gaasiturbiin.

**Amedeo Avogadro** (1776–1856). Uuris gaaside füüsikalisi omadusi, avastas ideaalgaasile kehtiva alusseaduse. Avogadro arv näitab molekulide arvu ühes gaasimoolis.





**Nicolas Léonard Sadi Carnot** (1796–1832). Termodünaamika teise seaduse avastaja. Tõestas, et soojusjõuseadmesse siirdunud soojust ei ole võimalik täiel määral muundada kasulikuks tööks. Üldtuntud on Carnot' ringprotsess.

**Daniel Bernoulli** (1700–1782). Peamised uuringud kuuluvad hüdro- ja gaasidünaamika valdkonda. Üldtuntud on Bernoulli võrrand, mis seostab omavahel staatilise ja dünaamilise rõhu voolavas vedelikus.





**Anders Celsius** (1701–1744). Võttis kasutusse sajakraadise elavhõbetermomeetri, mille skaala püsipunktid on jää sulamise ja vee keemise temperatuur atmosfäärirõhul.

**Jean-Baptiste Biot** (1774–1862). Uuris gaasi rõhu sõltuvust temperatuurist. Osales esimese soojaõhupalli ehitamises. Tema nime kannab sarnasusarv, mis iseloomustab soojuslevi tahkises.





**Benoît Paul Émile Clapeyron** (1799–1864). Andis Carnot' ringprotsessile matemaatilise käsituse. Tuntud on ideaalgaasi Clapeyroni võrrand ja aine faasisiirde Clapeyroni-Clausiuse võrrand.

**Ludwig Eduard Boltzmann** (1844–1906). Statistilise termodünaamika rajaja, andis termodünaamika teise seaduse statistilise tõlgenduse. Boltzmanni konstant seob osakese energia temperatuuriga. Tuntud on Stefani-Boltzmanni soojuskiirguse seadus.

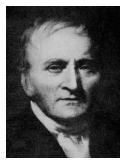




**Rudolf Julius Emanuel Clausius** (1822–1888). Tõi soojusfüüsikasse entroopia mõiste, sõnastades termodünaamika teise seaduse. Tuntud on Clausiuse integraal ringprotsessi käsitluses ja aine faasisiiret selgitav Clapeyroni-Clausiuse võrrand.

**Pierre Bouguer** (1698–1758). Uuris peamiselt kiirguslevi neelavas gaasikeskkonnas. Tuntud on Bougueri seadus, mis iseloomustab suundkiirguse intensiivsuse muutust neelavas keskkonnas.

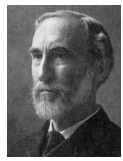




**John Dalton** (1766–1844). Väitis esimesena, et keemiline element koosneb aatomitest, millega pani aluse aine atomistlikule teooriale. Tuntud on Daltoni seadus, mille kohaselt gaasisegu kogurõhk võrdub selle osiste osarõhkude summaga.

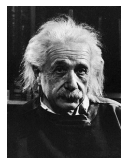
**Rudolf Christian Karl Diesel** (1858–1913). Leiutas kompressioonsüütega sisepõlemismootori, mis on tuntud diiselmootorina. Ka selle mootori termodünaamiline ringprotsess on tuntud kui Dieseli ringprotsess.





**Josiah Willard Gibbs** (1839–1903). Võttis kasutusele termodünaamiliste potentsiaalide mõiste. Rajas termodünaamilise süsteemi tasakaalu õpetuse. Tuntud on Gibbsi termodünaamiline potentsiaal ja temanimeline faaside reegel.

**Albert Einstein** (1879–1955). Lõi relatiivsusteooria ja täiendas kvantmehaanikat. Tuntud on keha erisoojust käsitlev valem, milles arvestatakse kvantmehaanikast lähtuvalt aatomite molekulisisest võnkumist.





**Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz** (1821–1894). Termodünaamika esimese seaduse avastajaid ja tõlgendajaid. Tuntud on Helmholtzi potentsiaal ja Gibbsi-Helmholtzi võrrand.

**Leonhard Euler** (1707–1783). Tegeles hüdromehaanika süvauuringutega. Üldtuntud on Euleri võrrandid, mis kirjeldavad vedeliku potentsiaalset voolamist. Temanimeline sarnasusarv väljendab rõhujõudude vahekorda voolamisel.





**Lev Nikolajevitš Hitrin (**1907–1965). Kaasaegse heterogeense põlemisteooria rajaja. Ühendas matemaatiliselt ühtseks tervikuks heterogeensel põlemisel esinevad kineetilised ja difusioonilised nähtused.

**Gabriel Daniel Fahrenheit** (1686–1736). Konstrueeris esimese kasutuskõlbliku elavhõbetermomeetri, mille temperatuuriskaala on tuntud kui Fahrenheiti skaala.





**Jacobus Henricus van't Hoff** (1852–1911). Üldtuntud on van´t Hoffi võrrand, mis kirjeldab keemilise reaktsiooni tasakaalukonstandi temperatuurimuutust olenevana reaktsioonisoojusest.

**Michael Faraday** (1791–1867). Avastas elektromagnetilise induktsiooni, pannes aluse elektrimasinate teooriale, koos sellega ka magnethüdrodünaamilise elektrigeneraatori loomisele.





**James Prescott Joule** (1818–1889). Üks energia jäävuse seaduse avastajatest. Elektrivoolu muundamisel eralduvat soojust tuntakse Joule'i soojusena. Tema nime kannab soojuse ja töö põhimõõtühik.

**Adolf Eugen Fick** (1829–1901). Üldtuntud on Ficki seadus, millest tuletatud massiülekande võrrandeid kasutatakse paljude füüsikaliste nähtuste, sealhulgas ka põlemisprotsesside modelleerimisel.

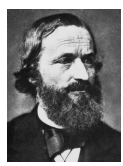




**Theodore von Kármán** (1881–1963). Tegeles peamiselt hüdrodünaamika uuringutega. Piirkihi liikumishulga võrrand on tuntud Kármáni võrrandina. Osales rakettmootori loomises.

**Jean Baptiste Joseph Fourier** (1768–1830). Tuletas soojusjuhtivuse võrrandi, mis kannab tema nime, ja esitas selle lahendamise meetodi. Tema nime kannab ka temperatuurivälja muutust ajas väljendav sarnasusarv.





**Gustav Robert Kirchhoff** (1824–1887). Võttis kasutusele mustkeha mõiste. Tuntud on Kirchhoffi seadus, mille kohaselt keha kiirgus- ja neeldetegur on termiliselt tasakaalus olevas süsteemis võrdsed.

**Louis Joseph Gay-Lussac** (1778–1850). Tuntud on ideaalgaasi mahu ja temperatuuri vahelist seost väljendav Gay-Lussaci seadus. Jälgis esimesena soojaõhupallilt atmosfäärinähtusi.





**Harri Käär** (1944–1997). Uuris materjalide soojusfüüsikalisi omadusi ja soojusülekannet vedelike keemisel kriitilises olekus. Esitas poorsete materjalide soojusjuhtivuse mudeli ja selle matemaatilise käsituse.

**Johann Heinrich Lambert** (1728–1777). Esitas kiirgusjaotuse seaduse kiirgust neelava keskkonna kohta, mille kohaselt kiirgus jaguneb ruumis koosinuseliselt. Leiutas fotomeetri ja hügromeetri.

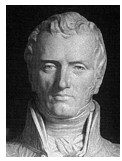




**Ilmar Mikk** (1925–1989). Viis läbi süvauuringuid kiirguslevi alal neelavas keskkonnas. Töötas välja meetodi saamaks kiirguse üldistatud nurktegurid, mis arvestavad ka neeldumist keskkonnas.

**Pierre Simon de Laplace** (1749–1827). Võttis kasutusele diferentsiaaloperaatori matemaatikas. Tuletas helilevikiiruse arvutusvalemi. Üldtuntud on ka Laplace´i kapillaarrõhu võrrand.





**Claude Louis Marie Henri Navier** (1785–1836). Esitas kokkusurumatu viskoosse vedeliku voolamise võrrandid tänapäeval kasutataval kujul. Neid tuntakse Navier'-Stokesi võrranditena.

**Carl Gustaf de Laval** (1845–1913). Leiutas kitseneva-laieneva kujuga auruduüsi, mida tuntakse Lavali düüsina, ning saavutas sellega auru ülehelikiirusega väljavoolu düüsist. Lavali düüsid on ulatuslikult kasutusel turbiinmasinates.





**Walther Hermann Nernst** (1864–1941). Uuris ainete käitumist absoluutse nulltemperatuuri lähikonnas, mille tulemusena avastas termodünaamika kolmanda seaduse, mida tuntakse ka Nernsti teoreemina. Tõestas absoluutse nulltemperatuuri saavutamatuse.

**Ernst Mach** (1838–1916). Uuris helibarjääri olemust ja lööklaine levimist. Tuntud on Machi arv, mis väljendab gaasi ja auru voolamiskiiruse ja helikiiruse suhet voolu se ristlõikes.





**Sir Isaac Newton** (1643–1727). Sõnastas mehaanika põhiseadused, mis on aine molekulaarkineetilise teooria lähtekohaks, ja avastas gravitatsiooniseaduse. Tuntud on ka Newtoni viskoosse vedeliku liikumisseadus hüdromehaanikas.

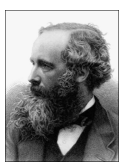
**Edme Mariotte** (1620(?)–1684). Uuris ideaalgaasi omadusi. Avastas ideaalgaasi mahu ja rõhu pöördvõrdelise sõltuvuse, mida tuntakse Boyle'i-Mariotte'i seadusena. Esitas baromeetrilise valemi.





**Ernst Kraft Wilhelm Nusselt** (1882–1957). Uuris põhjapanevalt konvektiivset soojusülekannet. Tuntud on temanimeline konvektiivse soojusülekande sarnasusarv (konvektsiooni dimensioonita soojusülekandetegur).

**James Clerk Maxwell** (1831–1879). Esitas võrrandid, mis kirjeldavad seoseid termodünaamiliste olekuparameetrite vahel ja kannavad tema nime. Tuntud on ka Maxwelli gaasimolekulide kiiruste jaotusseadus.





**Nikolaus August Otto** (1832–1891). Leiutas sundsüütega sisepõlemismootori, mida tuntakse ka ottomootorina, mille termodünaamiline alusprotsess on Otto ringprotsess.

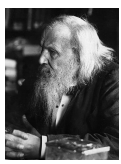
**Julius Robert von Mayer** (1814–1878). Üks energia jäävuse seaduse avastajatest; määras soojuse ja mehaanilise töö ekvivalendi, sidudes selle hiljem energia üldmõistega. Tuntud on ka Mayeri võrrand gaasi erisoojuste kohta.





**Sir Charles Algernon Parsons** (1854–1931). Võttis esimesena kasutusele mitmeastmelise reaktiivauruturbiini, kus turbiini labadele mõjuva reaktiivjõu põhjustab auru paisumine labadevahelistes kanalites.

**Dmitri Ivanovitš Mendelejev** (1834–1907). Avastas keemiliste elementide perioodilisuse seaduse. Esitas ideaalgaasi olekuvõrrandi erikuju. Avastas aine kriitilise temperatuuri olemasolu.





**Blaise Pascal** (1623–1662). Avastas hüdrostaatika põhiseaduse. Tõestas, et atmosfäärirõhk on funktsioon kõrgusest. Tuntud on ka temanimeline teoreem geomeetrias. Pascali nime kannab rõhu põhimõõtühik.

**Jean Claude Eugène Peclet** (1793–1857). Tema uuringud kuuluvad difusiooni ja soojusjuhtivuse valdkonda. Peclet' nime kannab sarnasusarv, mis iseloomustab konvektsiooni ja soojusjuhtivuse teel ülekantava soojuse vahekorda.





**Thomas Kilgore Sherwood** (1903–1976). Uuris massilevi probleeme, gaaside difusioonlevikut. Tuntud on Sherwoodi sarnasusarv, mis väljendab molekulaardifusioonilise massilevi intensiivsust.

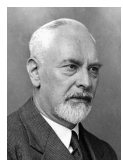
**Max Planck** (1858–1947). Kvantteooria looja. Plancki kiirgusseadust kirjeldab mustkeha spektraalkiirguse intensiivsuse võrrand. Toetudes kvantmehaanikale, tõestas absoluutse nulltemperatuuri saavutamatuse.

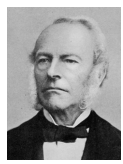




**Josef Stefan** (1835–1893). Tõestas katseliselt keha kiirgusintensiivsuse olenevuse temperatuurist, mida väljendab Stefani-Boltzmanni seadus.

**Ludwig Prandtl** (1875–1953). Võttis kasutusele piirkihi mõiste. Konstrueeris nn Prandtli toru dünaamilise rõhu mõõtmiseks. Tema nime kannab hüdrodünaamilise ja termilise piirkihi paksuse suhet väljendav sarnasusarv.

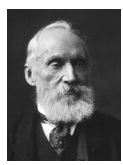




Sir **George Gabriel Stokes** (1819–1903). Esitas viskoosse voolamise põhivõrrandid, mida tuntakse Navier'-Stokesi võrranditena. Tuntud on ka Stokesi seadus kerakujulise keha hõõrdetakistusest liikumisel vedelikus.

**William Rankine** (1820–1872). Üldtuntud on veeauruga toimuv Rankine'i ringprotsess, mis on tänapäeva soojuselektrijaama termodünaamiline alusprotsess. Tuntud on ka Rankine'i temperatuuriskaala.





**William Thomson, lord Kelvin** (1824–1907). Sõnastas termodünaamika esimese ja teise seaduse tänapäevases mõistes. Võttis kasutusele absoluutse temperatuuri mõiste ja postuleeris absoluutse nulltemperatuuri. Tuntud on ka Joule'i-Thomsoni võrrand.

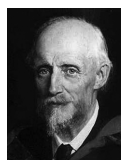
**John William Strutt, lord Rayleigh** (1842–1919). Tuntud on Rayleigh'-Jeansi seadus, mis väljendab keha kiirgust pikalainelises piirkonnas. Rayleigh' sarnasusarv kajastab vabakonvektiivset soojuslevi.





**Toomas Tiikma** (1945–2004). Peamised uuringud käsitlevad konvektiivset soojusülekannet karedal pinnal. Uuris võimalusi soojusülekande intensiivistamiseks torudes. Konvektiivse soojusülekande intensiivisti autor.

**Osborne Reynolds** (1842–1912). Tuvastas vedeliku laminaarse ja turbulentse voolamise. Esitas määrimisteooria. Tema nime kannab vedelikule mõjuva inerts- ja viskoossusjõu suhet väljendav sarnasusarv.





**Johannes Diderik van der Waals** (1837–1923). Uuris reaalgaasi omadusi. Esitas reaalgaasi olekuvõrrandi, mis kannab van der Waalsi võrrandi nime. Molekulidevahelisi jõude tuntakse temanimeliste jõududena.

**Georg Wilhelm Richmann** (1711–1753). Tuletas kalorimeetria põhivalemi arvutamaks soojushulka. Newtoni-Richmanni nime kannab konvektiivset soojusülekannet käsitlev valem.





**James Watt** (1736–1819). Aurumasina täiustaja. Võttis kasutusele aurumasina silindrivälise kondensaatori, kolvi kahepoolse töö koos auru paisumisega, pöörleva võlli ja hooratta. Tema nime kannab võimsuse põhimõõtühik.

**Nikolai Nikolajevitš Semjonov** (1896–1986). Keemiliste ahelreaktsioonide teooria looja. Üldtuntud on Semjonovi esitatud põlevsegude isesüttimise käsitlus.





**Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien** (1864–1928). Formuleeris tema nime kandva seaduse, mis kirjeldab keha spektraalse kiirgusvõime nihkumist temperatuuri tõusul lühilainelise kiirguse poole.